

## ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА СУШКИ

- Инструкция по эксплуатации. – MLW, 1981. – 20 с.
5. Реофизика и реодинамика текучих систем / Под ред. Лыкова А.В., Шульмана З.П. – Минск: Изд. „Наука и техника”, 1970. – 172 с.
  6. Белкин И.М. Ротационные приборы. Измерение вязкости и физико-механических характеристик материалов. – М.: Машиностроение, 1967. – 272 с.
  7. Лыков А.В., Берковский Б.М. Тепло и массообмен в неильтоновских жидкостях. Законы пере-
  - носа в неильтоновских жидкостях. – М.: Энергия, 1968. – С. 5–14.
  8. Кутателадзе С.С., Хабахпашева Е.М., Лемберский В.Б. Некоторые вопросы гидродинамики и теплообмена структурновязких сред. Законы переноса в неильтоновских жидкостях. – М.: Энергия, 1968. – С. 5–14.

*Получено 15.01.2009 г.*

УДК 66.047

**Атаманюк В.М., Гумницький Я.М.**

*Національний університет «Львівська політехніка»*

# ВНУТРІШНОДИФУЗІЙНЕ МАСОПЕРЕНЕСЕННЯ ПІД ЧАС СУШІННЯ КАМ'ЯНОГО ВУГІЛЛЯ

Запропоновано фізичну модель розподілу вологи в одинарній частинці під час її сушіння у другому періоді. Математично описано процес внутрішньодифузійного масо перенесення та визначено вплив зовнішньої гідродинаміки на величину масового потоку.

Предложена физическая модель распределения влаги в одиночной частице при её сушке во втором периоде. Математически описан процесс внутридиффузационного массопереноса и определено влияние внешней гидродинамики на величину массового потока влаги.

We propose a physical model of moisture distribution in an individual particle during its drying at the second period. We give a mathematically description of process of intra diffusion mass transfer and determine formal influence of external hydrodynamics on the value of mass moisture flux

$D_w$  – коефіцієнт внутрішньої дифузії;  
 $d$  – діаметр частинки;  
 $j_w$  – масовий потік вологи;  
 $r_0$  – радіус на границі розподілу фаз;  
 $r$  – поточний радіус;  
 $R$  – радіус частинки;  
 $t$  – температура теплового агента;  
 $T$  – температура частинки вугілля;  
 $v$  – швидкість теплового агента;  
 $w$  – вологовміст матеріалу;  
 $x$  – вологовміст теплового агента;

$\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі, кут нахилу прямої до осі абсцис;  
 $\varepsilon$  – пористість;  
 $\eta$  – коефіцієнт, що характеризує ступінь досконалості процесу;  
 $\mu$  – динамічний коефіцієнт в'язкості;  
 $\rho$  – густина повітря, води;  
 $\tau$  – час;  
 $Fo = \frac{D_w \tau}{R^2}$  – число Фур'є;

$$Re = \frac{v d \rho}{\mu} - \text{число Рейнольдса;}$$

$$\Phi_0 = \frac{r_0}{R}, \Phi = \frac{r}{R} - \text{безрозмірний радіус.}$$

**Індекси верхні:**

$c$  – маса сухого матеріалу;  
 $*$  – температура теплового агента.

**Індекси нижні:**

$0$  – початкове значення;  
 $1$  – поверхня частинки;  
 $s$  – тверда частинка;  
 $v$  – вода;  
 $k_p$  – критичний;  
 $_{\text{нас}}$  – стан насичення;  
 $t$  – тепловий агент.

**Вступ**

Значні запаси кам'яного вугілля в Україні зумовили його широке використання в енергетиці, хімічній і коксохімічній промисловості. Методи видобування, збагачення та зберігання вугілля на відкритих майданчиках обумовлюють його вологість в межах 18...28% залежно від його гранулометричного складу. Для використання вугілля як палива або сировини хімічної промисловості його необхідно висушити до вологості менше 10% у розрахунку на суху масу. Відомо, що під час сушіння найважче видалити внутрішню вологу. Це пов'язано з тим, що у внутрішньому вологопренесенні бере участь близько п'ятнадцяти різних за своїм механізмом елементарних видів перенесення маси і теплоти [1, 2], тому теоретичний аналіз сушіння дисперсних матеріалів у другому періоді починають із дослідження процесів, які відбуваються в окремій частинці правильної форми. Більшість авторів для оцінки інтенсивності вологопровідності в окремій частинці найчастіше використовують кулясту модель [3, 4]. Ще однією проблемою в дослідженнях внутрішнього вологопренесення є те, що границя масообміну під час сушіння є рухомою, тому з метою спрощення розв'язку нестационарний процес тепломасообміну змінюють на квазистационарний.

**Теоретична частина**

Предметом дослідження є сушіння у другому періоді одинарної частинки кулястої форми із значенням внутрішньої пористості  $\epsilon_b$ , пори якої заповнені водою. Зовнішня поверхня твердої частинки омивається тепловим агентом, температура і вологомістя якого є постійними в часі. Для створення математичної моделі приймаємо, що всі пори є кінетично рівноцінні, тверде тіло є ізотропним в дифузійному відношенні. Крім того, вважаємо, що кінетичні коефіцієнти відповідають середньому значенню температури частинки.

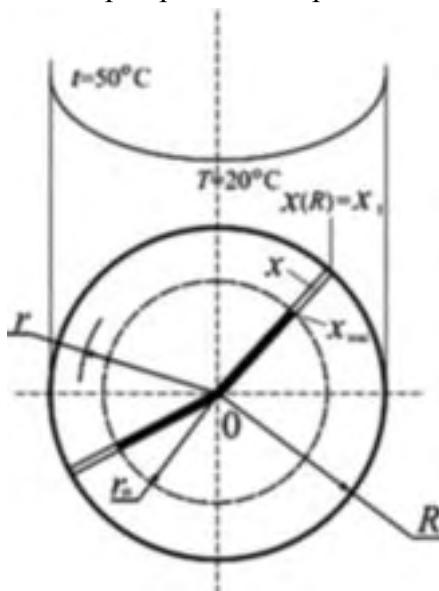
Розглянемо механізм внутрішнього вологопренесення. У кожній порі процес переходу вологи у пароподібний стан відбувається на вільній поверхні вологи, створюючи біля цієї поверхні тиск насиченої пари. Внаслідок цього виникає градієнт вологомісту всередині пори, що призводить до виникнення потоку вологи у пароподібному стані від границі розділу фаз “вода (конденсована влага) – пар” до зовнішньої поверхні частинки з подальшим переходом шляхом конвективної дифузії до теплового агента.

На рис. 1 зображено частинку кулястої форми радіуса  $R$  з наявними порами (для прикладу выбрано дві). Зображення схема ілюструє стан матеріалу під час другого періоду в момент часу  $\tau$ . Влага у сконденсованому стані знаходиться на радіусі  $r_0$ , що є границею розподілу двох фаз. Над поверхнею рідини знаходиться пара у стані насичення з вологомістом  $x_{\text{нас}}$ . На поточному радіусі  $r$  вологоміст складатиме величину  $x$ . На поверхні частинки значення вологомісту відповідають значенням у тепловому агенті  $x(R) = x_1$ . В міру висушування границя розділу фаз пересувається у глибину частинки, а її середній вологоміст зменшується.

Запропонована модель є аналогічною до процесів екстрагування з твердої фази твердих включень, які монолітно заповнюють пори інертного матеріалу [5], однак процес внутрішньодифузійного перенесення під час фільтраційного сушіння є значно складнішим, тому що в нашому випадку крім зміни кількості вологи у порах, змінюється ще й температура твердої частинки. Аналогічний підхід до моделювання процесу сушіння твердих частинок в другому періоді розглянуто у [6]. Складність ма-

## ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА СУШКИ

тематичної моделі також полягає в тому, що розглядається система з рухомою границею фаз, що значно ускладнює аналітичний розв'язок, тому скористаємося наближенним методом з використанням інтегральних співвідношень, адекватність яких перевіримо експериментально.



*Рис. 1. Схема розподілення вологи і температури всередині твердої частинки під час другого періоду сушіння в момент часу  $\tau$ .*

Інтегральне співвідношення для нашого випадку, що базується на балансовому рівнянні, у певний момент часу  $\tau$  може бути записане:

$$\begin{aligned} -\frac{d}{d\tau} \left( \varepsilon_b \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho_b + \int_{r_0}^R \varepsilon_b \rho x 4 \pi r^2 dr \right) &= \\ = \varepsilon_b D_w 4 \pi R^2 \rho \left( \frac{\partial x}{\partial r} \right)_{r=R} &+ \varepsilon_b 4 \pi r_0^2 x_i \rho \frac{d r_0}{d\tau}. \end{aligned} \quad (1)$$

Перший член лівої частини рівняння являє собою масу води, що знаходиться у частинці на відстані  $0 - r_0$ , а другий член – масу вологи, що знаходиться у порах на відстані  $r_0 - R$  у пароповітряній суміші. Перший член правої частини рівняння відповідає потоку вологи з поверхні твердої частинки, у якому значення  $\varepsilon_b D_w$  є коефіцієнтом вологопровідності, і є аналогом коефіцієнта тепlopровідності у законі Фур'є [5]. Другий член рівняння відповідає потоку вологи,

який вноситься з тепловим агентом у пори частинки за рахунок переміщення границі розділу фаз у глибину частинки (стефанівський потік, який є характерним для процесів, що протікають на границі зі зміною агрегатного стану [7]).

Рівняння (1) доповнено крайовими умовами:

$$\begin{cases} x(r=r_0, \tau) = x_{\text{нас}} \\ x(r=R, \tau) = x_i \end{cases}. \quad (2)$$

Враховуючи, що процес сушіння у другому періоді протікає повільно, можемо прийняти його як квазістационарний. У цьому випадку розв'язок диференціального рівняння дасть змогу визначити характер розподілення вологовмісту у порах твердої частинки під час другого періоду сушіння для області  $r_0 - R$ . Дане диференціальне рівняння для частинок кулястої форми має вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \rho \frac{\partial(r x)}{\partial r} \right] = 0. \quad (3)$$

Інтеграл рівняння (3) визначає лише розподіл вологовмісту теплового агента  $x$  в середині капілярів, вільних від рідкої фази, і відповідає крайовим умовам (2):

$$\frac{x_{\text{нас}} - x}{x_{\text{нас}} - x_i} = \frac{1 - \frac{r_0}{r}}{1 - \frac{r_0}{R}}. \quad (4)$$

Визначивши із рівняння (4) градієнт вологовмісту  $\frac{\partial x}{\partial r}$  і підставивши це значення у рівняння (1), а також ввівши безрозмірні параметри – безрозмірний радіус  $\phi$  і безрозмірний час – число Фур'є  $Fo$ , після необхідних перетворень, отримаємо:

$$-m \int_1^{\phi_0} (\phi - \phi^2) d\phi - \frac{1}{6} \int_1^{\phi_0} \left( \frac{1}{\phi} + 1 - 2\phi \right) d\phi = \int_0^\tau dFo, \quad (5)$$

$$\text{де } m = \frac{\rho_e - \rho}{\rho} \frac{(x_{\text{нac}} - x_1)}{(x_{\text{нac}} - x_0)}.$$

Інтеграл рівняння (5) встановлює залежність між границею розділу фаз та часом сушіння:

$$m \left( \frac{1}{6} - \frac{\phi_0^2}{2} + \frac{\phi_0^3}{3} \right) - \frac{1}{6} (\ln \phi_0 + \phi_0 - \phi_0^2) = \text{Fo}. \quad (6)$$

Зв'язок між  $\phi_0$  та вологовмістом твердої частинки  $w^c$  визначається залежністю:

$$\phi_0 = \sqrt[3]{\frac{w^c}{w_{\text{кр}}^c}}. \quad (7)$$

#### Експериментальна частина

Об'єктом дослідження вибрано кам'яне вугілля, сушіння якого представляє актуальну проблему для вугільнозбагачувальних фабрик. Кам'яне вугілля являє собою тверде тіло, пронизане системою пор і тріщин, з розмірами від  $3 \cdot 10^{-9}$  м до  $1 \cdot 10^{-3}$  м [8]. Внутрішня пористість вугілля складає 4...8% від об'єму. На долю мікро і перехідних пор припадає 95% всієї внутрішньої поверхні і 80% внутрішнього вільного об'єму. Внаслідок видобування, збагачення і зберігання на відкритих майданчиках пори вугілля заповнюються вологою, яку перед його використанням у будь-якому технологічному процесі необхідно висушити.

На рис.2 наведено результати експериментальних досліджень сушіння одинарної частинки кулястої форми, виготовленої із цільного куска кам'яного вугілля марки Ж. Частинка розміщувалась у контейнері сушильної установки, через яку проходило нагріте до заданої температури повітря, що створювало умови рівності температури на поверхні частинки та теплового агента.

Враховуючи, що температура сушильного агента становить  $t = 50^\circ\text{C}$ , а температура частинки  $T = 20^\circ\text{C}$ , можемо припустити, що фізичні параметри речовин, які приймають участь у масообміні всередині частинки змінюються незначно. Передбачається, що границя розподілу фаз переміщається у процесі сушіння і темпера-

тура на цій границі залишається незмінною і рівною температурі мокрого термометра.

Для умов сушіння у другому періоді вираз (6) може бути спрощений. З цією метою проаналізуємо параметр  $m$ . Перш за все відзначимо, що густина води є значно більшою, ніж густина газової фази та значень вологовмісту. Наприклад, для одного із дослідів  $x_{\text{нac}} = 0,019 \text{ кг H}_2\text{O}/\text{кг сух.м.}$ , вологовміст теплового агента  $x_1 = 0,0072 \text{ кг H}_2\text{O}/\text{кг сух.м.}$ , густина теплового агента  $\rho = 1,205 \text{ кг}/\text{м}^3$ , а води  $\rho_b = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Тоді  $\rho(x_{\text{нac}} - x_1) = 0,0142$ , а це означає, що  $\rho_b = 1000 \gg \rho(x_{\text{нac}} - x_1) = 0,0142$ .

Тому рівняння (6) можна записати у вигляді:

$$\left( \frac{1}{6} - \frac{\phi_0^2}{2} + \frac{\phi_0^3}{3} \right) = \frac{\text{Fo}}{m}. \quad (8)$$

З метою визначення комплексу змінних у процесі сушіння величин, що пропорційні густині масового потоку представимо експериментальні результати, наведені на рис. 2, у вигляді

$$\left( \frac{1}{6} - \frac{\phi_0^2}{2} + \frac{\phi_0^3}{3} \right) = f(\tau), \quad (\text{рис. 3}).$$

$w_c, \text{ кг H}_2\text{O}/\text{кг сух. м.}$

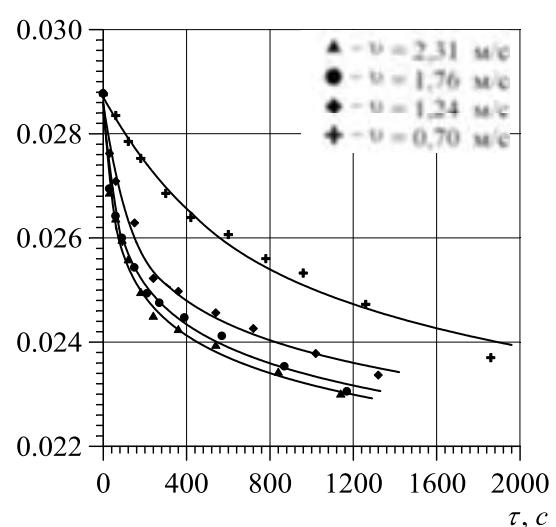
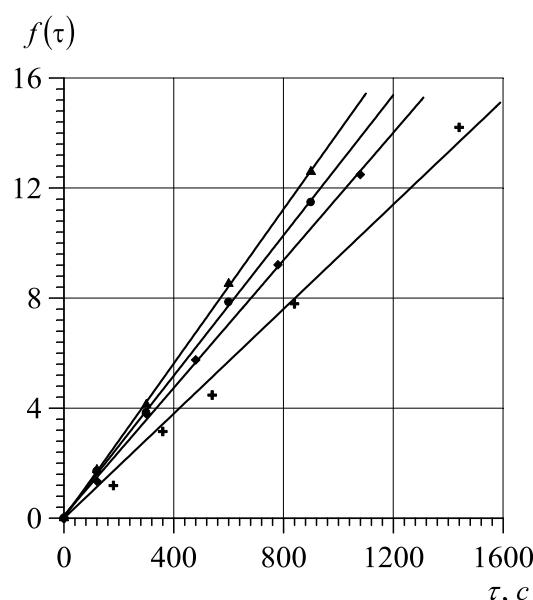


Рис. 2. Кінетика сушіння одинарної частинки вугілля за температури сушильного агента  $t = 50^\circ\text{C}$ .

## ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА СУШКИ



**Рис. 3. Залежність  $f(\tau)$   
(Позначення відповідають рис. 2).**

Одержані прямолінійні залежності свідчать про адекватність запропонованої моделі реальним результатам. Вище було показано, що у параметра  $m$  величина чисельника може бути прийнятою  $\rho_b$ , тобто

$$m = \frac{\rho_b}{\rho(x_{\text{нac}} - x_1)}. \quad (9)$$

Величини  $\rho$  і  $x_{\text{нac}}$  залежать від температури, тому, записавши

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\rho_b R^2} D_w \rho (x_{\text{нac}} - x_1) \quad (10)$$

з графічної залежності знаходимо комплекс  $D_w \rho (x_{\text{нac}} - x_1)$ , який є пропорційним до густини масового потоку вологи. Його значення наведено у таблиці залежно від швидкості омивання частинки.

**Табл. Залежність комплексу  $D_w \rho (x_{\text{нac}} - x_1)$  від швидкості  $v$  омивання одинарної частинки тепловим агентом**

$v, \text{ м/с}$	0,70	1,24	1,76	2,31
$D_w \rho (x_{\text{нac}} - x_1) \cdot 10^8, \text{ м}^2/\text{с}$	6,86	8,38	9,21	10,1

Наведені на рис. 3 залежності вказують на зростання швидкості масоперенесення всередині твердої частинки зі збільшенням швидкості обтікання частинки тепловим агентом. Це пояснюється тим, що при збільшенні швидкості теплового агента зростає коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$  [9]. Умови теплообміну на границі тепловий агент – тверда частинка відповідають граничній умові третього роду, згідно з якою

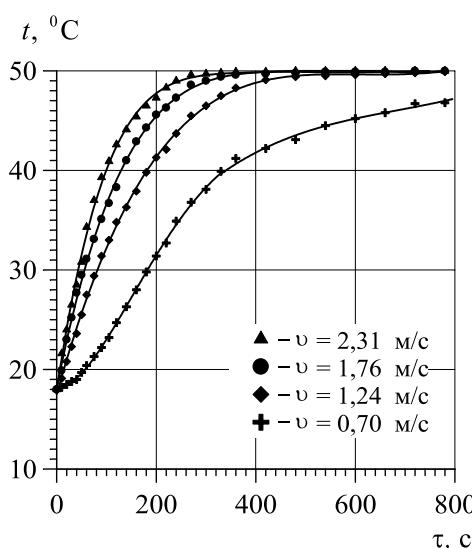
$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = \alpha \cdot (t_1 - T_r).$$

Це означає, що частинка швидше прогрівається і на масоперенесення накладається температурний фактор, у першу чергу на коефіцієнт внутрішньої дифузії і на тиск насиченої пари на границі рідини – газопарова суміші.

Для підтвердження сказаного проводився наступний експеримент. В центр кулястої частинки вугілля поміщалась термопара і проводились заміри зміни температури частинки під час її сушіння за тих самих, що і в попередньому експерименті швидкостей омивання твердої частинки тепловим агентом (рис. 4).

Аналіз рис. 4 показує, що зростання швидкості омивання частинки від  $v = 0,70 \text{ м/с}$  до  $v = 1,24 \text{ м/с}$  (приблизно у 1,8 раз) призводить до скорочення часу її прогрівання з  $\tau = 1140 \text{ с}$  до  $\tau = 780 \text{ с}$  (приблизно в 1,5 рази), однак подальше збільшення швидкості до  $v = 2,31 \text{ м/с}$  (приблизно у 3,3 рази) призводить до скорочення часу до  $\tau = 390 \text{ с}$  (приблизно в 2,9 рази). Як бачимо, інтенсивність нагрівання з ростом швидкості зростає нелінійно, що пояснюється обмеженням швидкості відведення теплоти в середину частинки шляхом тепlopровідності.

Очевидно, що максимальний потік вологи для умов проведення процесу сушіння можливий при зміннях температури всередині частинки, що відповідають температурі теплового агента  $\bar{T} = t_1$ , а коефіцієнт дифузії у порах відповідає коефіцієнту дифузії вологи у вільному об'ємі при цій же температурі.



**Рис. 4. Залежність зміни температури в центрі вологої частинки в часі від швидкості омивання зовнішньої поверхні тепловим агентом.**

За цих умов максимальна густина масового потоку вологої може бути оцінена

$$j_{w\max} \sim D_w^* \rho^* (x_{\text{нac}}^* - x_1). \quad (11)$$

Дійсні значення  $j_w$  оцінюються виразом

$$j_w \sim D_w \rho (x_{\text{нac}} - x_1). \quad (12)$$

Відношення (12) до (11) характеризує ступінь досягнення максимуму потоку (ступінь досконалості процесу):

$$\eta = \frac{j_w}{j_{w\max}} = \frac{D_w \rho (x_{\text{нac}} - x_1)}{D_w^* \rho^* (x_{\text{нac}}^* - x_1)}, \quad (13)$$

причому  $0 < \eta \leq 1$ .

Як випливає із експериментальних досліджень, на параметр  $\eta$  впливає зовнішня гідродинаміка, тому величину  $\eta$  оцінювали в залежності від числа Рейнольдса:

$$\eta = 2,7 \cdot 10^{-2} Re^{0,32}. \quad (14)$$

### Висновки

- Аналітично описано внутрішньодифузійний процес сушіння, який базується на наявності границі розділу фаз вода – водяна пара.
- Експериментально досліджено зміну температурного поля вологої частинки вугілля

у залежності від числа Рейнольдса, що оцінює зовнішню гідродинаміку.

- Визначено ступінь досягнення максимуму потоку вологої  $\eta$  та подано його залежність від числа Рейнольдса.

### ЛІТЕРАТУРА

- Фролов В.Ф.* Макрокинетический анализ сушки дисперсных материалов. Труды второй международной научно-практической конференции “Современные энергозберегающие технологии (Сушка и тепловые процессы) СЭТТ–2002” Москва–2002. –Т. 2, –С. 7 – 17.
- Білей П.В.* Теоретичні основи теплової обробки і сушіння деревини. –Коломия: Вік, 2005. – 364с.
- Никитенко Н.И., Снежкин Ю.Ф., Сороковая Н.Н.* Кинетика и динамика тепломассопереноса при сушке слоя диспергированного коллоидного капиллярно-пористого материала // Наукові праці Одеської національної академії харчових технологій. Одеса: 2006. Вип. 28. – Т.2 – С.140–146.
- Романков П.Г., Фролов В.Ф.* Массообменные процессы химической технологии (системы с дисперсной твердой фазой). –Л.: Химия, 1990. – 384 с.
- Аксельруд Г.А.* Массообмен в системе твердое тело – жидкость. –Львов: Издательство Львовского университета, 1970. –186 с.
- Хейфец Л.И., Неймарк А.В.* Многофазные процессы в пористых средах. –М.: Химия, 1982. –320 с.
- Лыков А.В.* Тепломассообмен. Справочник. – М.: Энергия, 1971. –560 с.
- Касаточкин В.И., Ларина Н.К.* Строение и свойства природных углей. –М.: Недра, 1975. –159 с.
- Атаманюк В.М.* Зовнішній тепломасообмін під час фільтраційного сушіння // Промышленная теплотехника. –К.: –2006, –Т. 28, –№5. – С.47–54.

Отримано 18.06.2007 р