

УДК 536.24:697.1

КРУКОВСКИЙ П.Г., ТАДЛЯ О.Ю.

*Институт технической теплофизики НАН Украины*

## ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ТИПОВОЙ ДВУХКОМНАТНОЙ КВАРТИРЫ

В роботі розглядається задача вибору необхідної кількості точок вимірювання температур у приміщеннях типової двокімнатної квартири, які забезпечують ідентифікацію найбільш впливових параметрів моделі теплового режиму квартири (коефіцієнтів теплопровідності стін і стелі, а також кратностей повітрообміну приміщень квартири з навколишнім середовищем) з урахуванням характерних помилок вимірів температур. Показано, що ідентифікованість зазначених параметрів моделі теплового режиму розглянутої квартири (в межах 15%) забезпечується шляхом виміру температури навколишнього середовища, поверхонь опалювальних приладів і огорожуючих конструкцій, а також повітря в кожному з приміщень.

В работе рассматривается задача выбора необходимого количества точек измерения температур в помещениях типовой двухкомнатной квартиры, которые обеспечивают идентификацию наиболее влияющих параметров модели теплового режима квартиры (коэффициентов теплопроводности стен и потолка, а также кратностей воздухообмена помещений квартиры с окружающей средой) с учетом характерных ошибок измерений температур. Показано, что идентифицируемость указанных параметров модели теплового режима рассматриваемой квартиры (в пределах 15%) обеспечивается путем измерения температуры окружающей среды, поверхностей отопительных приборов и ограждающих конструкций, а также воздуха в каждом из помещений.

The task of determining of the necessary amount of temperature measuring points for two rooms apartment is examined in the work. These points provide identification of the most influencing parameters for the model of the thermal mode of apartment (heat conductivity coefficients of walls and ceiling, and also repetition factor of ventilation of apartments with an environment) taking into account the characteristic measurements error. It is shown that identifiability of model parameters for the thermal mode of the examined apartment (over the range 15%) is provided by measuring the temperatures of ambient, surfaces of heating devices and building envelopes and also air in each of apartments.

$c$  – теплоемкость;

$F$  – минимизируемый критерий, коэффициент чувствительности;

$k$  – коэффициент связи;

$m$  – количество точек измерения температур в помещениях;

$n$  – количество узлов, количество измерений температур в помещениях во времени;

$P$  – вектор искомым параметров;

$Q$  – тепловыделение или теплопоглощение;

$S$  – площадь теплообмена;

$t, T$  – температура;

$V$  – объем;

$Z$  – коэффициент чувствительности;

$\rho$  – плотность;

$\tau$  – время;

ОЗТ – обратная задача теплопроводности.

**Нижние индексы:**

$i$  – номер рассматриваемого узла;

$j$  – номер узла, связанного с  $i$ -тым;

$M$  – расчетные значения;

$\mathcal{E}$  – экспериментальные значения.

**Верхние индексы:**

$0$  – базовое значение.

### **Введение**

Анализ теплового состояния помещений с необходимой точностью и выработка рекомендаций по снижению теплопотерь, энергозатрат или улучшению комфортных условий возможен с по-

мощью моделирования теплового режима этих помещений. Существует определенное количество моделей теплового состояния помещений различного уровня сложности и назначения. Однако в этих моделях присутствуют параметры, которые являются индивидуальными для каждо-

го помещения или квартиры и известны с недостаточной точностью, поэтому точность расчета теплового режима помещений и квартиры в значительной мере определяется точностью задания параметров модели, что обеспечивает ее адекватность реальным процессам теплообмена в помещениях. Обычно это величины кратностей воздухообмена, теплофизических характеристик материалов ограждающих конструкций и бытовые тепловыделения. Если бытовые тепловыделения можно оценить, то величины кратностей воздухообмена и коэффициентов теплопроводностей существующих ограждающих конструкций в основном возможно определить (идентифицировать) только по данным экспериментального измерения температур в помещениях. Под идентификацией подразумевается нахождение таких значений параметров модели, которые обеспечивают близость экспериментальных и расчетных значений температур в точках измерения в помещениях [1].

С другой стороны, среди параметров модели идентифицировать необходимо те, которые являются неизвестными или недостаточно известными и наиболее влияющими на расчетные значения температур выбранной модели. Процесс определения степени влияния параметров модели на выходной результат (в нашем случае температуры или теплопотери) называется анализом чувствительности. Для каждого объекта (здание, квартира, помещение) это могут быть свои параметры, к которым, как указывалось выше, относятся кратности воздухообмена и термические сопротивления ограждающих конструкций. Значения этих параметров оказывают также определяющее влияние на теплопотери помещений квартиры и, следовательно, на рекомендации по их снижению, что и составляет часто конечную цель расчетов теплового режима помещений квартиры.

Таким образом, идентификацию параметров модели следует проводить для наиболее влияющих на температуру в помещениях параметров, поскольку степень влияния этих параметров на расчетные температуры непосредственно определяет его идентифицируемость, где под идентифицируемостью подразумевается возможность определения параметров исследуемой модели с

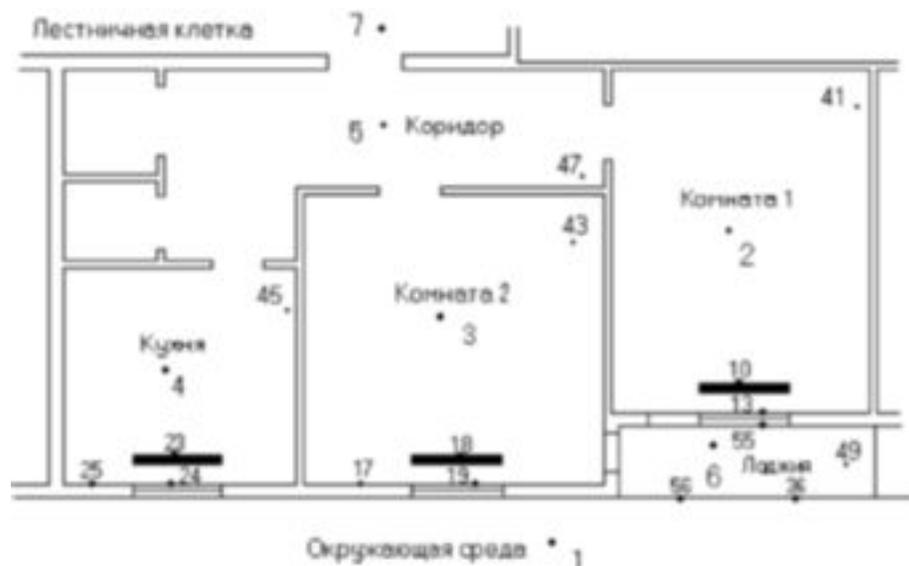
заданной точностью. В качестве критерия идентифицируемости параметров модели теплового анализа рассматриваемой в данной статье квартиры принята величина отклонения значения каждого из параметров модели, определяемого решением обратных задач от точного, не превышающего 15%. Это значение для данной модели, с одной стороны, выбрано по результатам анализа влияния перечисленных выше параметров модели на максимальные изменения температур в помещениях, которое составляло 0,5 °С, с другой стороны, такой уровень отклонения температур близок также к максимальной погрешности их измерения в эксперименте.

Следует отметить, что задачи идентификации по своей постановке близки к обратным задачам, потому часто говорят, что идентификация осуществляется с помощью решения обратных задач.

Анализ идентифицируемости параметров модели обычно проводится путем решения тестовых задач [1], в которых значения температур в предполагаемых точках измерения определяются из вычислительного эксперимента (расчета температур при заданных параметрах модели, решение так называемых прямых задач).

При проведении реального эксперимента имеются погрешности измерений, которые учитываются в вычислительном эксперименте путем введения в значения температур искусственных ошибок случайного характера, соответствующих уровню реальных ошибок измерений. Обратные задачи решают как на «точных» исходных для решения значениях температур (без учета погрешностей экспериментальных измерений), так и на «возмущенных» значениях температур, чтобы показать влияние случайных составляющих ошибок измерений, близких к реальным, на точность определения параметров модели. Влияние систематических составляющих ошибок измерений – вопрос сложный в практике реальных измерений, их учет также возможен в вычислительном эксперименте и анализе идентифицируемости, но в данной статье не рассматривается.

Вопросы идентификации параметров моделей теплового состояния помещений в определенной степени освещены в литературе. Так, в работах [2-4] указывается на необходимость



**Рис. 1.** Схема исследуемой двухкомнатной квартиры. Точками обозначены места расположения, а номерами – узлы тепловой модели, в которых проводились измерения температур.

идентификации параметров моделей теплового режима помещений и приведен перечень параметров, которые необходимо идентифицировать. К таким параметрам были отнесены воздухопроницаемость элементов ограждений помещения, теплофизические характеристики материалов ограждающих конструкций, солнцезащитные показатели наружных ограждений, технологические тепловыделения. Анализ чувствительности параметров модели проводится в работе 3. В ней определяется величина чувствительности тепловых потерь помещения к изменению значений параметров помещения, эту величину авторы называют “весом параметра”. Рассматриваются методы, используемые при идентификации, но сама идентификация не проводится. Из проведенного анализа литературы видно, что работ и результатов, посвященных проведению идентификации параметров моделей теплового состояния помещений, в достаточной мере нет, также как и нет анализа идентифицируемости таких моделей, связанной с планированием эксперимента. Необходимость такого анализа диктуется, кроме научного интереса, высокой стоимостью проведения эксперимента и необходимостью обеспечения максимально возможной информативности и достоверности получаемых экспериментальных данных при минимально возможном количестве

проводимых экспериментов (точек измерения в пространстве и во времени).

Поэтому актуальной является задача оптимального планирования эксперимента, выбора такой совокупности условий проведения эксперимента (плана эксперимента, мест расположения и количества точек измерения температуры в пространстве и во времени), которая обеспечивает наилучшую идентифицируемость параметров модели теплового режима помещения.

**Целью работы** является определение необходимого количества и мест расположения точек измерения температур в помещениях типичной двухкомнатной квартиры, которые обеспечивают идентификацию наиболее влияющих и, как правило, не достаточно известных параметров модели теплового режима помещения квартиры с учетом характерных случайных ошибок измерений.

**Объект исследования.** Все исследования проводились на примере типовой двухкомнатной квартиры (рис. 1), расположенной на 9-ом этаже 9-ти этажного кирпичного здания постройки 1982 года в г. Киеве.

**Физическая модель.** Схема теплообмена в помещениях квартиры следующая. Теплота от радиатора поступает в помещение радиационным и конвективным путем. Воздух аккумулирует часть теплоты в себе, а часть передает внутренним и наружным ограждениям. Теплопередача через

ограждающие конструкции и окна происходит конвекцией и теплопроводностью.

Теплопроводность через окна учитывается посредством эффективного коэффициента теплопроводности. Поскольку окна являются светопрозрачной средой, то учитывается радиационный теплообмен между помещением и окружающей средой. В окружающую среду теплота от внешних поверхностей стен передается посредством конвективно-радиационного теплообмена.

Из помещений в окружающую среду и между сообщающимися помещениями квартиры теплота передается с помощью перетекающих потоков воздуха (воздухообмен). Квартира находится на последнем этаже, поэтому теплота также передается через потолок, затем в объем чердака и радиационно-конвективным путем от крыши в окружающую среду. Между соседними помещениями других квартир принято условие отсутствия теплообмена вследствие идентичности тепловых режимов. Необходимость в проведении расчетов нестационарных тепловых режимов помещений возникает из-за существенной нестационарности температуры окружающей среды, отопительных приборов в помещениях квартиры и периодической деятельности людей в помещениях.

**Математическая модель.** Математическая модель теплового режима рассматриваемой квартиры представлена в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, описывающей нестационарный теплообмен в помещении квартиры. Для  $i$ -го узла, связанного с некоторым количеством  $j$ -тых узлов, уравнение имеет вид

$$c_i \rho_i V_i \frac{\partial t_i}{\partial \tau} = \sum_{j=1}^n k_{i-j} S_{i-j} (t_j - t_i) \pm Q_i, \quad i \neq j, \quad t = t(\tau),$$

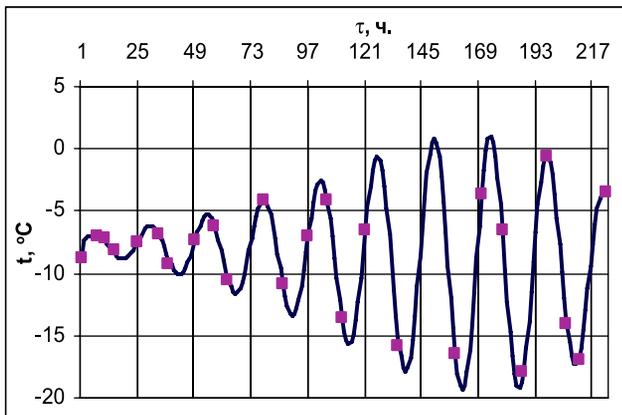
где слагаемое в левой части уравнения описывает изменение внутренней энергии в узле, первое слагаемое в правой части уравнения определяет подведенную или отведенную теплоту к данному узлу, а второе — тепловыделение или теплопоглощение в самом узле.

Под узлом модели подразумевается структурный элемент помещения со своим объемом и теплофизическими свойствами. Теплообмен между узлами характеризуется тепловой связью

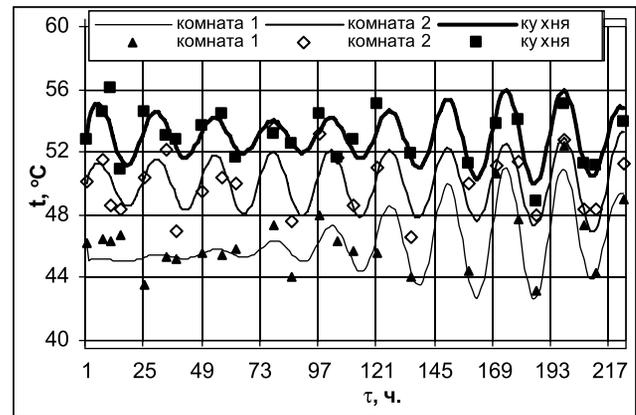
$k_{i-j}$ , в зависимости от вида теплообмена (теплопроводность, конвективный и радиационный теплообмен). Таким образом, математическая модель в целом представляет собой комбинированную модель (одно- и нульмерные составляющие) с сосредоточенными параметрами, описывающую среднеобъемную температуру воздуха и теплообмен в помещениях (нульмерная часть модели) и одномерную теплопроводность в ограждающих конструкциях помещений квартиры (одномерная часть модели).

Более подробно физическая и математическая модели описаны в [5]. В эту модель были введены следующие изменения, связанные с добавлением возможности расчета многослойных стен и потолка путем разбивки ограждений на отдельные слои.

**Компьютерная модель.** Компьютерная программа ТАВС (Thermal Analysis of Building Construction) расчета теплового режима (температур воздуха и ограждающих конструкций помещений квартиры) и теплопотерь квартиры реализует описанные выше физическую и математическую модели. Программа позволяет рассчитывать как тепловой режим произвольной группы помещений, так и целиком здание. Для рассматриваемой квартиры общее количество узлов компьютерной модели составило 218, тепловых связей между узлами модели — 258. Шаг по времени принимался равным 1 часу. Время машинного счета одного варианта составляло 60 сек. Начальное распределение температур в расчетных узлах принималось равным стационарному распределению температур, вычисленному по среднеарифметическим (во времени проведения эксперимента) значениям температуры окружающей среды и радиаторов, при постоянных значениях коэффициентов теплообмена между узлами модели (тепловых связей). Стационарные значения температур записываются в отдельный файл, который обновляется при каждом изменении параметров модели в процессе решения обратных задач. Коэффициенты кратности воздухообмена помещений с окружающей средой и между помещениями и величины бытовых тепловыделений в помещениях принимались переменными во времени в зависимости от времени суток.

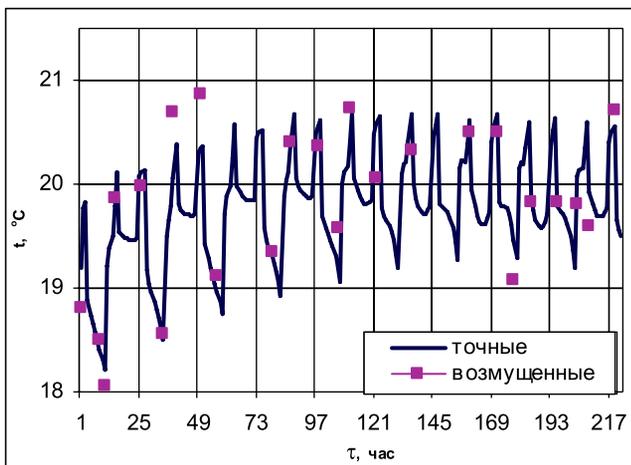


а

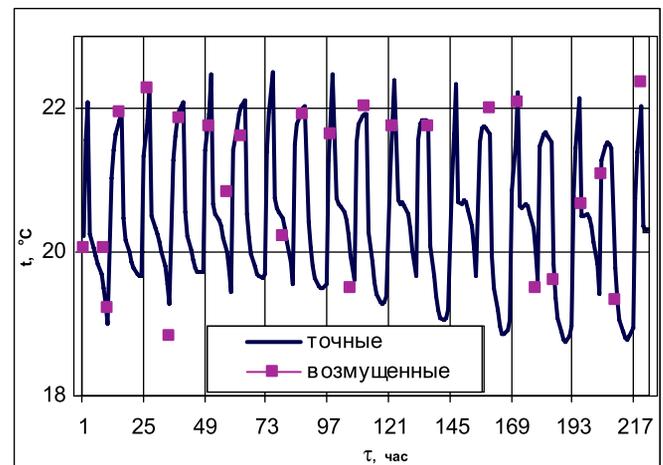


б

**Рис. 2.** Зависимости температуры окружающей среды (а) и радиаторов в комнатах (б) от времени. Точками на графиках показаны возмущенные значения температур в моменты времени их измерений (через 3 часа).



а



б

**Рис. 3.** Зависимости температуры в комнате 1 (а) и комнате 2 (б) от времени. Точки — возмущенные значения температур в моменты времени их измерений (через 3 часа).

**Вычислительный эксперимент.** С помощью компьютерной модели и вычислительного эксперимента были получены изменения температур во всех 218 узлах сетки. На рис. 1 показаны места и номера узлов, в которых рассчитывались (“измерялись”) температуры в вычислительном эксперименте: узлы 2-7 — температуры воздуха в помещениях, 10, 18, 23 — температуры радиаторов, 41, 43, 45, 47, 49 — температуры поверхности потолка, 17, 25, 56 — температуры наружных стен, 13, 19, 24, 36 — температуры окон. Интервал измерений составил примерно 3 часа, продолжительность эксперимента около 10-ти суток. Зависимости температуры среды от време-

ни и температуры радиаторов в комнатах приведены на рис. 2. Величины постоянных во времени бытовых тепловыделений составляли: в комнате 1 — 100 Вт, в комнате 2 — 260 Вт, в кухне — 140 Вт. Указанные выше рассчитанные точные значения температур в помещениях (рис.3), температуры окружающей среды и батарей (рис.2) “возмущались” с целью введения ошибок измерений с помощью генератора случайных чисел с нормальным законом распределения. Максимальная величина возмущений составляла 10%.

На рис. 3 приведены точные и возмущенные значения температур в комнатах 1 и 2.

Таблица 1. Таблица чувствительности температур  $F_i$  в точках измерения к параметрам модели теплового режима помещения

№	Название параметра	Величина $F_i$
1	Коэффициент теплопроводности потолка	1,7
2	Кратность воздухообмена кухня – окружающая среда	1,4
3	Коэффициент теплопроводности наружной стены	1,4
4	Кратность воздухообмена комната 2 – окружающая среда	0,74
5	Кратность воздухообмена лоджия – окружающая среда	0,49
6	Коэффициент теплопроводности окна	0,49

**Анализ чувствительности.** Для определения наиболее влияющих параметров модели на расчетные значения температур в комнатах был проведен параметрический анализ чувствительности. В качестве коэффициента чувствительности (1) выбрано отношение величины среднеквадратичного отклонения температур в точках их измерения в помещениях ( $m$  точек) к относительному значению изменения анализируемого параметра модели  $P_i$

$$F_i = \frac{\left\{ \sum_{j=1}^m [T_j(P_1^0, \dots, P_i^0 + \delta P_i, \dots, P_n^0) - T_j(P^0)]^2 / m \right\}^{0,5}}{\delta P_i / P_i^0}, \quad (1)$$

где  $\delta P_i = 0,05P_i^0$  – величина возмущения  $i$ -го параметра. (2)

Методика анализа чувствительности состоит в последовательном возмущении какого-либо одного параметра модели теплового режима квартиры в соответствии с (2), решении прямой задачи для получения значений температур  $T_j(P_1^0, \dots, P_i^0 + \delta P_i, \dots, P_n^0)$  в точках их измерения в помещениях и непосредственном расчете коэффициентов чувствительности (1).

Как показывают результаты проведенного анализа чувствительности (табл.1), наиболее влияющими параметрами модели на значения температур в точках их измерения в помещениях (план измерения 3, – см. ниже) являются теплопроводности потолка, наружной стены, кратнос-

ти воздухообмена кухни и комнаты 2 с окружающей средой. Коэффициент чувствительности других параметров модели имеет меньшую величину.

После проведенного анализа чувствительности, который дал возможность определить наиболее влияющие параметры модели, рассмотрим постановку и решение обратных задач для поиска этих параметров.

**Решение обратных задач.** Задача идентификации параметров модели сводится к решению обратных задач в следующей постановке: найти такие значения указанных выше параметров модели, для которых величина

$$F = \left\{ \sum_{j=1}^{m \times n} [T_{jM}(P) - T_{jЭ}]^2 / m \right\}^{0,5} \quad (3)$$

принимает минимальное значение. Идентификация параметров проводилась с помощью метода, описанного в работах [1,6]. Для решения обратных задач использовались совместно программы расчета теплового режима помещений квартиры ТАВС (решение прямых задач) и универсального модуля решения обратных задач FRIEND, описанного в [6]. Количество измерений температур в помещениях во времени принималось равным 27.

Поиск параметров модели, приведенный ниже, проводился как по точным значениям температур, так и по возмущенным, которые имитировали случайные ошибки экспериментальных исследо-

Таблица 2. Коэффициенты модели, найденные решением обратных задач, для различных планов измерений

План измерений	Критерий (3)	Теплопроводность стены	Эффективная теплопроводность окна	Теплопроводность потолка	Кратность воздухообмена лоджия – окружающая среда	Кратность воздухообмена комната 2 – окружающая среда	Кратность воздухообмена кухня – окружающая среда
Точные значения параметра							
		0,76	0,49	0,48	0,5	0,6	0,9
Начальные значения параметра							
		0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,6
1	0,45	0,94	0,22	0,47	0,35	0,68	0,89
2	0,44	0,78	0,43	0,48	0,38	0,68	0,89
3	0,43	0,77	0,49	0,48	0,43	0,65	0,89

ваний. Решение обратных задач по “точным” данным проводилось для проверки корректности работы программ, все дальнейшие результаты представлены для расчета по “возмущенным” данным.

Вначале при решении обратных задач искались шесть наиболее влияющих параметров модели (табл.1) по возмущенным значениям во времени температур воздуха в пяти помещениях: в комнате 1 и 2, кухне, коридоре и лоджии. Такую совокупность точек измерения назовем планом измерений 1 ( $m=5$ ). По такому плану измерения решением обратных задач не удалось найти значения параметров модели, поскольку максимальное отклонение коэффициента теплопроводности окна от точного значения составило 54,8%, а кратности воздухообмена лоджия – окружающая среда – 29,12%.

Поэтому было решено к плану измерений 1 (температурам воздуха во всех помещениях квартиры) добавить значения температур поверхности потолка (план измерений 2) ( $m=9$ ) в каждом помещении, поскольку анализ чувствительности показал, что коэффициент теплопроводности потолка является самым влиятельным параметром. При таком плане измерений отклонение значения кратности воздухообмена лоджия – окружающая среда, найденного решением ОЗТ, от точного составляло 23,4%, что также больше выбранного критерия идентифицируемости 15%. Поэтому было решено к плану измерений 2 добавить значения температур на внутренних поверхностях наружных стен и окон всех помещений – план измерений 3 ( $m=15$ ).

Результаты определения коэффициентов модели с помощью решения обратных задач для различных планов измерений приведены в табл. 2.

Анализ полученных результатов показывает, что максимальное отклонение между значениями параметров, найденными решением ОЗТ, и точными значениями для плана измерений 3 составляет 14,3% для кратности воздухообмена лоджия – окружающая среда. Это вызвано тем, что этот параметр занимает предпоследнее место по величине чувствительности (см. табл. 1). Поскольку величина чувствительности кратности воздухообмена лоджия – окружающая среда минимальна, с нахождением значения этого параметра возникают наибольшие проблемы. Из результатов можно сделать вывод о том, что параметры с большей величиной чувствительности находятся решением ОЗТ точнее. Результаты также показывают, что параметры модели с наибольшими значениями чувствительности (табл.1) – коэффициент теплопроводности потолка и кратность воздухообмена кухня-окружающая среда находятся одинаково хорошо при любом плане эксперимента.

Следует также отметить, что величина среднеквадратичного отклонения расчетных и экспериментальных температур в точках измерения (3) является близкой для всех планов измерений (табл.2), что в свою очередь говорит о том, что для анализа идентифицируемости параметров рассмотренной модели одного критерия (3) не достаточно, нужен еще рассмотренный выше критерий идентифицируемости по величине от-

клонения искомого параметра от точного значения. А для этого нужно решать тестовые задачи, подобные рассмотренной в этой статье.

Таким образом, можно сказать, что идентифицируемость параметров рассмотренной модели теплового состояния квартиры возможна при использовании плана измерений температур в квартире №3, что обеспечивает адекватность этой модели и что в свою очередь необходимо для анализа теплового состояния квартиры с необходимой точностью, выработки рекомендаций по снижению теплопотерь или улучшению комфортных условий.

Проведенный анализ идентифицируемости параметров модели и рассмотренных планов экспериментов показывает, что для идентификации этих параметров следует измерять температуры всех внутренних поверхностей ограждающих конструкций, через которые происходят теплопотери из рассматриваемого помещения. Для случая рассматриваемой квартиры в каждом из помещений достаточно измерять 4 температуры (воздух, наружная стена, окно и потолок), в случае расположения квартиры на промежуточных этажах достаточно измерения 3-х (без потолка) температур.

### Выводы

1. Показано, что идентифицируемость коэффициентов теплопроводности ограждающих конструкций помещений и кратностей воздухообмена для данной квартиры обеспечивается путем измерения температур воздуха, потолка, наружных стен и окон в помещениях (план измерений 3). Применение планов измерений, не содержащих измерений температур потолка, наружных стен и окон в помещениях не позволяет идентифицировать перечисленные параметры модели теплового режима помещения.

2. Перечень необходимых для идентификации параметров рассматриваемой модели определялся с помощью анализа чувствительности модели. К таким параметрам для рассматриваемой квартиры относятся теплопроводности потолка, наружной стены и окон, коэффициенты воздухообмена помещений с окружающей средой. Идентификация этих параметров модели

обеспечивает адекватность модели теплового состояния помещений квартиры, что необходимо для анализа теплового состояния помещений с необходимой точностью и выработки рекомендаций по снижению теплопотерь или улучшению комфортных условий.

3. Анализ идентифицируемости параметров моделей тепловых режимов помещений и рассмотренных планов экспериментов показывает, что для идентификации этих параметров следует измерять температуры всех внутренних поверхностей ограждающих конструкций, через которые происходят теплопотери из рассматриваемого помещения. Для случая рассматриваемой квартиры в каждом из помещений достаточно измерять 4 температуры (воздух, наружная стена, окно и потолок), в случае расположения квартиры на промежуточных этажах достаточно измерения 3-х (без потолка) температур.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Коздоба Л.А., Круковский П.Г. Методы решения обратных задач теплопроводности. — К.: Наукова думка, 1982. — 360 с.
2. Табуничиков Ю.А., Матросов Ю.А., Пунтилла А., Алиев Ф. Программа расчета теплового режима помещений на ЭВМ, Теплозащитные свойства ограждающих конструкций зданий. — М.: 1980 — 111 с.
3. Табуничиков Ю.А., Хромец Д.Ю., Матросов Ю.А. Тепловая защита ограждающих конструкций зданий и сооружений. — М.: Стройиздат, 1986, — 380 с.
4. Драгун В.Л., Филатов С.А., Шевцов В.Ф., Данилевский Л.Н., Лещенко В.Г. Исследование теплотехнических характеристик жилых домов методами вычислительной ИК-термографии // Тепло и массообмен — 97, Минск, — 1997. — С. 165–175.
5. Круковский П.Г., Судак О.Ю. Расчетно-экспериментальный подход к анализу теплового состояния и теплопотерь помещений // Промышленная теплотехника. — 2001. — №6. — С. 1–7.
6. Круковский П.Г. Обратные задачи тепло-массообмена (общий инженерный подход). — К.: Ин-т технической теплофизики НАН Украины, 1998. — 224 с.

Получено 25.01.2007 г.