

Член-корреспондент НАН Украины А. Е. Божко, В. И. Белых,
К. Б. Мягкохлеб

Об определении сил инерции, демпфирования и упругости в системах с электромагнитными вибровозбудителями

A method for the determination of forces of inertia, dissipation, and elasticity in electromagnetic vibroexciters is given. These forces are functions of a driving voltage and system parameters.

Силы инерции, демпфирования (диссипации) и упругости (жесткости) являются основными в реакции динамических объектов на внешние воздействия. Любое движение объекта связано с указанными силами. При выборе величин внешних воздействий для создания необходимых параметров движения динамической системы всегда необходимо знание противодействующих сил, какими являются силы инерции, диссипации, упругости. В нашем случае будем определять эти силы в системе электромагнитных вибровозбудителей (ЭМВ). Последние применяются в технологических процессах, в которых используется вибрация (сушка, транспортировка — конвейеры, литье, резание и др. в виброиспытательном оборудовании [1]). Наиболее простой ЭМВ такой, как показано на рис. 1, где М — магнитопровод; Я — платформа (якорь); О — объект; Пр — пружины; К — катушка с числом витков w ; δ — воздушные зазоры; U — входное электрическое напряжение; i — электрический ток.

Для определения сил инерции, демпфирования, упругости запишем дифференциальное уравнение движения подвижной платформы (Я) с объектом (О), жестко прикрепленным к якорю, в виде

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + cx = F, \quad (1)$$

где m — масса (Я + О); b , c — коэффициенты диссипации и жесткости (упругости); x — перемещения (Я + О); t — время; F — внешнее воздействие в виде тягового усилия ЭМВ.

Как видно из (1), сила инерции $F_m = m d^2x/dt^2$, сила демпфирования $F_b = b dx/dt$ и сила упругости $F_0 = cx$. Для определения F_m , F_b , F_c необходимо найти m , b , c , x , \dot{x} , \ddot{x}

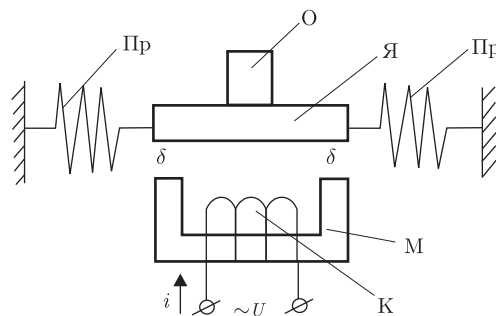


Рис. 1. Электромеханическая схема ЭМВ

и знать тяговое усилие F . А это означает, что в определении указанных сил фигурируют все параметры ЭМВ. В работах [2–4] представлены методы вычисления весовой нагрузки на ЭМВ, коэффициентов демпфирования и жесткости в ЭМВ. Для определения сил F_m , F_b , F_c воспользуемся результатами этих работ.

Заметим, что в указанных работах величины m , b , c в ЭМВ определены не только как функции параметров ЭМВ, но и как зависимости друг от друга. Поэтому постараемся исключить (уменьшить) взаимные связи m , b и c . Начнем с определения силы инерции $F_m = m d^2x/dt^2$. Согласно работе [2], масса (Я + О)

$$m = \left(\frac{F_a}{x_a} + c \right) \frac{1}{\omega^2}, \quad (2)$$

где F_a , x_a — амплитуды тягового усилия и перемещение m соответственно; ω — круговая частота задающего напряжения $U = U_a \sin \omega t$ ($\omega = 2\pi f$, f — частота, Гц). При условии, что индуктивное сопротивление катушки (К) значительно больше активного

$$F_a = \frac{1}{\mu_0 S} \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2 \quad (3)$$

и при $x_{a\max} = \delta_0$, где δ_0 — начальный воздушный зазор между якорем (Я) и магнитопроводом (М); w — число витков катушки (К), из (2) с учетом (3) получим

$$m = \frac{1}{\omega^2} \left[\frac{1}{\mu_0 S \delta_0} \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2 + c \right]. \quad (4)$$

В (4) заменим c следующим образом. Общее выражение тягового усилия будет

$$\begin{aligned} F &= F_a \sin^2 \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{\mu_0 S} \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2 \sin^2 \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0 S} \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2 + \frac{1}{2\mu_0 S} \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2 \cos(2\omega t - \pi). \end{aligned} \quad (5)$$

Как видно из (5), постоянная составляющая тягового усилия

$$F_0 = \frac{1}{2\mu_0 S} \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2 \quad (6)$$

и она смещает подвижную систему ЭМВ на величину

$$x_0 = \frac{F_0}{c} = k\delta_0, \quad k \ll 1. \quad (7)$$

Из (7) с учетом (6)

$$c = \frac{F_0}{x_0} = \frac{1}{2\mu_0 S k \delta_0} \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (4), получим

$$m = \frac{1}{\omega^2 \mu_0 S \delta_0} \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2 \left(1 + \frac{1}{2k} \right). \quad (9)$$

Сила инерции

$$F_m = m\omega^2 x_a = \frac{l}{\mu_0 S} \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2 \left(1 + \frac{1}{2k} \right), \quad (10)$$

где $l = x_a/\delta_0 < 1$.

Максимальная сила жесткости $F_C = cx_a$. Вставим в это выражение (8) и $x_a = l\delta_0$. В результате имеем

$$F_C = x_a c = \frac{l}{2\mu_0 S k} \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2. \quad (11)$$

Далее перейдем к определению силы демпфирования (диссипации). На основании работы [4] коэффициент диссипации в ЭМВ выражается соотношением

$$b = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{F_a}{x_a} \right)^2 - (\omega^2 m - c)^2}. \quad (12)$$

Учитывая, что $x_a = l\delta_0$ и выражения (8), (9), из (12) получим

$$b = \frac{1}{\omega} \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2 \frac{l}{\mu_0 S \delta_0} \left[\frac{1}{l^2} - 1 - \frac{1}{k} \left(2 - \frac{1}{2k} \right) \right]^{1/2}. \quad (13)$$

Принимая во внимание то, что максимальная сила демпфирования $F_b = \omega x_a = \omega l\delta_0$ и учитывая (13), получим

$$F_b = \left(\frac{U_a}{w\omega} \right)^2 \frac{l}{\mu_0 S} \left[\frac{1}{l^2} - \frac{1}{k} \left(2 - \frac{1}{2k} \right) \right]^{1/2}. \quad (14)$$

Таким образом, в результате данного решения получены формулы (10), (11), (14), отражающие зависимости сил инерции, демпфирования и упругости соответственно от всех параметров электромагнитных вибровозбудителей.

1. *Вибрации* в технике: В 4-х т. / Под ред. Э.Э. Лавендела. – Москва: Машиностроение, 1981. – Т. 4. – 510 с.
2. Божко А. Е., Мягкохлеб К. Б. О весовой нагрузке на электромагнитном вибростенде // Доп. НАН України. – 2003. – № 7. – С. 87–90.
3. Божко А. Е., Мягкохлеб К. Б. Оценка и анализ параметров жесткости в электромагнитных вибрационных стендах // Пробл. машиностроения. – 2003. – 6, № 3. – С. 53–57.
4. Божко А. Е., Мягкохлеб К. Б. Об определении коэффициентов демпфирования в электромагнитных вибрационных стендах // Там же. – 2006. – 9, № 1. – С. 51–56.

*Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков*

Поступило в редакцию 31.07.2007