



УДК: 519.63

Л. Ф. Головки, С. А. Лукьяненко, доктора техн. наук,
И. Ю. Михайлова, В. А. Третьяк, аспиранты
Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический ин-т»
(Украина, 03056, Киев, пр-т Победы, 37, корп.5,
тел.(044) 406-80-90, E-mail:lukian@aprodos.kpi.ua)

Моделирование процесса бесконтактной лазерной деформации адаптивным методом

Изложены результаты применения адаптивного алгоритма к решению нестационарного трехмерного уравнения теплопроводности, моделирующего температурное поле при бесконтактной деформации лазером тонкой металлической пластины.

Викладено результати застосування адаптивного алгоритму до розв'язування нестационарного тривимірного рівняння теплопровідності, що моделює температурне поле при бесконтактній деформації тонкої металеві пластины лазером.

К л ю ч е в ы е с л о в а: дифференциальное уравнение, лазер, адаптивный метод.

Эффективность современного машиностроения и конкурентоспособность его продукции в значительной мере определяются уровнем использования высоких технологий, в частности лазеров. Лазерное излучение, будучи наиболее концентрированным источником энергии, позволяет максимально быстро, дозировано и локально вводить энергию в материал. Одной из технологий, в которой применяются лазеры, является управляемая деформация металлов, т.е. формообразование деталей сложной пространственной формы, что позволяет отказаться от энергозатратных методов механической обработки. При этом бесконтактная деформация осуществляется с помощью температурных и структурных напряжений вместо внешнего приложения сил.

Локальность воздействия лазерного излучения и высокая скорость протекания процессов затрудняют проведение их экспериментального исследования и обуславливают необходимость применения методов математического моделирования. Методы компьютерного моделирования тепловых процессов и напряженно-деформированного состояния материалов в условиях лазерного нагрева позволяют не только изучать их закономерности, но и раскрывать новые механизмы, находить наиболее эффектив-

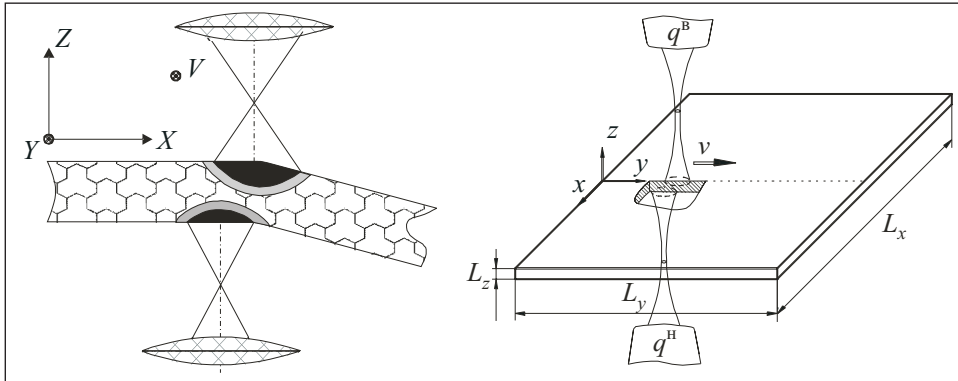


Рис. 1. Схема действия лазерных лучей

ные способы управления процессами. Рассмотрим методы компьютерного моделирования высокоградиентных процессов бесконтактной лазерной деформации.

Постановка задачи. Исследуемый объект представляет собой тонкую пластину с геометрическими размерами L_x, L_y, L_z . Для удобства будем считать, что данная пластина неподвижна. Все поверхности детали находятся в процессе теплообмена с окружающей средой, температура которой U_c . На поверхность пластины воздействует лазерный луч, обеспечивающий нужный температурный режим, который является определяющим фактором образования напряженностей в исследуемом материале и приводит к бесконтактной деформации.

Для уменьшения сопротивления деформации холодных слоев материала предлагается подогревать их с помощью дополнительного лазера, подведенного с противоположной стороны пластины (рис. 1). Лазеры имеют различные характеристики и движутся с постоянной скоростью параллельно оси OY . Лазер, воздействующий на одну из поверхностей (для удобства будем считать ее верхней) работает в период времени $[t_n^B, t_k^B]$. Действие луча вызывает на поверхности обработки тепловой поток с плотностью $q^B(x, y, t)$. Лазер, воздействующий на противоположную (нижнюю) поверхность, работает в период времени $[t_n^H, t_k^H]$ и вызывает на поверхности обработки тепловой поток с плотностью $q^H(x, y, t)$, при этом $q^B(x, y, t) > q^H(x, y, t)$.

Распределение мощности обоих лучей по сечению может соответствовать функции Гаусса, быть кусочно-постоянным, кусочно-линейным или равномерным (рис. 2). Необходимо найти распределение температуры для тонкой металлической пластины, на которую воздействуют движущиеся лучи лазеров, и значение угла изгиба.

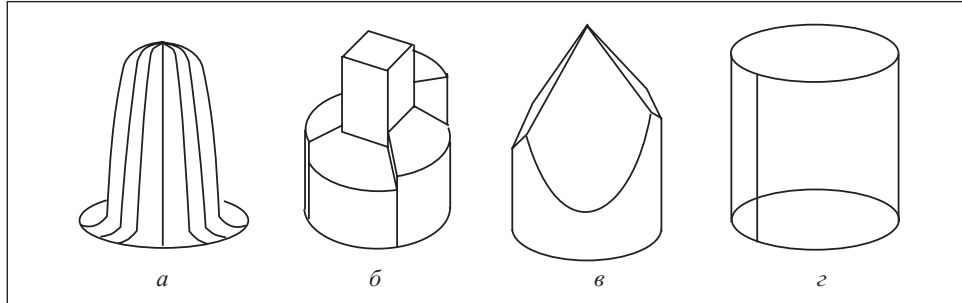


Рис. 2. Гауссово (а), кусочно-постоянное (б), кусочно-линейное (в) и постоянное (г) распределение мощности лазерного излучения

Математическая модель. Для упрощения модели не будем учитывать возможность плавления и испарения металла. В общем случае процесс нестационарного распределения температуры в металлической пластине может быть описан с помощью функции зависимости температуры от пространственных и временной координат $U(x, y, z, t)$, которая является решением уравнения теплопроводности [1]:

$$c(x, y, z, U) \rho(x, y, z, U) \frac{\partial U(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda(x, y, z, U) \frac{\partial U(x, y, z, t)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \lambda(x, y, z, U) \frac{\partial U(x, y, z, t)}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda(x, y, z, U) \frac{\partial U(x, y, z, t)}{\partial z} + F(x, y, z, t), \quad (1)$$

где $c(x, y, z, U)$ — теплоемкость материала в точке (x, y, z) при температуре U ; $\rho(x, y, z, U)$ — плотность; $\lambda(x, y, z, U)$ — теплопроводность; $F(x, y, z, t)$ — функция, характеризующая выделение тепла в точке (x, y, z) .

В рассматриваемом случае материал пластины однороден, поэтому считаем c, ρ, λ константами. Учитывая слагаемое, характеризующее выделение тепла в краевых условиях, уравнение (1) запишем в виде

$$c\rho \frac{\partial U(x, y, z, t)}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 U(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

где $x \in [0, L_x]$, $y \in [0, L_y]$, $z \in [0, L_z]$, $t \in [0, T_k]$.

Краевые условия на верхней и нижней поверхностях в зоне действия лазерных лучей имеют вид

$$\lambda \frac{\partial U(x, y, 0, t)}{\partial z} + q^B(x, y, t) = 0, \quad \lambda \frac{\partial U(x, y, L_z, t)}{\partial z} - q^H(x, y, t) = 0.$$

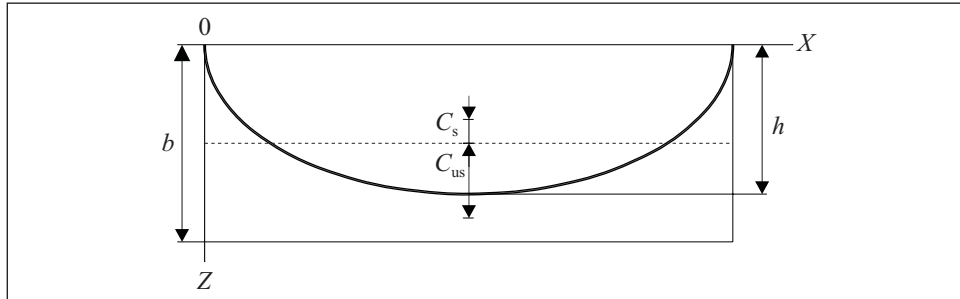


Рис. 3. Схема распределения температуры в глубь детали в разрезе XOZ : h — высота прогретого участка

Краевые условия на верхней и нижней поверхностях обработки вне зоны действия лазерного излучения и краевые условия на других гранях расчетной области задают теплообмен со средой по закону Ньютона:

$$\lambda \frac{\partial U}{\partial \mathbf{n}} = -\alpha (U - U_c).$$

Начальная температура детали равна температуре окружающей среды: $U(x, y, z, 0) = U_c$.

Для определения угла изгиба воспользуемся модифицированной моделью Волертсона [2]. Угол изгиба, полученный вследствие разности напряженностей между нагретой и ненагретой участками пластины, определяется по формуле

$$\theta = \frac{l(\varepsilon_{us} - \varepsilon_s)}{C_s + C_{us}}, \quad (3)$$

где l — ширина нагретого участка; ε_{us} — напряженность несканированного участка; ε_s — напряженность сканированного участка; C_s — расстояние от центра прогретого участка до оси пластины; C_{us} — расстояние от центра непрогретого участка до оси пластины (рис. 3).

Напряженность несканированного участка можно представить в виде

$$\varepsilon_{us} = \frac{b\sigma_y}{4E(C_s + C_{us})}, \quad (4)$$

где b — толщина пластины; σ_y — граница текучести; E — модуль Юнга для материала.

Напряженность сканированного участка представим в виде

$$\varepsilon_s = \frac{-\alpha \Delta T}{2} + \frac{b\sigma_y}{4E(C_s + C_{us})}, \quad (5)$$

где α — коэффициент теплового расширения; ΔT — разность максимальных значений температур сканированного и несканированного участков.

Подставив (4) и (5) в (3), получим формулу для оценки значения угла изгиба металлической пластины:

$$\theta = \frac{l}{b} \left(\alpha \Delta T - \frac{2\sigma_y}{E} \right). \quad (6)$$

Методы решения. Для решения дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) используют две группы методов: конечных элементов (МКЭ) и конечных разностей (МКР). Эти методы основаны на дискретизации области определения с достаточно мелким шагом. Одно из отличий этих групп методов — конструкция используемых сеток.

В МКР используют регулярные сетки и особенности геометрии учитывают только на границах области. Поэтому МКР применяют для анализа задач с прямолинейными границами областей определения функций.

В МКЭ используют разбиение с учетом геометрических особенностей области, начиная от границ, для более точной аппроксимации. Поэтому МКЭ применяют для решения задач со сложной геометрией областей определения функций. Поскольку в данной задаче форма расчетной области достаточно проста, целесообразно использовать МКР.

Метод конечных разностей состоит из трех этапов:

- 1) дискретизация расчетной области;
- 2) замена ДУЧП системами алгебраических уравнений;
- 3) решение этих систем.

Особенности данной задачи, а именно наличие зон с большими градиентами решения (рис. 4), обуславливают необходимость создания новых алгоритмов реализации этих этапов.

Эффективность решения задачи в значительной степени зависит от первого этапа, т.е. построения сетки. При увеличении числа узлов повышается точность, но увеличиваются затраты машинного времени в результате роста размерности системы алгебраических уравнений. Поскольку в данной задаче нагрев поверхности является локальным и очень интенсивным, узлы разностной сетки в зоне нагрева необходимо расположить очень плотно. Однако при этом резкое изменение температуры наблюдается лишь в незначительной части расчетной области. На участках, более удаленных от луча, изменения температуры незначительны, поэтому сетка на них может быть разреженной, что сократит общее число узлов и, следовательно, уравнений.

Таким образом, для задач моделирования лазерного воздействия необходимо применять адаптивные методы построения сеток, в которых в

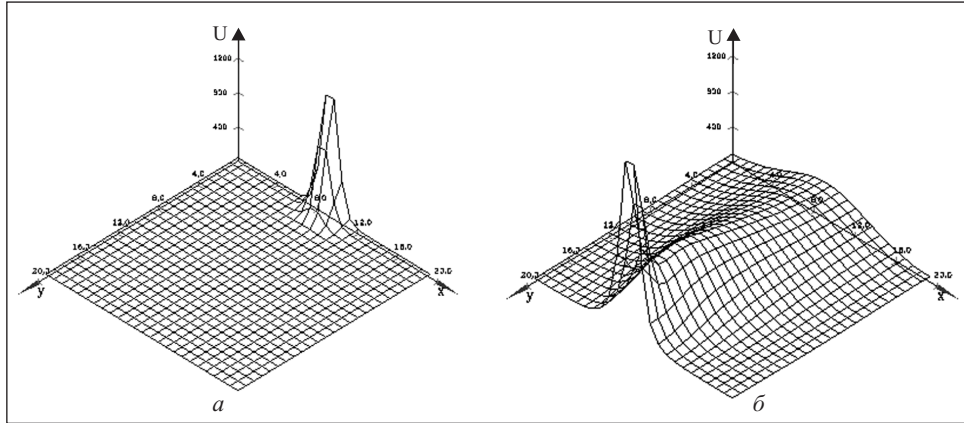


Рис. 4. Температурное поле на поверхности детали при $z = 0$: а — $t = 0,1$ с; б — $t = 2$ с

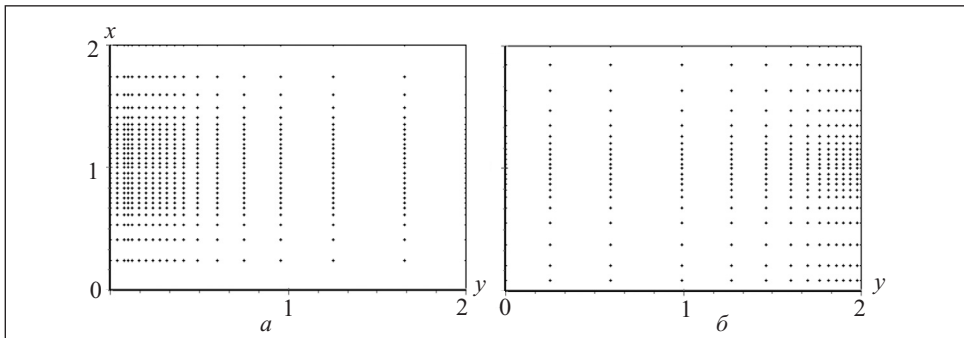


Рис. 5. Адаптивная разностная сетка в моменты времени $t = 0,1$ с (а) и $t = 2$ с (б)

процессе решения задачи анализируют поведение функции и перестраивают сетку, адаптируя ее к текущему состоянию: сгущают узлы в зонах высоких градиентов и разрежают в зонах малых градиентов (рис. 5).

Для построения адаптивной сетки на каждом временном шаге оценивают точность полученных результатов в каждой точке (x_i, y_j, z_m) , т.е. сравнивают реальную погрешность e_{ijm} с допустимой $e_{\text{доп}}$. На основании этого изменяют величины пространственных шагов $h_{1,i}, h_{2,j}, h_{3,m}$ в окрестности данной точки, а также величину шага по времени τ .

Реальную погрешность e_{ijm} можно определить методом вложенных сеток. Если хотя бы для одного узла $e_{ijm} > e_{\text{доп}}$ результаты последнего временного шага аннулируются, уменьшают шаг по времени τ и строят новую сетку с уплотнением узлов в точках отказа. Если выполняются

условия $e_{ijm} < e_{\text{доп}}$, результаты данного шага принимаются и уточняются. На основе реальных погрешностей e_{ijm} строят новую сетку, которая учитывает особенности поведения функции, и определяют новое значение τ [3].

Для перехода от ДУЧП к системам алгебраических уравнений применим схему расщепления по координатам [4], которая трансформирует трехмерную задачу в последовательность одномерных. Схема расщепления по координатам реализуется в шесть этапов, на каждом из которых необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей. В расчетной области уравнение (2) имеет вид

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right),$$

где a — коэффициент температуропроводности, $a = \lambda / (c \rho)$.

Пусть приближенное решение найдено на $(k - 1)$ -м слое на неравномерной сетке в узлах (x_i, y_j, z_m) , где $i = 0, 1, \dots, n_1; j = 0, 1, \dots, n_2; m = 0, 1, \dots, n_3$. Обозначим величину шагов сетки в направлении OX через $h_{1,i} = x_i - x_{i-1}$, в направлении OY — через $h_{2,j} = y_j - y_{j-1}$, в направлении OZ — через $h_{3,m} = z_m - z_{m-1}$. Обозначим также среднее арифметическое двух соседних шагов для узла (x_i, y_j, z_m) в каждом из координатных направлений через $h_{1,c}, h_{2,c}, h_{3,c}$, шаг по времени — через $\tau = \tau_k = t_k - t_{k-1}$, значение приближенного решения в точке (x_i, y_j, z_m, t_k) — через u_{ijm}^k .

Каждый шаг схемы расщепления по координатам, которая имеет второй порядок точности по времени и пространственным переменным, реализует на неравномерной сетке переход с $(k - 1)$ -го временного слоя на $(k + 1)$ -й и заключается в выполнении шести этапов:

$$\begin{aligned} \frac{u^{k-2/3} - u^{k-1}}{\tau} &= \Lambda_3 \frac{u^{k-2/3} + u^{k-1}}{2}; & \frac{u^{k-1/3} - u^{k-2/3}}{\tau} &= \Lambda_2 \frac{u^{k-1/3} + u^{k-2/3}}{2}; \\ \frac{u^k - u^{k-1/3}}{\tau} &= \Lambda_1 \frac{u^k + u^{k-1/3}}{2}; & \frac{u^{k+1/3} - u^k}{\tau} &= \Lambda_1 \frac{u^{k+1/3} + u^k}{2}; \\ \frac{u^{k+2/3} - u^{k+1/3}}{\tau} &= \Lambda_2 \frac{u^{k+2/3} + u^{k+1/3}}{2}; & \frac{u^{k+1} - u^{k+2/3}}{\tau} &= \Lambda_3 \frac{u^{k+1} + u^{k+2/3}}{2}, \end{aligned}$$

где $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3$ — разностные операторы аппроксимации вторых производных на неравномерной сетке,

$$\Lambda_1 u_{ijm}^k = a \frac{h_{1,i+1} u_{i-1,j,m}^k - 2h_{1,c} u_{ijm}^k + h_{1,i} u_{i+1,j,m}^k}{h_{1,c} h_{1,i} h_{1,i+1}},$$

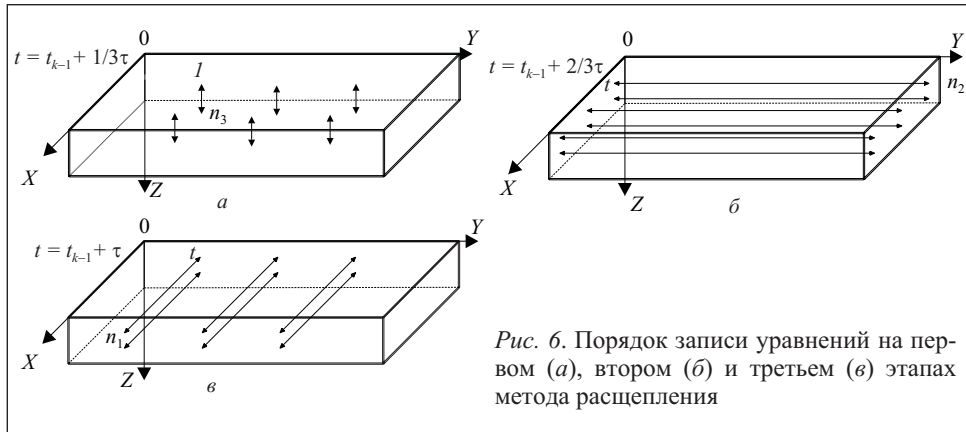


Рис. 6. Порядок записи уравнений на первом (а), втором (б) и третьем (в) этапах метода расщепления

$$\Lambda_2 u_{ijm}^k = a \frac{h_{2,j+1} u_{i,j-1,m}^k - 2h_{2,\tilde{n}} u_{ijm}^k + h_{2,j} u_{i,j+1,m}^k}{h_{2,c} h_{2,j} h_{2,j+1}},$$

$$\Lambda_3 u_{ijm}^k = a \frac{h_{3,m+1} u_{i,j,m-1}^k - 2h_{3,\tilde{n}} u_{ijm}^k + h_{3,m} u_{i,j,m+1}^k}{h_{3,c} h_{3,m} h_{3,m+1}}.$$

В разностной форме уравнения первого этапа, когда моделируется распространение теплоты только в направлении OZ , для фиксированного узла (x_i, y_j) , $i=0,1,\dots,n_1$, $j=0,1,\dots,n_2$, имеют вид

$$\frac{u_{ijm}^{k-2/3} - u_{ijm}^{k-1}}{\tau} = a \left(\frac{h_{3,m+1} u_{i,j,m-1}^{k-2/3} - 2h_{3,\tilde{n}} u_{ijm}^{k-2/3} + h_{3,m} u_{i,j,m+1}^{k-2/3}}{h_{3,c} h_{3,m} h_{3,m+1}} + \frac{h_{3,m+1} u_{i,j,m-1}^{k-1} - 2h_{3,\tilde{n}} u_{ijm}^{k-1} + h_{3,m} u_{i,j,m+1}^{k-1}}{h_{3,c} h_{3,m} h_{3,m+1}} \right),$$

т.е. для каждого узла (x_i, y_j) верхней поверхности параллелепипеда (см. рис. 1) формируется система из $(n_3 - 1)$ алгебраических уравнений. Вектор неизвестных в такой системе образован значениями температур в узлах, расположенных на одной прямой, параллельной оси OZ (рис. 6, а).

На втором этапе схемы расщепления, когда моделируется распространение теплоты только в направлении OY , для фиксированного узла (x_i, z_m) , $i=0,1,\dots,n_1$, $m=0,1,\dots,n_3$, разностные уравнения имеют вид

$$\frac{u_{ijm}^{k-1/3} - u_{ijm}^{k-2/3}}{\tau} = a \left(\frac{h_{2,j+1} u_{i,j-1,m}^{k-1/3} - 2h_{2,\tilde{n}} u_{ijm}^{k-1/3} + h_{2,j} u_{i,j+1,m}^{k-1/3}}{h_{2,c} h_{2,j} h_{2,j+1}} + \right.$$

$$+ \frac{h_{2,j+1} u_{i,j-1,m}^{k-2/3} - 2h_{2,\tilde{n}} u_{ijm}^{k-2/3} + h_{2,j} u_{i,j+1,m}^{k-2/3}}{h_{2,c} h_{2,j} h_{2,j+1}} \Bigg),$$

т.е. для каждого узла (x_i, z_m) левой боковой поверхности параллелепипеда (см. рис. 1) формируется система из $(n_2 - 1)$ алгебраических уравнений. Вектор неизвестных в такой системе образован значениями температур в узлах, расположенных на одной прямой, параллельной оси OY (рис. 6, б).

На третьем этапе схемы расщепления, когда моделируется распространение теплоты только в направлении OX , для фиксированного узла (y_j, z_m) , $j=0, 1, \dots, n_2$, $m=0, 1, \dots, n_3$, разностные уравнения имеют вид

$$\frac{u_{ijm}^k - u_{ijm}^{k-1/3}}{\tau} = a \left(\frac{h_{1,i+1} u_{i-1,j,m}^k - 2h_{1,\tilde{n}} u_{ijm}^k + h_{1,i} u_{i+1,j,m}^k}{h_{1,c} h_{1,i} h_{1,i+1}} + \frac{h_{1,i+1} u_{i-1,j,m}^{k-1/3} - 2h_{1,\tilde{n}} u_{ijm}^{k-1/3} + h_{1,i} u_{i+1,j,m}^{k-1/3}}{h_{1,c} h_{1,i} h_{1,i+1}} \right),$$

т.е. для каждого узла (y_j, z_m) передней боковой поверхности параллелепипеда (см. рис. 1) формируется система из $(n_1 - 1)$ алгебраических уравнений. Вектор неизвестных в такой системе образован значениями температур в узлах, расположенных на одной прямой, параллельной оси OX (рис. 6, в).

Аналогично формируют и решают системы разностных уравнений на оставшихся этапах схемы расщепления.

Для расчета угла деформации применяем алгоритм, позволяющий найти дискретные значения угла изгиба в конкретных точках пластины, используя интерполяцию.

А л г о р и т м.

1. Расчет поля температур на k -м шаге.
2. Нахождение максимального значения температуры.
3. Нахождение ширины прогретого участка.
4. Нахождение значения угла по формуле (6).
5. Расчет поля температур на $k+1$ -м шаге.

Для ускорения расчета значения угла предполагаем, что функция температуры принимает максимальное значение на верхней грани и наиболее широко прогретый участок пластины находится в зоне максимальной температуры.

Программный комплекс разработан на основе изложенных методов и реализован на языке Pascal в среде программирования Delphi7 (рис. 7) с использованием многопоточности.

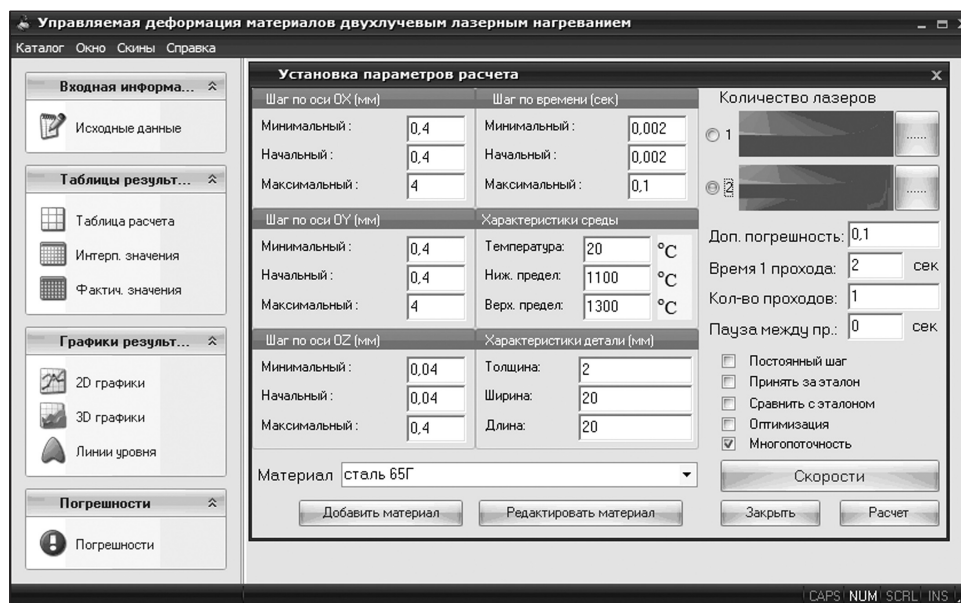


Рис. 7. Главное окно программы с окном установки параметров расчета

Исходные данные для моделирования задаются пользователем и включают: геометрические размеры детали, характеристики материала, параметры лазерного излучения обоих лазеров, параметры вычислительного процесса, параметры численного метода.

Результатами моделирования являются:

- статистические данные и протокол расчета;
- таблицы интерполированных и фактических значений температур в любой момент времени;
- трехмерные графики температурного поля для любого сечения XOY (см. рис. 4);
- изолинии температур в любой плоскости (рис. 8);
- двумерный график угла изгиба α (рис. 9);
- двумерные графики, отображающие работу адаптивного метода: распределение узлов сетки по всем координатам (см. рис. 5), изменение временного шага τ (см. рис. 9, б) и погрешности $|e_{ijm}|$ в процессе вычислений.

Результаты моделирования. Моделирование проводилось для тонкой пластины из конструкционной стали 65Г при следующих параметрах: $a = 51,3 \text{ Вт/м}^2\text{град}$; $L_x = 10 \text{ см}$, $L_y = 5 \text{ см}$, $L_z = 0,5 \text{ см}$; $q_{\text{max}}^B = 0,8E8 \text{ кг/с}^3$; $q_{\text{max}}^H = 0,2E8 \text{ кг/с}^3$; радиус пятна $r = 0,1 \text{ мм}$; скорость движения лазеров $v = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ см/с}$; $U_c = 20^\circ$. Плотность излучения распределена по закону Гаусса.

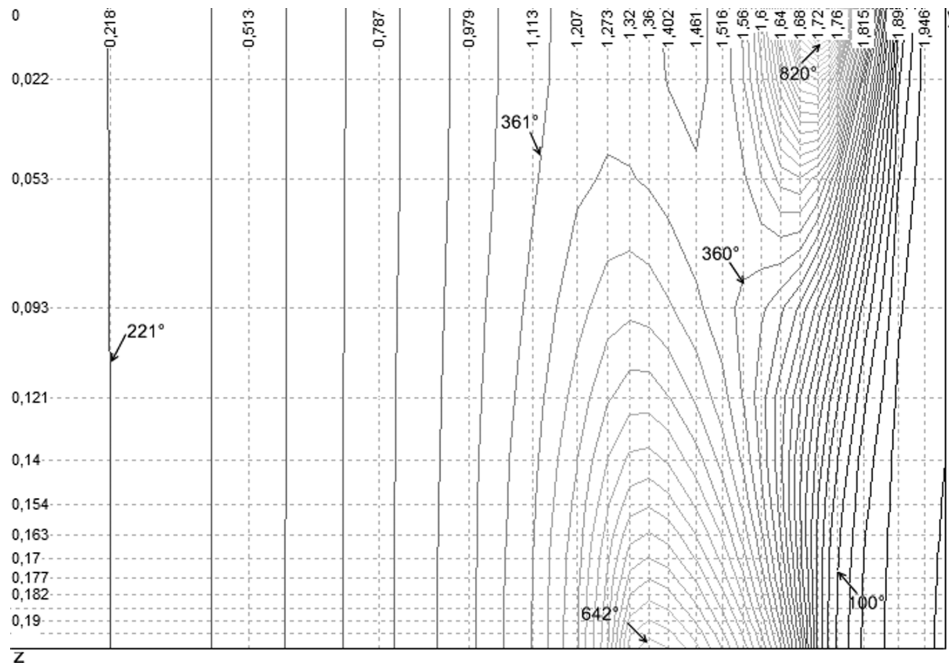


Рис. 8. Изолинии температурного поля в разрезе YOZ при $t=1,74$ с и $x=1$

Экспериментальное измерение угла изгиба выполнено по следующей схеме (рис. 10):

- с помощью индикатора перемещения измерена величина катета, противоположного искомому углу, на прямоугольном треугольнике;
- рассчитан синус искомого угла;
- найдено значение угла в радианах;
- значения углов за единичный проход суммированы для получения результирующего угла изгиба.

После каждого прохода измерительную ножку индикатора ставили перпендикулярно к пластине, шкалу выставляли на нуль.

Анализ данных, полученных при компьютерном моделировании и в результате эксперимента, проведенного с помощью одного лазера, свидетельствует о том, что относительная погрешность расчета не превышает 8 % (табл. 1). Если провести моделирование с использованием двух лазеров и установить время включения нижнего лазера так, чтобы он отставал от верхнего, то значение угла изгиба уменьшается. Если установить время включения верхнего лазера так, чтобы он отставал от нижнего, то значение угла изгиба увеличивается.

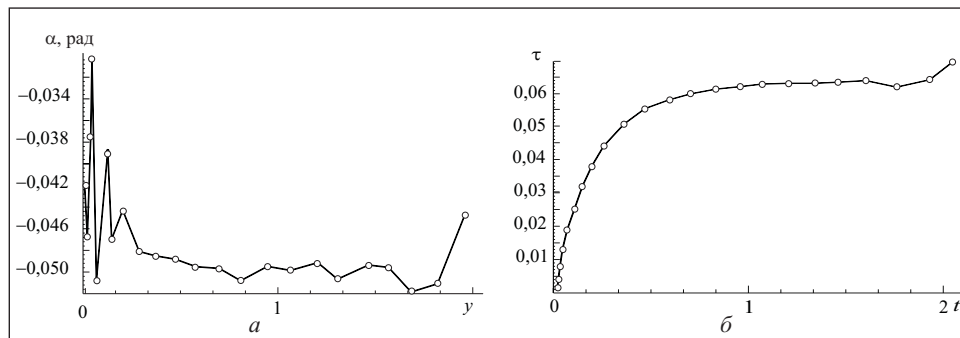


Рис. 9. Изменение угла деформации (а) и временного шага τ (б)

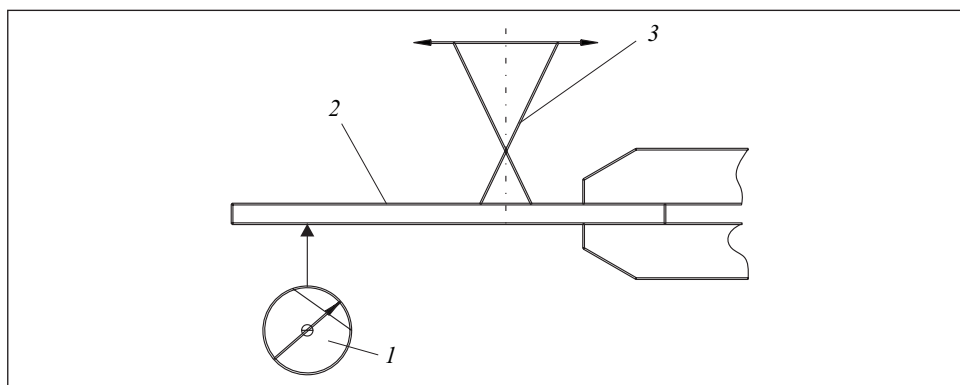


Рис. 10. Схема экспериментального измерения угла изгиба: 1 — индикатор перемещения (точность измерений 0,01 мм); 2 — пластина; 3 — луч лазера

Для данной задачи сложно найти точное аналитическое решение, поэтому при исследовании эффективности адаптивного метода в качестве эталонного принято решение, полученное на равномерной фиксированной сетке с малым шагом (число пространственных шагов $n = 48$, временной шаг $\tau = 0,002$) (табл. 2). Для определения абсолютной погрешности его результаты сравнивались с результатами решения, полученными при расчетах с различными фиксированными и адаптивными сетками.

Расчеты с фиксированными сетками показывают, что сложно подобрать фиксированную сетку с минимальными значениями n , которая давала бы достаточно точные результаты (см. табл. 2). При использовании адаптивной сетки (табл. 3) допустимая погрешность задается априори и программа автоматически определяет такое расположение узлов, при котором их число будет минимальным, а погрешность — не превышать заданную.

Расчеты, выполненные с использованием фиксированной и адаптивной сеток, показывают, что при приблизительно одинаковой максимальной абсолютной погрешности (для данного исследования 102 ± 2 °C)

Таблица 1. Эмпирические и расчетные значения углов деформации

Число проходов	Расчетное значение, рад.	Экспериментальное значение, рад.	Относительная погрешность, %
1	0,022	0,0206	6,36
2	0,048	0,0444	7,50
3	0,069	0,0665	3,62
4	0,082	0,0865	5,49

Таблица 2. Результаты расчетов с использованием фиксированной сетки

τ	n	Максимальная абсолютная погрешность, °С	Время расчета, мин.:с	Число временных шагов
0,002	48	—	4:26	500
0,002	43	35	4:05	500
	39	60	3:53	
	32	101	3:31	
0,01	43	89	2:33	100
	39	104	2:22	
	32	137	2:13	
0,05	43	310	0:41	20
	39	318	0:36	
	32	330	0:23	

Таблица 3. Результаты расчетов с использованием адаптивной сетки

Допустимая относительная погрешность	Максимальная абсолютная погрешность, °С	Время расчета, мин.:с	Число временных шагов
0,1	103	0:51	24
0,15	118	0:47	19
0,2	135	0:45	17
0,25	113	0:40	16

Таблица 4. Результаты расчетов с использованием адаптивной и фиксированной сеток

Вид сетки	Максимальная абсолютная погрешность, °С	τ	n	Допустимая относительная погрешность, %	Время расчета, мин.:сек	Число временных шагов
Адаптивная	103	—	—	0,1	0:51	24
Фиксированная	101	0,002	32	—	3:31	500
То же	102	0,0025	36	—	3:02	250
" "	104	0,01	39	—	2:22	100
" "	101	0,015	48	—	1:57	72

адаптивный метод требует в два-три раза меньше машинного времени для моделирования процесса бесконтактной лазерной деформации (табл. 4).

Расчеты выполнены на компьютере с параметрами Intel Core2 Duo, 1.96×2 ГГц, 2 Гб ОЗУ.

Выводы

Модификации, внесенные в модель Волертсона и алгоритм расчета, позволяют получить значение угла деформации с относительной погрешностью менее 8 %. При использовании фиксированной сетки с уменьшением шага по времени требуется увеличение значений пространственных шагов для поддержания неизменной максимально абсолютной погрешности. Моделирование высокоградиентных температурных полей с использованием алгоритма построения адаптивной сетки позволяет в два-три раза ускорить процесс вычислений по сравнению с использованием фиксированной сетки.

Results of application of adaptive algorithm to solution of non-stationary 3D equation of thermal conductivity, modeling a temperature field for contactless laser deformation of a thin metal plate have been stated.

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — 5-е изд. — М. : Наука, 1977. — 735 с.
2. Vollertsen F. Mechanisms and Models for Laser Forming // Proc. of the LANE. — 1994. — P. 345—359.
3. Лук'яненко С. О. Адаптивні обчислювальні методи моделювання об'єктів з розподіленими параметрами. — Київ : ІВЦ Вид-во «Політехніка», 2004. — 236 с.
4. Калиткин Н. Н. Численные методы. — М. : Наука, 1978. — 512 с.

Поступила 19.11.10;
после доработки 14.01.11

ГОЛОВКО Леонид Федорович, д-р техн. наук, профессор Национального технического университета Украины «КПИ». В 1971 г. окончил Киевский госуниверситет им. Т. Г. Шевченко. Область научных исследований — технология использования лазерного излучения.

ЛУКЪЯНЕНКО Святослав Алексеевич, д-р техн. наук, профессор Национального технического университета Украины «КПИ». В 1971 г. окончил Киевский госуниверситет им. Т. Г. Шевченко. Область научных исследований — численные методы при моделировании непрерывных систем.

МИХАЙЛОВА Ирина Юрьевна, аспирант Национального технического университета Украины «КПИ», который окончила в 2010 г. Область научных исследований — инженерия программных систем.

ТРЕТЬЯК Валерия Анатольевна, аспирант Национального технического университета Украины «КПИ», который окончила в 2009 г. Область научных исследований — методы проектирования программных систем.