



УДК 621.791.75.01

**Е. В. Шаповалов, В. В. Долиненко,
В. А. Коляда**, кандидаты техн. наук, **Т. Г. Скуба**
Ин-т электросварки им.Е.О.Патона НАН Украины
(Украина, 03680, ГСП, Киев-150, ул. Боженко, 11,
тел.(044) 2712195, E-mail: eshapovalov@paton.kiev.ua)

Оптимальное управление манипулятором сварочного робота

Изложена методика синтеза оптимального стохастического регулятора для системы управления манипулятором сварочного робота. Рассмотрено управление двухзвенной системой с вращательными кинематическими парами. Разработанный оптимальный регулятор обеспечивает высокую точность контурного управления манипулятором сварочного робота и минимальную длительность апериодического переходного процесса. Моделирование выполнено в среде математического пакета MATLAB.

Викладено методику синтезу оптимального стохастичного регулятора для системи управління маніпулятором зварювального робота. Розглянуто управління двокільцевої системи з обертовими кінематичними парами. Розроблений оптимальний регулятор забезпечує високу точність контурного управління маніпулятором зварювального робота і мінімальну тривалість аперіодичного перехідного процесу. Моделювання виконано в середовищі математичного пакету MATLAB.

К л ю ч е в ы е с л о в а : манипулятор, кинематическая схема, динамическая модель сварочного робота, фильтр Калмана—Бюси, оптимальный стохастический регулятор.

Как известно, задачей контурного управления является обеспечение программного движения сварочной горелки с заданной погрешностью для любой точки ее траектории. Обычно сварочная горелка закреплена на последнем звене робота с шестью степенями свободы (рис. 1). Типовое применение такого управления — автоматизация дуговой электросварки плавящимся электродом в смеси защитных газов (МАГ-сварка). Диапазон скоростей перемещения сварочной горелки соответствует скоростям МАГ-сварки от 5,0 до 20,0 мм/с. Требуемая погрешность позиционирования не должна превышать половины диаметра используемого электрода, т.е. от 0,4 до 1,0 мм.

Различным аспектам исследований в области анализа кинематики, динамики и синтеза алгоритмов управления движением роботов-мани-

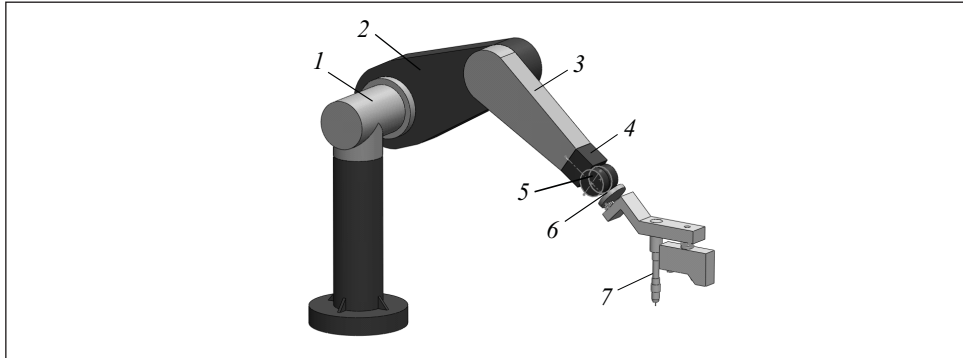


Рис. 1. Кинематическая схема сварочного робота: 1–6 — звенья робота; 7 — сварочная горелка

пуляторов посвящены работы [2—4] и др. Манипуляторы как объекты управления представляют собой многомерные взаимосвязанные нестационарные системы. Обычно управление координатами рабочего органа осуществляется не по измеренным выходным координатам x_p , а по текущим значениям углов поворота звеньев q_i . Качество управления манипулятором зависит от того, насколько полно учтены такие факторы, как влияние внешних сил, оказывающих существенное воздействие на механическую систему каждого звена, взаимное влияние звеньев между собой и текущее состояние манипулятора.

Для управления манипуляторами различных типов, как правило, применяют либо скользящее регулирование, либо оптимизированное пропорционально-дифференциальное или пропорционально-интегриродифференциальное управление. При этом непосредственное регулирование приводами осуществляется сервоусилителями с местной обратной связью по углу поворота звена. При таком подходе, во-первых, нельзя накладывать ограничения на приложенные к редукторам звеньев моменты и, во-вторых, невозможно обеспечить апериодический характер процесса регулирования. Точность такого управления часто бывает недостаточной для автоматизации МАГ-сварки.

Для достижения максимально возможной точности траектории сварки требуется применить оптимальное управление с соответствующим критерием качества. Однако задача создания эффективного алгоритма оптимального управления сварочным манипулятором в настоящее время полностью не решена.

Решение задачи синтеза оптимального регулятора сварочным роботом можно разбить на следующие подзадачи:

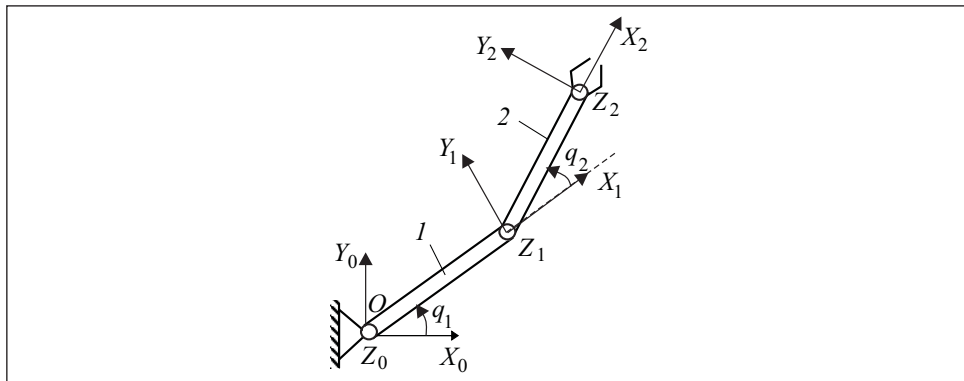


Рис. 2. Кинематическая схема двухзвенного (1, 2) манипулятора

- синтез динамической модели манипулятора;
- расчет оптимального наблюдателя состояний — фильтра Калмана—Бюси;
- расчет оптимального регулятора.

При решении задачи синтеза динамической модели манипулятора используем кинематическую модель манипулятора с имеющимися силами противодействия движению (силами трения), а также описание массо-инерционных взаимодействий его звеньев в произвольном гравитационном поле. Рассмотрим в качестве примера кинематическую схему двухзвенного манипулятора с вращательными звеньями (рис. 2) при наличии шумов в датчиках измерений углов поворота.

Звенья манипулятора рассматриваются как твердые жесткие тела, обладающие симметрией относительно главных осей инерции. На оси сочленения каждой кинематической пары установлен двигатель с редуктором, передаточное число которого $n_i > 1$. Таким образом, исходными данными являются массы и веса звеньев m_i и p_i ($i=1, 2$), осевые моменты инерции звеньев $J_{x_i} = J_{y_i} = J_{z_i} = J$, их длины l_i , коэффициенты редукции n_i , коэффициенты сухого и вязкого трения соответственно φ_i и β_i .

Математическим аппаратом моделирования динамики манипулятора является теория дифференциальных уравнений, в качестве которых выбраны уравнения Лагранжа второго рода [4]. Они позволяют получить различные формы требуемых соотношений, как аналитическую так и алгоритмическую, при заданных динамических характеристиках и кинематической структуре.

Уравнения Лагранжа второго рода для голономной системы с n степенями свободы, которым соответствуют обобщенные координаты q_j ($j=1, \dots, n$), имеют вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_{jд} \quad (j=1, \dots, n), \quad (1)$$

где $L=(T-\Pi)$ — функция Лагранжа, равная разности кинетической T и потенциальной Π энергии системы; $Q_{jд}$ — обобщенные силы управляющих двигателей, приведенные к j -й обобщенной координате. Поскольку рассматривается манипулятор с вращательными звеньями, будем полагать, что q_j — угол поворота, а обобщенные силы имеют размерность моментов. Учитывая, что $L=(T-\Pi)$ и $\partial\Pi/\partial\dot{q}_j=0$, уравнение (1) запишем в виде

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{q}_j}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_j}=Q_j. \quad (2)$$

Здесь

$$Q_j=Q_{jд}+Q_{jв}, \quad Q_{jв}=-\partial\Pi/\partial q_j, \quad (3)$$

где $Q_{jв}$ — внешние силы, обусловленные весом звеньев.

Исполнительный механизм манипулятора рассматривается как система из n твердых тел. Кинетическая энергия манипулятора представляет собой сумму кинетических энергий звеньев:

$$T=\sum_{i=1}^n T_i=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n [m_i(\vartheta_{0ixц}^2+\vartheta_{0iyц}^2+\vartheta_{0izц}^2)+(J_{x_i}\omega_{ix}^2+J_{y_i}\omega_{iy}^2+J_{z_i}\omega_{iz}^2)], \quad (4)$$

где m_i — масса звена i ; ϑ_{0i} — скорость некоторой точки звена O_i , которую будем считать полюсом (полюсом звена считают его центр инерции); ω_i — вектор угловой скорости в принятой системе координат.

Для получения левых частей уравнений динамики (1) необходимо выразить кинетическую энергию в виде функции обобщенных координат и скоростей, т.е. составляющие $\vartheta_{0ixц}, \dots, \omega_{iz}$ в формуле (4) представить через q_i, \dot{q}_i ($i=1, \dots, n$). Эта задача решается выполнением следующих шагов.

Вначале рассчитываем матрицу относительного положения звеньев в соответствии с кинематической схемой, представленной на рис. 2. Матрица перехода от системы осей i к $i-1$ имеет вид

$$\mathbf{A}_{ii}=\mathbf{A}_{\theta_i}\cdot\mathbf{A}_{s_i}\cdot\mathbf{A}_{a_i}\cdot\mathbf{A}_{\alpha_i}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}(i) & \mathbf{r}_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{A}_{\theta_i}, \mathbf{A}_{s_i}, \mathbf{A}_{a_i}, \mathbf{A}_{\alpha_i}$ — матрицы, характеризующие четыре преобразования, выполняемые в следующем порядке: поворот системы координат $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ вокруг оси $O_{i-1}z_{i-1}$ на угол $\theta_i=q_i$; перенос системы координат $i-1$ вдоль оси $O_{i-1}z_{i-1}$ на величину s_i ; перенос системы координат $i-1$ вдоль оси $O_i x_i$ на величину a_i ; поворот системы координат $i-1$ на угол α_i вокруг оси $O_i x_i$ до совмещения всех осей.

При заданной кинематической схеме и выбранной разметке систем координат реализация перечисленных операций не привела к совмещению системы координат $O_0x_0y_0z_0$ с $O_1x_1y_1z_1$ и $O_1x_1y_1z_1$ с $O_2x_2y_2z_2$. Центры систем координат остались смещенными один относительно другого на величины l_1 и l_2 , т.е. соответственно длину первого и второго звена. Для совмещения указанных систем координат необходимо ввести дополнительную матрицу, соответствующую переносу вдоль оси $O_{i-1}x_{i-1}$ на величину l_i :

$$\mathbf{A}_{li} = \begin{bmatrix} & & & l_i \\ & \mathbf{E} & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где \mathbf{E} — единичная матрица. Следовательно, результатом преобразования системы координат $O_i x_i y_i z_i$ в $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$ является матрица

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{A}_{ii} \cdot \mathbf{A}_{li} = \begin{bmatrix} & a(i)_{11}l_i + r_{1i} \\ \boldsymbol{\alpha}(i) & a(i)_{21}l_i + r_{2i} \\ & a(i)_{31}l_i + r_{3i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \boldsymbol{\alpha}(i) & \mathbf{r}_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Четвертый столбец матрицы \mathbf{A}_i определяет положение начала системы координат i -го звена, а направляющие косинусы $\boldsymbol{\alpha}(i)$ определяют его ориентацию.

Далее рассчитываем матрицы, позволяющие определить относительное положение каждой системы координат, центры которых совпадают с центрами инерции звеньев:

$$\mathbf{A}_{ic} = \begin{bmatrix} & \boldsymbol{\alpha}(i) & \mathbf{r}_{ic} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Следует заметить, что расчет матрицы \mathbf{A}_{ic} отличается от расчета \mathbf{A}_i тем, что вместо параметра l_i используется $l_{ic} = l_i / 2$. Соответственно векторы \mathbf{r}_{ic} и \mathbf{r}_i связаны соотношением $\mathbf{r}_{ic} = \mathbf{r}_i / 2$.

На следующем этапе формирования левых частей уравнений динамики рассчитываем матрицы \mathbf{A}_{0ic} ,

$$\mathbf{A}_{0ic} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2 \cdot \dots \cdot \mathbf{A}_{i-1} \cdot \mathbf{A}_{ic} = \begin{bmatrix} & \boldsymbol{\alpha}(0, i) & \mathbf{r}_{0ic} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

а также их производные $\dot{\mathbf{A}}_{0i\Omega}$, получаемые дифференцированием $\mathbf{A}_{0i\Omega}$ по времени. Таким образом, получаем матрицы $\boldsymbol{\alpha}(0, i)$, $\dot{\boldsymbol{\alpha}}(0, i)$ и $\mathbf{r}_{0i\Omega}$, $\dot{\mathbf{r}}_{0i\Omega}$, являющиеся функциями обобщенных координат и скоростей. Матрица $\mathbf{A}_{0i\Omega}$ определяет положение центра масс звена i и ориентацию системы $O_i^0 x_i^0 y_i^0 z_i^0$ в неподвижной системе координат. При этом матрицы косинусов в \mathbf{A}_{0i} и $\mathbf{A}_{0i\Omega}$ совпадают. Скорости центров масс звеньев $\mathfrak{V}_{0i\Omega}$ определяем из равенства $\mathfrak{V}_{0i\Omega} = \dot{\mathbf{r}}_{0i\Omega}$.

Следующим этапом расчета является определение ω_{ix} , ω_{iy} , ω_{iz} через элементы матриц $\boldsymbol{\alpha}(0, i)$, $\dot{\boldsymbol{\alpha}}(0, i)$:

$$\omega_q = \mathfrak{E}_{ptq} \sum_{s=1}^2 \boldsymbol{\alpha}_{st} \dot{\boldsymbol{\alpha}}_{sp},$$

где $q=1, 2$; \mathfrak{E}_{ptq} — символы Леви—Чивита, равные 1, если индексы ptq различны и расположены в порядке 1 2 3, 2 3 1 или 3 1 2, и равные -1 , если в следовании индексов ptq этот порядок нарушается.

В результате подстановки в формулу (4) полученных выражений для $\mathfrak{V}_{0i\Omega}^2, \dots, \omega_{iz}$ кинетическая энергия может быть представлена в виде функции $T = T(q_i, \dot{q}_i)$, $i=1, 2$, применив к которой оператор Лапласа

$$L_j(T) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j},$$

найдем левую часть уравнения (2).

Правые части уравнений динамики манипулятора в соответствии с (3) представляют собой выражения обобщенных сил, приведенных к осям j -й кинематической пары, и записываются в следующем виде:

$$Q_j = Q_{j\Omega} + Q_{jв}. \quad (5)$$

Здесь $Q_{j\Omega} = M_{j\Omega} + M_{jc}$, где $M_{j\Omega}$ — момент развиваемый двигателем, управляющим j -й обобщенной координатой; M_{jc} — момент сопротивления (сухого трения).

Второе слагаемое в уравнении (5) рассчитываем так:

$$Q_{jв} = Q'_{jв} + Q''_{jв},$$

где $Q'_{jв}, Q''_{jв}$ — моменты, вызванные весами звеньев p_i ($i=1, \dots, n$) и груза в захватном устройстве.

Уравнения динамики, полученные при выполнении предыдущих шагов расчета, приводим к следующему виду:

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{q}_1 + a_{12}\ddot{q}_2 &= M_1, \\ a_{21}\ddot{q}_1 + a_{22}\ddot{q}_2 &= M_2, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{д.в1}n_1 + M_{p11} + M_{p21} - M_{1/part}; \\ M_2 &= M_{д.в2}n_2 + M_{p22} - M_{2/part}; \end{aligned} \quad (7)$$

$M_{д.вj} = u_j - (\varphi_j + \beta_j \dot{q}_j)$ — момент, создаваемый j -м двигателем; u_j — управляющее воздействие, подаваемое на j -й двигатель; φ_i и β_i — коэффициенты сухого и вязкого трения; M_{p11} и M_{p21} — моменты, создаваемые в первом сочленении весом первого и второго звена; M_{p22} — момент, создаваемый во втором сочленении весом второго звена; $M_{1/part}$ и $M_{2/part}$ — слагаемые, перенесенные из левых частей уравнений динамики и не содержащие вторых производных обобщенных координат.

Следующей подзадачей создания системы контурного управления манипулятором является синтез оптимального стохастического регулятора, т.е. решение взаимосвязанных задач разработки детерминированного оптимального регулятора состояния и синтеза фильтра Калмана—Бюси [5]. Для того чтобы воспользоваться известной методикой, необходимо линеаризовать полученную нелинейную динамическую математическую модель манипулятора и представить ее в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + F_{ин} + F_{гр} + F_{тр}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}, \end{aligned} \quad (8)$$

где \mathbf{x} — вектор переменных состояния, которые в рассматриваемой кинематической схеме манипулятора являются скоростями и ускорениями звеньев $(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ddot{q}_1, \ddot{q}_2)^T$; \mathbf{u} — вектор управляющих воздействий, равный напряжениям на якорях двигателей постоянного тока $(U_1, U_2)^T$; \mathbf{y} — вектор наблюдений углов поворота звеньев манипулятора $(q_1, q_2)^T$; \mathbf{A} — матрица весовых коэффициентов состояний системы (4×4); \mathbf{B} — матрица весовых коэффициентов управления (4×2); \mathbf{C} — матрица коэффициентов наблюдений за состояниями системы (2×4); $F_{ин}$ — возмущение, связанное с инерционными свойствами звеньев; $F_{гр}$ — возмущение, связанное с действием гравитационной силы; $F_{тр}$ — возмущение от воздействия сил трения в сочленениях.

Значения функционалов $F_{ин}, F_{гр}$ зависят от текущих углов поворота звеньев манипулятора, а значение $F_{тр}$ — от текущих скоростей поворота звеньев. Матрицы $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ описывают линеаризованную систему для конкретной рабочей точки, полученную из нелинейных дифференциальных уравнений (6), (7) исключением нелинейных членов.

Линеаризация нелинейных функций $f(x)$, входящих в уравнения динамики манипулятора, в окрестности рабочей точки a выполняется разложением в ряд Тейлора:

$$f(x) = \sum_{k=0}^1 \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k.$$

При заданных начальных данных $m_1 = 17,4$ кг, $m_2 = 4,8$ кг, $l_1 = 0,4318$ м, $l_2 = 0,4331$ м, $n_1 = n_2 = 100$ и рабочей точке $q_1 = 0, q_2 = 0$ получаем следующие значения матриц линеаризованной системы в пространстве состояний:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 15,575 & -15,652 \\ -15,652 & 118,297 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Сформулируем задачу оптимального управления [5]. При заданных уравнениях объекта (8), ограничениях на управление $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{U}_t, \mathbf{U}_t \in \mathfrak{R}^m$, где \mathfrak{R}^m — m -мерное линейное пространство, краевых условиях $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ и $\mathbf{x}(t_f) = 0$ необходимо определить такое управление с обратной связью $\mathbf{u} = \mathbf{u}\{\mathbf{y}(\tau), t_0 \leq \tau \leq t\}$, где $t_0 \leq t \leq t_f$, при котором критерий оптимальности

$$J = M \left[\mathbf{x}^T(t_f) \mathbf{J} \mathbf{x}(t_f) + \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt \right], \quad (9)$$

принимает минимальное значение. Здесь M — математическое ожидание; \mathbf{J} — матрица граничных условий; \mathbf{Q}, \mathbf{R} — матрицы весовых коэффициентов.

Оптимальное управление с обратной связью для объекта (8) при критерии оптимальности (9) имеет вид $\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} \hat{\mathbf{x}}$, где $\hat{\mathbf{x}}$ — оптимальная оценка состояния объекта управления, определяемая с помощью оптимального наблюдателя состояния — фильтра Калмана—Бюси; \mathbf{K} — симметрическая матрица, определяемая из матричного уравнения Риккати, $\dot{\mathbf{K}} = -\mathbf{K} \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{K} + \mathbf{K} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} - \mathbf{Q}$, при граничном условии $\mathbf{K}(t_f) = \mathbf{J}$.

Оценку состояния объекта управления рассчитываем с учетом членов дифференциальных уравнений, значения которых зависят от весов звеньев и трений в сочленениях. Трение в j -м сочленении рассчитываем по формуле

$$F_{\text{тр}j}(t) = \begin{cases} \varphi_j^- + \beta_j^- \dot{\theta}_j, & \dot{\theta} < 0, \\ \varphi_j^+ + \beta_j^+ \dot{\theta}_j, & \dot{\theta} > 0. \end{cases}$$

Коэффициенты сухого и вязкого трения имеют следующие значения: $\varphi_2^- = -11,34$, $\varphi_2^+ = 12,77$, $\varphi_3^- = -5,57$, $\varphi_3^+ = 5,93$, $\beta_2^- = 8,53$, $\beta_2^+ = 7,67$, $\beta_3^- = 3,02$, $\beta_3^+ = 3,27$. Требуемые ограничения на управление обеспечиваются соответствующим выбором матрицы \mathbf{R} .

Рациональным подходом можно считать выполнение расчетов средствами пакета MATLAB, например, используя функцию $[\mathbf{K}, \mathbf{S}, e] = \text{lqry}(\text{sys}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{N})$. Исходными данными при этом являются матрицы объекта управления в пространстве состояний, матрица весовых коэффициентов вектора наблюдений \mathbf{Q} (2×2) и матрица весовых коэффициентов вектора управления \mathbf{R} (2×2). В результате выполнения функции получаем матрицу \mathbf{K} (2×4), представляющую собой решение уравнения Риккати. В данном случае рассчитанные значения матриц \mathbf{Q} , \mathbf{R} и \mathbf{K} следующие:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 2,6e+8 & 5,0e+3 \\ 5,0e+3 & 2,6e+8 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1,0e-2 & 1,0e-5 \\ 1,0e-5 & 0,6e-1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1,5957e+5 & -0,2319e+5 & 0,0015e+5 & 0,0001e+5 \\ 0,0944e+5 & 0,6515e+5 & 0,0002e+5 & 0,0003e+5 \end{bmatrix}.$$

Для расчета фильтра Калмана—Бюси объект управления запишем в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + F_{\text{ин}} + F_{\text{гр}} + F_{\text{тр}} + \mathbf{G}\boldsymbol{\omega},$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} + \mathbf{H}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{v}.$$

Здесь $\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}$ — белые шумы с вероятностными характеристиками;

$$M[(\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\omega}^T)] = \mathbf{Q}_0; \quad M[(\mathbf{v}\mathbf{v}^T)] = \mathbf{R}_0;$$

$$M[\boldsymbol{\omega}] = 0; \quad M[\mathbf{v}] = 0; \quad M[(\boldsymbol{\omega}\mathbf{v})^T] = \mathbf{N}_0,$$

где $\mathbf{Q}_0, \mathbf{N}_0$ — положительно полуопределенные матрицы; \mathbf{R}_0 — положительно определенная матрица.

Требуется на основе наблюдений выхода \mathbf{y} на интервале $[t_0, t]$ определить несмещенную линейную оценку $\hat{\mathbf{x}}$ фазового вектора, обеспечивающую минимум среднего квадрата ошибки:

$$\mathbf{P} = \lim M \left[(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \right].$$

Выполним синтез фильтра Калмана—Бюси. Поскольку шумы процесса и измерений не коррелированы ($\mathbf{S}_0(t) \equiv 0$), оценка $\hat{\mathbf{x}}$ будет несмещенной и оптимальной в случае, когда она удовлетворяет уравнению

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{Bu} + \mathbf{K}^0(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}), \quad \hat{\mathbf{x}}(t_0) = \bar{\mathbf{x}}_0,$$

с матрицей коэффициентов усиления $\mathbf{K}^0 = \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{R}_0^{-1}$, где матрица \mathbf{P} — решение уравнения Риккати, $\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T - \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P} + \mathbf{Q}_0$. Расчет фильтра Калмана—Бюси выполняем средствами пакета MATLAB, например, используя функцию $[\mathbf{Kest}, \mathbf{L}, \mathbf{P}] = \text{kalman}(\text{sys}, \mathbf{Q}_0, \mathbf{R}_0, \mathbf{N}_0)$, где \mathbf{Q}_0 (2×2) — ковариационные матрицы шумов процесса; \mathbf{R}_0 (2×2) — ковариационные матрицы шумов датчиков измерений углов поворота звеньев.

В качестве исходных данных необходимо задать объект управления в пространстве состояний: $\text{sys} = \text{ss}(\mathbf{A}, [\mathbf{B}\mathbf{G}], \mathbf{C}, [\mathbf{D}\mathbf{H}])$, где \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} — матрицы объекта управления в пространстве состояний; \mathbf{G} (4×2) — матрица весовых коэффициентов шумов объекта; \mathbf{H} (2×2) — матрица шумов измерений.

В данном случае рассчитанные значения матриц \mathbf{G} , \mathbf{H} , \mathbf{Q}_0 , \mathbf{R}_0 , \mathbf{P} следующие:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 70 & 0 \\ 0 & 70 \\ 70 & 0 \\ 0 & 70 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q}_0 = \begin{bmatrix} 1,6e+1 & 5,0 \\ 5,0 & 1,6e+1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 1,0e-2 & 1,0e-5 \\ 1,0e-5 & 1,0e-2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 27,6594 & 4,4447 & 27,6494 & 4,4447 \\ 4,4447 & 27,6594 & 4,4447 & 4,4446 \\ 0,7355 & 0,1755 & 0,7235 & 0,1737 \\ 4,4447 & 27,6494 & 4,4446 & 27,6444 \end{bmatrix}.$$

Проверка адекватности линеаризованной динамической модели двухзвенного манипулятора и моделирование оптимальной системы управления выполнено в среде математического пакета MATLAB Simulink (рис. 3). Основные блоки системы реализованы в виде тактируемых подсистем: фильтр Калмана — оптимальный регулятор, модель манипулятора и модель энкодеров. Такт работы первой подсистемы равен 0,0002 с, второй — 0,00004 с (модель энкодеров работает асинхронно).

Из рис. 3 видно, что для стабилизации программной траектории используются обратные связи по положению q_i звеньев. Значения скоростей \dot{q}_i восстанавливаются наблюдателем Калмана—Бюси. Управление движением манипулятора осуществляется посредством изменения величин уставок Уст1 и Уст2. Непосредственное управление движением звеньев манипулятора выполняется с помощью изменения напряжения на двигателях U1 и U2, что эквивалентно регулированию величин моментов на выходных валах приводов.

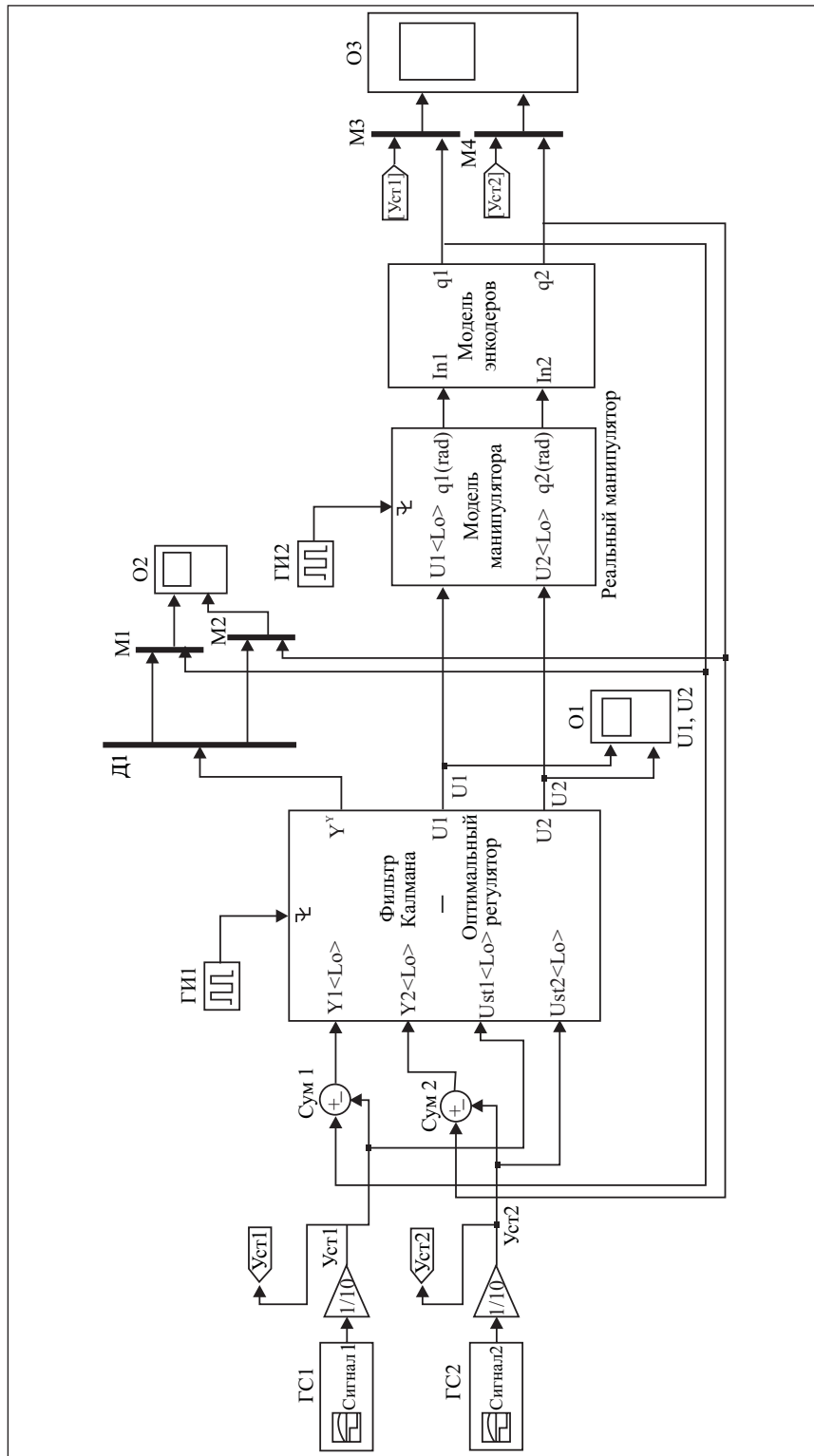


Рис. 3. Блок-схема Simulink-модели системы автоматического управления манипулятором: ГИ1, ГИ2 — генераторы импульсов; ГС1, ГС2 — генераторы сигналов; Д1 — демультимплексор; М1—М4 — мультимплексоры; С1, С2 — элементы суммирования; О1—О3 — виртуальные осциллографы

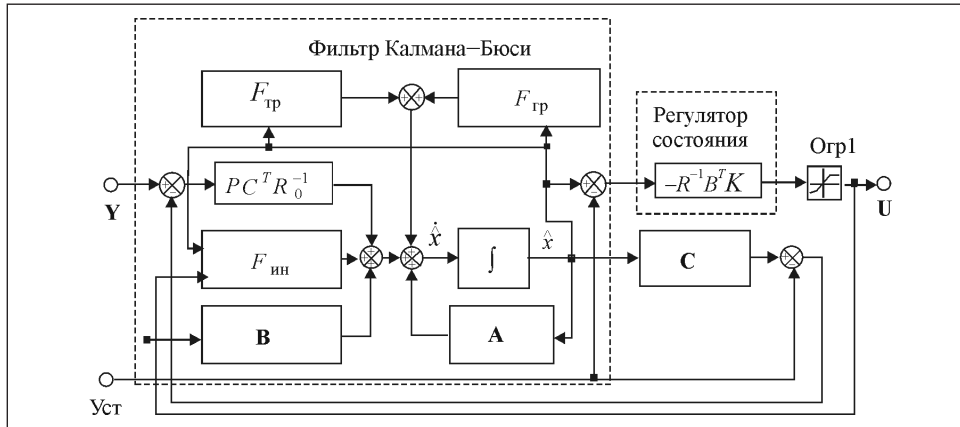


Рис. 4. Блок-схема подсистемы фильтр Калмана — оптимальный регулятор: Огр1 — ограничитель амплитуды сигналов управления; Уст — вектор уставок; U — вектор управлений; Y — вектор ошибок

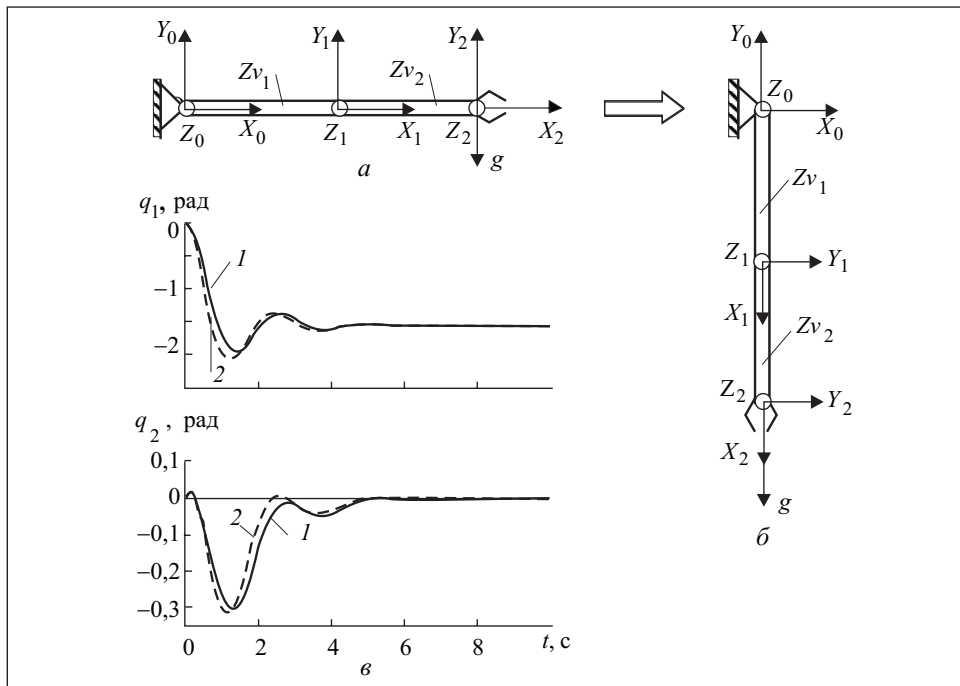


Рис. 5. Переходные процессы в линеаризованной модели манипулятора при снятии управляющих воздействий (под действием силы тяжести): а — исходное состояние; б — конечное состояние; в — 1 — исходная нелинейная модель манипулятора; 2 — линеаризованная модель манипулятора

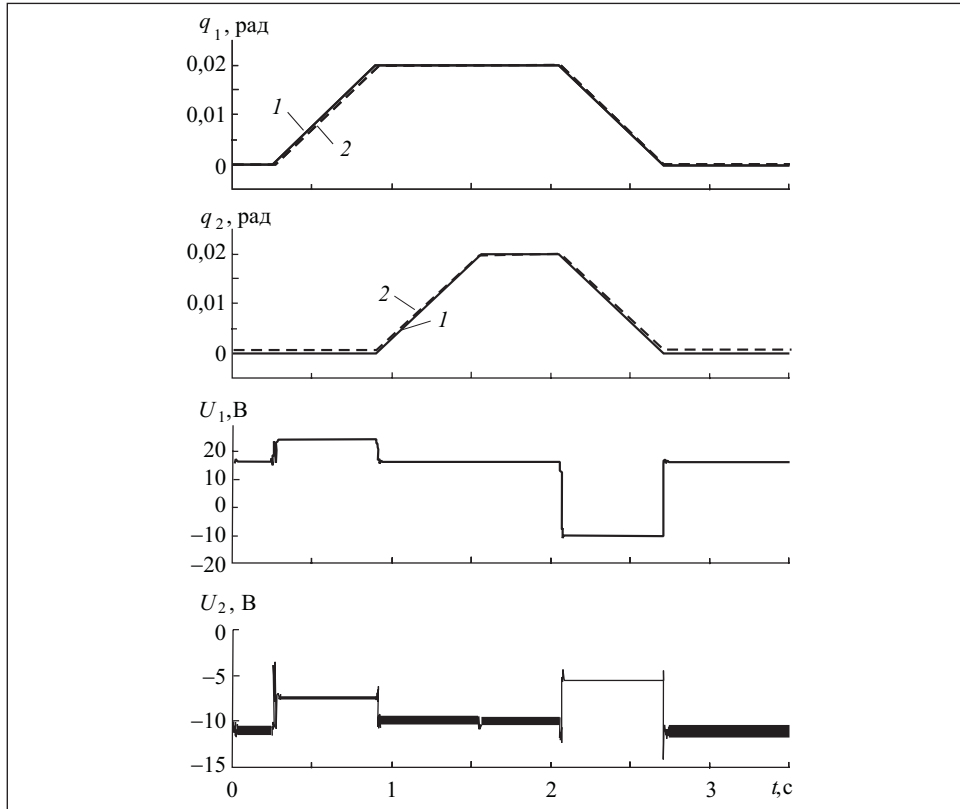


Рис. 6. Графики переходных процессов при оптимальном управлении двухзвенным манипулятором: 1 — уставки; 2 — выход

При описании динамической модели манипулятора в пространстве состояний была выполнена декомпозиция системы на линейную модель (матрицы \mathbf{A} , \mathbf{B} и \mathbf{C}) и множество моделей возмущений — $F_{ин}$, $F_{тр}$, $F_{гр}$ описывающих силы инерции, трения и гравитации. Полученные матрицы использованы для оценки состояний \hat{x} и выработки управляющих воздействий U_1 и U_2 (рис. 4).

Для проверки адекватности линеаризованной модели рассчитаны траектории свободного движения двухзвенного манипулятора при снятии управляющих воздействий. Исходное и конечное положения звеньев манипулятора представлены на рис. 5, а, б, а переходные процессы в нелинейной и линеаризованной модели манипулятора — на рис. 5, в. Переходные процессы обусловлены движением звеньев из исходного состояния в конечное под действием силы тяжести g , направленной вдоль оси Y_0 (см. рис. 2). Точка линеаризации в данном случае соответствует конечному состоянию: $q_1 = -\pi/2$ и

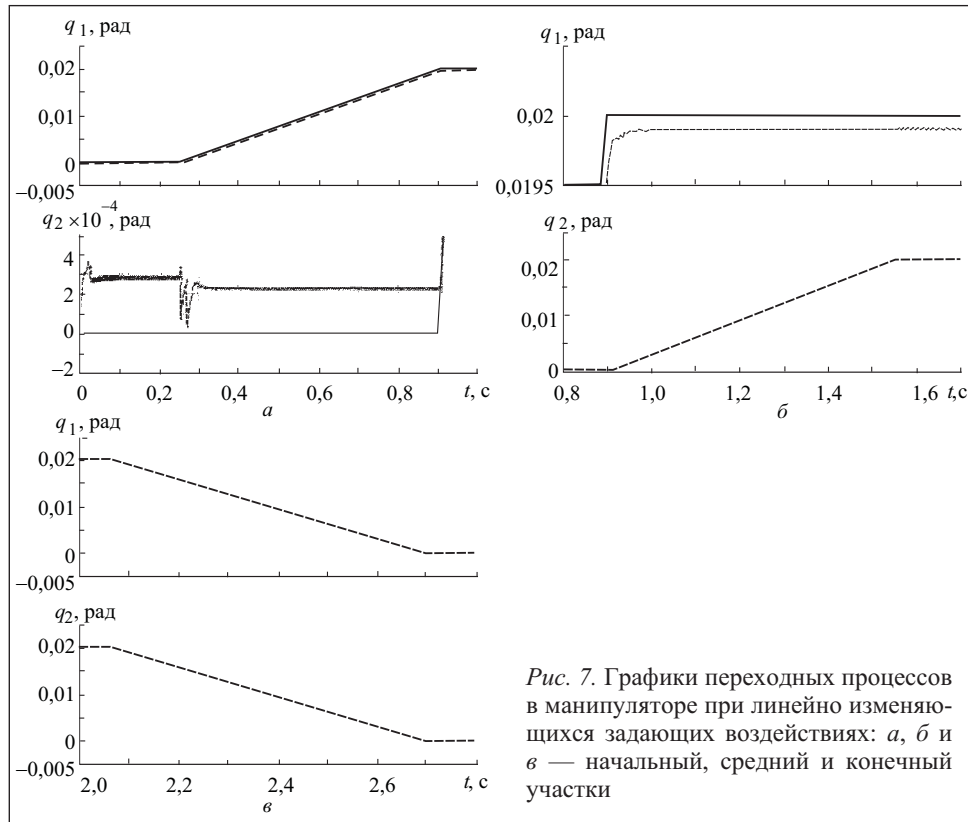


Рис. 7. Графики переходных процессов в манипуляторе при линейно изменяющихся задающих воздействиях: *a*, *б* и *в* — начальный, средний и конечный участки

$q_2=0$. Результаты моделирования свидетельствуют о достаточно высокой степени точности поведения линеаризованной модели, что подтверждает ее адекватность.

В процессе моделирования получены также переходные характеристики объекта управления (рис. 6, кривая 2) при уставках, сформированных в виде импульсов линейно нарастающих сигналов. Амплитуда импульсов равна 0,02 рад, скорость нарастания $q_1=0,031$ рад/с, $q_2 = 0,031$ рад/с (скорость линейного смещения 13,2 мм/с). Формирование уставок начинается в момент времени $t = 0,25$ с для первого звена и $t = 0,9$ с для второго звена.

На рис. 7 представлены графики переходных процессов в объекте управления (в увеличенном масштабе). Для наглядности временной процесс представлен отрезками длительностью приблизительно 900 мс каждый. На первом участке (см. рис. 7, *a*) показано воздействие первого звена на второе, на втором участке (см. рис. 7, *б*) — влияние второго звена на первое и на третьем участке (см. рис. 7, *в*) — взаимное влияние первого и второго звеньев.

Из рис. 7, *а* видно, что изменение положения первого звена вызывает паразитное изменение положения второго звена. Однако вследствие применения оптимального регулятора максимальное значение такого возмущения не превышает 0,0004 рад. На рис. 7, *б* также наблюдается паразитное смещение положения первого звена во время поворота второго звена. Максимальное значение возмущения при этом не превышает 0,0002 рад. Значения погрешностей при взаимном влиянии первого и второго звеньев соответствуют линейным смещениям сварочной горелки на 0,17 мм и 0,09 мм.

Время переходных процессов как первого так и второго звеньев не превышает 0,04с при скоростях их поворотов $q_1 = 0,031$ рад/с, $q_2 = 0,031$ рад/с (скорость линейного смещения 13,2 мм/с), что является приемлемым для большинства областей применения сварочного манипулятора. Переходный процесс при ступенчатом изменении уставок имеет аperiodический характер. Значение ошибки в установившемся режиме не превышает 0,00025 рад (линейное смещение 0,1 мм).

Выводы

В результате моделирования установлено, что оптимальный регулятор устойчиво работает при наличии значительного уровня шумов как в объекте управления, так и в сигналах датчиков обратной связи.

Предложенный математический аппарат может быть положен в основу работы контроллера, реализующего контурное управление двухзвенным манипулятором с вращательными звеньями. При этом такт работы контроллера должен быть не более 200 мкс.

Нелинейная динамическая модель манипулятора может быть расширена с учетом упругой деформации звеньев при динамических нагрузках, что характерно для звеньев значительной длины.

Разработанная методика может быть использована для создания автоматических систем контурного управления сварочными манипуляторами с тремя и более степенями подвижности.

The paper deals with the method of synthesis of optimal stochastic controller for the control system of the welding robot manipulator. Control of two-link system with turning kinematic pairs has been considered. The elaborated optimal controller ensures high accuracy of contour control of the welding robot manipulator and minimum duration of aperiodic transient process. Modeling was made in the medium of the mathematical batch MATLAB.

1. Пол Р. Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора. — М. : Наука, 1976. — 103 с.
2. Вукобратович М. Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. — М. : Мир, 1976. — 543 с.
3. Попов Е. П., Верецагин А. Ф., Зенкевич С. Л. Манипуляционные роботы: динамика и алгоритмы. — М. : Наука, 1978. — 400 с.
4. Козлов В. В., Макарычев В. П., Тимофеев А. В., Юревич Е. И. Динамика управления роботами. — М. : Наука, 1984. — 336 с.
5. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 464 с.
6. Квакернак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления: Пер. с англ. — М. : Мир, 1977. — 650 с.
7. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления: Пер с англ. — М. : Мир, 1972. — 544 с.

Поступила 22.03.11

ШАПОВАЛОВ Евгений Викторович, канд. техн. наук, руководитель отдела Ин-та электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины. В 1999 г. окончил Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический ин-т». Область научных исследований — создание перспективных образцов лазерно-триангуляционных видеосенсоров и регуляторов с обратной связью, неразрушающий контроль качества сварных швов.

ДОЛИНЕНКО Владимир Владимирович, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. Ин-та электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины. В 1979 г. окончил Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — оптимальное управление дуговой сваркой, численное моделирование термомеханической и гидромеханической задач.

КОЛЯДА Владимир Александрович, канд. техн. наук, науч. сотр. Ин-та электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины. В 2002 г. окончил Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический ин-т». Область научных исследований — создание имитационных моделей видеосенсоров, разработка математического обеспечения для видеосенсоров, решение прямой и обратной задач кинематики манипуляторов.

СКУБА Тарас Григорьевич, инженер-программист Ин-та электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины. В 2002 г. окончил Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический ин-т». Область научных исследований — имитационное моделирование манипуляторов, математическое моделирование в пакете MATLAB, структурное проектирование автоматизированных систем управления.