

## **Дифракция волн на двухпериодических решетках из непрерывных криволинейных металлических лент, расположенных с двух сторон диэлектрического слоя**

П. Л. Младенов, С. Л. Просвирнин

*Радиоастрономический институт НАН Украины,  
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина  
E-mail: mladyon@rian.kharkov.ua, prosvirn@rian.kharkov.ua*

*Статья поступила в редакцию 30 ноября 2009 г.*

Численно решена задача рассеяния электромагнитных волн на плоской двухслойной структуре, образованной двухпериодическими ленточными решетками, расположенными с двух сторон диэлектрического слоя. Проведено сравнение свойств двухслойной ленточной структуры и одиночной плоской решетки, а также проанализировано влияние сдвига лент в соседних решетках на частотные зависимости коэффициента отражения. Рассмотрены резонансные зависимости амплитуды поверхностных токов на лентах структуры при малом расстоянии между слоями.

### **1. Введение**

Периодические решетки из проволоки или металлических лент в течение примерно пятидесяти лет применяются в квазиоптических устройствах в качестве поляризаторов, делителей мощности, фазовых корректоров, направленных ответвителей (см., например, [1]). Они используются в искусственных диэлектриках и антенных укрытиях.

Теоретические исследования дифракции волн на металлических решетках имеют долгую историю, начинающуюся с работ Рэлея. Первые строгие решения задач дифракции электромагнитных волн на плоских решетках из идеально проводящих лент получены в [2] для случая, когда ширина ленты равна половине периода решетки, в [3] – для произвольной ширины ленты в пределах периода и в [4] – для решеток с несколькими лентами на периоде. Частотные зависимости коэффициентов прохождения и отражения этих решеток не имеют каких-либо иных особых точек, кроме так называемых частот скольжения, в которых изменяется число распространяющихся от решетки пространственных гармоник

и происходит перераспределение энергии между ними.

Двухслойные металлические решетки (первое строгое решение задачи дифракции на них приведено в [5]) и многослойные решетки из металлических лент [6] имеют в дисперсионных зависимостях коэффициентов прохождения и отражения, кроме точек скольжения, особенности резонансного типа, обусловленные интерференцией волн в межслойных промежутках. Следствием является более широкая область применения этих структур.

Сравнительно недавно выполнено исследование дифракции волн на однослойных периодических решетках из плоских узких непрерывных криволинейных лент и показано, что в отличие от решеток из прямых лент они могут иметь резонансы полного отражения и пропускания в области одноволнового режима [7, 8], что является важным для приложений. Еще одна интересная особенность структур этого типа состоит в том, что при малом отличии формы лент решетки от прямолинейной, возможен резонансный режим возбуждения так называемой запертой моды тока [9]. Добротность такого резонанса значительно превосхо-

дит добротность обычных резонансов этой структуры и тем выше, чем меньше форма ленты отличается от прямолинейной. Но одновременно с увеличением добротности резонансная частота приближается к частоте первой точки скольжения, а поле становится менее локализованным. Поэтому такой резонанс нельзя возбудить в решетке из прямолинейных лент падающей плоской волной, а его близость к частоте скольжения первых пространственных гармоник ограничивает возможность использования в приложениях.

В двухслойной (двойной) решетке из непрерывных криволинейных проводящих лент в одноволновом режиме, кроме резонансов каждого слоя, наблюдаются интерференционные резонансы той же природы, что и в классической двойной решетке из прямых лент. Поэтому такая структура дает возможность получить разнообразные частотные характеристики, и для выбора тех или иных из них имеется большой набор геометрических параметров. Однако самое интересное свойство двойной решетки из криволинейных лент – это, как показали наши расчеты, резкие резонансы на запертой моде тока в одноволновом режиме. Важно, что в двойной структуре, в отличие от однослойной, такие резонансы возбуждаются на частотах далеких от первой (низшей) частоты скольжения, причем они существуют в очень тонких по сравнению с длиной волны структурах.

Отмеченные резонансные свойства двойных решеток из криволинейных лент делают их перспективными для приложений в микроволновом и инфракрасном диапазонах [10]. Заметим, что структуры из непрерывных лент удобны тем, что можно плавно перестраивать их характеристики. Если в качестве подложки выбрать материал, диэлектрическая проницаемость которого изменяется под действием постоянного электрического поля, то, изменяя управляющее напряжение, прикладываемое к лентам решетки, можно изменять ее характеристики.

Целью статьи является представление результатов исследования резонансных характеристик двойных решеток из непрерывных криволинейных проводящих лент на диэлектрической подложке.

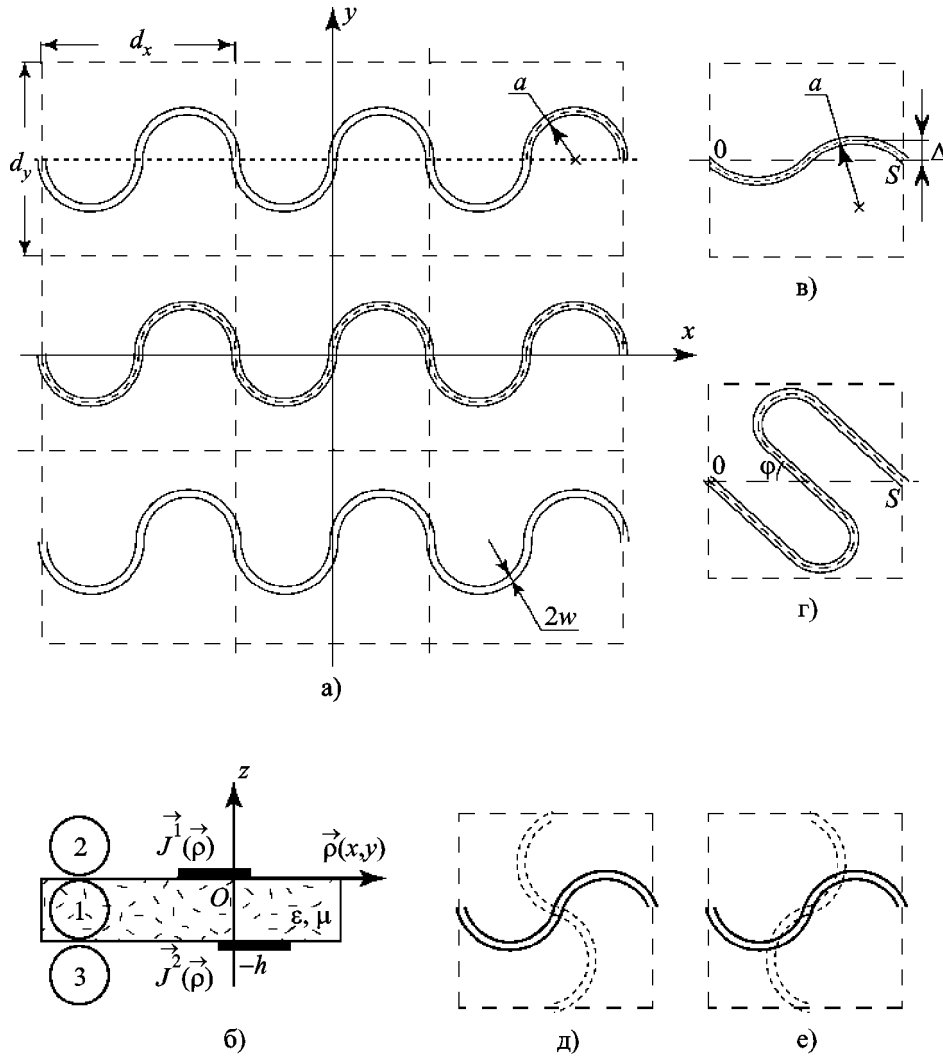
Решение краевой задачи получено в предположении, что ширина проводящих лент значи-

тельно меньше их длины в пределах периодической ячейки структуры и длины волны, что дает возможность пренебречь составляющими поверхностного тока, направленными поперек лент. Задача сводится к решению методом моментов системы двух интегральных уравнений относительно плотности поверхностного тока, текущего вдоль лент каждой из решеток, образующих двойную структуру. В отличие от пространственного приближенного решения, в котором используется операторный метод с учетом только основной пространственной гармоники, примененный нами метод дает возможность анализировать свойства двойных структур как с резонансным расстоянием между слоями, так и значительно меньшим, чем размер периодической ячейки. Кроме того, этот метод пригоден для анализа частотных характеристик двойных структур, у которых решетки в одном и во втором слое отличаются, но имеют равные по размерам периодические ячейки, или сдвинуты относительно друг друга, так что ленты не расположены строго одна напротив другой. Как будет показано, такой сдвиг существенно меняет дифракционные характеристики, несмотря на то что форма лент решеток каждого слоя не изменяется.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим отражение электромагнитной волны от двухслойной структуры, образованной двухпериодическими ленточными решетками, расположенными с двух сторон диэлектрического слоя. Диэлектрическая подложка имеет толщину  $h$  и относительные диэлектрическую и магнитную проницаемости  $\epsilon$  и  $\mu$ . Обе решетки состоят из одинаковых прямоугольных периодических ячеек с размерами сторон  $d_x$  и  $d_y$ , (см. рис. 1). В качестве элементов решеток взяты плоские периодические непрерывные идеально проводящие ленты, имеющие на периоде произвольную форму и расположенные в плоскости  $z = 0$  и  $z = -h$ . Решетки в разных слоях могут состоять из лент, отличающихся по форме.

Форма ленты решетки задается уравнением ее “средней” линии  $\vec{r} = \vec{q}(s)$ , показанной штриховой кривой на рис. 1, а, и любая точка на ленте



**Рис. 1.** Плоская периодическая в двух направлениях двойная структура и некоторые варианты геометрии ее периода

может быть задана вектором  $\vec{\rho} = \vec{q}(s) + \vec{n}u$ , где  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к средней линии. Длина  $S$  ленты на периоде предполагается значительно большей, чем ее ширина. Ширина ленты определяется в направлении нормали к средней линии и равна  $2w$ .

Пусть на такую решетку падает плоская электромагнитная волна

$$\vec{E}^i = \vec{P} \exp(-ik^i \vec{r}), \quad (1)$$

где  $\vec{P}$  – единичный вектор, который определяет поляризацию падающей волны,  $|\vec{P}| = 1$ ;

$\vec{k}^i$  – волновой вектор падающей волны,  $k^i = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ . Для простоты рассматривается только случай наклонного падения при условии  $k_x^i = 0$ , т. е.  $\vec{k}^i = \vec{e}_y k_y^i + \vec{e}_z k_z^i$ ,  $\vec{e}_y, \vec{e}_z$  – орты осей  $Oy$  и  $Oz$ .

Будем строить решение задачи дифракции, используя, в общем, такой же метод, как и в случае одиночной решетки [7, 8]. Поле над двухслойной структурой и под ней будем искать в виде суперпозиции поля в отсутствии полосковых элементов  $\vec{E}^d$  и рассеянного поля  $\vec{E}^s$  (здесь и далее для краткости представлены выражения только для электрического поля):

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_2^d + \vec{E}_2^s, \quad \vec{E}_3 = \vec{E}_3^d + \vec{E}_3^s,$$

где  $\vec{E}_2^d = \vec{E}^i + \vec{R} \exp(-ik^s \vec{r})$ ,  $\vec{E}_3^d = \vec{T} \exp(-ik^i \vec{r})$ ,  $\vec{k}^s = (0, k_y^i, -k_z^i)$  – волновой вектор отраженной плоской волны. Нижний индекс “2” соответствует области пространства, откуда приходит возбуждающая волна, а индекс “3” – полупространству, где распространяется прошедшая волна (см. рис. 1, б). Векторы  $\vec{R}$  и  $\vec{T}$  определяются из граничных условий в результате простых, но громоздких преобразований. Мы будем использовать понятия  $E$ - и  $H$ -поляризованной волн, широко распространенные в работах по теории дифракции на ленточных решетках. Волну (1), у которой составляющая магнитного поля в направлении оси  $Ox$  равна нулю,  $H_x = 0$ , будем называть  $E$ -поляризованной, а волну, у которой  $E_x = 0$ , –  $H$ -поляризованной. В случае  $E$ -поляризации выражения для коэффициентов отражения и прохождения диэлектрического слоя имеют следующий вид:

$$R = \frac{(t_E^2 - 1)(1 - e')}{(t_E + 1)^2 - e'(t_E - 1)^2},$$

$$T = \frac{4 \exp(-ikhv) t_E}{(t_E + 1)^2 - e'(t_E - 1)^2},$$

где  $e' = \exp(-i2khv)$ ,  $t_E = (\mu/v) \cos \alpha$ ,  $v = \sqrt{\epsilon \mu - \sin^2 \alpha}$ ,  $\alpha$  – угол падения, отсчитываемый от оси  $Oz$ . Для  $H$ -поляризации:

$$R = \cos \alpha \frac{(1 - t_H^2)(1 - e')}{(t_H + 1)^2 - e'(t_H - 1)^2},$$

$$T = \cos \alpha \frac{4 \exp(-ikhv) t_H}{(t_H + 1)^2 - e'(t_H - 1)^2}.$$

где  $t_H = v/(\epsilon \cos \alpha)$ .

Плотности поверхностного тока на лентах в плоскостях  $z = 0$  и  $z = -h$  обозначим соответственно  $\vec{J}_1(\vec{\rho})$  и  $\vec{J}_2(\vec{\rho})$  (см. рис. 1, б). Представляя плотности поверхностных токов и их поля излучения в виде интегралов Фурье

(в дальнейшем знак тильда над символом функции или оператора обозначает преобразование Фурье функции или спектральную форму оператора) и используя уравнения Максвелла и граничные условия, получим выражения для полей рассеяния. Получаем поле рассеяния двухслойной структуры в виде суперпозиции двух компонент. Одна из них соответствует полю излучения токов, наведенных на лентах решетки с одной стороны диэлектрического слоя, а вторая – с другой. Выражения для преобразований Фурье тангенциальных компонент рассеянного поля в плоскости верхней и нижней решеток можно записать в следующем виде:

$$\vec{E}_{2i}(\vec{k}) = \vec{U}(\vec{J}_1, \vec{k}) + \vec{V}(\vec{J}_2, \vec{k}),$$

$$\vec{E}_{3i}(\vec{k}) = \vec{U}(\vec{J}_2, \vec{k}) + \vec{V}(\vec{J}_1, \vec{k}),$$
(2)

где  $\vec{k}$  – волновой вектор составляющей пространственного спектра поля;

$$\vec{U}(J_\chi, \vec{k}) = \frac{Z_0 \gamma_1(\vec{k}) \gamma_2(\vec{k})}{k q_e \kappa^2} \vec{k}(\vec{J}_\chi, \vec{k}) g_e - \frac{k Z_0 \mu}{q_m \kappa^2} \vec{k}_\perp(\vec{J}_\chi, \vec{k}_\perp) g_h;$$

$$\vec{V}(\vec{J}_\chi, \vec{k}) = \frac{2 Z_0 \gamma_2(\vec{k}) e^{-i\gamma_2(\vec{k})h}}{\kappa^2} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\epsilon \gamma_1^2(\vec{k})}{k q_e} \vec{k}(\vec{J}_\chi, \vec{k}) + \frac{k \mu}{q_m} \vec{k}_\perp(\vec{J}_\chi, \vec{k}_\perp) \right\};$$

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 120 \pi, \text{ Ом};$$

$$\gamma_1(\vec{k}) = \sqrt{k^2 - \kappa^2}; \quad \gamma_2(\vec{k}) = \sqrt{k^2 \epsilon \mu - \kappa^2};$$

$$\text{Im } \gamma_1 \leq 0; \quad \text{Im } \gamma_2 \leq 0;$$

$$\kappa = |\vec{k}|; \quad \vec{k}_\perp = [\vec{k}, \vec{e}_z]; \quad \chi = 1, 2;$$

$$g_e = (\gamma_1(\vec{k}) \epsilon - \gamma_2(\vec{k}))^2 e^{-2i\gamma_2(\vec{k})h} - (\gamma_1(\vec{k}) \epsilon + \gamma_2(\vec{k}))^2;$$

$$g_m = (\gamma_1(\vec{k}) - \gamma_2(\vec{k}))^2 e^{-2i\gamma_2(\vec{k})h} - (\gamma_1(\vec{k}) + \gamma_2(\vec{k}))^2;$$

$$g_e = (\gamma_1(\vec{k}) \epsilon - \gamma_2(\vec{k})) e^{-2i\gamma_2(\vec{k})h} + (\gamma_1(\vec{k}) \epsilon + \gamma_2(\vec{k}));$$

$$g_h = (\gamma_1(\vec{k})\mu - \gamma_2(\vec{k}))e^{-2i\gamma_2(\vec{k})h} - (\gamma_1(\vec{k})\mu + \gamma_2(\vec{k})).$$

Выражения для преобразований Фурье компонент рассеянного поля, нормальных к плоскости решетки, имеют вид:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{2z}(\vec{k}) &= \\ &= -\frac{Z_0\gamma_2(\vec{k})}{kq_e} \left\{ \left( \tilde{J}_1, \vec{k} \right) g_e + 2\epsilon\gamma_1(\vec{k}) \left( \tilde{J}_2, \vec{k} \right) e^{-i\gamma_2(\vec{k})h} \right\}, \\ \tilde{E}_{3z}(\vec{k}) &= \\ &= \frac{Z_0\gamma_2(\vec{k})}{kq_e} \left\{ \left( \tilde{J}_2, \vec{k} \right) g_e + 2\epsilon\gamma_1(\vec{k}) \left( \tilde{J}_1, \vec{k} \right) e^{-i\gamma_2(\vec{k})h} \right\}. \end{aligned}$$

Перенумеруем периодические ячейки решеток в плоскостях  $z=0$  и  $z=-h$  так, чтобы каждой из них соответствовала пара чисел  $(m, n)$  и  $(o, b)$ . Радиус-вектор, проведенный от ячейки, расположенной в начале координат (дадим ей номер  $(0,0)$ ), к ячейке  $(m, n)$  решетки, находящейся на верхней поверхности слоя диэлектрика  $z=0$ , определяется выражением  $\vec{\rho}_{mn} = m d_x \vec{e}_x + n d_y \vec{e}_y$ , а радиус-вектор к ячейке  $(o, b)$  в плоскости  $z=-h$  – таким же выражением с заменой  $(m, n)$  на  $(o, b)$ .

На основании граничных условий равенства нулю тангенциальных компонент электрического поля на поверхности лент в плоскостях  $z=0$  и  $z=-h$  получаем систему двух интегральных уравнений относительно наведенных на лентах поверхностных токов:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4\pi^2} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \tilde{E}_{2t} \left( \tilde{J}_1, \tilde{J}_2 \right) \right\}(\vec{k}) \times \\ &\times \exp \left[ i \left( \vec{k} - \vec{k}^i \right) \vec{\rho}_{mn} - i \vec{k} \vec{\rho} \right] d\vec{k} + \vec{E}_{2t}^d(\vec{\rho}, z=0) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4\pi^2} \sum_{o,b=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \tilde{E}_{3t} \left( \tilde{J}_1, \tilde{J}_2 \right) \right\}(\vec{k}) \times \\ &\times \exp \left[ i \left( \vec{k} - \vec{k}^i \right) \vec{\rho}_{ob} - i \vec{k} \vec{\rho} \right] d\vec{k} + \vec{E}_{3t}^d(\vec{\rho}, z=-h) = 0. \end{aligned}$$

В выражениях (3) и далее преобразование Фурье рассеянного поля записано в виде опе-

ратора, чтобы показать прямую связь этой величины (фактически функции параметра  $\vec{k}$ ) с неизвестными поверхностными токами, которые создают рассеянное поле. Эти операторы,  $\left\{ \tilde{E}_{nt} \left( \tilde{J}_1, \tilde{J}_2 \right) \right\}(\vec{k})$ , по существу являются записью преобразований Фурье тангенциальных компонент рассеянного поля над ( $n=2$ ) или под ( $n=3$ ) двойной структурой (см. выражение (2)).

Так как длина ленты на периоде значительно больше ее ширины, будем учитывать только компоненту тока вдоль ленты и пренебрегать его составляющей поперек ленты. Неизвестные функции продольного распределения тока представим в виде рядов по кусочно-линейным базисным функциям, так называемым “функциям-крышкам” [11], с неизвестными коэффициентами. Используя метод моментов, из системы интегральных уравнений (3) получим две связанные системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов разложения плотностей поверхностных токов на лентах первого и второго слоев,  $\left\{ c_{1\beta} \right\}_{\beta=1}^{N_1}$  и  $\left\{ c_{2\xi} \right\}_{\xi=1}^{N_2}$ :

$$\sum_{\beta=1}^{N_1} A_{\alpha\beta} c_{1\beta} + \sum_{\xi=1}^{N_2} E_{\alpha\xi} c_{2\xi} = f_{\alpha}, \quad \alpha = 1, 2, 3, \dots, N_1, \quad (4a)$$

$$\sum_{\beta=1}^{N_1} B_{\zeta\beta} c_{1\beta} + \sum_{\xi=1}^{N_2} F_{\zeta\xi} c_{2\xi} = g_{\zeta}, \quad \zeta = 1, 2, 3, \dots, N_2, \quad (4b)$$

где

$$\begin{aligned} A_{\alpha\beta} &= \frac{\pi^2 \delta}{d_x d_y} w_{1\alpha} w_{1\beta} \sum_{q,p=-\infty}^{+\infty} J_0(\vec{k}_{qp} \vec{n}_{1\alpha} w_{1\alpha}) \times \\ &\times J_0(\vec{k}_{qp} \vec{n}_{1\beta} w_{1\beta}) \text{sinc}^2 \left( \frac{\delta}{2} \vec{k}_{qp} \vec{t}_{1\alpha} \right) \times \\ &\times \text{sinc}^2 \left( \frac{\delta}{2} \vec{k}_{qp} \vec{t}_{1\beta} \right) \left( \vec{t}_{1\alpha}, \left\{ \tilde{E}_{2t}, \vec{t}_{1\beta} \right\}(\vec{k}_{qp}) \right) e^{i\vec{k}_{qp}(\vec{q}_{\beta} - \vec{q}_{\alpha})}, \end{aligned}$$

$$B_{\zeta\beta} = \frac{\pi^2 \delta}{d_x d_y} w_{2\zeta} w_{1\beta} \sum_{o,b=-\infty}^{+\infty} J_0(\vec{k}_{ob} \vec{n}_{2\zeta} w_{2\zeta}) \times$$

$$\begin{aligned} & \times J_0(\bar{\kappa}_{ob}\bar{n}_{1\beta}w_{1\beta})\text{sinc}^2\left(\frac{\delta}{2}\bar{\kappa}_{ob}\bar{t}_{2\zeta}\right) \times \\ & \times \text{sinc}^2\left(\frac{\delta}{2}\bar{\kappa}_{ob}\bar{t}_{1\beta}\right)\left(\bar{t}_{2\zeta},\left\{\tilde{\tilde{E}}_{3t},\bar{t}_{1\beta}\right\}(\bar{\kappa}_{ob})\right)e^{i\bar{\kappa}_{ob}(\bar{q}_{\beta}-\bar{q}_{\zeta})}, \\ E_{\alpha\xi} &= \frac{\pi^2\delta}{d_x d_y} w_{1\alpha} w_{2\xi} \sum_{q,p=-\infty}^{+\infty} J_0(\bar{\kappa}_{qp}\bar{n}_{1\alpha}w_{1\alpha}) \times \\ & \times J_0(\bar{\kappa}_{qp}\bar{n}_{2\xi}w_{2\xi})\text{sinc}^2\left(\frac{\delta}{2}\bar{\kappa}_{qp}\bar{t}_{1\alpha}\right) \times \\ & \times \text{sinc}^2\left(\frac{\delta}{2}\bar{\kappa}_{qp}\bar{t}_{2\xi}\right)\left(\bar{t}_{1\alpha},\left\{\tilde{\tilde{E}}_{2t},\bar{t}_{2\xi}\right\}(\bar{\kappa}_{qp})\right)e^{i\bar{\kappa}_{qp}(\bar{q}_{\xi}-\bar{q}_{\alpha})}, \\ F_{\zeta\xi} &= \frac{\pi^2\delta}{d_x d_y} w_{2\zeta} w_{2\xi} \sum_{o,b=-\infty}^{+\infty} J_0(\bar{\kappa}_{ob}\bar{n}_{2\zeta}w_{2\zeta}) \times \\ & \times J_0(\bar{\kappa}_{ob}\bar{n}_{2\xi}w_{2\xi})\text{sinc}^2\left(\frac{\delta}{2}\bar{\kappa}_{ob}\bar{t}_{2\zeta}\right) \times \\ & \times \text{sinc}^2\left(\frac{\delta}{2}\bar{\kappa}_{ob}\bar{t}_{2\xi}\right)\left(\bar{t}_{2\zeta},\left\{\tilde{\tilde{E}}_{3t},\bar{t}_{2\xi}\right\}(\bar{\kappa}_{ob})\right)e^{i\bar{\kappa}_{ob}(\bar{q}_{\xi}-\bar{q}_{\zeta})}, \\ f_{\alpha} &= -\pi w_{1\alpha}\bar{t}_{1\alpha}(\bar{P}+\bar{R})J_0\left(\bar{k}^i\bar{n}_{1\alpha}w_{1\alpha}\right) \times \\ & \times \text{sinc}^2\left(\frac{\delta}{2}\bar{k}^i\bar{t}_{1\alpha}\right)e^{-i\bar{k}^i\bar{q}_{1\alpha}}, \\ g_{\zeta} &= -\pi w_{2\zeta}\bar{t}_{2\zeta}\bar{T}J_0\left(\bar{k}^i\bar{n}_{2\zeta}w_{2\zeta}\right)\text{sinc}^2\left(\frac{\delta}{2}\bar{k}^i\bar{t}_{2\zeta}\right)e^{-i\bar{k}^i\bar{q}_{2\zeta}}, \\ \bar{\kappa}_{\zeta v} &= \bar{e}_x 2\pi\zeta/d_x + \bar{e}_y\left(k_y^i + 2\pi v/d_y\right), \\ \text{sinc } x &= \sin x/x. \end{aligned}$$

Выражения для элементов матриц  $A_{\alpha\beta}$ ,  $B_{\zeta\beta}$ ,  $E_{\alpha\xi}$ ,  $F_{\zeta\xi}$  аналогичны соответствующим выражениям для одиночной решетки. Матричные элементы  $A_{\alpha\beta}$  совпадают с элементами матрицы в задаче дифракции волн на одиночной решетке [8]. Матрица  $F$  идентична соответствующей матрице системы уравнений

задачи дифракции для случая падения волны на слой диэлектрика с ленточной решеткой, расположенной на его противоположной стороне. Остальные матрицы,  $B$  и  $E$ , описывают, как видно из приведенных выражений, взаимодействие токов из разных слоев. Структура системы уравнений (4), как легко видеть, соответствует физическому содержанию задачи дифракции на двойной решетке. Если в системе уравнений (4) положить равным нулю ток на лентах первой или второй решетки, то соответственно система (4а) переходит в СЛАУ для одиночной решетки с расположением лент на верхней стороне слоя диэлектрика, а система (4б) – в СЛАУ для одиночной решетки с лентами под диэлектрическим слоем.

Если коэффициенты разложения плотностей поверхностных токов найдены аналогично тому, как это было проделано для одиночной решетки, несложно получить амплитуды пространственных гармоник в представлении поля над и под двойной структурой в виде разложения по плоским волнам:

$$\begin{aligned} \bar{E}_2 &= \bar{E}_2^d + \sum_{\zeta,v=-\infty}^{\infty} \bar{a}_{\zeta v} \exp\left\{-i\left[\bar{\kappa}_{\zeta v}\bar{\rho} + \gamma_1(\bar{\kappa}_{\zeta v})z\right]\right\}, \\ z &\geq 0; \\ \bar{E}_3 &= \bar{E}_3^d + \sum_{\zeta,v=-\infty}^{\infty} \bar{b}_{\zeta v} \exp\left\{-i\left[\bar{\kappa}_{\zeta v}\bar{\rho} - \gamma_1(\bar{\kappa}_{\zeta v})(z+h)\right]\right\}, \\ z &\leq -h; \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \bar{a}_{\zeta v} &= \frac{1}{d_x d_y} \left\{ \tilde{\tilde{E}}_2(\tilde{\tilde{J}}_1, \tilde{\tilde{J}}_2) \right\}(\bar{\kappa}_{\zeta v}), \\ \bar{b}_{\zeta v} &= \frac{1}{d_x d_y} \left\{ \tilde{\tilde{E}}_3(\tilde{\tilde{J}}_1, \tilde{\tilde{J}}_2) \right\}(\bar{\kappa}_{\zeta v}). \end{aligned}$$

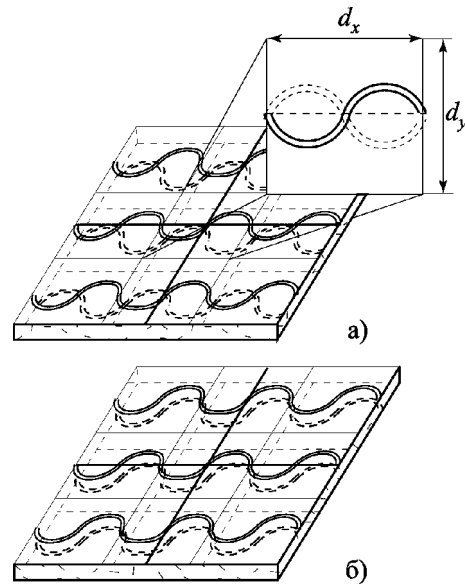
### 3. Анализ численных результатов

Первые численные результаты исследования свойств двойных структур из криволинейных лент без диэлектрического слоя между решет-

ками были опубликованы в нашей работе [12]. Выполненное в ней сравнение описанного выше метода моментов и приближенного операторного метода, учитывающего только основную пространственную гармонику, показало необходимость использования алгоритма с применением метода моментов для анализа сложных резонансных свойств двойных решеток. Было также показано, что в двухслойной структуре из криволинейных лент, кроме интерференционных резонансов, возникают резонансы, обусловленные характерными свойствами каждого слоя, и новый, ранее не упоминавшийся, тип взаимодействия между близко расположенными лентами в соседних слоях, характерный для резонанса на запертой моде.

В настоящей работе проведем анализ резонансных свойств двойных структур с диэлектрическим слоем в качестве подложки, как симметричных, так и несимметричных относительно их средней плоскости. Вначале рассмотрим резонансы в недиссипативной структуре. Далее, после рассмотрения основных резонансных свойств, характерных для изучаемой структуры, проанализируем влияние на эти эффекты наличия потерь в слое диэлектрика. Несимметричные относительно средней плоскости двойные структуры могут быть получены на основе одинаковых решеток с одной и с другой стороны диэлектрического слоя. Например, если периодическая ячейка квадратная, поворот одной из решеток дает новую киральную структуру (см. рис. 1, д). Ленты в соседних слоях могут быть расположены со сдвигом одна относительно другой (см. рис. 2, а) и симметрично (рис. 2, б). Еще одна возможность получения нового варианта структур состоит в совмещении поворота и сдвига решеток в соседних слоях (см. рис. 1, е). Проанализируем также различия в свойствах структур со сдвигом лент в соседних слоях и без сдвига. Все приведенные ниже численные результаты получены для структур с квадратной периодической ячейкой,  $d_x = d_y$ , и относительной шириной ленты  $2w/d_y = 0.05$ .

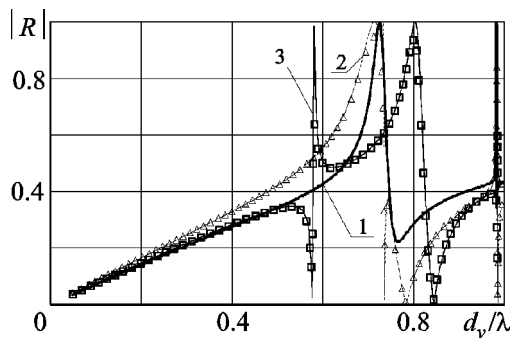
Анализ свойств двойных структур начнем с рассмотрения решеток из волнистых лент с малым отклонением от прямой  $\Delta/d_y = 0.1$  (см. рис. 1, в). Будем сравнивать дифракцион-



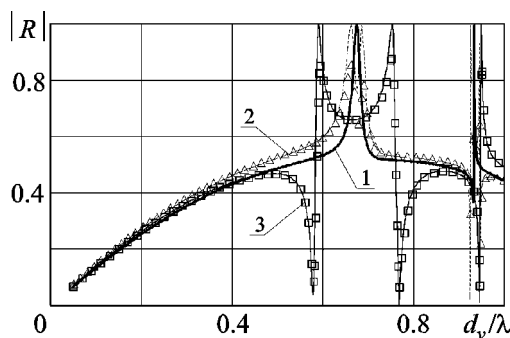
**Рис. 2.** Несимметричная двойная структура со сдвигом решеток в соседних слоях на полпериода (а) и симметричная структура (б)

ные характеристики структур со сдвигом между слоями (рис. 2, а) с характеристиками симметричных двойных структур (рис. 2, б) и сопоставлять их с характеристиками одиночной ленточной решетки на диэлектрической подложке, толщина которой совпадает с величиной межслойного промежутка в двойной структуре. Отметим, что для такой однослойной решетки при  $H$ -поляризации наблюдается резкий резонанс отражения (см. частотные зависимости коэффициента отражения, показанные кривыми 1 на рис. 3 и рис. 4 для решеток, отличающихся только толщиной подложки, с резонансными значениями безразмерного частотного параметра  $d_y/\lambda \approx 0.73$  и  $0.67$  соответственно). Чем ближе ленты решетки по своей форме к прямолинейным, тем выше добротность резонансов этого типа вследствие снижения радиационных потерь [8].

При расположении лент решеток в двойной структуре со сдвигом, например на полпериода,  $d_y/2$ , из-за взаимодействия токов на дифракционных характеристиках в окрестностях резонансных частот соответствующих одиночных решеток имеются два близких по частоте



**Рис. 3.** Зависимость модуля коэффициента отражения  $H$ -поляризованной волны от относительной частоты  $d_y/\lambda$  для структуры из волнистых лент на слое диэлектрика с параметрами  $\Delta/d_y = 0.1$ ,  $h/d_y = 0.1$ : кривая 1 – одиночная решетка, кривые 2 – двойная структура со сдвигом между слоями на  $d_y/2$ , кривые 3 – двойная симметричная структура. Здесь и далее кривые без значков –  $\epsilon = 3.0$ , кривые из значков –  $\epsilon = 3.0 - i0.02$

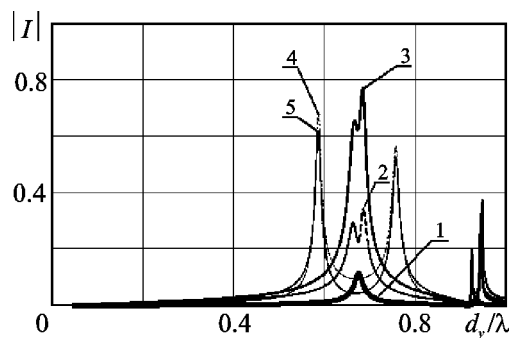


**Рис. 4.** Зависимость модуля коэффициента отражения  $H$ -поляризованной волны от относительной частоты  $d_y/\lambda$  для структуры из волнистых лент на слое диэлектрика с параметрами  $\Delta/d_y = 0.1$ ,  $h/d_y = 0.2$ : кривая 1 – одиночная решетка, кривые 2 – двойная структура со сдвигом между слоями на  $d_y/2$ , кривые 3 – двойная симметричная структура

резонанса отражения (см. кривые 2 на рис. 3 при значениях  $d_y/\lambda \approx 0.72$  и  $0.73$  и на рис. 4 при значениях  $d_y/\lambda \approx 0.66$  и  $0.68$ ). Для структуры с большей толщиной слоя диэлектрика,  $h/d_y = 0.2$ , хорошо наблюдаются следующий за основным резонансом одиночной решетки резонанс этого же типа на более высокой

частоте и два близкие к нему по частоте,  $d_y/\lambda \approx 0.92$  и  $0.94$ , резонанса двойной структуры со сдвигом решеток (см. рис. 4, кривая 2). На рис. 5 представлены частотные зависимости амплитуд тока на лентах верхней и нижней решеток в точке, где ток имеет максимальную величину. Вблизи резонансной частоты амплитуды токов в обоих слоях велики и значительно превосходят амплитуду тока на лентах одиночной решетки. Но в точке резонанса образуется локальный минимум, вызванный тем, что два близко расположенных слоя сильно влияют один на другой. Вместо обычного резонанса амплитуды тока для одиночной решетки в резонансной зависимости амплитуды тока на каждой решетке двухслойной структуры наблюдается провал, который приводит к “двугорбому” резонансу (см. рис. 5, кривые 2 и 3). В результате на дифракционных характеристиках два близко расположенных резонанса образуют полосу отражения более широкую, чем имеет резонанс однослойной структуры. Это свойство может найти применение в квазиоптических фильтрах.

В двойной симметричной структуре (рис. 2, б) взаимное влияние решеток намного сильнее,

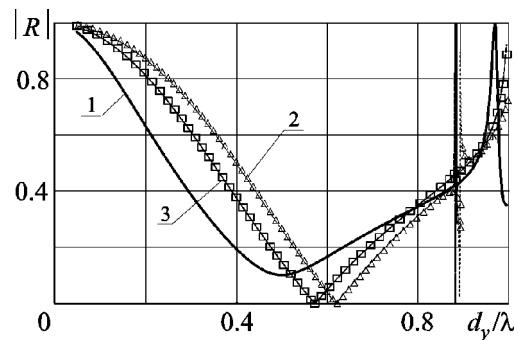


**Рис. 5.** Зависимость модуля амплитуды поверхностного тока от относительной частоты  $d_y/\lambda$  при  $H$ -поляризации для структуры из волнистых лент на слое диэлектрика с параметрами  $\Delta/d_y = 0.1$ ,  $h/d_y = 0.2$ ,  $\epsilon = 3.0$ : кривая 1 – одиночная ленточная решетка; кривые 2 и 3 – соответственно верхний и нижний слой двойной структуры со сдвигом решеток на  $d_y/2$ ; кривые 4 и 5 – соответственно верхний и нижний слой двойной симметричной структуры

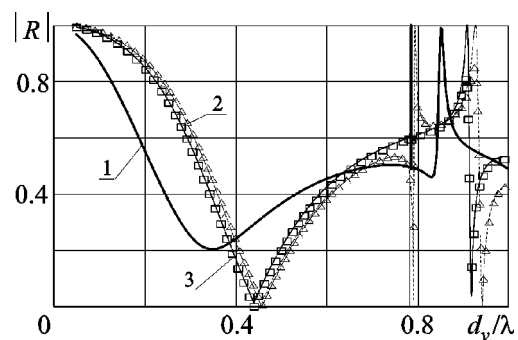


и поэтому частотная зависимость ее коэффициента отражения значительно отличается от зависимости для одиночной решетки. Две криволинейные ленты, расположенные на близком расстоянии одна под другой, имеют, при выполнении резонансных условий, распределения токов, отличающиеся кардинальным образом от распределения тока на лентах однослойной структуры. Вместо одного максимума отражения одиночной решетки имеются два резонанса разнесенные по частоте (см. кривые 3 на рис. 3 при значениях  $d_y/\lambda \approx 0.58$  и 0.8 и на рис. 4 при значениях  $d_y/\lambda \approx 0.59$  и 0.75). Амплитуды токов, как и следовало ожидать, при резонансах принимают максимальные значения (см. рис. 5, кривые 4 и 5), однако направления, в которых текут поверхностные токи на лентах в соседних слоях, могут быть разными. Как показал анализ, при резонансе на меньшей частоте токи имеют противоположные направления, а при следующем по частоте резонансе они направлены одинаково. Близко расположенные противофазные токи слабо связаны с полем в свободном пространстве над и под структурой. Их поле локализовано в пространстве между решетками, радиационные потери малы, и поэтому резонанс имеет большую добротность. Это так называемый резонанс на запертой моде [9].

В случае  $E$ -поляризации наблюдается ряд особенностей резонансных характеристик тонких двойных структур, которые отсутствуют и принципиально недостижимы при использовании одиночной решетки, какой бы ни была форма ее лент. Так, для одиночной ленточной решетки на подложке в частотной зависимости коэффициента отражения можно видеть минимум, который соответствует неполному резонансному пропусканию (см. кривые 1 на рис. 6 при  $d_y/\lambda \approx 0.5$  и на рис. 7 при  $d_y/\lambda \approx 0.35$ ). Для двойной структуры наблюдается резонанс полного прохождения, и он несколько смещен по частоте. Это смещение по частоте оказывается разным для симметричной двойной структуры (см. кривые 3 на рис. 6 при  $d_y/\lambda \approx 0.58$  и на рис. 7 при  $d_y/\lambda \approx 0.44$ ) и структуры со сдвигом решеток в соседних слоях на полпериода (см. кри-



**Рис. 6.** Зависимость модуля коэффициента отражения  $E$ -поляризованной волны от относительной частоты  $d_y/\lambda$  для структуры из волнистых лент на слое диэлектрика с параметрами  $\Delta/d_y = 0.1$ ,  $h/d_y = 0.1$ : кривая 1 – одиночная решетка, кривые 2 – двойная структура со сдвигом между слоями на  $d_y/2$ , кривые 3 – двойная симметричная структура

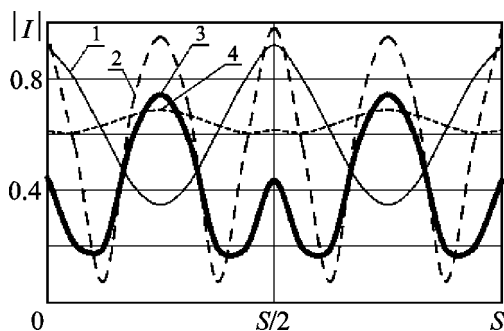


**Рис. 7.** Зависимость модуля коэффициента отражения  $E$ -поляризованной волны от относительной частоты  $d_y/\lambda$  для структуры из волнистых лент на слое диэлектрика с параметрами  $\Delta/d_y = 0.1$ ,  $h/d_y = 0.2$ : кривая 1 – одиночная решетка, кривые 2 – двойная структура со сдвигом между слоями на  $d_y/2$ , кривые 3 – двойная симметричная структура

вые 2 на рис. 6 при  $d_y/\lambda \approx 0.62$  и на рис. 7 при  $d_y/\lambda \approx 0.46$ ). Напомним, что ленты имеют одинаковую форму в обеих структурах и отклонение средней линии волнистой ленты от прямой малое и одинаковое.

Следующий по частоте резонанс одиночной решетки – это резонанс отражения, имею-

ший довольно высокую добротность (см. кривые 1 на рис. 6 при  $d_y/\lambda \approx 0.88$  и на рис. 7 при  $d_y/\lambda \approx 0.78$ ), вызван резонансом токов. Распределение амплитуды тока вдоль длины ленты в пределах периодической ячейки одиночной решетки показано на рис. 8 для резонансной частоты и частот ниже и выше резонансной. Особенность распределения тока вдоль ленты в окрестности резонансной частоты состоит в возникновении четырех, а не двух, как на более низких частотах, максимумов амплитуды поверхностного тока на периоде (см. рис. 8, кривые 1 и 2). При добавлении в структуру второй решетки взаимодействие токов приводит к появлению двух близко расположенных резонансов прохождения и отражения. Эти резонансы оказываются сдвинутыми по частоте относительно резонанса одиночной решетки, при этом безразмерные резонансные частоты симметричной двойной структуры (см. кривые 3 на рис. 6 при  $d_y/\lambda \approx 0.88$  и на рис. 7 при  $d_y/\lambda \approx 0.78$ ) отличаются от резонансных частот структуры со сдвигом слоев (см. кривые 2 на рис. 6 при  $d_y/\lambda \approx 0.89$  и на рис. 7 при  $d_y/\lambda \approx 0.79$ ). Таким образом, сдвиг одного слоя относительно другого дает возможность изменять прозрачность двойной решетки.



**Рис. 8.** Распределение поверхностного тока по волнистой ленте при  $E$ -поляризации на периоде структуры, расположенной на слое диэлектрика с параметрами  $\Delta/d_y = 0.1$ ,  $h/d_y = 0.2$ ,  $\epsilon = 3.0$ : кривые 1, 2 и 4 – одиночная решетка при  $d_y/\lambda = 0.75$ ,  $d_y/\lambda = 0.785$  (амплитуда поверхностного тока увеличена в 20 раз) и  $d_y/\lambda = 0.85$  соответственно; кривая 3 – двойная структура со сдвигом между слоями на  $d_y/2$  при  $d_y/\lambda = 0.785$

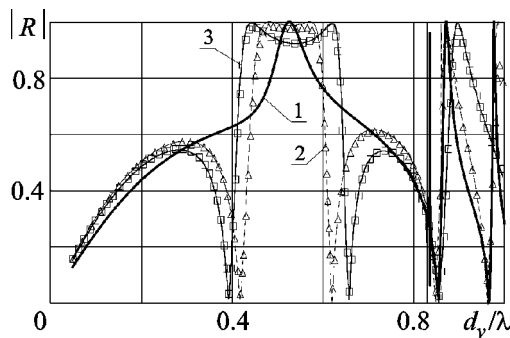
Резонанс отражения одиночной решетки, частота которого близка к частоте скольжения первых пространственных гармоник дифракционного поля (см. кривые 1 на рис. 6 при  $d_y/\lambda \approx 0.97$  и на рис. 7 при  $d_y/\lambda \approx 0.85$ ), вызван резонансом токов с максимумами амплитуд на дугах лент (см. рис. 8, кривая 4 в точках  $S/4$  и  $3S/4$ ). У двойной структуры эти резонансы токов (см. рис. 8, кривая 3) и соответствующие им резонансы отражения и прохождения наблюдаются на более высокой частоте (см. рис. 7, кривая 3 при  $d_y/\lambda \approx 0.9$ , кривая 2 при  $d_y/\lambda \approx 0.93$ ). Отметим, что с уменьшением толщины двойной решетки, например для варианта структуры с относительной толщиной слоя диэлектрика  $h/d_y = 0.1$ , эти резонансы выходят за пределы диапазона частот одноволнового режима.

Такого же типа резонансную частотную зависимость коэффициента отражения вблизи частоты скольжения можно видеть и при  $H$ -поляризации как для одиночной решетки, так и для двойных структур (см. рис. 3 при  $d_y/\lambda \approx 0.98$  и рис. 4 при  $d_y/\lambda \approx 0.92$ ). Как и раньше, имеется сдвиг по частоте резонансов двойных структур относительно значения резонансной частоты, соответствующей одиночной решетке, и этот сдвиг разный для симметричной и несимметричной (со смещением слоев) двойных структур.

Диссипативные потери в слое диэлектрика мало сказываются на частотных зависимостях в областях вне резонансов и вблизи низкодобротных резонансов (см. кривые из значков 2 и 3 на рис. 6 при  $d_y/\lambda \approx 0.6$  и на рис. 7 при  $d_y/\lambda \approx 0.45$ ) и фактически соответствуют случаю отсутствия потерь. Наблюдающиеся для недиссипативных структур близко расположенные высокодобротные резонансы полного прохождения и отражения при наличии потерь выражены слабее, и говорить о полном прохождении и отражении уже не приходится. Но следует отметить, что качественно все резонансные свойства решеток сохраняются и при наличии потерь.

В случае решеток из волнистых лент с большим отклонением их средней линии от прямой (см. рис. 1, а) увеличение длины полосков, во-первых, смещает резонансы в сто-

рону меньших безразмерных частот. Во-вторых, усложнение формы лент приводит к возникновению большего числа вариантов резонансного распределения поверхностного тока, что приводит к большему числу резонансных особенностей. В качестве примера рассмотрим двойную решетку из волнистых лент, составленных из полуколец, что соответствует отклонению от прямой  $\Delta/d_y \approx 0.25$ , с относительной толщиной диэлектрического слоя  $h/d_y = 0.3$ . Наиболее интересным в свойствах этой структуры является близкое расположение резонансов, которые в результате образуют полосы почти полного отражения (см. рис. 9,  $d_y/\lambda \approx 0.5$ ) или пропускания. Как уже отмечалось выше, наличие сдвига между слоями приводит к изменению дифракционных характеристик. В окрестности резонанса отражения одиночной решетки на частоте  $d_y/\lambda \approx 0.53$  для двухслойной структуры наблюдается полоса отражения, при этом для решетки со сдвигом слоев эта полоса оказывается уже, чем для симметричной структуры (см. рис. 9, кривые 2 и 3). Это еще раз подтверждает, что существует возможность управления характеристиками прохождения и отражения двойной структуры путем смещения решеток в соседних слоях.



**Рис. 9.** Зависимость модуля коэффициента отражения  $H$ -поляризованной волны от относительной частоты  $d_y/\lambda$  для структуры из волнистых лент на слое диэлектрика с параметрами  $\Delta/d_y = 0.25$ ,  $h/d_y = 0.3$ : кривая 1 — одиночная решетка, кривые 2 — двойная структура со сдвигом между слоями на  $d_y/2$ , кривые 3 — двойная симметричная структура

Отметим, что использование в двойной структуре более сложной формы лент, как например “кирального меандра” (см. рис. 1, г), может привести к появлению интересных для применения резонансных свойств, а именно, среди прочего, новых поляризационных свойств структуры. Так что дальнейшее изучение двухслойных структур из непрерывных криволинейных лент остается перспективной задачей.

#### 4. Заключение

Таким образом, построен алгоритм решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на двойной периодической решетке, состоящей из плоских металлических лент сложной формы, и исследованы резонансные свойства решетки в диапазоне относительной частоты  $0 < d_y/\lambda < 1$ , который соответствует одноволновому режиму в свободном пространстве. В сравнении со свойствами классической двойной решетки из прямых лент, в которой возможны только резонансы интерференционного типа, резонансные свойства двойных структур из криволинейных лент значительно многообразнее. Если для возникновения интерференционных резонансов необходимо, чтобы толщина структуры была соизмерима с длиной волны, то в двойной решетке из непрерывных лент сложной формы резонансы могут возникать при расстоянии между слоями значительно меньшем размера периода. Тонкие двойные решетки могут обеспечить резонансы отражения или пропускания электромагнитных волн в очень узкой полосе частот. Особенность таких резонансных режимов состоит в возбуждении противофазных токов на лентах в соседних слоях структуры. Это так называемый резонанс на запертой моде, который характеризуется малыми радиационными потерями и поэтому имеет высокую добротность. Резонанс на запертой моде отличается высокой напряженностью локализованного в решетке электромагнитного поля и поэтому может быть полезен в структурах с нелинейными элементами. С другой стороны, двойные решетки могут иметь достаточно широкие полосы пропускания и отражения. Управлять частотными свойствами двойных структур можно путем

сдвига решеток в соседних слоях без изменения толщины всей структуры.

Работа выполнена при финансовой поддержке НАН Украины в рамках совместного проекта НАН Украины и Российского фонда фундаментальных исследований №1-02-а.

### Литература

1. Виноградов Е. А., Дианов Е. М., Ирисова Н. А. Интерферометр Фабри-Перо короткого миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов с металлическими сетками, имеющими период, меньший длины волны // Письма ЖЭТФ. – 1965. – Т. 2, №7. – С. 323-326.
2. Вайнштейн Л. А. Дифракция электромагнитных волн на решетках из параллельных проводящих полос // ЖТФ. – 1955. – Т. 25, №5. – С. 841-846.
3. Агранович З. С., Марченко В. А., Шестопапов В. П. Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках // ЖТФ. – 1962. – Т. 32, №4. – С. 381-394.
4. Литвиненко Л. Н. Дифракция плоской  $H$ -поляризованной электромагнитной волны на решетке специальной формы // Изв. вузов. Радиофизика. – 1964. – Т. 7, №5 – С. 887-897.
5. Третьяков О. А., Шестопапов В. П. Дифракция электромагнитных волн на плоской двойной металлической решетке // ЖТФ. – 1963. – Т. 33, №10. – С. 1232-1243.
6. Казанский В. Б., Литвиненко Л. Н., Савенко Н. Г., Шестопапов В. П. Резонансные явления при дифракции электромагнитных волн на многослойных решетках // Украинский физический журнал. – 1970. – Т. 15, №11. – С. 1800-1816.
7. Prosvirnin S. L., Tretyakov S. A., Mlyadonov P. L. Electromagnetic wave diffraction by planar periodic gratings of wavy metal strips // J. Electromagn. Waves Appl. – 2002. – Vol. 16, No. 3. – P. 421-435.
8. Младенов П. Л., Просвирнин С. Л. Дифракция волн на двухпериодической плоской решетке из непрерывных криволинейных металлических лент // Радиофизика и радиоастрономия. – 2002. – Т. 7, №3. – С. 265-272.
9. Prosvirnin Sergey, Zouhdi Said. Resonances of closed modes in thin arrays of complex particles. In *Advances in Electromagnetics of Complex Media and Metamaterials*. – Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2003. – P. 281-290.
10. Papasimakis N., Fedotov V. A., Zheludev N. I., and Prosvirnin S. L. Metamaterial analog of electromagnetically induced transparency // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 101, No. 25. – 253903(4).

11. Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в проекционно-сеточные методы. – М.: Наука, 1981. – 416 с.
12. Mlyadonov P. L., Prosvirnin S. L. Electromagnetic wave diffraction by a double-layer periodic grating of curvilinear strips // Proc. 12-th International Conference ММЕТ. – Odessa (Ukraine). – 2008. – P. 535-537.

### Дифракція хвиль на двоперіодичних решітках з неперервних криволінійних металевих стрічок, розташованих з обох боків діелектричного шару

П. Л. Младьонов, С. Л. Просвірнін

Надається числовий розв'язок задачі розсіяння електромагнітних хвиль на плоскій двошаровій структурі, що складається з двоперіодичних стрічкових решіток, розташованих з обох боків шару діелектрика. Виконано порівняння властивостей двошарової стрічкової структури та окремої плоскої решітки, а також проаналізовано вплив зсуву стрічок у сусідніх решітках на частотні залежності коефіцієнта відбиття. Розглянуто резонансні залежності амплітуди поверхневих струмів на стрічках структури за малої відстані між шарами.

### Electromagnetic Wave Diffraction by a Doubly Periodic Grating of Uninterrupted Curvilinear Metal Strips Placed on Both Surfaces of a Dielectric Layer

P. L. Mlyadonov and S. L. Prosvirnin

Electromagnetic wave scattering by a planar double-layer structure which consists of double-periodic strip gratings placed on both surfaces of a dielectric layer is solved numerically. The reflection properties of a double-layer structure are compared against those of a single plane grating, the influence of the strip shift in neighboring gratings upon the frequency dependence of reflection coefficient being analyzed. The resonance dependences of the amplitudes of structure strips surface currents are considered for a small inter-layer distance case.