



УДК 004.923

Р. В. Яровой, аспирант, **Ю. Н. Груц**, канд. техн. наук
Ин-т проблем моделирования в энергетике
им. Г. Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (044)4241063, E-mail: gyn@voliacable.com)

Алгоритм повышенной точности синтеза интерполяционной кривой

Предложен алгоритм построения трехмерной интерполяционной кривой с высоким уровнем точности. Алгоритм может быть использован в приложениях, связанных с синтезом и обработкой трехмерных моделей, в том числе графических стереомоделей.

Запропоновано алгоритм побудови тривимірної інтерполяційної кривої з високим рівнем точності. Алгоритм може бути застосований в додатках, пов'язаних з синтезом і обробкою тривимірних моделей, включаючи графічні стереомоделі.

К л ю ч е в ы е с л о в а: стереоинтерполяция, интерполяционная кривая, кусочно-линейная аппроксимация.

Процедура стереоинтерполяции реализуется при построении трехмерных моделей, имеющих сложные поверхности и нелинейные линии. Стереинтерполяция используется в вычислительных системах, предназначенных для обработки графической информации, которая представляет собой стереоскопические трехмерные изображения. При этом необходимо синтезировать непрерывную гладкую кривую, проходящую через три произвольные точки: $M_1(X_1, Y_1, Z_1)$, $M_2(X_2, Y_2, Z_2)$, и $M_3(X_3, Y_3, Z_3)$ (рис. 1).

При построении трехмерных моделей точка M_2 должна быть задана оператором так, чтобы она находилась между плоскостями, проходящими через точки M_1 и M_3 , перпендикулярно отрезку M_1M_3 . Угол наклона касательной в точке M_2 должен равняться углу наклона кривой M_1M_3 [1].

Для построения такой кривой необходимо перейти к новой системе координат, которая выбрана таким образом, что начало ее координат совпало с точкой M_2 , а ось ox параллельна отрезку M_1M_3 , при этом плоскость xoy проходит через точки M_1, M_2 и M_3 . Координаты точек в новом базисе будут такими:

$$\begin{aligned}x_1 &= t_{11}(X_1 - X_2) + t_{21}(Y_1 - Y_2) + t_{31}(Z_1 - Z_2), \\y_1 &= t_{12}(X_1 - X_2) + t_{22}(Y_1 - Y_2) + t_{32}(Z_1 - Z_2), \quad z_1 = 0,\end{aligned}\quad (1)$$

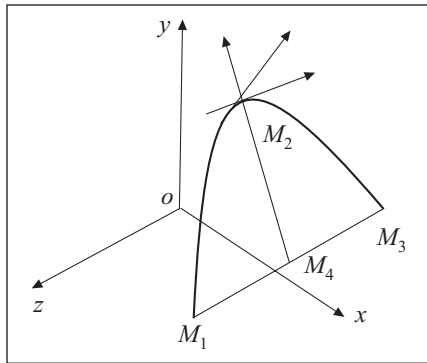


Рис. 1

где $t_{11}, t_{12}, t_{13}, t_{21}, t_{22}, t_{23}$ — направляющие косинусы новой системы координат.

Искомая кривая будет состоять из двух парабол, одна из которых пройдет через точки M_1 и M_2 , а другая — через точки M_2 и M_3 . Уравнение искомой параболы имеет вид

$$y = \frac{y_1}{(x_1)^2} x^2. \quad (2)$$

Поскольку синтез обеих парабол осуществлен с помощью одного и того же алгоритма, далее будем рассматривать одну параболу. При кусочно-линейной аппроксимации в одних случаях существенное увеличение значения аргумента вызывает незначительное изменение функции — кривая проходит вблизи оси ox , в других — напротив, даже незначительное возрастание значения аргумента вызывает значительное изменение функции, т.е. кривая проходит ближе к оси oy .

В случаях, когда кривая проходит вблизи оси ox , целесообразно использовать формулу, где x является независимой переменной, а y — функцией от x (2). Но когда кривая проходит ближе к оси oy , целесообразно воспользоваться формулами, в которых y будет аргументом, а x — функцией от y :

$$x = \sqrt{\frac{(x_1)^2 y}{y_1}}, \quad (3)$$

$$x = -\sqrt{\frac{(x_1)^2 y}{y_1}}. \quad (4)$$

Для удобства условно разделим плоскость xoy на восемь октантов осями координат и прямыми $y = x$ и $y = -x$ (рис. 2, а). Проектируемый алгоритм позволяет выбирать соответствующую формулу для построения параболы автоматически, в зависимости от того, в каком октанте находится точка M_1 . Для октантов 1, 4, 5, 8 будет использована формула (2), а для октантов 2, 3, 6, 7 — формулы (3) и (4).

Такой алгоритм работает достаточно хорошо, но в отдельных случаях (особенно при малой степени дискретизации) наблюдается искривление линий вблизи начала координат (рис. 2, б). Это вызвано тем, что вблизи начала координат парабола переходит из одного октанта в другой (рис. 2, в). Для повышения точности стереоинтерполяции предлагается новый алго-

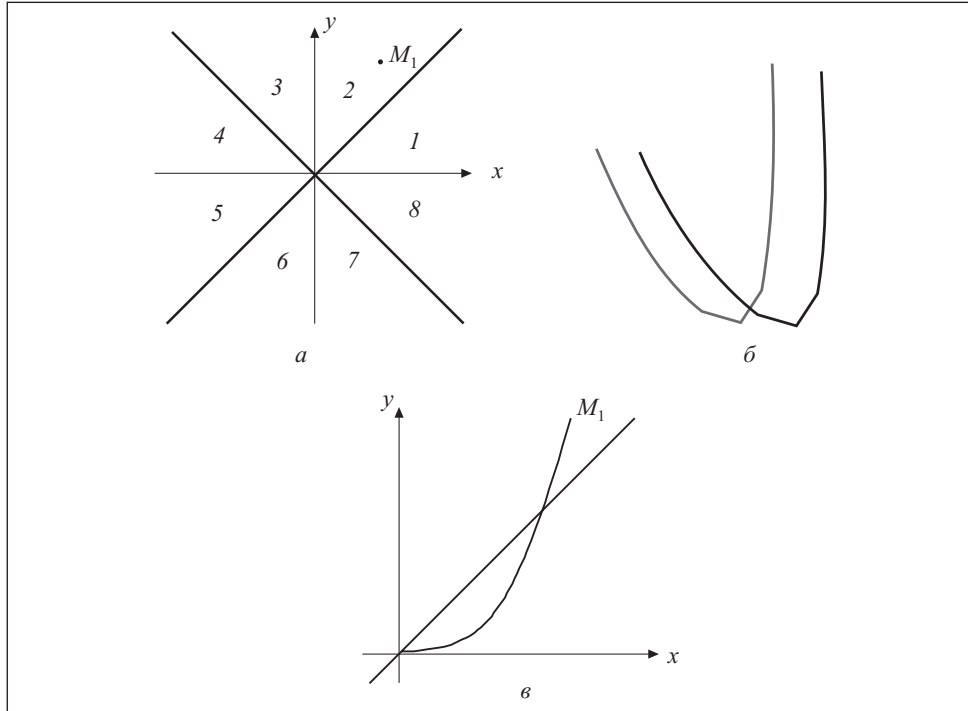


Рис. 2

ритм построения кривой, упрощенная схема которого показана на рис. 3. При использовании предлагаемого алгоритма (повышенной точности) в случае необходимости можно изменять дискретизацию по x на дискретизацию по y в точке, где абсолютное значение аргумента равняется абсолютному значению функции, т.е. в точках, где парабола пересекает прямую $y = x$ или прямую $y = -x$.

Поэтому один из шагов алгоритма — сравнение абсолютных значений аргумента и функции. Если абсолютное значение функции больше или равно абсолютному значению аргумента, то для вычисления координат следующей точки аппроксимации используется формула (3) или (4), в противном случае — формула (2).

Эффективность предложенного алгоритма повышенной точности синтеза интерполяционной кривой видна из расчетных графиков, приведенных на рис. 4. На рис. 4, *а* построена кривая с использованием алгоритма, разработанного в 2003 г., а на рис. 4, *б* — кривая, построенная с использованием нового алгоритма повышенной точности синтеза интерполяционной кривой.

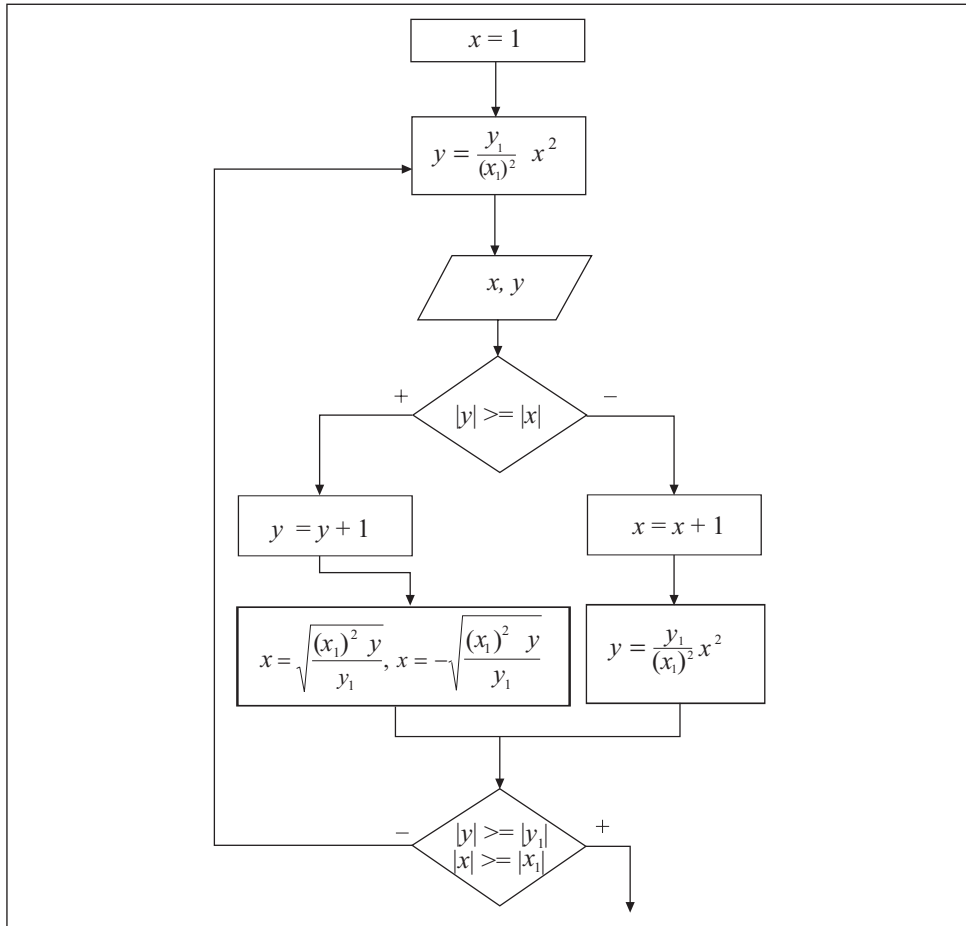


Рис. 3

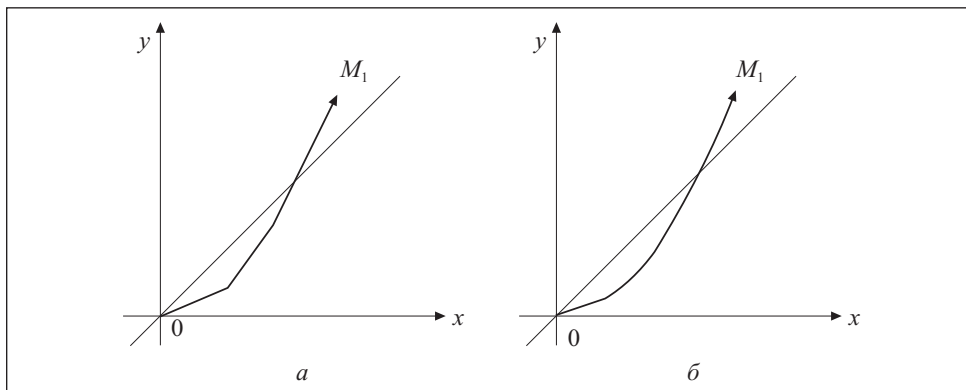


Рис. 4

Вывод. Предложенный алгоритм дает возможность синтезировать искомую трехмерную гладкую непрерывную кривую, проходящую через три заданные пространственные точки, удовлетворяет указанным выше ограничениям и требованиям точности при заданной степени дискретизации, что вполне удовлетворяет требованиям трехмерного стереомоделирования.

An algorithm has been proposed for construction of a three-dimensional interpolation curve with high level of accuracy. The algorithm may be used in applications connected with synthesis and processing of three-dimensional models, including graphical stereomodels.

1. Груц Ю.М. Процедура стереоинтерполяции// Электрон. моделирование. — 1999. — 21, № 1. — С. 94—100.

Поступила 03.03.10

ЯРОВОЙ Роман Васильевич, аспирант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 2000 г. окончил Национальный авиационный университет, г. Киев. Область научных исследований — защита информации.

ГРУЦ Юрий Николаевич, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1967 г. окончил Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — разработка и исследование натурно-компьютерных стереоскопических систем моделирования и отображения трехмерной информации.

