

УДК 532.529: 532.517.4

РОХМАН Б.Б.¹, ШАМИС Л.Б.¹, МАТВЕЙЧУК А.С.²¹ОАО “Киевский институт “Энергопроект””²Аппарат Верховного Совета Украины

О КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МОМЕНТАХ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ И ТЕМПЕРАТУРЫ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ НА УЧАСТКЕ СТАБИЛИЗИРОВАННОГО ТЕЧЕНИЯ ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА

Розроблено метод визначення кореляційних моментів пульсацій швидкості й температури дисперсної фази, на базі якого побудована система рівнянь для других і третіх моментів. Замикання рівнянь для третіх моментів провадиться на основі представлень четвертих моментів у вигляді суми добутків других моментів, що дозволяє одержати замкнутий опис руху й теплопереносу частинок на рівні рівнянь для других моментів

Разработан метод определения корреляционных моментов пульсаций скорости и температуры дисперсной фазы, на базе которого построена система уравнений для вторых и третьих моментов. Замыкание уравнений для третьих моментов производится на основе представлений четвертых моментов в виде суммы произведений вторых моментов, что позволяет получить замкнутое описание движения и теплопереноса частиц на уровне уравнений для вторых моментов.

We developed a method of the correlation moments definition of velocity and temperature fluctuations of a disperse phase on the basis of which the system of the equations for the second and third moments was constructed. The closure of the equations is made for the third moments on the basis of representations of the fourth moments as the sum of products of the second moments that allows to receive the closed description of particles movement and heat transfer at a level of the equations for the second moments.

 c – теплоемкость; F – сила; g – ускорение свободного падения; r, z, φ – радиальная, продольная и трансверсальная координаты; t – температура; u, v, w – осредненные составляющие вектора скорости; α – суммарный коэффициент лучистого и конвективного теплообмена между газом и частицей; β – истинная объемная концентрация частиц; δ – диаметр частицы; ρ – плотность; τ – время динамической релаксации; Ψ_1, Ψ_2 – коэффициенты.**Индексы нижние:** a – сила аэродинамического сопротивления частицы; g – газ; p – частицы.**Индексы верхние:** $/$ – пульсационная составляющая при временном осреднении; $\langle \rangle$ – осреднение по времени; \wedge – актуальные значения.

Турбулентные течения неизотермических двухфазных смесей, состоящих из газа и взвешенных в нем твердых частиц, широко используются в современной технике. Поэтому изучение основных закономерностей такого класса течений представляет актуальную задачу. В связи со сложностью получения детальной информации из экспериментов большое значение приобретает разработка методов математического моделирования. При описании движения и теплообмена

дисперсной фазы необходимо, прежде всего, построить исходную систему актуальных уравнений переноса импульса и энергии. В [1] в рамках статистического подхода осуществляется переход от дискретной структуры смеси к движению двух континуальных сред. В результате пространственного осреднения микроуравнений получены эйлеровы осредненные уравнения сохранения импульса и энергии твердой фазы. В [2] эти уравнения были осреднены по времени при по-

мощи процедуры Рейнольдса и замены актуальных значений переменных их составляющими (средней и пульсационной). Полученная таким образом система осредненных уравнений движения и энергии частиц незамкнута, так как, кроме средних значений скорости, температуры и т.д., здесь присутствуют вторые моменты пульсационных характеристик дисперсного потока. Для вычисления этих моментов широкое распространение получили алгебраические (локально-равновесные) модели [2–4]. В рамках такого подхода турбулентные напряжения и турбулентный тепловой поток в дисперсной фазе непосредственно связаны с рейнольдсовыми напряжениями и пульсационным теплопереносом в несущей среде. Другой путь определения пульсационных характеристик частиц состоит в использовании алгебраических выражений градиентного типа в форме соотношений Буссинеска. Так как модели градиентного типа строятся в основном чисто феноменологическим путем на основе аналогии с соответствующими характеристиками переноса в однофазных потоках, то они, как правило, содержат ряд дополнительных эмпирических постоянных, что может привести к существенным ошибкам при расчете характеристик достаточно инерционных частиц. Наряду с локально-равновесными алгебраическими моделями описания турбулентного переноса импульса и энергии в дисперсной фазе, все большее распространение начинают находить дифференциальные (нелокальные) модели, основанные на построении уравнений переноса искомых корреляций с учетом турбулентных и псевдотурбулентных (за счет межчастичных столкновений) эффектов [5–7]. Применение дифференциальных моделей позволяет описывать нелокальные эффекты переноса пульсаций скорости и температуры инерционными частицами — конвективный и диффузионный механизмы турбулентного переноса импульса и энергии. При таком подходе в дифференциальных уравнениях для вторых моментов будут присутствовать третьи моменты. Используя процедуру Рейнольдса, можно построить уравнения переноса третьих моментов, которые будут содержать четвертые моменты, и т.д. Поэтому, чтобы получить замкнутую систему уравнений, этот процесс на каком-то этапе сле-

дует “оборвать”, т.е. ввести дополнительные гипотезы о связи “старших” и “младших” корреляций.

В настоящей работе в рамках эйлерова подхода, т.е. в рамках так называемых двухжидкостных моделей, на основании разработанной методики расчета [8] получена цепочка стационарных осесимметричных уравнений переноса вторых и третьих моментов пульсаций скорости и температуры дисперсной фазы на участке стабилизированного движения газозвеси. Замыкание уравнений для третьих моментов производится на основе гипотезы Миллионщикова, предполагающей равенство нулю куммулянтов четвертого порядка и представляющей четвертые моменты в виде суммы произведений вторых моментов. Такой подход позволяет получить из уравнений для третьих моментов алгебраические соотношения, выражающие корреляции третьего порядка через вторые моменты и их градиенты.

На участке стабилизированного течения восходящего дисперсного потока нет осредненного радиального движения частиц ($v_p = 0$, $v_g = 0$), и осредненные параметры не изменяются в продольном направлении ($\partial/\partial z = 0$). Кроме того, предполагается, что истинная объемная концентрация твердой фазы равномерно распределена по сечению канала. С учетом сказанного стационарная осесимметричная система осредненных дифференциальных уравнений, описывающая неизотермическое течение дисперсного потока на стабилизированном участке трубы, может быть представлена следующим образом:

$$\frac{\rho_p \beta}{r} \frac{\partial \langle r < u'_p v'_p \rangle}{\partial r} - F_{az} + \rho_p \beta g = 0 ; \quad (1)$$

$$-\frac{\rho_p \beta c_p}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r \langle t'_p v'_p \rangle] + \alpha (t_g - t_p) \frac{6\beta}{\delta} = 0 . \quad (2)$$

Левая часть уравнения сохранения количества движения частиц (1) включает в себя рейнольдсовы напряжения, силы аэродинамического сопротивления и тяжести. В (2) фигурируют члены, учитывающие пульсационный теплоперенос в твердой фазе и теплообмен между несущей средой и дисперсной фазой. В уравнениях (1), (2) присутствуют неизвестные корреляции второго

порядка $\langle u'_p v'_p \rangle$ и $\langle t'_p v'_p \rangle$, которые, в свою очередь, зависят от вторых и третьих моментов. Поэтому для замыкания приведенной системы уравнений необходимо построить уравнения переноса относительно искомым корреляций. В работе [8] было получено уравнение для второго момента пульсаций скорости дисперсной фазы $\langle u'_p v'_p \rangle$ в анизотропном поле энергии хаотического движения частиц на участке стабилизированного течения газозвеси.

Для вывода уравнений переноса корреляций второго порядка $\langle t'_p v'_p \rangle$ и $\langle t'_p w'_p \rangle$ необходимо, прежде всего, получить уравнения пульсационного движения и энергии частиц. В работе [8] были получены уравнения пульсационного движения дисперсной фазы вдоль радиальной и трансверсальной оси. С учетом осевой симметрии задачи ($\partial/\partial\varphi = 0$) и полагая, что осредненное скольжение фаз в трансверсальном направлении отсутствует ($w_p = w_g = 0$), упомянутые уравнения могут быть представлены в виде:

$$u_p \frac{\partial v'_p}{\partial z} + u'_p \frac{\partial v_p}{\partial z} + u'_p \frac{\partial v'_p}{\partial z} + v_p \frac{\partial v'_p}{\partial r} + v'_p \frac{\partial v_p}{\partial r} + v'_p \frac{\partial v'_p}{\partial r} - \frac{1}{r} w'_p w'_p - \frac{\partial \langle u'_p v'_p \rangle}{\partial z} - \frac{\partial (r \langle v'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} + \frac{1}{r} \langle w'_p w'_p \rangle = \frac{F'_{ar}}{\rho_p \beta}; \quad (3)$$

$$u_p \frac{\partial w'_p}{\partial z} + u'_p \frac{\partial w_p}{\partial z} + v_p \frac{\partial w'_p}{\partial r} + v'_p \frac{\partial w_p}{\partial r} + \frac{1}{r} (v_p w'_p + w'_p v'_p) - \frac{\partial \langle u'_p w'_p \rangle}{\partial z} - \frac{\partial (r \langle v'_p w'_p \rangle)}{r \partial r} - \frac{1}{r} \langle w'_p v'_p \rangle = \frac{F'_{a\varphi}}{\rho_p \beta}, \quad (4)$$

где

$$F'_{ar} = \frac{\rho_p \beta}{\tau} (v'_g - v'_p); \quad F'_{a\varphi} = \frac{\rho_p \beta}{\tau} (w'_g - w'_p). \quad (5)$$

Применяя к актуальному уравнению энергии частиц

$$\hat{u}_p \frac{\partial \hat{t}_p}{\partial z} + \hat{v}_p \frac{\partial \hat{t}_p}{\partial r} = \frac{6\alpha}{\rho_p c_p \delta} (\hat{t}_g - \hat{t}_p);$$

$$(\hat{\alpha} = \alpha; \hat{c}_p = c_p; \partial/\partial\varphi = 0; \hat{\delta} = \delta) \quad (6)$$

процедуру Рейнольдса, мы приходим к пульсационному уравнению теплопереноса в твердой фазе:

$$u_p \frac{\partial t'_p}{\partial z} + u'_p \frac{\partial t_p}{\partial z} + u'_p \frac{\partial t'_p}{\partial z} + v_p \frac{\partial t'_p}{\partial r} + v'_p \frac{\partial t_p}{\partial r} + v'_p \frac{\partial t'_p}{\partial r} - \frac{\partial \langle t'_p u'_p \rangle}{\partial z} - \frac{\partial (r \langle t'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} = \frac{6\alpha}{\rho_p c_p \delta} (t'_g - t'_p). \quad (7)$$

Для того чтобы построить уравнение переноса корреляционного момента $\langle t'_p v'_p \rangle$, необходимо умножить уравнение (3) на величину t'_p , а уравнение (7) – на v'_p , а затем сложить полученные уравнения:

$$u_p \frac{\partial t'_p v'_p}{\partial z} + v_p \frac{\partial t'_p v'_p}{\partial r} + u'_p \frac{\partial t'_p v'_p}{\partial z} + v'_p \frac{\partial t'_p v'_p}{\partial r} + t'_p u'_p \frac{\partial v_p}{\partial z} + u'_p v'_p \frac{\partial t_p}{\partial z} + t'_p v'_p \frac{\partial v_p}{\partial r} + v'_p t'_p \frac{\partial t_p}{\partial r} - \frac{w_p^2 t'_p}{r} = \frac{F'_{ar} t'_p}{\rho_p \beta} + \frac{6\alpha}{\rho_p c_p \delta} (t'_g v'_p - t'_p v'_p). \quad (8)$$

Преобразуем уравнение (8) с помощью выражения (5) и пульсационного уравнения неразрывности, предварительно умноженного на величину $t'_p v'_p$. Затем в полученном уравнении произведем осреднение. В приближении пограничного слоя на участке стабилизированного движения двухфазного потока уравнение переноса второго момента $\langle t'_p v'_p \rangle$ имеет вид:

$$\frac{\partial (r \langle t'_p v_p^2 \rangle)}{r \partial r} + \frac{\langle v_p^2 \rangle}{\partial r} \frac{\partial t_p}{\partial r} - \frac{\langle t'_p w_p^2 \rangle}{r} = \frac{1}{\tau} (\langle t'_p v'_g \rangle - \langle t'_p v'_p \rangle) + \frac{6\alpha}{\rho_p c_p \delta} (\langle t'_g v'_p \rangle - \langle t'_p v'_p \rangle). \quad (9)$$

Подобным образом может быть получено уравнение переноса корреляции $\langle t'_p w'_p \rangle$. Приведем без вывода это уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(r \langle t'_p w'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \partial t_p}{\partial r} + \frac{\langle t'_p w'_p v'_p \rangle}{r} = \\ & = \frac{1}{\tau} (\langle t'_p w'_g \rangle - \langle t'_p w'_p \rangle) + \\ & + \frac{6\alpha}{\rho_p c_p \delta} (\langle t'_g w'_p \rangle - \langle t'_p w'_p \rangle). \end{aligned} \quad (10)$$

Смешанные корреляционные моменты второго порядка (газ-частица), присутствующие в уравнениях (9), (10) определяются через корреляции несущего потока в локально-однородном приближении в соответствии с рекомендациями [2], а вторые моменты пульсаций поступательной скорости дисперсной фазы $\langle v_p'^2 \rangle$ и $\langle w_p' v_p' \rangle$ вычисляются согласно [8].

Для замыкания приведенной системы уравнений (1), (2), (9), (10) необходимо вычислить третьи моменты, фигурирующие в уравнениях (9), (10). Для этого построим уравнения переноса искомых корреляций. Проиллюстрируем вывод этих уравнений на примере уравнения для третьего момента $\langle t'_p w'_p v'_p \rangle$. Умножим пульсационное уравнение (3) на величину w'_p , а уравнение (4) – на v'_p и сложим полученные уравнения.

$$\begin{aligned} & u_p \frac{\partial w'_p v'_p}{\partial z} + v_p \frac{\partial w'_p v'_p}{\partial r} + u'_p \frac{\partial w'_p v'_p}{\partial z} + v'_p \frac{\partial w'_p v'_p}{\partial r} + \\ & + u'_p w'_p \frac{\partial v_p}{\partial z} + w'_p v'_p \frac{\partial v_p}{\partial r} - \frac{w_p'^3}{r} + \frac{w'_p \langle w_p'^2 \rangle}{r} + \\ & + \frac{v_p w'_p v'_p}{r} + \frac{v_p'^2 w'_p}{r} - \frac{v'_p \langle w'_p v'_p \rangle}{r} - \frac{w'_p \partial \langle u'_p v'_p \rangle}{\partial z} - \\ & - \frac{w'_p \partial (r \langle v_p'^2 \rangle)}{r \partial r} - \frac{v'_p \partial \langle u'_p w'_p \rangle}{\partial z} - \\ & - \frac{v'_p \partial (r \langle w'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} = \frac{F'_{ar} w'_p + F'_{af} v'_p}{\rho_p \beta}. \end{aligned} \quad (11)$$

Далее умножим пульсационное уравнение (11) на величину t'_p , а уравнение (7) – на $w'_p v'_p$, после чего просуммируем эти уравнения. Пренебрегая смешанными третьими корреляциями (газ-час-

тица) и используя при этом выражение (5), уравнение переноса третьего момента $\langle t'_p w'_p v'_p \rangle$ можно преобразовать к виду:

$$\begin{aligned} & u_p \frac{\partial t'_p w'_p v'_p}{\partial z} + v_p \frac{\partial t'_p w'_p v'_p}{\partial r} + u'_p \frac{\partial t'_p w'_p v'_p}{\partial z} + \\ & + v'_p \frac{\partial t'_p w'_p v'_p}{\partial r} + t'_p u'_p w'_p \frac{\partial v_p}{\partial z} + t'_p w'_p v'_p \frac{\partial v_p}{\partial r} + \\ & + u'_p w'_p v'_p \frac{\partial t_p}{\partial z} + w'_p v_p'^2 \frac{\partial t_p}{\partial r} - \frac{t'_p w_p'^3}{r} + \frac{t'_p w'_p \langle w_p'^2 \rangle}{r} + \\ & + \frac{v_p t'_p w'_p v'_p}{r} + \frac{t'_p w'_p v_p'^2}{r} - \frac{v'_p t'_p \langle w'_p v'_p \rangle}{r} - \\ & - \frac{t'_p w'_p \partial \langle u'_p v'_p \rangle}{\partial z} - \frac{t'_p w'_p \partial (r \langle v_p'^2 \rangle)}{r \partial r} - \\ & - \frac{t'_p v'_p \partial \langle u'_p w'_p \rangle}{\partial z} - \frac{t'_p v'_p \partial (r \langle w'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} - \\ & - \frac{w'_p v'_p \partial \langle t'_p u'_p \rangle}{\partial z} - \frac{w'_p v'_p \partial (r \langle t'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} = -\Psi_2 t'_p w'_p v'_p; \\ & \Psi_2 = \frac{6\alpha}{\rho_p c_p \delta} + \frac{2}{\tau}. \end{aligned} \quad (12)$$

Преобразуем (12) с помощью пульсационного уравнения неразрывности, предварительно умноженного на величину $t'_p w'_p v'_p$. Затем в итоговом уравнении произведем осреднение. В приближении узкого канала на участке стабилизированного движения газозвеси запишем уравнение переноса искомой величины $\langle t'_p w'_p v'_p \rangle$:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (r \langle t'_p w'_p v_p'^2 \rangle)}{r \partial r} + \frac{\langle v_p'^2 w'_p \rangle \partial t_p}{\partial r} - \frac{\langle t'_p w_p'^3 \rangle}{r} + \\ & + \frac{\langle t'_p w'_p \rangle \langle w_p'^2 \rangle}{r} + \frac{\langle t'_p w'_p v_p'^2 \rangle}{r} - \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \langle w'_p v'_p \rangle}{r} - \\ & - \frac{\langle t'_p w'_p \rangle \partial (r \langle v_p'^2 \rangle)}{r \partial r} - \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \partial (r \langle w'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} - \\ & - \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \partial (r \langle t'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} = -\Psi_2 \langle t'_p w'_p v'_p \rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

Подобным образом могут быть получены уравнения переноса для остальных искомым корреляций. Приведем эти уравнения:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(r \langle t'_p v_p'^3 \rangle)}{2r \partial r} + \frac{\langle v_p'^3 \rangle}{2 \partial r} - \frac{\langle t'_p v_p' w_p'^2 \rangle}{r} - \\ & - \frac{\langle v_p'^2 \rangle}{2r \partial r} \partial(r \langle t'_p v_p' \rangle) - \frac{\langle t'_p v_p' \rangle}{r \partial r} \partial(r \langle v_p'^2 \rangle) + \\ & + \frac{\langle t'_p v_p' \rangle \langle w_p'^2 \rangle}{r} = -\Psi_1 \langle t'_p v_p'^2 \rangle ; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\Psi_1 = \frac{3\alpha}{\rho_p c_p \delta} + \frac{1}{\tau} ;$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(r \langle t'_p w_p'^2 v_p' \rangle)}{2r \partial r} + \frac{\langle t'_p w_p'^2 v_p' \rangle}{r} - \frac{\langle t'_p w_p' \rangle \langle w_p' v_p' \rangle}{r} - \\ & - \frac{\langle t'_p w_p' \rangle}{r \partial r} \partial(r \langle w_p' v_p' \rangle) + \langle w_p'^2 v_p' \rangle \frac{\partial t_p}{2 \partial r} - \end{aligned}$$

$$\langle t'_p v_p'^2 \rangle = -\frac{1}{\Psi_1} \left[\frac{\langle v_p'^2 \rangle}{\partial r} \partial \langle t'_p v_p' \rangle + \frac{\langle t'_p v_p' \rangle}{2 \partial r} \partial \langle v_p'^2 \rangle + \frac{\langle v_p'^3 \rangle}{2 \partial r} \partial t_p - \frac{2 \langle w_p' v_p' \rangle \langle w_p' t'_p \rangle}{r} \right] ; \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \langle t'_p w_p'^2 \rangle = & -\frac{1}{\Psi_1} \left[\frac{\langle w_p' v_p' \rangle}{\partial r} \partial \langle t'_p w_p' \rangle + \frac{\langle t'_p v_p' \rangle}{2 \partial r} \partial \langle w_p'^2 \rangle + \frac{\langle w_p' v_p' \rangle \langle t'_p w_p' \rangle}{r} + \right. \\ & \left. + \frac{\langle w_p'^2 v_p' \rangle}{2 \partial r} \partial t_p + \frac{\langle w_p'^2 \rangle \langle t'_p v_p' \rangle}{r} \right] ; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \langle t'_p w_p' v_p' \rangle = & -\frac{1}{\Psi_2} \left[\frac{\langle v_p'^2 \rangle}{\partial r} \partial \langle t'_p w_p' \rangle + \frac{\langle t'_p v_p' \rangle}{\partial r} \partial \langle w_p' v_p' \rangle + \frac{\langle w_p' v_p' \rangle \langle t'_p v_p' \rangle}{r} + \right. \\ & \left. + \frac{\langle w_p' v_p' \rangle}{\partial r} \partial \langle t'_p v_p' \rangle + \frac{\langle v_p'^2 w_p' \rangle}{\partial r} \partial t_p - \frac{2 \langle w_p'^2 \rangle \langle t'_p w_p' \rangle}{r} + \frac{\langle v_p'^2 \rangle \langle t'_p w_p' \rangle}{r} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Для того чтобы получить окончательный вид уравнений переноса вторых моментов, необходи-

$$-\frac{\langle w_p'^2 \rangle}{2r \partial r} \partial(r \langle t'_p v_p' \rangle) = -\Psi_1 \langle t'_p w_p'^2 \rangle. \quad (15)$$

В уравнениях (13)-(15) присутствуют четвертые корреляционные моменты, которые могут быть выражены подобно [9]:

$$\begin{aligned} \langle t'_p v_p'^3 \rangle & = 3 \langle v_p'^2 \rangle \langle t'_p v_p' \rangle ; \quad \langle t'_p w_p'^2 v_p' \rangle = \\ & = 2 \langle w_p' v_p' \rangle \langle t'_p w_p' \rangle + \langle w_p'^2 \rangle \langle t'_p v_p' \rangle ; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \langle t'_p v_p'^2 w_p' \rangle & = 2 \langle w_p' v_p' \rangle \langle t'_p v_p' \rangle + \langle v_p'^2 \rangle \langle t'_p w_p' \rangle ; \\ \langle t'_p w_p'^3 \rangle & = 3 \langle w_p'^2 \rangle \langle t'_p w_p' \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя выражения (16) и (17) в уравнения (13)-(15), после несложных преобразований будем иметь:

мо в уравнения (9), (10) подставить выражения (18)-(20). В итоге:

уравнение переноса величины $\langle t'_p v'_p \rangle$:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\partial}{r\partial r} \left(\frac{r \langle v_p'^2 \rangle}{\Psi_1} \frac{\partial \langle t'_p v'_p \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{2r\partial r} \left(\frac{r \langle t'_p v'_p \rangle}{\Psi_1} \frac{\partial \langle v_p'^2 \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{2r\partial r} \left(\frac{r \langle v_p'^3 \rangle}{\Psi_1} \frac{\partial t_p}{\partial r} \right) + \\
 & + \frac{2\partial}{r\partial r} \left(\frac{\langle w_p' v'_p \rangle \langle t'_p w'_p \rangle}{\Psi_1} \right) + \langle v_p'^2 \rangle \frac{\partial t_p}{\partial r} + \frac{\langle w_p' v'_p \rangle \partial \langle t'_p w'_p \rangle}{\Psi_1 r \partial r} + \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \partial \langle w_p'^2 \rangle}{2\Psi_1 r \partial r} + \\
 & + \frac{\langle w_p' v'_p \rangle \langle t'_p w'_p \rangle}{\Psi_1 r^2} + \frac{\langle v_p'^2 w_p'^2 \rangle}{2\Psi_1} \frac{\partial t_p}{r\partial r} + \frac{\langle w_p'^2 \rangle \langle t'_p v'_p \rangle}{\Psi_1 r^2} = \frac{1}{\tau} (\langle t'_p v'_g \rangle - \langle t'_p v'_p \rangle) + \\
 & + \frac{6\alpha}{\rho_p c_p \delta} (\langle t'_g v'_p \rangle - \langle t'_p v'_p \rangle) ; \tag{21}
 \end{aligned}$$

уравнение переноса величины $\langle t'_p w'_p \rangle$:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\partial}{r\partial r} \left(\frac{r \langle v_p'^2 \rangle}{\Psi_2} \frac{\partial \langle t'_p w'_p \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r\partial r} \left(\frac{r \langle t'_p v'_p \rangle}{\Psi_2} \frac{\partial \langle w_p' v'_p \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r\partial r} \left(\frac{\langle t'_p v'_p \rangle \langle w_p' v'_p \rangle}{\Psi_2} \right) - \\
 & - \frac{\partial}{r\partial r} \left(\frac{r \langle w_p' v'_p \rangle}{\Psi_2} \frac{\partial \langle t'_p v'_p \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r\partial r} \left(\frac{r \langle v_p'^2 w_p' \rangle}{\Psi_2} \frac{\partial t_p}{\partial r} \right) + \frac{2\partial}{r\partial r} \left(\frac{\langle t'_p w'_p \rangle \langle w_p'^2 \rangle}{\Psi_2} \right) - \\
 & - \frac{\partial}{r\partial r} \left(\frac{\langle v_p'^2 \rangle \langle t'_p w'_p \rangle}{\Psi_2} \right) + \langle w_p' v'_p \rangle \frac{\partial t_p}{\partial r} - \frac{\langle v_p'^2 \rangle \partial \langle t'_p w'_p \rangle}{\Psi_2 r \partial r} - \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \partial \langle w_p' v'_p \rangle}{\Psi_2 r \partial r} - \\
 & - \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \langle w_p' v'_p \rangle}{\Psi_2 r^2} - \frac{\langle w_p' v'_p \rangle \partial \langle t'_p v'_p \rangle}{\Psi_2 r \partial r} - \frac{\langle v_p'^2 w_p' \rangle \partial t_p}{\Psi_2 r \partial r} + \frac{2 \langle w_p'^2 \rangle \langle t'_p w'_p \rangle}{\Psi_2 r^2} - \\
 & - \frac{\langle v_p'^2 \rangle \langle t'_p w'_p \rangle}{\Psi_2 r^2} = \frac{1}{\tau} (\langle t'_p w'_g \rangle - \langle t'_p w'_p \rangle) + \frac{6\alpha}{\rho_p c_p \delta} (\langle t'_g w'_p \rangle - \langle t'_p w'_p \rangle) . \tag{22}
 \end{aligned}$$

В уравнениях (21) и (22) фигурируют неизвестные моменты второго ($\langle w_p' w'_p \rangle$) и третьего ($\langle v_p' v'_p v'_p \rangle$, $\langle v_p' w_p' w'_p \rangle$, $\langle v_p' v'_p w'_p \rangle$) порядков пульсаций поступательной скорости частиц, которые определяются согласно [8].

Вывод

Представленная в настоящей работе методика расчета осредненных и пульсационных ха-

рактеристик неизотермического дисперсного потока в анизотропном поле энергии хаотического движения частиц отражает основные закономерности этого сложного класса течений и может быть использована при расчетах технических устройств, предназначенных для пневмотранспорта сыпучих материалов, очистки газов от твердых примесей, механической и термической обработки порошков, сжигания твердого топлива.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. — М.: Наука, 1978. — 336 с.
2. *Шрайбер А.А., Гавин Л.Б., Наумов В.А., Яценко В.П.* Турбулентные течения газозвеси. — К.: Наукова думка, 1987. — 240 с.
3. *Абрамович Г.Н.* О влиянии примеси твердых частиц или капель на структуру турбулентной газовой струи // Докл. АН СССР. — 1970. — Т. 190, № 5. — С. 1052–1055.
4. *Зув Ю.В., Лепешинский И.А.* Математическая модель двухфазной турбулентной струи // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1981. — № 6. — С. 69–77.
5. *Милоевич Д., Солоненко О.П., Крылов Г.М.* Сравнительный анализ некоторых моделей турбулентного переноса инерционных частиц // Процессы переноса в одно- и двухфазных средах. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР. 1986. — С. 70–80.
6. *Кондратьев Л.В.* Модель и численное исследование турбулентного течения газозвеси в трубе. Автореф. дисс. канд. физ.-мат. наук. — Л., 1989. — 18 с.
7. *Деревич И.В., Ерошенко В.М.* Расчет осредненного скоростного скольжения фаз при турбулентном течении дисперсных потоков в каналах // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1990. — № 2. — С. 69–78.
8. *Рохман Б.Б.* Об уравнениях переноса корреляционных моментов пульсаций скоростей дисперсной фазы на стабилизированном участке осесимметричного двухфазного потока. Часть I // Пром. теплотехника. — 2005. — Т. 27, № 3. — С. 9–16.
9. *Hanjalic K., Launder B.E.* A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows // J. Fluid. Mech. — 1972. — 52, № 4. — P. 609–638.

Получено 09.08.2005 г.

УДК 621.3.035.2:536.5

**ПАНОВ Е.Н.¹, КУТУЗОВ С.В.², ЛЕЛЕКА С.В.¹,
ШИЛОВИЧ И.Л.¹, БОЖЕНКО М.Ф.¹**

¹*Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”*
²*Открытое акционерное общество “Украинский графит”*

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ КЕРНА В П-ОБРАЗНЫХ ПЕЧАХ ГРАФИТАЦИИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Наведено результати експериментальних досліджень та числових розрахунків температурних полів П-подібних печей графітації постійного струму. Запропоновано емпіричні рівняння для визначення середніх температур заготовок в керні для будь-якого проміжку часу в залежності від теплофізичних властивостей матеріалів, конструктивних розмірів керна та режимних параметрів процесу графітації.

Приведены результаты экспериментальных исследований и численных расчетов температурных полей П-образных печей графитации постоянного тока. Предложены эмпирические уравнения для расчета средних температур заготовок в керне для любого момента времени в зависимости от теплофизических свойств материалов, конструктивных размеров керна и режимных параметров процесса графитации.

Results of the temperature fields experimental investigations and numerical simulation in the П-shaped direct current graphitization kilns are performed. Fitted equations are performed for average temperatures calculation of billets in the kern for arbitrary time depending of thermo-physical properties, kern geometry and technologies parameters of the graphitization process.