

ред. М.Г. Слинько и Г.С. Яблонского. М: Химия, 1976. — 448с.

11. Кіндзера Д.П., Ханик Я.М., Атаманюк В.М. Зернистый матеріал. // Гідродинаміка полідисперсного шару. Хімічна промисловість України. — 2002. — №6. — С. 38–42.

12. Тайц Е.М., Андреева И.А. Методы анализа и испытания углей. М.: Недра, 1983. — 301 с.

13. Членов В.А., Михайлов Н.В. Виброкипящий слой. М.: Наука, 1972. — 343 с.

14. Плановский А.Н., Муштаев В.И., Ульянов В.М. Сушка дисперсных материалов в химической промышленности. М.: Химия, 1979. — 288с.

15. Атаманюк В.М. Фільтраційне сушіння. Гідродинамічний опір полідисперсного шару зернистого матеріалу. // Хімічна промисловість України. — 2004. — №6. — С. 47–51.

Получено 15.05.2006 г.

УДК 001.8:66.047.2

СЛЁЗОВ В.В., КУТОВОЙ В.А.,  
НИКОЛАЙЧУК Л.И.

*Национальный научный центр “Харьковский физико-технический институт”*

## К ТЕОРИИ ИСПАРЕНИЯ ВОДЫ ПРИ ТЕРМОВАКУУМНОЙ СУШКЕ

В роботі теоретично досліджено кінетику випарювання вільної води з поверхні у залежності від режимних параметрів сушіння. Одержано та розв'язано основну систему рівнянь, що описують процес випарювання води у квазістационарному випадку. Відшукано потік випарюваної води з одиниці площі поверхні за одиницю часу.

В настоящей работе теоретически исследовалась кинетика испарения свободной воды с поверхности в зависимости от режимных параметров сушки. Получена и решена основная система уравнений, описывающих процесс испарения воды в квазистационарном случае. Найден поток испаряемой воды с единицы площади поверхности в единицу времени.

In the present work (paper) the free water evaporation kinetics was theoretically investigated depending on regime drying parameters. The basic system of equations, describing the water evaporation process in a stationary case has been developed and solved. The evaporated water flow from the unit surface in the unit of time has been found.

$C_V^g$  — теплоёмкость на молекулу в газе;  
 $J_0$  — внешний поток теплоты;  
 $J$  — поток теплоты на единицу площади в единицу времени испаряемых молекул воды;  
 $n$  — плотность паров воды;  
 $q$  — скрытая теплота парообразования;  
 $P_0$  — давление насыщенных паров;

$R_H$  — мощность насоса;  
 $S$  — площадь камеры;  
 $T$  — температура;  
 $\delta$  — коэффициент полезного действия;  
 $\eta$  — коэффициент теплопередачи;  
 $\xi$  — толщина слоя воды;  
 $\dot{\omega}$  — объёмная скорость откачки.

### Введение

Как известно, процесс сушки различных объектов как неорганических, так и органических материалов и сырья является во многих случаях одним из важных звеньев технологических процессов. Освобождение от избыточной воды различного сырья в процессе сушки улучшает техни-

ческие характеристики неорганических материалов, во многих случаях делая их более долговечными и работоспособными. То же можно сказать и об органическом сырье, в том числе и о растительном. Для растительного сырья наиболее важным является получение его при сушке экологически чистым с наибольшим сохранением его полезных веществ, возможностью длительного

хранения и наименьших энергозатрат для сушки единицы продукта. Таким образом, поставленная проблема является комплексной и сложной, поэтому решения ее возможны только поэтапно.

На первом этапе исследуем испарение свободной воды в термовакуумных условиях для определения параметров, дающих наименьшие энергозатраты.

Для свободной воды, находящейся в некотором объеме, главными параметрами при термовакуумной сушке являются энергозатраты на нагрев и откачку паров воды насосом.

Для теоретического исследования режима сушки необходимо получить и исследовать уравнения, описывающие этот процесс.

### Основная система уравнений

В работе получена полная система уравнений для квазистационарного режима сушки:

$$J_0 - n^g \Delta T C_V^g \dot{\omega} / S = qJ, \quad (1)$$

$$J = n \dot{\omega} / S, \quad (2)$$

$$V = \dot{\omega} / S, \quad (3)$$

$$n^L \frac{d\xi}{dt} = J, \quad (4)$$

$$n^g = n + n^0, \quad \Delta T = T - T_0,$$

где  $J_0$  – внешний поток теплоты от нагревателя, поглощенной в единицу времени на единицу площади воды (энергия/см<sup>2</sup>·с),  $n$  – плотность паров воды в камере снаружи от поверхности воды,  $q$  – скрытая теплота парообразования на молекулу воды,  $V$  – скорость потока в камере,  $\dot{\omega}$  – объемная скорость откачки в единицу времени (см<sup>3</sup>/с),  $S$  – площадь камеры,  $n^g$  – полная плотность газа в камере откачки,  $n^0$  – плотность остаточного газа,  $T$  – температура, отсчитываемая от  $T_0$  (температура среды в энергетических единицах),  $C_V^g$  – теплоёмкость на молекулу в газе,  $\xi$  – толщина слоя испаряемой воды.

Решая уравнения (1,2), найдём  $n$  и  $\Delta T$ , а зная их, определим и  $J$  – поток на единицу площади в

единицу времени испаряемых молекул воды (1/см<sup>2</sup>·с).

Из уравнения (2) относительно плотности паров в камере  $n$  получим

$$n = \frac{P_0(T)}{\frac{\dot{\omega}}{S} \beta(T) + T} \cong \frac{P_0(T_0 + \Delta T)}{\frac{\dot{\omega}}{S} \beta(T_0) + T_0} \quad (5)$$

$$\text{при } \frac{\Delta T}{T_0} \ll 1.$$

Давление насыщенных паров, как известно, в малом интервале температур имеет вид [3]

$$P_0(T) = A e^{-q/T}, \quad (6)$$

где  $A$  – зависит от внешнего давления. Заметим, что как известно [1], в малом интервале температур  $q$  изменяется незначительно и будем считать её постоянной  $q = q(T_0)$ . Взяв за опорную точку давление насыщенных паров при  $T_0$  (которое находится по соответствующим таблицам), найдём

$$\begin{aligned} P_0(T) &= A e^{-q/T} = P_H(T_0) \exp -q \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) = \\ &= P_H(T_0) \exp \frac{q \Delta T}{T_0^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\Delta T = T - T_0$  и в силу малости  $\Delta T/T_0$  мы заменили  $T \cdot T_0 \rightarrow T_0^2$ . С точностью до члена второго порядка малости по  $\Delta T/T_0$  в показателе экспоненты

$$\frac{q \Delta T^2}{T_0^3} \ll 1. \text{ Из уравнения (1) найдём } n,$$

подставляем в него значение  $J$  из (2)

$$\begin{aligned} n &= \frac{J_0 - (n + n^0) \Delta T C_V^g \dot{\omega} / S}{q \dot{\omega} / S} = \\ &= \tilde{n} - (n + n^0) \frac{\Delta T}{T_0} \alpha, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\tilde{n} = \frac{J_0}{q \dot{\omega} / S}$  – плотность паров воды в камере,

если вся подводимая теплота  $J_0$  идёт на образова-

ние пара;  $\alpha = \frac{C_V^g T_0}{q} \ll 1$  – есть отношение тепло- содержания в паре при температуре  $T_0$  к скрытой теплоте парообразования  $q$  при этой температу- ре. Из формулы (8) получим значение  $n$ .

$$n = \tilde{n} - n^0 \frac{\Delta T}{T_0} \alpha - n \frac{\Delta T}{T_0} \quad (9)$$

$$n = \frac{\tilde{n} - n^0 \frac{\Delta T}{T_0}}{1 + \frac{\Delta T}{T_0} \alpha} = \tilde{n} - n^0 \frac{\Delta T}{T_0} \alpha ,$$

т.к.  $\frac{\Delta T}{T_0} \alpha \ll 1$  – практически всегда выполняет- ся, то  $n \cong \tilde{n}$ . Подставляя значение  $n$  в (5) из (9) получим уравнение для  $\frac{\Delta T}{T_0}$ . Мы подставили вместо  $T \rightarrow T_0$  в мало изменяющихся с темпера- турой величинах.

$$\tilde{n} = \frac{P_0(T_0 + \Delta T)}{\frac{\dot{\omega}}{S} \beta(T_0) + T_0} = \frac{P_0(T_0) e^{\frac{q \Delta T}{T_0^2}}}{\frac{\dot{\omega}}{S} \beta(T_0) + T_0} . \quad (10)$$

Из (10) следует:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{T_0}{q} \ln \left\{ \frac{1}{P_0(T_0)} \left[ \frac{J_0}{q \dot{\omega}/S} \left( \frac{\dot{\omega}}{S} \frac{\sqrt{2\pi m T_0}}{(1 - \bar{R}(T_0))} + T_0 \right) \right] \right\} . \quad (11)$$

Так как отношение

$$\frac{\dot{\omega}}{S} \sqrt{\frac{2\pi m}{T_0}} \approx \frac{\dot{\omega}}{S V_T} \ll 1 , \quad (12)$$

где  $V_T$  – тепловая скорость молекул воды в паре, то во всех формулах, где встречается выражение в скобках в правой части, можно оставить только  $T_0$ . Тогда получаем

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{T_0}{q} \ln \frac{\tilde{n}}{n_H(T_0)} , \quad (13)$$

где  $n_H(T_0) = \frac{P_0(T_0)}{T_0}$  – плотность насыщенных па- ров при температуре  $T_0$ .

Для потока испарения воды при окружающей температуре  $T_0$  и температуре в камере  $T = T_0 + \Delta T$  с единицы поверхности в единицу времени получим:

$$J = \frac{J_0}{q} \left[ 1 - \frac{c_V T_0}{q} \frac{T_0}{q} \ln \left\{ \frac{1}{P_0(T_0)} \left[ \frac{J_0}{q \dot{\omega}/S} \left( \frac{\dot{\omega}}{S} \beta(T_0) + \right) \right] \right\} \right] . \quad (14)$$

Формулу для потока  $J$  перепишем в более удобном виде, используя  $\tilde{n} = \frac{J_0}{q \dot{\omega}/S}$ . Выражения

(11,14) с хорошей точностью порядка  $\frac{\dot{\omega}}{S V_T} \ll 1$  принимают наглядный вид:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{T_0}{q} \ln \frac{\tilde{n}}{n_H(T_0)} , \quad (15)$$

$$J = \frac{J_0}{q} \left( 1 - \frac{C_V T_0^2}{q^2} \ln \frac{\tilde{n}}{n_H(T_0)} \right) = \frac{J_0}{q} \left( 1 - \frac{C_V \Delta T}{q} \right) , \quad (16)$$

$$\Delta T = T - T_0 ; \tilde{n} = \frac{J_0 \Omega}{q \dot{\omega}} ,$$

$$J_0 \rightarrow J_0 + I (1 - \exp(-\xi/l)) .$$

Второй член в скобках (16) есть часть теплоты, которая идет на испарение воды. Отсюда видно,

что при  $\frac{\tilde{n}}{n_H} < 1$  доминирует работа насоса, тогда

будет охлаждение системы. Если  $\frac{\tilde{n}}{n_H} > 1$ , когда

доминирует нагреватель, будет нагрев системы.

Отметим, что если имеется ещё облучение с экстинцией (поглощением) то  $I = I_0 e^{-x/l}$ , где  $l$  – длина, на которой в  $e$  раз уменьшается поглоще- ние энергии за единицу времени в воде,  $I_0$  имеет размерность энергия/см<sup>3</sup>·с. Тогда плотность по- тока энергии для этого объёмного источника имеет вид:

$$\int_0^{\xi} J dx = I_0 \int_0^{\xi} e^{-x/l} dx = \quad (17)$$

$$= I_0 l \left( 1 - e^{-\xi/l} \right) = \begin{cases} I_0 l & \text{при } \xi/l \gg 1 \\ I_0 \xi & \text{при } \xi/l \ll 1 \end{cases},$$

Таким образом, если действует ещё и объёмный источник теплоты, то его нужно добавить к  $J_0$ :

$$J_{\text{полн}} = J_0 + I_0 l (1 - \exp(-\xi/l)). \quad (18)$$

Эти источники могут, естественно, действовать вместе или порознь.

Так как  $J_0$  трудно измеряемая величина, то можно пользоваться формулой (11) для определения  $J_0$  в стационарном режиме. При этом в формуле для  $\Delta T$  все величины измеримы, кроме  $J_0$ . В установившемся режиме, определяя плотность паров по разности полного давления и давления остаточного газа и применяя формулу для  $n = \tilde{n}$ , можно также найти  $J_0$ .

При отсутствии нагревателя процесс испарения будет происходить за счёт поглощения тепла из окружающей среды. Это соответствует тому, что  $J_0 = 0$  в уравнении (8). Учитывая что

$$\frac{C_V^g T_0}{q} \ll 1, \text{ то из (8) с достаточной точностью мы}$$

получим значение  $n$ . Это выражение годится,

$$\text{когда } \tilde{n} \ll -n^0 \frac{\Delta T C_V^g T_0}{T_0 q}.$$

$$n = -n^0 \frac{\Delta T C_V^g T_0}{T_0 q}. \quad (19)$$

Как и должно быть в этом случае,  $\Delta T$  будет отрицательным. Подставляя (19) в (5), получаем:

$$\frac{P_0(T_0) e^{q\Delta T/T_0^2}}{\frac{\dot{\omega}}{S} \beta(T_0) + T_0} = -n^0 \frac{\Delta T C_V^g T_0}{T_0 q}. \quad (20)$$

$$\text{Полагая } -\frac{\Delta T}{T_0} \frac{q}{T_0} = x, \quad x > 0, \quad -\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{x \cdot T_0}{q},$$

(20) можно переписать в виде уравнения для  $x$ , используя (11):

$$e^{-x} = \gamma x, \quad \gamma = \frac{n^0 T_0 C_V^g T_0}{n_H q}. \quad (21)$$

$$1) \gamma \gg 1 \quad e^{-x} = 1 - x = \gamma x \quad x = \frac{1}{1 + \gamma} \approx \frac{1}{\gamma};$$

2)  $\gamma \ll 1$ . Логарифмируя, найдём решение

$$-x = \ln \gamma + \ln x \quad x = \ln \frac{1}{\gamma} - \ln \ln \frac{1}{\gamma} \quad \text{с точностью по-}$$

$$\text{рядка } \frac{\ln \ln \frac{1}{\gamma}}{\ln \frac{1}{\gamma}} < 1.$$

Если  $J_0 \neq 0, \dot{\omega} = 0$ , то из (11) вытекает, что  $\Delta T \rightarrow \infty$ , т.е. происходит нагрев всей системы при отключении насоса в присутствии нагревателя.

Из теоретического рассмотрения следует, что минимальные энергозатраты будут, как видно из формул (15, 16), когда выполняется условие

$$\frac{\tilde{n}}{n_H(T_0)} = \frac{J_0 S T_0}{q \dot{\omega} P_H(T_0)} = 1. \quad (22)$$

При этом условии и  $\Delta T = 0$ . Это означает, что не будет подогрева или охлаждения отходящего от воды пара и газа. В первом случае при  $\Delta T > 0$  тратится добавочная энергия от нагревателя, во втором при  $\Delta T < 0$  будут затраты мощности насоса на охлаждение. В обоих случаях имеются добавочные энергозатраты. Остаются, конечно, паразитные энергозатраты (трение, теплопроводность стенок и т.д.). Заметим также, что определяя  $J_0$ , можно определить коэффициент теплопередачи от мощности нагревателя  $I$ , которая известна, к подогреваемой воде:

$$\eta = \frac{J_0}{I}. \quad (23)$$

Введём коэффициент полезного действия насоса  $\delta$ :

$$\delta = \frac{\dot{\omega} \Delta P}{R_H}, \quad (24)$$

где  $\Delta P$  — разность давлений окружающей среды и давления газа в камере. Следовательно,  $\dot{\omega} \Delta P$  —

полезная работа насоса,  $R_H$  — мощность насоса. Тогда выразим (8), используя (23) и (24). Получим:

$$\frac{\tilde{n}}{n_H(T_0)} = \frac{\eta}{\delta} \frac{IS}{R_H} \frac{\Delta P}{P_H(T_0)} \frac{T_0}{q} \quad (25)$$

В нашем случае  $\Delta P \approx P_H(T_0)$  (атмосферное давление). В (25) известны все величины, кроме коэффициентов  $\eta$  и  $\delta$ .

В заключение отметим, что предложенный подход к испарению воды применим к испарению воды из растворов и в основных чертах и к сушке органического сырья. Основной труднос-

тью в этом случае является понимание механизма подвода воды к поверхности. Этому вопросу будет посвящено отдельное сообщение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.* “Статистическая физика”. М.; Наука, 1964.
2. *Кларк, Макчесни.* “Динамика реальных газов”. М.; Мир, 1967.
3. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.* “Механика сплошных сред”. М.; Наука, 1953.

*Получено 03.10.2005 г.*