УДК 662.61; 532.517.4; 533.6.013.4

Авраменко А.А., Басок Б.И., Новицкая М.П., Алексеенко В.В., Демченко В.Г., Блинов Д.Г.

Институт технической теплофизики НАН Украины

ТРЕХМЕРНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА

Отримано аналітичний вираз для залежності радіуса нестаціонарної тривимірної когерентної структури, що виникає за закручуючими пристроями з тангенціальним підводом потоку. Ця структура істотно впливає на інтенсивність процесу горіння, стійкість факелу та інші характеристики полум'я.

Получено аналитическое выражение для радиуса нестационарной трехмерной когерентной структуры, возникающей за закручивающими устройствами с тангенциальным подводом потока. Данная структура существенно влияет на интенсивность процесса горения, устойчивость факела и другие характеристики пламени.

Analytic expression for radius of unsteady three-dimensional coherent structure, which arises in front of swirling devices with tangential supply of flow is obtained. This structure have significant influence on intensity of combustion, stability of flame and another flame characteristics.

$a(z)$ – функция, учитывающая наличие отрицательной осевой скорости;
a_1, a_2 – коэффициенты в ряде теории возмущений ;
b – коэффициент, который возникает после усреднения осевой скорости;
C, C_1, C_2 – константы интегрирования;
F – функция, учитывающая наличие отрицательной осевой скорости;
$f(r)$ – функция, учитывающая радиальное распределение осевой скорости;
G – параметр закрутки;
p – давление;
R, $\bar{R}$ – радиус нестационарной трехмерной когерентной структуры, нормированный радиус нестационарной трехмерной когерентной структуры;
Re, $\tilde{\mathrm{Re}}$ – число Рейнольдса, нормированное число Рейнольдса;
R_0 – нормированный радиус нестационарной трехмерной когерентной структуры, рассчитанный в нулевом порядке теории возмущений;
r – радиальная координата;
r_c – радиус канала;
S – параметр преобразования Лапласа;
t – время;
U – радиальная скорость;
V – тангенциальная скорость;
W – осевая скорость;
W_m – максимальная осевая скорость без обратных потоков;
W_0 – средняя осевая скорость;
y – параметр теории возмущения;
z, $\bar{z}$ – осевая координата и нормированная осевая координата;
ε – параметр теории возмущения;
ν_e, $\bar{\nu}_e$ – эффективная вязкость и нормированная эффективная вязкость;
ρ – плотность;
φ – функция, учитывающая радиальное распределение осевой скорости;
ω – угловая скорость.

Введение

С точки зрения организации процесса горения одно из наиболее существенных и полезных явлений в закрученных струйных течениях – это образование приосевой рециркуляционной зоны при сверхкритических значениях параметра закрутки. Путем усреднения по большому интервалу времени границу рециркуляционной зоны и зон обратных токов можно определить довольно точно. Мгновенное же положение границ и точек торможения претерпевает значительные колебания в пространстве, поскольку обычно в таких потоках уровень турбулентных сдвиговых напряжений и интенсивности турбулентности очень высок [1].

Рециркуляционная зона играет важную роль в стабилизации пламени, поскольку обеспечивает рециркуляцию горячих продуктов сгорания и сокращает размер области, в которой скорость потока сравнивается со скоростью распространения фронта пламени. При наличии рециркуляционной зоны, существенно укорачивается длина факела и расстояние от горелки, на котором происходит стабилизация пламени. Размер и форма рециркуляционной зоны и соответствующей области с повышенным уровнем турбулентности оказывает решающее влияние на устойчивость факела, интенсивность процесса горения и другие характеристики пламени.

В рециркуляционной зоне интенсивность турбулентности достигает очень высокого уровня. На границе обратного течения, где средняя скорость равна нулю, величина локальной интенсивности турбулентности стремится к бесконечности. Измерения всех шести компонент тензора турбулентных напряжений показывают, что распределение кинетической энергии турбулентности сильно неоднородно, а напряжение и соответственно тензор коэффициентов турбулентной вязкости сильно неизотропны. Высокие уровни турбулентности в рециркуляционной зоне обьясняют наличием трехмерного нестационарного возмущения закрученного течения.

В ряде работ показано, что течения за закручивающими устройствами с тангенциальным подводом и циклонами не являются осесимметричными. В настоящее время имеется достаточно данных, показывающих, что после того как произошел распад вихря, центральная часть потока с распределением окружной скорости по закону вращения как целого становится неустойчивой и начинает прецессировать вокруг оси симметрии, таким образом возникает трехмерная когерентная структура [2, 3].

Целью данной работы было исследовать зависимость линейного размера нестационарной трехмерной когерентной структуры, возникающей в закрученных течениях, от различных параметров. Так как изменение положения границ неустойчивой области при горении существенно влияет на интенсивность процесса горения, устойчивость факела, и другие характеристики пламени, исследование нестационарной трехмерной когерентной структуры является важным для учета факторов влияющих на стабилизацию процессов горения.

Математическая модель

Трехмерную когерентную структуру, возникающую при наличии закрученных течений, можно представить в виде смещения вихря от оси симметрии. В предположении, что распределение тангенциальной скорости удовлетворяет закону вращения твердого тела, тангенциальную скорость можно описать следующей зависимостью:

$$V = \omega\left(r - R\right) , \tag{1}$$

где ω – угловая скорость, r – радиальная координата, R – радиус нестационарной трехмерной когерентной структуры.

В работе [1] показано, что нестационарная трехмерная когерентная структура возникает при наличии обратных потоков (рециркуляционной зоны). Следовательно, в профиле осевой скорости необходимо было учесть наличие отрицательных скоростей в центральной области канала. Учитывая эту особенность, профиль осевой скорости подбирался таким образом, чтобы в центральной области канала осевая скорость была отрицательной. Представим профиль осевой скорости в виде:

$$W\left(r,z\right) = W_m\left(z\right)\cdot f\left(r\right) - W_m\left(z\right)\cdot a\left(z\right)\cdot \varphi\left(r\right) , \tag{2}$$

где W_m – максимальная осевая скорость без обратных потоков, $a(z)$ – функция, учитывающая наличие отрицательной осевой скорости, $f(r)$ и $\varphi(r)$ – функции, учитывающие радиальное распределение осевой скорости, z – осевая координата.

В приближении, что радиальная скорость значительно меньше тангенциальной скорости и градиент радиального давления существенно больше градиента осевого давления, после подстановки (1) и (2) в уравнения Стокса получим систему уравнений:

$$\left(-W_0+W_0\cdot b\cdot a\right)\frac{dR}{dz}=-\nu_e\cdot\frac{d^2R}{dz^2}+\frac{\nu_e}{R}-\frac{\partial\nu_e}{\partial z}\cdot\frac{dR}{dz}\ ;$$

$$\left(-W_0+W_0\cdot b\cdot a\right)\frac{d\left(W_0\cdot b\cdot a\right)}{dz}=-\nu_e\cdot\frac{d^2\left(W_0\cdot b\cdot a\right)}{dz^2}-2\frac{\partial\nu_e}{\partial z}\cdot\frac{d\left(W_0\cdot b\cdot a\right)}{dz}\ . \qquad (3)$$

W_0 – средняя скорость, b – коэффициент, который возникает после усреднения второго члена из (2), ν_e – эффективная вязкость – сумма молекулярной вязкости ν и турбулентной вязкости ν_t.

Систему (3) можно свести к безразмерному виду:

$$\frac{d^2\overline{R}}{d\overline{z}^2}-\frac{1}{\overline{\nu}_e}\cdot\frac{d\overline{R}}{d\overline{z}}\left[\mathrm{Re}-F\cdot\mathrm{Re}-\frac{\partial\overline{\nu}_e}{\partial\overline{z}}\right]=\frac{1}{\overline{R}}\ ;$$

$$\frac{d^2F}{d\overline{z}^2}-\frac{\mathrm{Re}}{\overline{\nu}_e}\cdot\frac{dF}{d\overline{z}}\left[1-F\right]-\frac{2}{\overline{\nu}_e}\cdot\frac{\partial\overline{\nu}_e}{\partial\overline{z}}=0\ , \qquad (3a)$$

где $\overline{R}=\dfrac{R}{r_c}$, r_c – радиус канала $\overline{z}=\dfrac{z}{r_c}$, $F=a\cdot b$,

$\overline{\nu}_e=\dfrac{\nu_e}{\nu}$, $\mathrm{Re}=\dfrac{W_0\cdot r_c}{\nu}$.

В предположении, что эффективная вязкость ν_e не зависит от осевой координаты z, упростив систему уравнений (3а) получим систему уравнений:

$$\begin{aligned}&\frac{d^2\overline{R}}{d\overline{z}^2}-\frac{d\overline{R}}{d\overline{z}}\cdot\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}\cdot\left[1-F\right]=\frac{1}{\overline{R}};\\&\frac{d^2F}{d\overline{z}^2}-\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}\cdot\frac{dF}{d\overline{z}}\left[1-F\right]=0,\end{aligned} \qquad (4)$$

где $\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}=\dfrac{\mathrm{Re}}{\overline{\nu}_e}$ – приведенное число Рейнольдса.

Проинтегрировав второе уравнение системы (4) получим:

$$\frac{dF}{d\overline{z}}-\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}\cdot F+\frac{\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}}{2}\cdot F^2=C\ . \qquad (4a)$$

После подстановки граничных условий в виде: $F=\dfrac{dF}{d\overline{z}}=0$ при $\overline{z}=0$, получаем нулевое значение константы C = 0, проинтегрировав (4а) с учетом граничных условий получаем:

$$\tanh^{-1}\left(1-F\right)=C_1-\frac{\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}\cdot\overline{z}}{2}$$

или

$$F=1-\tanh\left(C_1-\frac{\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}\cdot\overline{z}}{2}\right). \qquad (4b)$$

Учитывая условие, что F = 0 при $\overline{z}$ = 0, из уравнения (4b) следует, что $C_1\rightarrow\infty$.

Применив уравнение для разницы тангенсов гиперболических и учитывая, что $\dfrac{\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}\cdot\overline{z}}{2}>1,8$ (что соответствует реальным ситуациями), получим следующую зависимость:

$$F=\tanh\left(\frac{\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}\cdot\overline{z}}{2}\right). \qquad (5)$$

После подстановки уравнения (5) в первое уравнение системы (4) получим:

$$\frac{d^2\overline{R}}{d\overline{z}^2}-\frac{d\overline{R}}{d\overline{z}}\cdot\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}\cdot\left[1-\tanh\left(\frac{\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}\cdot\overline{z}}{2}\right)\right]=\frac{1}{\overline{R}}\ . \qquad (6)$$

Уравнение (6) является типичным уравнением пограничного слоя, где малое значение $\varepsilon=\tilde{\mathrm{R}}\mathrm{e}^{-1}$ – коэффициент при второй производной.

Применим к уравнению (6) преобразования Блазиуса [4], таким образом получим:

$$\overline{R}\cdot\frac{d^2\overline{R}}{dy^2}-\overline{R}\cdot\frac{d\overline{R}}{dy}\left[1-\tanh\left(\frac{y}{2}\right)\right]=\varepsilon^2, \qquad (7)$$

где $y=\dfrac{\overline{z}}{\varepsilon}$. Далее применим к уравнению (7) теорию возмущений относительно ε^2 :

$$\overline{R} = R_0 + \varepsilon^2 \cdot R_1 + \varepsilon^4 \cdot R_2 + \ldots \; . \tag{7a}$$

После подстановки ряда (7a) в уравнение (7) приравняем значения коэффициентов при разных степенях ε^2.

Для ε^0 имеем:

$$R_0 \cdot \frac{d^2 R_0}{dy^2} - R_0 \cdot \frac{dR_0}{dy}\left[1 - \tanh\left(\frac{y}{2}\right)\right] = 0 .$$

Первый интеграл этого уравнения:

$$\frac{dR_0}{dy} = C_1 \cdot \frac{\exp(y)}{\cosh^2\left(\frac{y}{2}\right)} .$$

После повторного интегрирования значение R_0 примет вид:

$$R_0 = C_1 \cdot \left[\frac{1}{1+\exp(y)} + \ln\left(1 + \exp(y)\right)\right] + C_2 .$$

При условии, что $R_0 = 0$ при $y = 0$:

$$C_1 \cdot \left[\frac{1}{2} + \ln 2\right] = -C_2 \cdot$$

Таким образом R_0 можно представить в виде:

$$R_0 = C_1 \cdot \left[\frac{1}{1+\exp(y)} + \ln\left(1 + \exp(y)\right) - \frac{1}{2} - \ln 2\right]. \tag{8}$$

Из уравнения (8) можно получить предел для R_0 при $y \to 0$:

$$\lim_{y\to 0} R_0 = C_1 \cdot \frac{y}{4} . \tag{9}$$

Отсутствие явного условия для определения константы C_1 попробуем компенсировать, учитывая особенности возникновения нестационарной трехмерной когерентной структуры при горении закрученных потоков. Обычно в уравнении для радиальной скорости только два члена вносят существенный вклад. Это центробежная сила V^2/r и градиент радиального давления $\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial r}$. В случае стационарного потока эти силы эквивалентны. Но при возникновении нестационарной трехмерной когерентной структуры в закрученном течении вклад этих сил становится разным, в таком случае радиальную скорость можно представить в виде:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{V^2}{r} - \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial r} ,$$

где U – радиальная скорость, t – время. При подстановке этого уравнения в зависимость (1) получим:

$$\frac{dU}{dt} = -2\omega^2 R . \tag{10}$$

При спонтанном возникновении трехмерной когерентной структуры правая часть уравнения (10) преобразуется в функцию Хэвисайда: $2\omega^2 R \to \frac{2\omega^2}{S}$, где S – параметр преобразования Лапласа. Заменяя таким образом правую часть уравнения, уравнение (10) не сложно решить с помощью преобразования Лапласа. Решение уравнения (10) примет следующий вид:

$$U = -2\omega^2 Rt \cdot \tag{10a}$$

Учитывая, что в этом случае время мало, радиальную скорость потока можно представить в виде:

$$U = \frac{R}{t} \simeq \frac{dR}{dt} \simeq \frac{dR}{dz}\cdot W_0 ,$$

и следовательно:

$$\frac{1}{R}\cdot\frac{dR}{dy} = \sqrt{2}\cdot G , \tag{10b}$$

где $G = \frac{\omega\cdot\nu_e}{W_0^2}$.

Подставив (10b) в зависимость (7), при условии $y \to 0$, получим следующее уравнение:

$$\frac{d\overline{R}}{dy}\cdot\frac{d^2\overline{R}}{dy^2} - \left(\frac{d\overline{R}}{dy}\right)^2 = \sqrt{2}\cdot G\cdot\varepsilon^2 . \tag{11}$$

Учитывая, что зависимость (11) полученная в приближении $y \to 0$, R можно записать в виде ряда:

$$\overline{R} = a_1\cdot y + a_2\cdot y^2 + \ldots \; . \tag{11a}$$

Подставив ряд (11a) в уравнение (11) получим:

$$a_1 = \sqrt[4]{2}\cdot\sqrt{G}\cdot\varepsilon . \tag{11b}$$

Сравнив уравнение (11b), полученное в приближении $y \to 0$ с уравнением (9), в котором также рассматривались малые y, получаем:

$C_1 = 4\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{G} \cdot \varepsilon$.

В результате, подставив выражения для y, ε, и только что полученное значение C_1 в уравнение (8), получим:

$$R_0 = 4\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{G} \cdot \frac{1}{\tilde{\mathrm{Re}}} \cdot \left[\frac{1}{1+\exp\left(\bar{z} \cdot \tilde{\mathrm{Re}}\right)} + \ln\left(1+\exp\left(\bar{z} \cdot \tilde{\mathrm{Re}}\right)\right) - \frac{1}{2} - \ln 2 \right]. \quad (12)$$

Обычно для каналов справедливо соотношение: $\bar{z} \cdot \tilde{\mathrm{Re}} >> 1$, в этом случае зависимость (12) можно упростить, в результате получим:

$$R_0 = 4\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{G} \cdot \bar{z} \ . \quad (13)$$

Расчеты показывают, что следующие порядки теории возмущения (ε^1, ε^2, ...) существенно меньше, чем вклад нулевого порядка. Таким образом, окончательно, в приближении $\bar{z} \cdot \tilde{\mathrm{Re}} >> 1$, нормированный радиус нестационарной трехмерной когерентной структуры можно представить в виде:

$$\bar{R} \approx R_0 \ . \quad (14)$$

Полученная зависимость показывает, что при больших значениях параметра линейные размеры нестационарной трехмерной когерентной структуры растут линейно, с возрастанием осевой координаты существенно влияя на турбулентные свойства потока.

Выводы

• В данной работе получено аналитическое выражение для радиуса нестационарной трехмерной когерентной структуры, возникающей за закручивающими устройствами с тангенциальным подводом (12).

• Для многих каналов ввиду справедливости соотношения $\bar{z} \cdot \tilde{\mathrm{Re}} >> 1$, полученная зависимость принимает более простой вид (13). Радиус этой когерентной структуры увеличивается пропорционально осевой координате, что оказывает решающее влияние на возникновение высоких уровней турбулентности.

• Положение нестационарной трехмерной когерентной структуры при горении в котлах с тангенциальной подачей топлива определяет размер и форму рециркуляционной зоны.

• Так как при горении в котлах наличие рециркуляционной зоны, ее расположение и размеры существенно влияют на интенсивность процесса горения, устойчивость факела и другие характеристики пламени, исследование геометрии нестационарной трехмерной когерентной структуры является важным для учета факторов, влияющих на стабилизацию процессов горения. Особенности геометрии нестационарной трехмерной когерентной структуры, возникающей за закручивающими устройствами с тангенциальным подводом потока, необходимо учитывать при проектировании горелочных устройств для котлов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гупта А., Лили Д., Сайред Н.* Закрученные потоки: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 588 с.

2. *Syred N., Beer J.M.* The damping of precessing vortex cores by combustion in swirl generators // Astronautica Acta. – 1972. – Volume 17, Issue 4-5. – p. 783-801.

3. *Channaud R.C.* Observations of oscillatory motion in certain swirling flows // Journal of Fluid Mechanics. – 1965. – vol. 21. – p. 111-127.

4. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя: Пер. с немецк. – М.: Наука, 1974. – 712 с.

Получено 29.03.2010 г.