
УДК 004.021:621.318.3

В. Я. Гальченко, д-р техн. наук, **А. Н. Якимов**
Луганский государственный медицинский университет
(Украина, 91045, Луганск, кв-л 50-летия обороны Луганска, 1,
тел.: (0642) 63-02-53, E-mail: halchvl@gmail.com)

Оптимальное конструирование электромагнитов с коническими полюсами для генерации высокооднородного магнитного поля

Рассмотрено применение метода оптимизации роом частиц при поиске оптимальной формы полюсных наконечников для обеспечения высокой однородности магнитного поля в рабочем объеме. Наконечники представлены в виде набора конических элементов при условии их постоянной намагниченности.

Розглянуто використання методу оптимізації роом часток при пошуку оптимальної форми полюсних наконечників для забезпечення високої однорідності магнітного поля у робочому об'ємі. Наконечники мають вигляд набору конічних елементів в умовах їхньої постійної намагніченості.

К л ю ч е в ы е с л о в а: оптимальный синтез поля, оптимизация роом частиц, глобальный оптимум, источник магнитного поля, электромагнит, форма полюсов.

Магнитные поля с высокой степенью однородности широко применяются в различных областях науки и техники. Особенно жесткие требования к однородности поля предъявляются в магнитной томографии, где для получения качественных изображений в рабочем объеме ЯМР-томографа необходимо создавать магнитное поле высокой однородности (1—100 ppm) с напряженностью не менее 0,1 Т. (При высоких требованиях к однородности поля ее числовую оценку удобно выражать в миллионных долях относительного отклонения (ppm)). Обычно для этих целей используют массивные катушки, в том числе и сверхпроводящие, подбором формы, радиусов и положений которых удается добиться значительного повышения однородности магнитного поля [1—4]. Однако большие габариты и необходимость в системе охлаждения значительно повышают сложность и стоимость таких диагностических устройств, а также делают их техническое обслуживание достаточно трудоемким. Представляет интерес создание более компактных томографов, построенных с использованием ферромаг-

нитных элементов конструкции, позволяющих при меньшей массе и стоимости создавать магнитное поле с требуемыми характеристиками.

Известен факт использования для повышения однородности поля в межполюсном пространстве аксиально-симметричного электромагнита так называемых шим Роуза [5]. Идея этого подхода заключается в том, что полюсные наконечники электромагнита снабжаются подвижными кольцами. При этом подбор параметров выступов колец позволяет увеличить однородность магнитного поля в зазоре между полюсами. Данный подход получил дальнейшее развитие в работе [6], в которой полюсные наконечники постоянных магнитов представлены в виде наборов цилиндрических полюсных элементов, а оптимальные значения высот и радиусов цилиндрических элементов определены методом крупношагового нелинейного программирования. Применение этого подхода позволило синтезировать в рабочем объеме магнитное поле с однородностью 80—100 ppm.

В работах [7, 8] магнитное поле в межполюсном пространстве рассчитано с помощью метода эквивалентных витков, а задача оптимизации решена с использованием градиентных методов. В работе [9] профиль полюса представлен в виде ломаной и B -сплайна, однако задача оптимизации решена с помощью градиентного метода для двумерного случая, а постоянная плотность магнитного потока обеспечена лишь в точках, находящихся на одной прямой вблизи поверхности полюса.

Однако для практического применения более важен синтез поля в объеме пространства. В [10, 11] форма полюсных наконечников аксиального магнита описана с помощью Безье- и B -сплайнов, при этом задача синтеза решена методом анализа чувствительности с последующей оптимизацией методом наискорейшего спуска.

Таким образом, во всех этих исследованиях использованы локальные методы оптимизации. Однако при варьировании не только высот h_i полюсных элементов, но и их радиусов ρ_i целевая функция $f(\mathbf{h}, \mathbf{\rho})$, характеризующая однородность поля в рабочем объеме [12], становится многоэкстремальной, у нее появляются овраги и области типа «плато» (рис. 1). Следовательно, применяемые классические методы оптимизации не гарантируют в этих случаях нахождение глобального решения задачи.

В работе [12] для поиска оптимальных значений высот и радиусов цилиндрических полюсных элементов наконечников магнита предложено использовать оптимизацию роем частиц (PSO). Этот метод оптимизации не требует знания производных оптимизируемой функции, близости начального приближения к искомому решению, а также позволяет находить глобальное решение задачи оптимизации. В силу этих особенностей оптимизация роем частиц для магнитной системы, описанной в [6], позволила найти значения оптимальных параметров полюсных элементов, обеспечивающие в

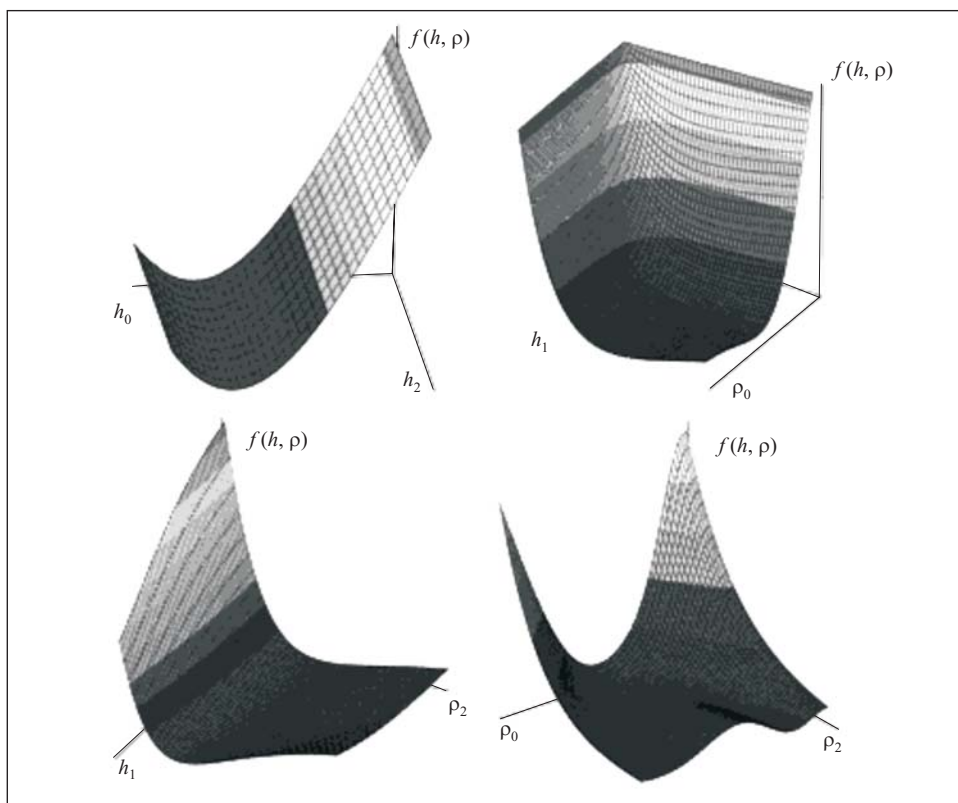


Рис. 1. Пространственные срезы оптимизируемой функции $f(\mathbf{h}, \boldsymbol{\rho})$ для полюсных наконечников с тремя цилиндрическими полюсными элементами

рабочем объеме значение однородности магнитного поля 20—30 ppm (при трех-четырех цилиндрических полюсных элементах), что в несколько раз превышает ранее найденные.

Рассмотрим метод оптимального синтеза формы поверхностей полюсов, состоящих из наборов конических ферромагнитных элементов, при условии их постоянной намагниченности, а следовательно, отсутствия ее зависимости от напряженности поля, обеспечивающей высокую однородность магнитного поля в межполюсном рабочем пространстве.

Пусть каждый конический полюсный элемент характеризуется двумя высотами, h_i и h_{i+1} , а также внутренним ρ_i и внешним ρ_{i+1} радиусами (рис. 2). При этом форма полюсных наконечников электромагнита однозначно описывается вектором параметров

$$\mathbf{X} = \{h_0, \rho_0, h_1, \rho_1, \dots, h_{2N-2}, \rho_{2N-2}, h_{2N-1}, \rho_{2N-1}\},$$

где N — число конических полюсных элементов.

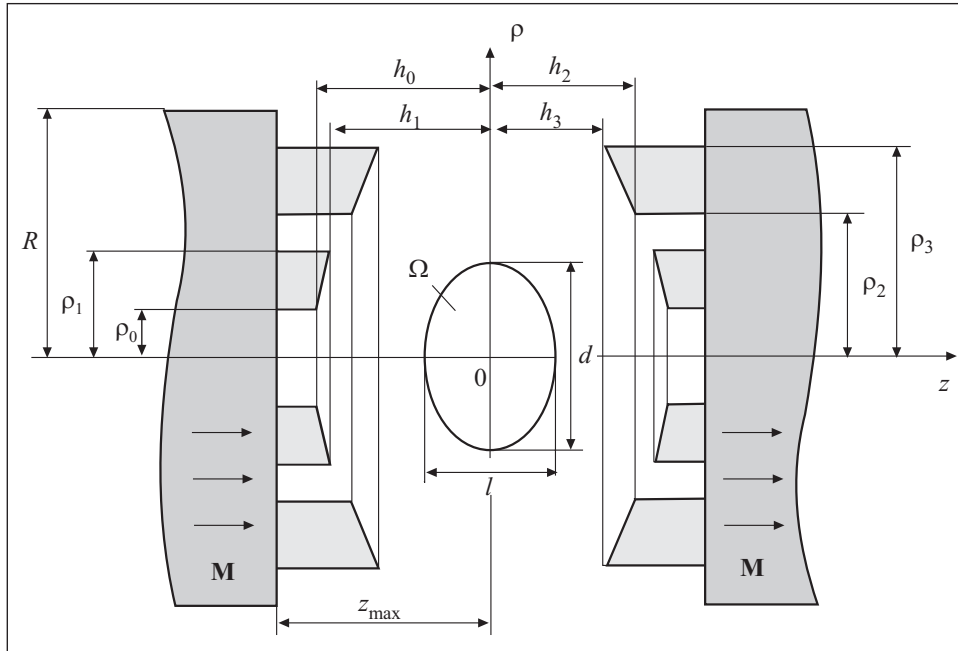


Рис. 2. Параметры полюсных конических элементов

Будем решать задачу, предполагая, что вектор намагниченности \mathbf{M} не зависит от напряженности поля \mathbf{H} , является величиной постоянной и направлен вдоль оси вращения системы Oz . Поле внутри межполюсного пространства при данных допущениях можно рассчитать с использованием простого слоя магнитных зарядов, расположенных на поверхностях полюсных наконечников, по формуле

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=0}^{2N-1} \iint_{S_i} \frac{\sigma_i \cdot \mathbf{r}}{r^3} dS_i.$$

Здесь σ_i — плотность магнитных зарядов на поверхности i -го конусного элемента, $\sigma_i = (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{M})$, где \mathbf{n}_i — внешняя нормаль, проведенная к поверхности элемента; \mathbf{r} — вектор, соединяющий точку на конической поверхности S_i с точкой внутри рабочей зоны Ω .

Таким образом, поверхность каждого полюсного элемента имеет свое значение поверхностного магнитного заряда, зависящее от угла между вектором намагниченности и нормалью к поверхности, при этом полюсные элементы левого полюсного наконечника имеют положительные значения магнитных зарядов, а правого — отрицательные.

Поверхность каждого i -го полюсного элемента удобно представить в следующем виде:

$$z_i(u) = h_{2i} + (h_{2i+1} - h_{2i})u,$$

$$\rho_i(u) = \rho_{2i} + (\rho_{2i+1} - \rho_{2i})u,$$

где $u \in [0; 1]$. Тогда компоненты напряженности магнитного поля, создаваемого конусными элементами обеих полюсов, могут быть вычислены по формулам

$$H_\rho(\rho, z) = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{2N-1} \left[\sigma_i L_i \int_0^1 h_\rho(u) du \right],$$

$$H_z(\rho, z) = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{2N-1} \left[\sigma_i L_i \int_0^1 h_z(u) du \right].$$

Здесь

$$h_\rho(u) = \Psi(u)(A(u) - B(u)),$$

$$h_z(u) = \Psi(u)C(u),$$

где

$$\Psi(u) = \frac{1}{[(\rho + \rho_i(u))^2 + (z - z_i(u))^2]^{3/2}},$$

$$A(u) = (\rho + \rho_i(u))\rho_i(u) \frac{E(k(u))}{1 - k^2(u)},$$

$$B(u) = 2\rho_i^2(u) \left[\frac{E(k(u))}{k^2(u)(1 - k^2(u))} - \frac{K(k(u))}{k^2(u)} \right],$$

$$C(u) = (z - z_i(u))\rho_i(u) \frac{E(k(u))}{1 - k^2(u)},$$

$$k(u) = \sqrt{\frac{4\rho\rho_i(u)}{(\rho + \rho_i(u))^2 + (z - z_i(u))^2}},$$

$L_i = \sqrt{(\rho_{2i+1} - \rho_{2i})^2 + (h_{2i+1} - h_{2i})^2}$ — длина образующей i -й конической поверхности; $E(k)$ и $K(k)$ — эллиптические интегралы I и II рода.

Рабочий объем магнитной системы Ω может иметь произвольную форму, например быть эллипсоидом вращения или цилиндром. Для данных рабочих объемов, в силу их аксиальной симметрии, однородность

магнитного поля достаточно обеспечить лишь в плоскости сечения, проходящей через ось симметрии Oz .

Для оценки однородности магнитного поля внутри рабочего объема регулярно расположены контрольные точки. При этом однородность поля в объеме можно оценить по формуле

$$\Delta = \frac{\max_k |\Delta H|}{H^{(0)}},$$

где $H^{(0)}$ — напряженность поля в центре рабочего объема системы; $\max_k |\Delta H|$ — наибольшее отклонение напряженности среди всех контрольных точек от ее значения в центре рабочего объема.

Для оптимизации формы полюсов удобно ввести в рассмотрение целевую функцию

$$f(\mathbf{h}, \mathbf{r}) = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} (H_z^{(k)} - H^{(0)})^2 + \sum_{k=0}^{K-1} (H_\rho^{(k)})^2}{(H^{(0)})^2},$$

где $H_z^{(k)}$ и $H_\rho^{(k)}$ — значения аксиальной и радиальной составляющих вектора напряженности в k -й контрольной точке рабочей области; K — число контрольных точек в рабочем объеме. Если важно не только создать высокооднородное магнитное поле, но и максимизировать значение его напряженности в центре системы, то в знаменателе целевой функции $f(\mathbf{h}, \mathbf{r})$ следует брать большую степень значения $H^{(0)}$.

Сформулируем задачу оптимизации. Требуется найти такие допустимые значения параметров конических полюсных элементов, при которых достигается глобальный оптимум целевой функции $f(\mathbf{h}, \mathbf{r}) \rightarrow \min$ при ограничениях $l/2 \leq h_i \leq z_{\max}$, $0 \leq \rho_0 \leq \rho_1 \leq \dots \leq \rho_{2N-1} \leq R$, обеспечивающих необходимый зазор между коническими элементами противоположных полюсов, а также непересекаемость радиусов соседних полюсных элементов.

Оптимизация предложенной целевой функции проводилась с помощью классического метода оптимизации роем частиц PSO [13, 14], который был модифицирован добавлением вещественных генетических операторов кроссовера и мутации, заимствованных из генетических алгоритмов. Использование эволюционирующего роя частиц позволило улучшить сходимость оптимизационного процесса и повысило вероятность нахождения глобального оптимума [15].

Для сравнения полученных результатов с достигнутыми ранее выберем размеры рабочего объема и ограничения на высоты и радиусы полюсных элементов такие же, как в работах [6, 12], а шаг между контрольными точками области Ω зададим равным 1 мм.

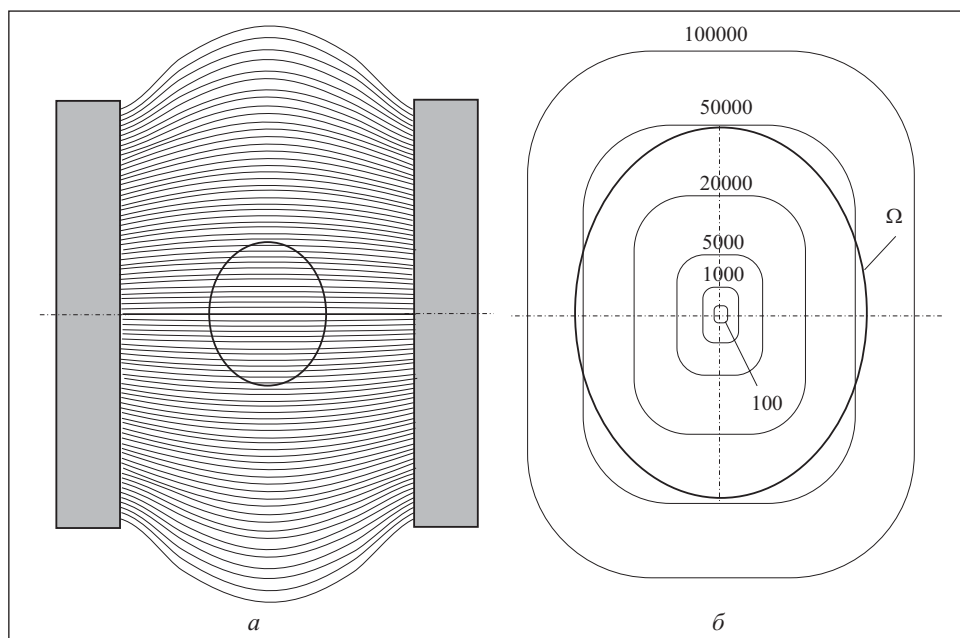


Рис. 3. Электромагнит с цилиндрическими параллельными полюсными элементами: *a* — картина распределения магнитного поля; *б* — изолинии однородности магнитного поля (ppm)

В случаях, когда параллельные полюсы максимально отдалены от рабочего объема и максимально приближены к нему, получены следующие значения однородности магнитного поля. При размерах полюсов $Z_{\max} = 150$ мм, $R = 230$ мм и размерах рабочего объема $l = 120$ мм, $d = 150$ мм значение Δ_z при h_{\max} составляет 59166 ppm, а при $h = l/2$ — 28670 ppm, соответственно значение Δ_r при указанных параметрах h составляет 37978 ppm и 19552 ppm.

При максимальном отдалении полюсов значение однородности поля составляет 6 % для аксиальной и 4 % для радиальной составляющих напряженности поля, а поле в центре системы имеет значение $0,453722M$ А/м, где M — абсолютное значение намагниченности полюсов. Приближение полюсов почти вплотную к рабочему объему увеличивает напряженность поля в центре до $0,743645M$ А/м, но однородность в контрольной области увеличивается лишь в два раза.

На рис. 3 представлена картина распределения поля между параллельными цилиндрическими полюсами в случае $h = h_{\max}$. Как видим, поле в цилиндрических параллельных полюсах обладает высокой однородностью (менее 100 ppm) лишь в непосредственной близости к центру рабочего объема.

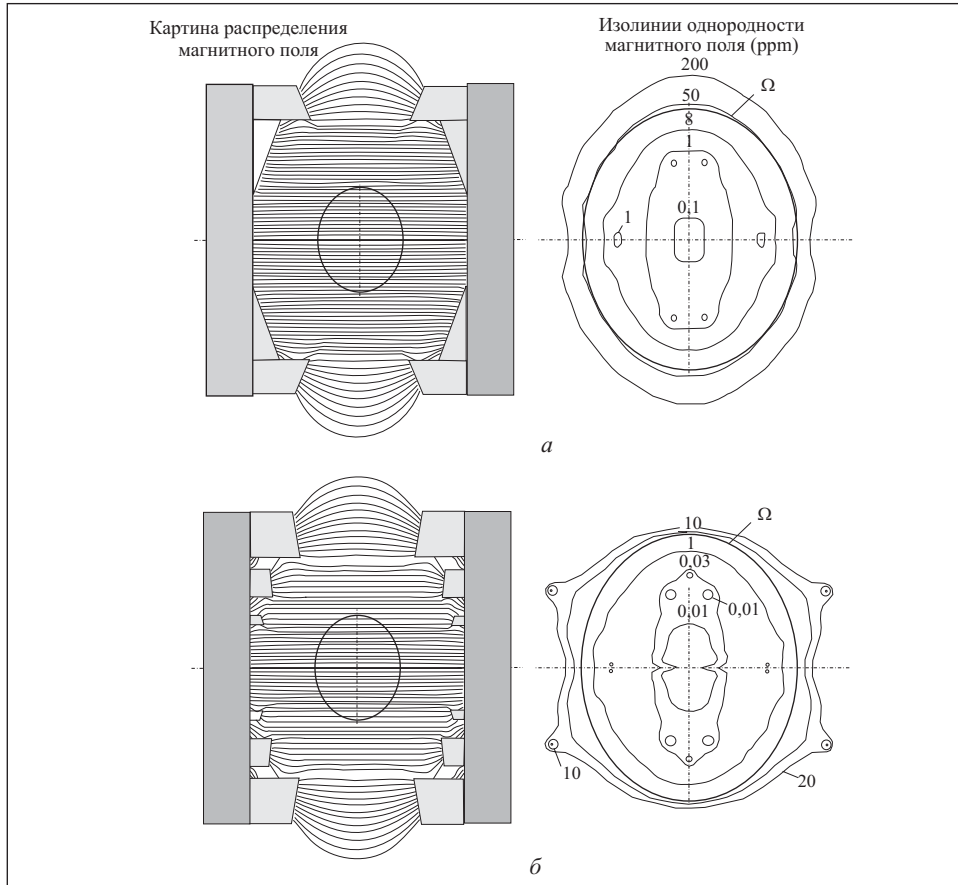


Рис. 4. Электромагнит с двумя (а) и тремя (б) коническими полюсными элементами

В таблице представлены результаты, полученные с помощью синтеза формы полюсных наконечников, содержащих по два и по три конических полюсных элемента. Приведенные значения высот h и радиусов r полюсных элементов обеспечивают создание в рабочем объеме с двумя коническими полюсными элементами поля с однородностью для аксиальных и радиальных компонент напряженности соответственно $\Delta_z = 0,0065 \%$ и $\Delta_p = 0,0048 \%$, а с тремя полюсными элементами — соответственно $\Delta_z = 6$ ppm, $\Delta_p = 6$ ppm.

Распределение поля для такой магнитной системы показано на рис. 4, а. Увеличение числа полюсных элементов от двух до трех позволяет добиться значительной однородности магнитного поля в рабочем объеме на уровне 6 ppm (см. таблицу и рис. 4, б).

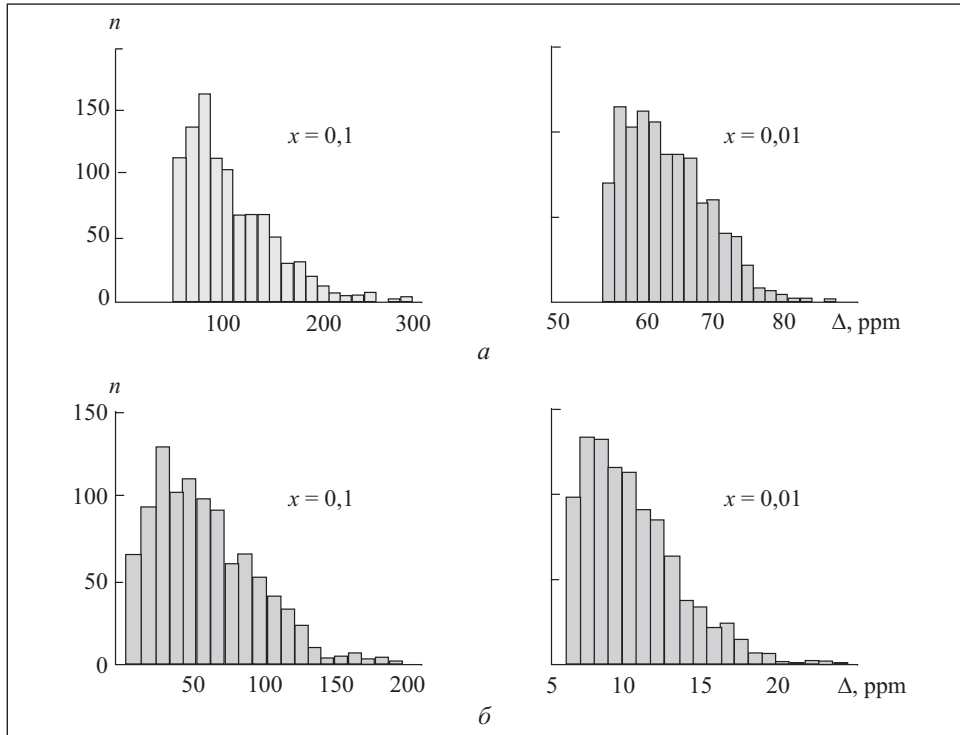


Рис. 5. Влияние погрешности изготовления полюсных элементов на однородность поля для электромагнита с двумя (а) и тремя (б) полюсными элементами

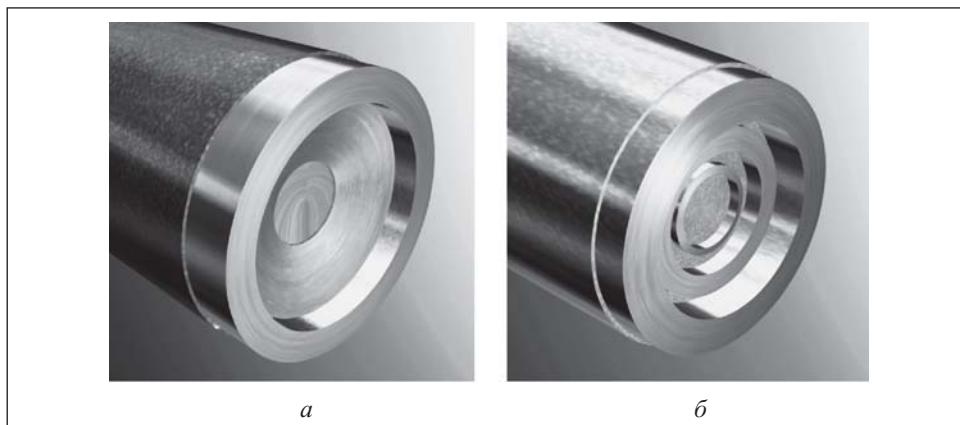


Рис. 6. 3D-CAD модели синтезированных полюсов электромагнита с двумя (а) и тремя (б) коническими элементами

Номер выступа	Параметры полюса					
	h	r	Два конических полюсных элемента		Три конических полюсных элемента	
			h , мм	r , мм	h , мм	r , мм
0	h_0	r_0	146,276	66,176	131,603	61,043
	h_1	r_1	110,490	170,821	134,571	73,378
1	h_2	r_2	68,843	170,821	119,006	100,509
	h_3	r_3	87,196	219,556	122,138	138,879
2	h_4	r_4			80,899	157,931
	h_5	r_5			90,967	222,250

Для того чтобы проанализировать влияние погрешностей изготовления полюсных элементов на однородность поля, найденные оптимальные значения параметров одновременно случайным образом подвергались возмущениям по нормальному закону со стандартными отклонениями 0,1 и 0,01 мм. На основе выборки объемом 1000 вычислены среднее значение однородности магнитного поля и его стандартное отклонение. Гистограммы влияния случайных отклонений в размерах полюсных элементов на однородность поля в рабочем объеме магнитной системы приведены на рис. 5.

Результаты экспериментов свидетельствуют о том, что для получения высокооднородного магнитного поля полюсные элементы электромагнита должны быть изготовлены с точностью до 0,01 мм. При этом обеспечиваемые значения однородности поля составляют $\Delta = 65 \pm 5 \text{ ppm}$ и $\Delta = 10 \pm 3 \text{ ppm}$ соответственно для двух и трех конических полюсных элементов.

Внешний вид 3D-CAD моделей синтезированных полюсных наконечников показан на рис. 6.

Выводы. Разработанный в результате исследований метод оптимального синтеза формы полюсных наконечников электромагнита с коническими полюсными элементами основан на применении модифицированного метода оптимизации рою частиц. Это позволило добиться в рабочем объеме электромагнита значений однородности магнитного поля на уровне 6—10 ppm, что в значительной мере удовлетворяет требованиям, предъявляемым к техническим устройствам подобного рода, и превосходит результаты, полученные ранее.

The use of the method for optimization by the particle swarm optimization technique under the search for the optimal form of the pole points has been considered to ensure high homogeneity of the magnetic field in the operation volume. The points are presented as a set of conical elements provided that they are permanently magnetized.

1. *Ogle M. D., D'Angelo J.* Design optimization method for a ferromagnetically self-shield MR magnet // *IEEE Trans. Magn.* . — 1991. — **27**, № 2. — P. 1689—1691.
2. *Thompson M. R., Brown R. W., Srivastava V. C.* An inverse approach to the design of MRI main magnets // *IEEE Trans. Magn.* — 1994. — **30**, № 1. — P. 108—112.
3. *Xu Hao, Conolly S. M., Scott G. C., Macovski A.* Homogeneous magnet design using linear programming // *IEEE Trans. Magn.* — 2000. — **36**, № 2. — P. 476—483.
4. *Гальченко В. Я., Воробьев М. А.* Использование генетических алгоритмов в структурном синтезе источников магнитных полей с заданными свойствами // *Информационные технологии.* — 2003. — № 7. — С. 7—12.
5. *Карасик В. П.* Физика и техника сильных магнитных полей. — М. : Наука, 1964. — 348 с.
6. *Курбатов П. А., Кузнецова Е. А., Кулаев Ю. В.* Проектирование систем с постоянными магнитами открытого типа для магниторезонансных томографов // *Электричество.* — 2007. — № 7. — С. 47—52.
7. *Соколов Д. Ю.* Синтез высокооднородного поля постоянного магнита МР-томографа и задач реконструкции плотности объекта: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / Санкт-Петербургский университет информационных технологий, механики, оптики. — Санкт-Петербург, 2007. — 20 с.
8. *Сизиков В. С., Соколов Д. Ю.* О повышении однородности поля постоянного магнита МР-томографа // *Изв. вузов. Приборостроение.* — 2006. — **49**, № 12. — С. 32—38.
9. *Subramaniam S., Arkadan A. A., Hoole S. R.* Optimization of a magnetic pole face using linear constraints to avoid jagged contours // *IEEE Trans. Magn.* — 1994. — **30**, № 5. — P. 3455—3458.
10. *Ryu J. S., Yao Y., Koh C. S., Kim D. S.* Optimal shape design of 3-D nonlinear electromagnetic devices using parameterized design sensitivity analysis // *IEEE Trans. Magn.* — 2005. — **41**, № 5. — P. 1792—1795.
11. *Ryu J. S., Yao Y., Koh C. S., Shin Y. J.* 3-D optimal shape design of pole piece in permanent magnet MRI using parameterized nonlinear design sensitivity analysis // *IEEE Trans. Magn.* — 2006. — **42**, № 4. — P. 1351—1354.
12. *Гальченко В. Я., Якимов А. Н., Остапущенко Д. Л.* Параметрический синтез формы аксиально-симметричных полюсов электромагнита для создания однородного магнитного поля // *Электротехника і електромеханіка.* — 2010. — № 2. — С. 33—36.
13. *Kennedy J., Eberhart R.* Particle swarm optimization // *Proc. of the IEEE International Conference on Neural Networks (Perth, Australia).* IEEE Service Center, Piscataway, NJ. — 1995. — 5 (3). — P. 1942—1948.
14. *Clerc M.* Particle swarm optimization. — USA. : ISTE Ltd., 2006. — 244 p.
15. *Гальченко В. Я., Якимов А. Н., Остапущенко Д. Л.* Поиск глобального оптимума функций с использованием гибрида мультиагентной роевой оптимизации с эволюционным формированием состава популяции // *Информационные технологии.* — 2010. — № 10. — С. 9—16.

Поступила 16.07.10;
после доработки 30.08.10

ГАЛЬЧЕНКО Владимир Яковлевич, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой медицинской и биологической физики, медицинской информатики, биостатистики Луганского государственного медицинского университета. В 1982 г. окончил Ворошиловградский машиностроительный ин-т. Область научных исследований — расчет и синтез магнитных и электромагнитных полей, неразрушающий контроль, приложение искусственного интеллекта, обработка сигналов и изображений.

ЯКИМОВ Александр Николаевич, преподаватель кафедры медицинской и биологической физики, медицинской информатики, биостатистики Луганского государственного медицинского университета. В 2004 г. окончил Восточнoукраинский национальный университет им. В. Даля, а в 2010 г. — Луганский национальный университет им. Т. Шевченко. Область научных исследований — задачи синтеза устройств для создания магнитных полей с заданными свойствами, математическое моделирование физических процессов и явлений.