

УДК 534.632

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕЧЕНИЙ В АКВАТОРИЯХ С НЕБОЛЬШИМИ ГЛУБИНАМИ

© О.С.Голод, А.И. Гончар, Ю.А. Гончар, Л.И. Шлычек, 2010

Государственный Северо-Западный технический университет, г. Санкт-Петербург

Научно-технический центр панорамных акустических систем НАН Украины, г. Запорожье

У статті розглянуто фільтр, що містить кореляційний частотний дискримінатор, який автоматично стежить за частотою, яка відповідає максимуму спектральної щільності сигналу й використовується в кожному прийомному тракті для підвищення точності вимірів швидкості течії.

В статье рассмотрен следящий фильтр, содержащий корреляционный частотный дискриминатор, который автоматически следит за частотой, соответствующей максимуму спектральной плотности сигнала и используется в каждом приемном тракте для повышения точности измерений скорости течения.

The tracking filter containing frequency discriminator that automatically watches over frequency matching spectral density maximum of a signal and used in each reception path to improve measurement precision of flow velocity is considered/

СКОРОСТЬ, ФАЗИРОВАНИЕ, ФЛЮКТУАЦИЯ, ГЕНЕРАТОР, РАЗНОСТЬ ЧАСТОТ, ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ, СЛЕДЯЩИЙ ФИЛЬТР

Измерение вектора скорости течений в реках, заливах с небольшими глубинами может осуществляться при движении судна посредством гидроакустического бортового лага за счет измерения разности частот объемной и донной реверберации [1, 2]. На малых глубинах доплеровские лаги работают обычно в режиме непрерывного излучения. При этом на выходах приемных трактов каждого луча лага получаются узкополосные случайные процессы с соответствующими доплеровскими сдвигами частот, причем по каждому лучу принимаются сигналы как объемной, так и донной реверберации, кроме того, аддитивно с реверберацией поступает и помеха в виде нормального гауссова шума, ширина спектра которого определяется диапазоном возможных изменений доплеровских частот.

В тракте измерения путевой скорости судна измеряются частоты донной реверберации по каждому лучу и осуществляется вычисление путевой скорости судна. В тракте измерения скорости течения сигналы донной реверберации каждого луча подавляются режекторными фильтрами и измеряются частоты объемной реверберации.

Поскольку ширина спектра помехи много больше ширины спектра объемной реверберации, то даже при отношении $f = \frac{F_c}{F_n}$ спектральной плотности сигнала F_c к спектральной плотности помехи F_n порядка $f = 3 \div 5$ отношение мощности сигнала к помехе может быть порядка единицы и менее. В этих условиях измерение частоты цифровым методом на основе счета числа пересечений нулевого уровня дает большую ошибку. Для повышения точности измерений скорости течения целесообразно в каждом приемном тракте использовать следящие фильтры, которые автоматически следят за частотой, соответствующей максимуму спектральной плотности сигнала, в данном случае – за частотой объемной реверберации.

Рассмотрим следящий фильтр, содержащий корреляционный частотный дискриминатор, описанный в работе [3]. Его функциональная схема приведена на рис. 1. Совокупность элементов схемы – перемножителя, RC-фильтра, опорного генератора представляет собой коррелятор. Цепь фазирования периодически, в дискретные моменты времени, осуществляет сдвиг фазы сигнала опорного генератора – коррелятора на $\pi/2$ по отношению к фазе входного колебания, представляющего собой аддитивную смесь гармонического сигнала и гауссова шума, причем период фазирования выбирается много больше времени корреляции шума. Как показано в работе [4], напряжение на выходе перемножителя U можно представить в виде:

$$U = [U_m + A_c \cos(\omega_c + \varphi_c)] A_G \sin[\omega_G t + \varphi_c + \psi_{cm}(0)], \quad (1)$$

где A_c – амплитуда сигнала,

ω_c – частота сигнала,

φ_c – фаза сигнала, представляющая случайную величину,

A_G – амплитуда сигнала опорного генератора,

ω_G – частота сигнала опорного генератора,

$\psi_{cm}(0)$ – отклонение фазы смеси сигнала и шума от фазы сигнала в момент фазирования опорного генератора.

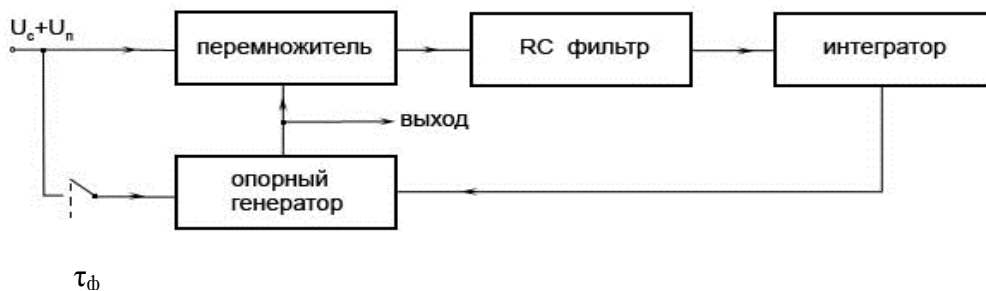


Рис. 1 – Функциональная схема следящего фильтра с корреляционным частотным дискриминатором.

$\psi_{cm}(0)$ является случайной величиной с одномерной плотностью вероятности [4]:

$$W(\psi_{cm}) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}a^2} \left[1 + \sqrt{2\pi} a + \Phi(a \cos \psi_{cm}) e^{\frac{1}{2}a^2 \cos^2 \psi_{cm}} \cos \psi_{cm} \right], \quad (2)$$

при условии $-\pi \leq \psi_{cm} \leq \pi$,

где $\Phi(a \cos \psi_{cm})$ - интеграл вероятности,

$a = \frac{A_c}{\sigma^m}$ - отношение амплитуды сигнала к среднеквадратичному напряжению шума.

Постоянная составляющая напряжения на выходе коррелятора \bar{U} может быть записана в виде [3]:

$$\bar{U} = \frac{A_c A_r}{2} \cos \psi_{cm}(0) \frac{\sin^2 \frac{(\omega_c - \omega_r) \tau_\phi}{2}}{\frac{(\omega_r - \omega_c) \tau_\phi}{2}}, \quad (3)$$

где τ_ϕ – интервал времени между последовательными моментами фазирования опорного генератора.

Зависимость напряжения \bar{U} от разности частот входного сигнала и опорного генератора имеет вид дискриминационной характеристики, ширина которой определяется периодом фазирования опорного генератора. Крутизна характеристики J определяется выражением:

$$J = \frac{d\bar{U}}{d(\omega_c - \omega_r)} = \frac{A_c A_r \tau_\phi}{4} \frac{\cos \psi_{cm}(0)}{\cos^2 \psi_{cm}(0)}. \quad (4)$$

Крутизна характеристики J зависит от периода фазирования τ_ϕ опорного генератора и отношения сигнал/шум на выходе.

Анализ следящего фильтра начнем с определения спектральной плотности помехи на выходе перемножителя. Поскольку в установившемся режиме работы частоты сигнала и опорного генератора совпадают, т.е. $\omega_c = \omega_r$, перепишем выражение (1):

$$U = U_u \cdot A_r \sin[\omega_r t + \varphi_c + \psi_{cm}(0)] + \frac{1}{2} A_c A_r \sin \psi_{cm}(0). \quad (5)$$

Спектр мощности первого слагаемого выражения (5) имеет форму спектра шума на выходе перемножителя, перенесенного в область нулевых частот. Если спектр шума на выходе системы равномерный и имеет ширину Δf_u , то спектральная плотность мощности помехи, обусловленная первым слагаемым $G_1(\omega)$, также равномерна в полосе частот $(0 \div \frac{1}{2} \Delta f_u)$ и определяется выражением:

$$G_1(\omega) = \frac{\sigma_u^2 A_r}{2 \Delta f_m}. \quad (6)$$

Второе слагаемое помехи на выходе перемножителя, обусловленное ошибками фазирования опорного генератора $\psi_{cm}(0)$, представляет собой перепады напряжения положительной и отрицательной полярности, длительность которых равна периоду фазирования τ_ϕ , а величина [3]:

$$h_i = \frac{1}{2} A_c A_r \sin \psi_{cm}(0).$$

Случайные величины h_i , соответствующие различным периодам фазирования, некоррелированы между собой, поскольку период фазирования τ_ϕ много больше времени корреляции шума на входе системы. Рассмотрим двумерное распределение величин $h_i(t)$ и $h_i(t+\tau)$, представляющих собой совокупность значений случайного процесса, отстающих друг от друга на величину τ . Если $t+\tau < \tau_\phi$, то t и $t+\tau$ находятся в пределах одного периода фазирования. Если же $t+\tau > \tau_\phi$, то t и $t+\tau$ находятся в разных периодах фазирования, т.е. случайные величины ht и $ht+\tau$ не коррелированы.

Таким образом, двумерная плотность вероятности $W(h_1, h_2, \tau, t)$ имеет вид:

$$W(h_1, h_2, \tau, t) = \begin{cases} W(h_1)\delta(h_1 - h_2) & \text{для } (t+\tau) < \tau_\phi \\ W(h_1)W(h_2) & \text{для } (t+\tau) > \tau_\phi \end{cases}, \quad (7)$$

где $W(h_1); W(h_2)$ - одномерные плотности вероятности случайной величины h_i ,
 $\delta(h_1 - h_2)$ - дельта-функция Дирака.

Двумерная плотность вероятности является функцией времени, т.е. рассматриваемый процесс нестационарен. Найдем усредненное по времени двумерное распределение величины h_c :

$$\overline{W(h_1, h_2, \tau, t)} = \frac{1}{\tau_\phi} \int_0^{\tau_\phi - \tau} W(h_1, h_2, \tau, t) dt = \left(1 - \frac{t}{\tau_\phi}\right) W(h_1) \quad \text{для } 0 < t < \tau_\phi - \tau. \quad (8)$$

Найдем среднюю функцию автокорреляции процесса $\overline{B(\tau, t)}$:

$$\overline{B(\tau, t)} = B(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_1 h_2 W(h_1, h_2, t, \tau) dh_1 dh_2.$$

Учитывая, что $\overline{h_i} = 0$, получим:

$$B(\tau) = \overline{h_i^2} \left(1 - \frac{\tau}{\tau_\phi}\right) \quad \text{для } 0 < \tau < \tau_\phi. \quad (9)$$

Используя преобразование Фурье четной функции $B(\tau)$, найдем энергетический спектр $G_2(\omega)$ процесса h_i :

$$G_2(\omega) = \frac{2}{\pi} \overline{h_i^2} \int_0^{\tau_\phi} \left(1 - \frac{\tau}{\tau_\phi}\right) \cos \omega \tau d\tau = \frac{\tau_\phi}{\pi} \overline{h_i^2} \left(\frac{\sin 1/2 \omega \tau_\phi}{1/2 \omega \tau_\phi} \right)^2. \quad (10)$$

Результирующая спектральная плотность помехи на выходе перемножителя $G(\omega)$ определяется суммой выражений (6) и (10):

$$G(\omega) = \frac{\sigma_u^2 A_\Gamma^2}{2\Delta f_u} + \frac{\tau_\phi}{\pi} \bar{h}_i^{-2} \left(\frac{\sin 1/2\omega\tau_\phi}{1/2\omega\tau_\phi} \right)^2. \quad (11)$$

Напряжение на выходе перемножителя содержит постоянную и флюктуационную составляющие. Для небольших отклонений частот опорного сигнала напряжение на выходе перемножителя U_y можно представить в виде:

$$U_y = J \cdot \Delta\omega_\Gamma + f(t), \quad (12)$$

где $\Delta\omega_\Gamma = \omega_\Gamma - \omega_c$ - расстройка частот входного и опорного сигналов,

$f(t)$ - случайная функция с нулевым математическим ожиданием, энергетический спектр которой определяется по (11).

Это напряжение поступает на RC-фильтр – интегрирующую цепочку с постоянной времени T_ϕ , далее на электронный интегратор с постоянной времени T_u и коэффициентом усиления по постоянному току K_u . Выходное напряжение интегратора управляет частотой опорного генератора, причем частота генератора линейно зависит от выходного напряжения интегратора с коэффициентом пропорциональности K_Γ .

Составим дифференциальное уравнение следящего фильтра:

$$\Delta\ddot{\omega}_\Gamma + \frac{1}{T_\phi} \Delta\dot{\omega}_\Gamma + \frac{K_u K_\Gamma A_c S}{T_u T_\phi} \Delta\omega_\Gamma = -\frac{K_u K_\Gamma}{T_u T_\phi} f(t). \quad (13)$$

Это уравнение является флюктуационным. Для вычисления статистических характеристик ошибки $\Delta\omega_\Gamma$ воспользуемся аппаратом марковских процессов. В [5] показано, что при воздействии на следящую систему второго порядка стационарного случайного процесса с шириной спектра, значительно превышающей полосу пропускания следящей системы, двумерная плотность вероятности ошибки и ее производной приближенно удовлетворяет двумерному уравнению Фоккера-Планка, т.е.:

$$\begin{aligned} W(\Delta\omega_\Gamma; \Delta\dot{\omega}_\Gamma) = & -\Delta\dot{\omega}_\Gamma \frac{\partial}{\partial \Delta\omega_\Gamma} W(\Delta\omega_\Gamma; \Delta\dot{\omega}_\Gamma) - \\ & - \frac{\partial}{\partial \Delta\dot{\omega}_\Gamma} \left\{ \left(\bar{Y} + \int_{-\infty}^0 \left[B \left[\frac{\partial Y}{\partial \Delta\dot{\omega}_\Gamma}; Y_{t'} \right] dt' \right) \right) \cdot W(\Delta\omega_\Gamma; \Delta\dot{\omega}_\Gamma) \right\} + \\ & + \frac{\partial^2}{\partial \Delta\dot{\omega}_\Gamma^2} \left\{ \left(\int_{-\infty}^0 B[Y; Y_{t'}] dt' \right) \cdot W(\Delta\omega_\Gamma; \Delta\dot{\omega}_\Gamma) \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $W(\Delta\omega_r; \Delta\dot{\omega}_r)$ - совместная плотность вероятности флюктуационной ошибки $\Delta\omega_r$ и ее производной $\Delta\dot{\omega}_r$,

$B[z]$ - функция корреляции соответствующих процессов z .

$$Y = -\frac{1}{T_\phi} \Delta\dot{\omega}_r - \frac{K_u K_\Gamma A_c S}{T_u T_\phi} \Delta\omega_r - \frac{K_u K_\Gamma}{T_u T_\phi} f(t).$$

Вычислим коэффициенты, входящие в уравнение Фоккера – Планка. Учитывая, что $\overline{f(t)} = 0$, получаем:

$$\bar{Y} = -\frac{1}{T_\phi} \Delta\dot{\omega}_r - \frac{K_u K_\Gamma A_c S}{T_u T_\phi} \Delta\omega_r,$$

$$\int_{-\infty}^0 B \left[\frac{\partial Y}{\partial \Delta\dot{\omega}_r}; Y_{t'} \right] dt' = 0.$$

Обозначим $X = \int_{-\infty}^0 B[Y; Y_{t'}] dt' = \left(\frac{K_u K_\Gamma}{T_u T_\phi} \right)^2 \overline{\int_{-\infty}^0 f(t) f(t+t') dt'}$.

Подынтегральное выражение представляет собой корреляционную функцию процесса $f(t)$, поэтому сам интеграл определяется непрерывной частью спектральной плотности процесса $f(t)$ на нулевой частоте $G(0)$, т.е.:

$$X = \left(\frac{K_u K_\Gamma}{T_u T_\phi} \right)^2 G(0).$$

Спектральная плотность помехи на выходе перемножителя $G(\omega)$ определена соотношением (11). Подставляя в (11) среднеквадратичное значение $\bar{h}_i^2 = \frac{1}{4} A_c^2 A_\Gamma^2 \overline{\sin^2 \psi_{cm}(0)}$, получим:

$$X = \left(\frac{K_u K_\Gamma A_c A_\Gamma}{T_u T_\phi} \right)^2 \left[\frac{\tau_\phi \overline{\sin^2 \psi_{cm}(0)}}{4\pi} + \frac{1}{2\Delta f_m a^2} \right]. \quad (15)$$

Подставив в (14) полученные значения X и \bar{Y} , учитывая также, что $W(\Delta\omega_r, \Delta\dot{\omega}_r) = 0$ вследствие стационарности ошибки системы, получим:

$$\begin{aligned}
 & X \frac{\partial^2}{\partial \Delta \omega_r^2} W(\Delta \omega_r; \Delta \dot{\omega}_r) + \frac{1}{T_\phi} \frac{\partial}{\partial \Delta \dot{\omega}_r} [\Delta \dot{\omega}_r W(\Delta \omega_r; \Delta \dot{\omega}_r)] + \\
 & + \frac{K_u K_\Gamma A_c S}{T_u T_\phi} \Delta \omega_r \frac{\partial}{\partial \Delta \dot{\omega}_r} W(\Delta \omega_r; \Delta \dot{\omega}_r) - \Delta \dot{\omega}_r \frac{\partial}{\partial \Delta \omega_r} W(\Delta \omega_r; \Delta \dot{\omega}_r) = 0.
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Линейное уравнение в частных производных параболического типа (16) позволяет определить двумерную плотность вероятности ошибки $\Delta \omega_r$ и ее производной $\Delta \dot{\omega}_r$ в совпадающие моменты времени $W(\Delta \omega_r; \Delta \dot{\omega}_r)$:

$$W(\Delta \omega_r; \Delta \dot{\omega}_r) = \frac{1}{2\pi X T_\phi} \sqrt{\frac{K_u K_\Gamma A_c S}{T_u T_\phi}} e^{-\frac{1}{2XT_\phi} \left(\frac{K_u K_\Gamma A_c S}{T_u T_\phi} \Delta \omega_r^2 + \Delta \dot{\omega}_r \right)}.
 \tag{17}$$

Полученное решение удовлетворяет условиям нормировки плотности вероятности и граничным условиям. Из (17) получаем одномерную плотность вероятности ошибки. Подставив значение X , запишем:

$$W(\Delta \omega_r) = \sqrt{\frac{A_c S T_u}{2\pi K_u K_\Gamma G_0}} e^{-\frac{A_c S T_u}{2K_u K_\Gamma G_0} \Delta \omega_r^2}.
 \tag{18}$$

Т.е. ошибка следящего фильтра в установившемся режиме распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, ошибка и ее производная статистически независимы. Дисперсия ошибки $\sigma_{\Delta \omega}^2$ определяется соотношением:

$$\sigma_{\Delta \omega}^2 = \frac{K_u K_\Gamma G(0)}{T_u A_c S}.
 \tag{19}$$

Подставляя в (19) значения $G(0)$ и S , получим:

$$\sigma_{\Delta \omega}^2 = \frac{2K_u K_\Gamma A_\Gamma}{T_u} \left[\frac{\frac{\tau_\phi}{2\pi} \overline{\sin^2 \psi_{cm}(0)} + \frac{1}{\Delta f_m a^2}}{\tau_\phi \overline{\cos \psi_{cm}(0)}} \right].
 \tag{20}$$

Для случая распределения $\psi_{cm}(0)$ по закону, определяемому соотношением (2), величины $\overline{\cos \psi_{cm}(0)}$ и $\overline{\sin^2 \psi_{cm}(0)}$ вычислены в работе [4]:

$$\cos \psi_{cm}(0) = \frac{1}{2} a \sqrt{\frac{\pi}{2}} {}_1F_1\left(\frac{1}{2}; 2; -\frac{1}{2} a^2\right),$$

$$\sin^2 \psi_{cm}(0) = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} a^2 {}_1F_1\left(1, 3; -\frac{1}{2} a^2\right),$$

где ${}_1F_1(x, y, z)$ - вырожденная гипергеометрическая функция.

Таким образом, рассмотренный следящий фильтр в установившемся состоянии при постоянной средней частоте спектра входного сигнала имеет только флюктуационную ошибку, дисперсия которой пропорциональна коэффициенту усиления разомкнутой системы, обратно пропорциональна постоянной времени электронного интегратора. Увеличение периода фазирования опорного генератора вызывает уменьшение дисперсии флюктуационной ошибки. Однако, при больших отношениях сигнал/шум на входе (при $a > 3$) эта зависимость слабо выражена. Выбор периода фазирования опорного генератора определяется требуемой шириной частотной характеристики корреляционного дискриминатора.

Возможность изменения ширины дискриминационной характеристики следящего фильтра простыми техническими средствами (изменением τ_ϕ) позволит реализовать адаптивные измерительные системы, оптимизирующиеся под условия функционирования.

Литература

1. Голод О.С., Сизов В.В. Способ определения составляющих скорости течения. Авт. свид. № 538597, 1975г.
2. Аграновский К.Ю., Голод О.С., Федоров А.К. Измерение вертикального профиля скорости морских течений. Тезисы докладов на II Всесоюзной конференции «Технические средства изучения и освоения океана», Ленинград, 1978.
3. Голод О.С., Гомзин В.Н., Итагович Ю.С., Калашников В.Г. Использование коррелятора в системе АПЧ, 4 «Известия ВУЗов». Радиоэлектроника, 1971, №1.
4. Горяинов В.Т., Журавлев А.Г., Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М., Сов. Радио, 1980.
5. Строганович Р.П. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике, М., «Сов. радио», 1961.
6. E. Prinz, G.Hauser, G.Leiser. Bordsystem zur messung der strömangsrchwindigkrit einrr Flüssigkeit. Патент ФРГ G01P5/00 №2721115, 1978г.