

УДК 621.186.1

Авраменко А.А., Дмитренко Н.П.

Институт технической теплофизики НАН Украины

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ГАЗОВОГО ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ В КАНАЛАХ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ С ШАРОВОЙ ЗАСЫПКОЙ

Проведено аналітичне моделювання профілю швидкості течії газового теплоносія в плоскому та круглому каналах, заповнених пористим середовищем, при раптовому виникненні поздовжнього градієнта тиску. В результаті отримано нестационарні профілі швидкості, які дозволяють прослідкувати динаміку розвитку течії при різному проникненні середовища.

Проведено аналитическое моделирование профиля скорости течения газа в плоском и круглом каналах, заполненных пористой средой, при внезапном возникновении продольного градиента давления. В результате получены нестационарные профили скорости, позволяющие проследить динамику развития течения при различной проницаемости среды.

The analytic modeling of gas velocity profile in plate and circular channels occupied by a porous medium at suddenly rise longitudinal pressure gradient is carried out. At result unsteady velocity profiles is obtained. These profiles let to observe the dynamic of development flow at different porosity of medium are obtained.

\tilde{A} – константа;
 A – безразмерная константа;
 h – половина ширины канала;
 H – функция Хэвисайда;
 I_0 – модифицированная функция Бесселя;
 J_0 – обычная функция Бесселя;
 K – проницаемость;
 p – безразмерное давление;
 P – давление;
 r – радиальная координата;
 r_0 – радиус канала;
 R – безразмерный радиус;
 s – параметр интегрального преобразования;

s_k – полюс образа;
 t – безразмерное время
 T – время;
 u – безразмерная скорость течения;
 u_0 – продольная проекция скорости;
 U – скорость течения;
 W – образ скорости течения
 X – продольная координата;
 y – безразмерная поперечная координата;
 Y – поперечная координата;
 α_k – нули функции Бесселя нулевого порядка;
 μ – динамический коэффициент вязкости;
 ν – кинематический коэффициент вязкости;
 ρ – плотность.

Введение

Высокопотенциальная теплота необходима для проведения разнообразных энергоемких технологических процессов в металлургии, в химической и нефтехимической отраслях промышленности. Наиболее подходящими для этих целей являются высокотемпературные газоохладяемые реакторы (ВТГР) с гелиевым охлаждением, в которых температура теплоносителя достигает 1000 °С. В настоящее время в мире развиваются два типа ВТГР, которые отличаются концепцией активной зоны: с гексагональными призматическими блоками и с засыпной

активной зоной, состоящей из сферических тепловыделяющих элементов. Конструкция ВТГР требует расчетно-теоретических и практических исследований, связанных с решением проблем по обеспечению надежности и безопасности. Выделяются несколько основных проблем связанных с конструированием активной зоны (АЗ) ВТГР с шаровыми тепловыделяющими элементами. Одной из них является формирование необходимого профиля скорости теплоносителя в АЗ в условиях нестационарности. Так как неравномерность профиля скорости теплоносителя указывает на

неравномерность тепловыделения, что в свою очередь может привести как к разрушению топливных элементов, так и к повреждению конструкционных материалов реактора. В статье рассмотрено разгонное течение для плоского и цилиндрического каналов, которые заполнены пористой средой.

Плоский канал

В данной работе АЗ ВТГР с шаровыми тепловыделяющими элементами рассматривается как макропористая среда. Динамика нестационарного потока в пористой среде описывается модифицированным уравнением Навье-Стокса.

$$\frac{\partial U}{\partial T} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} - \nu \frac{1}{K} U. \tag{1}$$

Последнее слагаемое (1) учитывает гидравлическое сопротивление, вызванное пористостью среды (закон Дарси). Граничные и начальные условия имеют вид:

$$U = 0 \text{ при } Y = \pm 1, \tag{2}$$

$$U = 0 \text{ при } t = 0. \tag{3}$$

Предположим, что продольный градиент давления возникает скачкообразно и описывается функцией Хэвисайда:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = \tilde{A} \hat{H}(T).$$

Приведем уравнение (1) к безразмерному виду:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} \frac{h^2}{\nu u_0} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{Da} u. \tag{4}$$

Безразмерная величина градиента давления имеет следующий вид:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} \frac{h^2}{\nu u_0} = A \hat{H}(t), \tag{5}$$

где $A = \tilde{A} \frac{h^2}{\nu u_0}$.

Используя преобразования Лапласа [3]

$$\frac{\partial p}{\partial X} \rightarrow \frac{A}{s}, u \rightarrow W, \frac{\partial u}{\partial t} \rightarrow sW - u(0) \tag{6}$$

переведем уравнение (4) в пространство образов

$$sW = \frac{A}{s} + \frac{d^2 W}{dy^2} - \frac{1}{Da} W. \tag{7}$$

Решив приведенное выше уравнение, находим образ скорости, учитывая граничные условия (2)

$$W = \frac{A}{s(s + Da^{-1})} \left[1 - \frac{\cos(i\sqrt{s + Da^{-1}}y)}{\cos(i\sqrt{s + Da^{-1}})} \right]. \tag{8}$$

Обратное преобразование образа скорости произведем на основе [4]

$$u = \sum_k \text{Re } s(W, s_k) \exp(s_k t), \tag{9}$$

где $\text{Re } s$ обозначает вычет, который определяется в полюсах функции (8). Функция (8) имеет следующие полюса первого порядка:

$$s_1 = 0, s_2 = -Da^{-1}, s_{n+3} = -\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right)^2 - Da^{-1}, \tag{10}$$

где $n = 1, 2, \dots$. Если функцию (8) представить в виде $\frac{F(s)}{G(s)}$, то образы в полюсах определяются следующим выражением:

$$\text{Re } s(W, s_k) = \frac{F(s)}{(\partial G / \partial s)|_{s=s_k}}. \tag{11}$$

Уравнение (11) описывает нестационарное распределение скорости в плоском канале, который заполнен пористой средой. Оно содержит в экспоненциальном аргументе элемент обратно пропорциональный критерию Дарси. Это указывает на то, что в пористой среде профиль достигает своей стационарной формы, тем быстрее, чем больше значение критерия Дарси.

Таким образом, на основе (9) – (11) находим оригинал изображения функции (8)

$$u(t, y) = A Da \left\{ \left(1 - \frac{\cosh[Da^{-1/2}y]}{\cosh[Da^{-1/2}]} \right) - 16 \sum_n^N (-1)^n \frac{\cos[\pi(n+1/2)y]}{\pi(2n+1)(4+Da(\pi+2n\pi)^2)} \exp\left[-\left(\left(\frac{\pi}{2}+n\pi\right)^2 + Da^{-1}\right)t\right] \right\}. \quad (12)$$

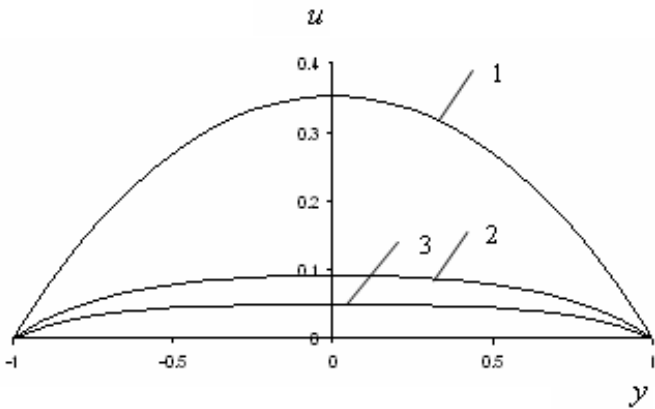


Рис. 1. Профиль скорости разгонного течения в плоском канале при разных значениях числа Дарси: 1 – $Da = \infty$; 2 – $Da = 0,1$; 3 – $Da = 0,05$.

На рис.1 изображены профили скорости разгонного течения в плоском канале для разных значений критерия Дарси в момент времени $t = 0,03$, которые получены на основе уравнения (12). В случае если $Da = \infty$, кривая описывает профиль скорости разгонного течения для чистого канала (незаполненного пористой средой), а при $Da = 0,1$ и $Da = 0,05$ – канал заполнен пористой средой.

Цилиндрический канал

Характер движения потока при нестационарном режиме течения для цилиндрического канала, заполненного пористой средой описывает следующее выражение:

$$\frac{\partial U}{\partial T} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) - \nu \frac{1}{K} U, \quad (13)$$

Приведем уравнение (13) к безразмерному виду:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial R} = \frac{\partial u}{\partial Fo} + \frac{r_0^2}{\mu} \frac{\partial P}{\partial X} - \frac{1}{Da} u, \quad (14)$$

где $Fo = \frac{\nu t}{r_0^2}$ – число Фурье, $R = \frac{r}{r_0}$, $Da = \frac{K}{r_0^2}$.

Так же как и в случае с плоским каналом обозначим $-\frac{r_0^2}{\mu} \frac{\partial P}{\partial X} = A \hat{H}(t)$.

Граничные и начальные условия для цилиндрического канала имеют вид:

$$U = 0 \text{ при } r = 1, \quad (15)$$

$$U = 0 \text{ при } t = 1. \quad (16)$$

Преобразуем уравнение (14) таким же способом как (4) и получим:

$$sW = \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial R} + \frac{\partial^2 W}{\partial R^2} + \frac{A}{s} - \frac{W}{Da}. \quad (17)$$

Решив уравнение (17), учитывая граничные условия (15), определим образ скорости течения для данного случая

$$W = \frac{ADa}{S(1+DaS)} \left(\frac{J_0\left(i\sqrt{\frac{r}{Da}} + S\right)}{J_0\left(i\sqrt{\frac{1}{Da}} + S\right)} \right). \quad (18)$$

Функция (18) имеет следующие полюса первого порядка:

$$s_1 = 0, s_2 = -Da^{-1}, s_{k+3} = -\alpha_k^2 - Da^{-1}, \quad (19)$$

при $(k = 0, 1, \dots)$.

Используя уравнение (11) для определения вычета и полюса (19), проделав обратное преобразование по формуле (9), находим оригинал функции (18):

$$u = A Da \left\{ \left(1 - \frac{I_0(Da^{-1/2}r)}{I_0(Da^{-1/2})} \right) - \left[-2 \sum_{k=0}^m \frac{J_0(\alpha_k r) \exp[-t(\alpha_k^2 Da^{-1})]}{J_1(\alpha_k) \alpha_k (1 + Da \alpha_k^2)} \right] \right\}. \quad (20)$$

Из уравнения (20) также как и с (12) видно, что при увеличении критерия Дарси профиль разгонного течения быстрее приближается к профилю скорости при стационарном режиме течения. В общем, динамика развития профиля скорости в цилиндрическом канале аналогична динамике развития скорости в плоском канале.

Выводы

На основе метода интегральных преобразований была проанализирована динамика развития потока в каналах ВТГР с шаровой засыпкой

активной зоны. Полученные уравнения дают возможность проследить за скоростью приближения профиля скорости к стационарной форме. В статье также рассмотрено изменение профиля скорости при нестационарном режиме течения для плоского и круглого каналов, заполненных пористой средой. Полученная математическая модель позволяет оптимизировать выбор размера шарового тепловыделяющего элемента, так как от этого размера зависит гидростатическое сопротивление среды, что в свою очередь влияет на формирование равномерного профиля скорости теплоносителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Высокотемпературные газоохлаждаемые реакторы за рубежом.* – Выпуск I. – Москва: ЦНИИатоминформ., 1977. – 170 с.
2. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. – М.: Изд-во иностр. лит., 1956. – 528 с.
3. *Пискунов Н. С.* Дифференциальное и интегральное исчисления. – М.: Наука, 1985. – 560 с.
4. *Abramowitz M, Stegun I.* Hand book of Mathematical functions with formulas, Graphs and mathematical tables. –Dover: New York, 1972. – 437 p.

Получено 30.09.2009 г.