

склоне лет, видя в них естественное обобщение фундаментальных принципов, лежащих в основе мироздания. Но даже среди корифеев естествознания он выделяется не только новаторством и глубиной идей, но и их поразительной современностью. И в центре этого новаторства – возрождение древней идеи о центральной роли человека, его разума во всей Вселенной.

---

#### Об авторах

**Дырда Виталий Илларионович**, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, vita.igtm@mail.ru

**Воловик Ирина Анатольевна**, кандидат экономических наук, доцент, Днепропетровский государственный аграрный университет (ДГАУ), Днепропетровск, Украина

---

#### About the authors

**Dyrda Vitaly Illarionovich**, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor, Head of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, vita.igtm@mail.ru

**Volovik Irina Anatolievna**, Ph. D. (Econom.), Associate Professor, Dnepropetrovsk State Agrarian University, Dnepropetrovsk, Ukraine

---

УДК 678.4.06

В.И. Дырда, д-р техн. наук, профессор  
(ИГТМ НАН Украины),

Е.Л. Звягильский, д-р техн. наук, профессор,  
Е.А. Булат, канд. юр. наук, доцент  
(ДГУВД),

А.С. Кобец, канд. техн. наук, профессор  
(ДГАУ)

## ЗАКОНОМЕРНОСТЬ РАЗРУШЕНИЯ ЭЛАСТОМЕРОВ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

**Аннотация.** Рассмотрена закономерность циклического разрушения упруго-наследственных сред в контексте формирования нового критерия разрушения.

**Ключевые слова:** хаос, порядок, предел, метастабильное состояние, энергия разрушения, повреждаемость, критерий разрушения

V.I. Dyrda, D. Sc. (Tech.), Professor  
(IGTM NAS of Ukraine),

Ye.L. Zvyagilsky, D. Sc. (Tech.), Professor  
Ye.A. Bulat, Ph. D. (Jur.), Associate Professor  
(DSUIA),

A.S. Kobets, Ph. D. (Tech.), Professor  
(DSAU)

## LAWS GOVERNING ELASTOMERS LONG CYCLIC LOADING

**Abstract.** Regularity of cyclic destruction of elastic-hereditary environments in a context of formation of new criterion of destruction is observed.

**Keywords:** chaos, order, limit, metastable state, the fracture energy, defectiveness, fracture criterion

### Введение

Работа относится к области механики твёрдого деформируемого тела, в частности, к механике упруго-наследственных сред.

К упруго-наследственным средам, т.е. к таким средам, для расчёта которых классическая теория упругости не всегда приемлема вследствие наличия в них значительной части вязкой составляющей, памяти о предыдущих воздействиях и нестабильности механических свойств во времени (эффекты старения), относятся многие конструкционные материалы и, прежде всего, эластомеры (резины, полиуретаны). Принцип Больцмана-Вольтерра в определённой степени позволяет преодолеть эти разногласия, о чем свидетельствует создание теории вязкоупругости, уже получившей широкое признание. Эта же теория легла и в основу механики разрушения упруго-наследственных сред со всеми специфическими особенностями, присущими этим средам, и, прежде всего, наличием большой диссипации, старения и значительной зависимости физико-механических свойств от режима нагружения, влияния внешней среды, температуры диссипативного разогрева и т.д. Такие особенности механики деформирования и разрушения упруго-наследственных сред предопределили и выбор их критериев разрушения. Обычные критерии разрушения (прежде всего допускаемые напряжения  $[\sigma]$  и допускаемые деформации  $[\varepsilon]$ ) оказались приемлемыми для частных случаев и в основном при статических нагружениях. При длительных циклических нагрузках они фактически оказались непригодными.

В настоящей работе излагаются закономерности циклического разрушения упруго-наследственных сред на примере эластомеров в контексте формирования нового критерия разрушения, отображающего специфику этих материалов. Исследования в этой области весьма обширны, часть этих исследований рассматривается в цитируемой ниже литературе [1-164].

Закономерную связь между параметрами, ответственными за разрушение твёрдого тела под нагрузкой, и его непосредственным разрушением (для большинства твёрдых тел из металла, дерева, камня – разделение на две и более частей) впервые была установлена Галилеем в 1638 году. Галилей первым (по крайней мере, ему принадлежит первая известная печатная публикация) исследовал сопротивление разрушению бруса при простом растяжении и изгибе в случае заделки бруса как консоли с нагрузкой на свободном конце. Галилей впервые рассмотрел прочность балок, исходя из предельного состояния конструкции, и впервые сформировал критерий разрушения твёрдого тела по величине максимального главного нормального напряжения. Первый известный в литературе критерий разрушения постулировал следующее: твёрдое тело под нагрузкой разрушится, если главное нормальное напряжение достигнет критического значения.

Впоследствии в качестве условия разрушения твёрдых тел принимали и другие параметры: Мариотт (1680 г.) использовал предельную величину относительного удлинения (относительной деформации); Кулон (1773 г.) – предельную величину главного касательного напряжения; Бельтрами (позже Губер и Генки) – предельное значение энергии формоизменения тела. В двадцатом веке для этой цели использовались самые различные критерии разрушения – энергетические, статистические, термодинамические, критерии распространения трещин и т.д.

Результаты экспериментальных исследований и аналитические расчёты позволили установить неизвестную ранее закономерность разрушения эластомеров при длительном циклическом нагружении, заключающуюся в том, что разрушение эластомеров наступает при количестве циклов нагружения, обратно пропорциональном плотности диссипируемой энергии, и обусловлено кинетикой накопления повреждений в эластомерах.

Научная значимость закономерности заключается в том, что она впервые позволила сформулировать новый энергетический критерий разрушения эластомеров при длительном циклическом нагружении, постулирующий следующее: эластомеры разрушаются, когда плотность диссипируемой энергии, необратимо накапливаемой в материале и идущей непосредственно на изменение структуры материала, так называемой энергии разрушения, достигает критического значения.

Практическая значимость закономерности заключается в том, что она даёт научную основу для построения адекватных физических и математических моделей и позволяет сформулировать и реализовать обобщённый алгоритм расчёта долговечности при длительном циклическом нагружении эластомерных деталей с учётом старения материала, его нелинейных свойств и действия агрессивной внешней среды.

### **1 Взаимосвязь между философскими категориями хаоса, порядка и предела и механикой разрушения упруго-наследственных сред**

Более подробно этот вопрос рассматривался в работах авторов [1, 2, 41, 55]. Ниже приведены основные положения этой в общем-то довольно сложной проблемы, положения, которые подчёркивают её ретроспективность и отмечают важную общность: между понятиями пределов в философии и понятиями пределов в механике разрушения существует определённая интеллектуальная связь – философским понятиям пределов адекватны критерии разрушения.

Взаимодействию науки и философии посвящены многочисленные публикации, некоторые из них цитируются в настоящей работе [1-24]. В большинстве случаев в этих публикациях рассматриваются философские проблемы возникновения и существования сложно-организованных глобальных систем в контексте таких фундаментальных понятий как хаос, порядок, предел и т.д. Гибель, т.е. разрушение, таких систем обычно не рассматривается. В качестве примера можно привести труды И. Пригожина, Г. Шустера, Г. Хакена и многих других [4-10].

Ранее [55] была изложена концепция связи между такими философскими категориями как хаос, порядок и предел и механикой разрушения термодинамически открытых нелинейных систем, в которых новый порядок через флуктуации и неравновесность рождается из хаоса. Разрушение таких систем на всем протяжении их существования обычно рассматривают как **эволюцию материи** [2, 3].

Прежде, чем перейти к изложению проблемы, авторы сочли уместным дать толкование основных терминов, которые будут использованы в дальнейшем. Приведенные ниже термины заимствованы из философских и энциклопедических словарей, опубликованных в официальных изданиях [18-21].

**Бесконечное и конечное** – философские категории, отображающие противоположные, но взаимосвязанные стороны существования и развития материального мира в пространстве и времени. В отличие от конечного, присущего отдельным вещам, состояниям, процессам и формам движения, которые имеют переходящий, относительный характер, мир в целом, природа существует вечно во времени и бесконечно в пространстве.

**Порядок** – «замороженный» беспорядок, минимум энтропии; порядок знаменует собой конец хаоса, ограничение степеней свободы, указывает на существование устойчивости, какой-то определённости, организованности, стационарности, предсказуемости, налаженности, регулярности, правильности пространственно-временного расположения чего-нибудь, равновесия, когда силы притяжения

превалируют над силами отталкивания, соответствия, симметрии, наличие иерархической организации; порядок – основа простоты и гармонии, красоты, совершенства и справедливости; порядок – власть разума и божественного начала.

**Хаос** (греч. chaos – зияние; от chasco – разеваю) – в современной культуре понятие, связанное с оформлением в неклассической европейской культуре парадигмальной матрицы исследования нелинейных процессов. В сфере естествознания это проявляется в рамках синергетического подхода, основанного на идее креативной самодостаточности хаоса, заключающейся в способности случайных флуктуаций на микроуровне порождать новые организационные порядки на уровне макроструктур (хаос как фактор самоструктурирования нелинейной среды: «порядок из хаоса», по определению И. Пригожина и И. Стенгерс).

**Предел** (лат. limes – граница) – одно из основных понятий математики, означающее, что некоторая переменная величина в рассматриваемом процессе её изменения неограниченно приближается к определённом постоянному значению.

**Понятия предела, беспредельного и числа в античной философии.** Понятия предела, беспредельного и числа у античных философов весьма сложны, т.к. затрагивают такие эстетические понятия как ум, мудрость, удовольствие, любовь, гармонию Космоса и т.д. Поэтому авторы будут оперировать только теми философскими рассуждениями, которые близки к естественным наукам и, в первую очередь, к механике разрушения. Наиболее полно эти понятия изложены в трудах Платона, Анаксимандра, Филолая, Аристотеля и ряда представителей пифагорейской школы.

В диалоге «Филеб» Платон [22] последовательно и довольно подробно рассматривает проблему предела, беспредельного и числа. Он считает, что беспредельное всегда движется вперёд и что «превосходная степень» уничтожает «количество, порядок и закон». Устанавливая «порядок и закон», человек тем самым устанавливает некоторый предел.

*Предел, беспредельное и число* – Платон доводит эти понятия единого и многого (конечного и бесконечного) до их наивысшего обобщения и получает вместо них категории предела и беспредельного с обязательным требованием в отношении каждой вещи находить нечто среднее между ними, а именно количественную определённость, число. Согласно Платону «... число есть начало всякой меры». *Предел, беспредельное и число* являются также важнейшими понятиями в философии Филолая.

В античности *предел* – это совершенство; необходимым атрибутом совершенства является законченность, определённость, конкретность. Поэтому античные философы считали, что *предел* «активно оформляет материю как беспредельное». У Платона *предел* – исток вещи; у Аристотеля, по мнению А. Лосева [15-17], «предел становится мерой, принципом внутренней согласованности и уравновешенности частей целого, этот предел – естественный предел».

**Понятие хаоса в античной и современной философии.** Хаос – в переводе с греческого зияющая бездна, пустая протяжённость; античные философы придавали этому термину понятие первоматерии, беспредельной первоосновы. Хаос – активное, животворящее начало; из хаоса возник космос, миры, небеса; из хаоса возник порядок и закон. Однако хаос обладает не только созидательной силой, он имеет также мощное разрушительное начало. Это утверждение античных философов (прежде всего Платона и Анаксимандра) для нас весьма важно, так как эво-

люционный процесс разрушения, в том числе и разрушения твёрдых деформируемых тел, непосредственно связан с хаосом [17, 22].

Декарт разделял мнение Платона о том, что первичным состоянием материи являлся хаос. Максвелл в молекулярном хаосе, используя теорию вероятности, пытался найти определённый порядок.

Современная наука трактует хаос как отсутствие системности, определённости, устойчивости, предсказуемости, а также как гибель параметров порядка, бесформенность, нарушение гармоничности, неограниченное множество степеней свободы и т.д. В классической термодинамике хаос – это беспорядочное распределение и движение по разным траекториям огромного числа частиц в любой системе, достигшей максимальной энтропии; энтропия в таких системах является количественной характеристикой беспорядка.

В сложных системах хаос может быть определённым образом организован и выполнять функции, связанные с процессами самоорганизации. Таким образом, в мире хаоса не все разрушено; энергия хаоса наряду с мощными разрушительными импульсами способна создать новые упорядоченные устойчивые структуры. Поэтому современная наука считает, что любой эволюционный процесс рождения параметров порядка сложной системы создаётся энергией хаоса и разрушающей энергией хаоса завершается.

Если использовать такие рассуждения применительно к рассматриваемому нами предмету, т.е. к механике разрушения, то механизм разрушения твёрдых тел можно представить следующим образом: при длительном разрушении, например, эластомерной системы, обладающей неравновесностью и нелинейностью (более подробно об этом ниже), параметры порядка, т.е. параметры, характеризующие эволюцию структуры на микро- и мезоуровнях, создаются хаосом и на определённом участке времени обладают некоторой квазиустойчивостью; в дальнейшем энергия хаоса приводит к существенным изменениям структуры, её самоорганизации, созданию новых структурных образований (например, магистральных трещин) и разрушению системы. Все это хорошо согласуется с опытными данными [2-4].

Подобные модели нашли также своё подтверждение в физике. И. Пригожин [9, 10] разработал новую концепцию, основанную на термодинамике неравновесных процессов и синергетической теории диссипативных структур; согласно Пригожину порядок как некоторая сверхсложная упорядоченность возникает из динамического хаоса. В одной из своих монографий [6, 10] он отмечает: «...на всех уровнях, будь то уровень макроскопической физики, уровень флуктуаций или микроскопический уровень, *источником порядка является неравновесность. Неравновесность есть то, что порождает «порядок из хаоса».*

**Философские проблемы механики разрушения как эволюционирующей науки.** Механика разрушения является новым научным направлением, она отличается свойствами синергизма и глобалистики (включает в себя теорию упругости, пластичности, сопротивление материалов, частично материаловедение и т.д.); она использует такие понятия, как флуктуации, бифуркации, нелинейность, необратимость, самоорганизация, неравновесность и др.; её результаты позволяют расширить фундаментальные внутренние зависимости явлений, которые объединяют их в особые целостности общенаучного характера.

Как всякая эволюционирующая наука, механика разрушения ставит перед исследователями мало разработанный вопрос о способах и формах последовательного разрешения фундаментальных противоречий (антиномий). В принципе

эти противоречия заключены в самих основах научного знания и своими логическими корнями уходят к апориям Зенона и антиномиям Канта. Это, прежде всего, вопрос о переходе к исследованиям более сложной структуры объекта, более глубокой сущности явлений и процессов, об углублении наших представлений, складывающихся на базе разрешения антиномий и парадоксов.

Философия этих рассуждений восходит к временам Гегеля и Канта [13, 14]. В XVIII-XIX веках прочность твёрдых тел объясняли либо сцеплением отдельных частиц, либо связью материи с самой собой. В этом контексте разрушение как процесс практически не рассматривался.

Современная трактовка разрушения выглядит следующим образом: разрушение (лат. *destructio* – нарушение структуры; лат. *ruptura* – разрыв, перелом) материала – макроскопическое нарушение сплошности материала в результате тех или иных воздействий на него [2, 3].

В переводе на технический язык разрушение – эволюция материи. Это утверждение справедливо как для простых систем (например, материалы стареют и без разрыва могут стать непригодными), так и для сложно-организованных систем: например, человеко-машинные системы могут разрушаться от износа, аварий и катастроф, однако это не есть их уничтожение, а лишь некоторая трансформация, т.е. при изменении требований они могут функционировать, в том числе и с другим назначением.

Если рассматривать современную науку о существовании сложно-организованных открытых термодинамических систем (в нашем случае науку о разрушении твёрдых тел, энтропия которых со временем возрастает, что приводит их к отказу) в контексте изложенных выше теорий, то можно утверждать, что для установления «порядка и закона» в таких системах необходим некоторый *предел*. Именно *предел* является мерой внутренней согласованности и равновесия системы; *предел* позволяет прекратить бесконечные колебания «больше – меньше» и придаёт смысл и завершённость системе.

В механике разрушения твёрдых тел пределами служат предельные значения некоторых параметров системы, т.е. таких информационных параметров, которые характеризуют эволюцию системы за весь период её существования.

Установить предел для таких систем – это означает установить меру информационным параметрам, т.е. выбрать критерий разрушения и определить меру одному или нескольким критериальным параметрам. Если конкретизировать все это для механики разрушения твёрдых тел, то это означает, что необходимо установить меру, например, для нормальных напряжений, относительной деформации и т.д., т.е. установить число. При этом система будет существовать определённое время в относительном равновесии и её параметры не будут выходить за рамки допустимых. Таким образом в системе будет наблюдаться внутренняя согласованность информационных параметров с учётом согласованности с внешним воздействием.

Именно установление *предела* как меры одному или нескольким информационным параметрам системы (т.е. установления их критериальной величины) позволяет установить «внутреннюю согласованность и равновесие» системы.

Ранее [55] было установлено, что между понятиями пределов в философии и понятиями пределов в механике разрушения существует определённая интеллектуальная связь – философским понятиям пределов адекватны критерии разрушения.

**Взаимосвязь между пределами информационных параметров и критериями разрушения термодинамически открытых систем.** Ранее [55] подробно рассматривалась взаимосвязь между философскими категориями хаоса, порядка и предела и механикой разрушения для термодинамически открытых систем. Ниже покажем эту связь на конкретном примере формирования критерия разрушения при длительном циклическом разрушении эластомеров. В [1, 2, 41] подробно изложена история механики разрушения; там же дан ретроспективный обзор по существующим критериям разрушения, приведена обширная литература по механике разрушения, часть из которой цитируется ниже [30-133].

Опубликованные ранее [41, 112] многочисленные аналитические и экспериментальные исследования по механике разрушения эластомеров создали достаточные предпосылки, чтобы в качестве критерия разрушения принять предельную величину плотности энергии разрушения. Таким образом, один из информационных параметров процесса разрушения становится *пределом* в эволюционном изменении структуры материала; в механике разрушения твёрдых тел такой *предел* адекватен критерию разрушения.

**Терминология.** Авторы будут оперировать рядом терминов, которые хотя и являются общепринятыми и получили признание в механике эластомеров, тем не менее, в различных науках их толкование несколько отличается [19, 20, 27, 28]. Ряд терминов – диссипация энергии, гистерезис, внутреннее трение, разрушение и др. – заимствованы из механики металлов. Другие – утомление, усталость, старение – из биологии. Поэтому, чтобы избежать разночтения ниже будут использованы термины, опубликованные в официальных изданиях [19, 20, 27, 28]. Помимо них будут использованы также термины, которые возникли при изучении разрушения эластомеров и кроме работ авторов ранее никем не использовались.

**Общепринятые термины.** 1. Резина (лат. *resina* – смола) (вулканизат) – эластичный материал, образующийся в результате вулканизации каучука [19].

2. Эластомеры, полимеры – материалы, обладающие при обычных температурах высокоэластичными свойствами, т.е. способные к огромным (до многих сотен процентов) обратимым деформациям растяжения. Типичные эластомеры – каучуки и резины, в том числе полиуретаны [19].

3. Термодинамическая система – совокупность макроскопических тел, которые могут, взаимодействуя между собой и с другими телами (внешней средой), обмениваться с ними энергией и веществом [5].

4. Диссипативные системы, механические системы – системы, полная энергия которых (сумма кинетической и потенциальной энергии) при движении убывает, переходя в другие виды энергии, например, в теплоту, т.е. происходит диссипация энергии [19].

5. Эволюция (лат. *evolutio* – развёртывание) – в широком смысле – то же, что развитие; в более узком представлении о медленных изменениях, в отличие от революции [19].

6. Диссипация (лат. *dissipatio*), рассеяние. Диссипация энергии – переход части энергии упорядоченных процессов в энергию неупорядоченных процессов, в конечном итоге – в тепло [19].

7. Внутреннее трение в твёрдых телах – свойство твёрдых тел необратимо превращать в теплоту механическую энергию, сообщённую телу в процессе его деформирования [20].

8. Гистерезис упругий (греч. hysteresis) – отставание, запаздывание во времени развития деформаций упругого тела от напряжений; является одним из проявлений внутреннего трения в твёрдых телах [20].

9. Старение материалов – изменение физико-химических и механических свойств и структуры материалов при эксплуатации и длительном хранении. Наиболее заметно в материалах с повышенным уровнем внутренней энергии [19].

10. Разрушение (лат. destructio – нарушение структуры; лат. ruptura – разрыв, перелом) материала – макроскопическое нарушение сплошности материала в результате тех или иных воздействий на него [27].

11. Деструкция (лат. destructio) – нарушение, разрушение нормальной структуры; деструкция полимеров – разрушение их макромолекул под действием тепла, кислорода, света, механических напряжений и др. В результате деструкции (происходит при хранении, переработке и эксплуатации) изменяются многие свойства полимеров и часто они становятся непригодными для практического использования [19].

12. Усталость (лат. fatigatio – усталость, утомление) материала – изменение механических и физических свойств материала в результате действия циклически изменяющихся во времени напряжений и деформаций; утомление – термин биологический, в механике эластомеров используется как усталость.

13. Метастабильное состояние (греч. meta – переход, stabilis – устойчивый) в термодинамике – состояние квазиустойчивого равновесия системы, в котором система может находиться длительное время, не переходя в более устойчивое состояние (фазу) [20].

14. Лабильность (лат. labilis – неустойчивый) – неустойчивость системы [20].

15. Локальность (лат. lokalis – местный, locus – место) – отнесение чего-либо к определённом месту [20].

16. Скачок – коренной перелом в развитии, качественное преобразование предмета или явления; выделяют два типа скачка – резкий и постепенный.

17. Необратимые процессы – физические процессы, которые могут самопроизвольно протекать только в одном определённом направлении.

18. Нелинейные системы – системы, свойства которых зависят от происходящих в них процессов. Нелинейными являются – механические системы, где модули упругости тел зависят от деформаций последних. Указанные зависимости в механических системах приводят соответственно к нелинейности связей между напряжениями и деформациями (нарушению закона Гука).

19. Неравновесное состояние, в термодинамике – состояние системы, выведенной из термодинамического равновесия; в системе происходят необратимые процессы, которые стремятся вернуть систему в состояние термодинамического равновесия, если нет препятствующих этому факторов – отвода или подвода энергии.

20. Автокаталитический механизм – в широком смысле – механизм самоускорения реакции, вызванной изменениями в системе из-за протекания химической реакции; в рассматриваемом случае – механизм самоускорения разрушения системы, вызванной изменениями в системе из-за роста и накопления микроповреждений.

21. Критерий разрушения, условие, определяющее связь параметров, ответственных за разрушение твёрдого тела под нагрузкой [28, 38].

22. Прочность материала – способность твёрдых тел сопротивляться разрушению или необратимому изменению формы [28].



23. Энергия (от греч. *energeia* – действие, деятельность), общая количественная мера движения и взаимодействия всех видов материи. В случае непрерывной среды вводится **понятие плотности энергии**, т.е. энергия в единице объёма материала [28].

24. Саморазогрев эластомеров или диссипативный саморазогрев, повышение температуры твёрдого тела при многократном механическом воздействии.

25. Пуассона коэффициент ( $\nu$ ) – отношение относительного сужения (расширения) к относительному продольному удлинению (сжатию) при упругом растяжении (сжатии) твёрдого тела.

26. Повреждаемость (при длительном циклическом нагружении) – нарушение, разрушение структуры материала на микро- и макроуровнях в результате воздействия циклических нагрузок [25, 27].

27. «Характерный» объем резины, некоторый первичный элемент, обусловленный природой и структурой материала; должен удовлетворять двум правилам – с одной стороны быть настолько малым, чтобы каждый элемент считать точкой сплошной среды; с другой – настолько большим, чтобы обладать свойствами этой среды [25, 27].

**Термин, введенный авторами. Энергетический диссипативный  $\psi$ -критерий разрушения эластомеров при длительном циклическом нагружении** – условие, определяющее связь параметров ответственных за разрушения эластомеров под нагрузкой; постулирует следующее: эластомеры разрушаются, когда плотность диссипируемой и необратимо накапливаемой в материале энергии при длительном циклическом нагружении достигает критического значения; в специальной литературе [112] известен как энергетический диссипативный  $\psi$ -критерий разрушения (здесь  $\psi$  – коэффициент диссипации энергии), назван так в связи с той большой ролью, которую играет диссипация энергии в механизме длительного циклического разрушения эластомеров. Опубликован впервые в работах [111, 112].

Ниже будут использованы следующие термины:

- для описания резины и массивных резиновых элементов будут использованы термины эластомер, эластомерная конструкция, а также диссипативная система, термодинамическая система, эволюционная система, последний термин характеризует резину как систему, физико-механические параметры которой не остаются постоянными, а необратимо изменяются во времени, т.е. система эволюционирует;
- при описании длительного циклического нагружения будет использован термин разрушение, а также усталость и утомление;
- для описания рассеяния энергии в резине при циклических нагрузках будет использован термин диссипация энергии; в ряде случаев будут использованы термины гистерезис, внутреннее трение и коэффициент механических потерь.

Таким образом, в настоящей работе эластомеры рассматриваются: как открытая термодинамическая система, обменивающаяся с окружающей средой энергией; как диссипативная система, полная энергия которой благодаря наличию диссипации убывает, переходя в теплоту; как эволюционная система, параметры которой не остаются постоянными, а необратимо изменяются во времени благодаря разрушению материала.

## 2 Критерии разрушения твёрдых тел

Ранее [2, 3, 41, 112] была опубликована история механики разрушения эластомеров с подробным изложением критериев разрушения. Обширный список цитируемой ниже литературы также наглядно свидетельствует как о важности проблемы, так и её ретроспективном характере.

В механике разрушения твёрдых тел, находящихся под нагрузкой, критерии разрушения, несомненно, играют важнейшую роль, что хорошо видно из многочисленной научной литературы, часть из которой цитируется ниже [1-160]. По сути, и об этом свидетельствует история механики разрушения [5-24], серьёзное исследование прочности твёрдых тел началось именно с установления критерия разрушения. Первый критерий разрушения твёрдых тел, находящихся под нагрузкой, был сформулирован ещё в XVI веке Галилео Галилеем [40]. Галилей впервые (его книга «Беседы и математические доказательства» была первой печатной работой в этой области и вышла в свет в 1638 году) ввёл в механику весьма оригинальный научный приём: при определении прочности твёрдых тел для описания условия разрушения он использовал предельное (критическое) значение главного нормального напряжения. С тех пор этот весьма перспективный приём – условием разрушения твёрдого тела является достижение одного из информативных показателей некоторого предельного значения – успешно используется в механике твёрдого деформируемого тела (МТДТ) вплоть до настоящего времени. В таблице 1 (см. ниже) приведены существующие на сегодняшний день критерии разрушения твёрдых тел, все они используют приём Галилея, т.е. для характеристики разрушения твёрдого тела используют предельное значение некоторой величины – энергии, энтропии, суммарной повреждённости материала и т.д.

После Галилея в качестве условия разрушения твёрдых тел принимали и другие параметры: Мариотт (1680 г.) использовал предельную величину относительного удлинения (относительной деформации); Кулон (1773 г.) – предельную величину главного касательного напряжения; Бельтрами (позже Губер и Генки) – предельное значение энергии формоизменения тела. В последнее время для этой цели использовались самые различные критерии разрушения – энергетические, статистические, термодинамические, критерии распространения трещин и т.д.

С самого начала возникновения науки о прочности важнейшим стал вопрос о нахождении критериальных величин, т.е. величин собственно и характеризующих прочность твёрдого тела. Совершенствование методов расчёта протекало сообразно развитию представления о структуре твёрдого тела. На первом этапе это была идеализированная среда, т.е. идеально упругое тело без каких-либо несовершенств. Несмотря на то, что такая концепция продержалась недолго, и уже Кулон знал о несовершенствах структуры реальных материалов, физическая модель идеально упругого тела не потеряла своей актуальности и до настоящего времени, прежде всего, вследствие удобства хорошо разработанного математического аппарата и соответствия в ряде случаев требованиям практики. Такой «механический» подход породил и соответствующие критерии разрушения, в качестве которых использовались некоторые критические, предельные значения упругих постоянных, при которых соответственно и происходит разрушение (отказ, разлом, разделение на части) твёрдого тела. Галилей для оценки прочности тел под нагрузкой предложил в качестве критерия разрушения использовать предельное значение главного нормального напряжения; для этой же цели Мариотт использовал предельную величину относительного удлинения; Кулон – предельную величину

главного касательного напряжения, а Бельтрами – предельное значение энергии формоизменения тела.

Открытие таких эффектов, как масштабный фактор, зависимость прочности от времени действия силы, явления последействия, диссипация энергии, пластичность и текучесть металлов и т.д. заставило учёных видоизменить теории, вводить поправочные коэффициенты, но подход к прочности твёрдых тел оставался в сущности прежним.

Изменение пришло со стороны новых экспериментальных данных, и, прежде всего, данных о поведении твёрдых тел при высоких и низких температурах, больших скоростях нагружения, длительных циклических нагрузках, действию агрессивной внешней среды и т.д.

В работе [112] впервые в полном объёме дан обзор существующих критериев разрушения и оценка их применимости для различных случаев нагружения и различных материалов.

Вместе с тем, для эластомеров (т.е. материалов, обладающих специфическими свойствами – большими обратимыми деформациями, большой диссипацией энергии, низкой теплопроводностью, нестабильностью параметров во времени и т.д.) при длительных циклических нагрузках ни один из существующих критериев не является вполне приемлемым.

Для построения критерия разрушения эластомеров необходим подход, наиболее полно учитывающий внутренне строение материала и позволяющий описать изменение его структуры под нагрузкой. Таким подходом, как известно, является подход статистической физики, который, однако, ввиду сложности и неопределённости структуры реального материала, мало пригоден для практических расчётов. Вследствие этого для описания долговечности твёрдых тел наибольшее распространение получил термодинамический подход, основанный на феноменологическом описании поведения тел под влиянием внешних условий. Поскольку разрушение по самой своей сути – процесс неравновесный, то и использовать для его описания наиболее целесообразно термодинамику необратимых процессов. Для получения критериальных условий, определяющих разрушение, используют, как правило, условие экстремума термодинамических функций, например, энергии.

Именно использование энергии диссипации, а точнее той её части, которая необратимо накапливается в материале и расходуется на изменение его структуры, позволило сформулировать новый критерий разрушения эластомеров, наиболее полно учитывающий их специфические свойства. Этому способствовали и оригинальные экспериментальные исследования, позволяющие установить следующую важную закономерность: в эластомерах при длительных циклических нагружениях не вся диссипируемая энергия превращается в тепло, часть её расходуется непосредственно на изменение структуры, т.е. на повреждаемость материала на микро- и макроуровне. Когда эта энергия, т.е. энергия разрушения, достигает критического значения, эластомер разрушается.

Для эластомеров энергию диссипации  $U_d$  за время  $t$  можно разложить на слагаемые:  $U_d = U_T + U_p$ , где  $U_T$  – поток тепловой энергии в окружающую среду;  $U_p$  – энергия, идущая на разрушение структуры эластомера. Это равенство позволяет вычислить отношение тепловой энергии к энергии диссипации через некоторый коэффициент  $\eta_T = U_T/U_p$  и определить затем долю энергии, используемой на разрушение материала в виде коэффициента  $\eta_p = 1 - \eta_T$ . Важным является тот факт, что величину энергии разрушения можно определить с помощью прямых экспери-

ментальных исследований. Так, для малонаполненных резин типа 51-1562 доля энергии, используемой на разрушение структуры, равна 0,20-0,30.

В работе [112] подробно рассматривается метод определения коэффициента  $\eta$  для различных резин, даются значения  $U_d$ ,  $U_T$  и  $U_p$  и исследуется инвариантность энергии разрушения  $U_p$  от напряжений, температур и внешней среды; получены также границы изменения основных параметров, при которых  $U_p$  можно считать постоянной и принимать её в качестве критериальной величины.

Приведенный в работе [112] обзор исследований по металлам и стеклопластикам, а также приведенные результаты длительных экспериментальных исследований эластомеров создают достаточные предпосылки, чтобы считать энергию разрушения ответственной за эволюционное изменение структуры материала, т.е. за его повреждаемость.

Результаты экспериментальных исследований и аналитические расчёты позволили установить неизвестную ранее закономерность разрушения эластомеров при длительном циклическом нагружении, заключающуюся в том, что эластомеры разрушаются, когда плотность диссипируемой и необратимо накапливаемой в материале энергии при длительном циклическом нагружении достигает критического значения, и обусловленную кинетикой накопления повреждаемости в эластомерах.

**Выводы.** Из ретроспективного обзора [112] следует, что к началу XX века в механике разрушения в чёткой и однозначной форме сложились следующие критерии разрушения твёрдых тел.

1. Критерий разрушения твёрдого тела по величине максимального главного нормального напряжения (1638 г. Галилей).

2. Критерий разрушения твёрдого тела по величине максимальной относительной деформации (1680 г. Мариотт).

3. Критерий разрушения твёрдого тела по величине максимального касательного напряжения (1773 г. Кулон).

4. Критерий разрушения твёрдого тела по количеству энергии формоизменения (конец XIX века, Бельтрами – Губер – Генки).

Все эти критерии разрушения учитывают напряжённо-деформированное состояние твёрдого тела, являются актуальными до сегодняшнего дня и впоследствии широко используются в других более сложных теориях прочности (см. табл. 1).

Таблица 1 – Критерии разрушения твёрдых тел

Математическая формулировка	Обозначения	Физический смысл. Условие разрушения	Авторы. Примечание
<b>Критерии распространения трещин, основанные на энергетическом подходе</b>			
1. $-\frac{\partial W}{\partial F} \geq \gamma$	$W$ – упругая энергия; $F$ – площадь трещины; $\gamma$ – удельная поверхностная энергия разрушения	Энергетическая устойчивость трещины при хрупком разрушении	Гриффитс А. [63]
2. $K \geq K_{кр}$	$K$ – интенсивность напряжений	Силовая устойчивость трещины	Ирвин Г. [64]
3. $-\frac{\partial W}{\partial F} \geq \gamma^*$	$\gamma^*$ – удельная поверхностная энергия разрушения с учётом пластических деформаций	Энергетическая устойчивость трещины при квазихрупком разрушении	Орован Е. [65]

Математическая формулировка	Обозначения	Физический смысл. Условие разрушения	Авторы. Примечание
4. $J \geq \gamma$	$J$ – контурный интеграл	Энергетическая устойчивость трещины для упругопластических тел	Эшелби И. [66] Черепанов Г.П. [67] Райс Дж. [68]
5. $V(l) = \frac{\delta_k}{2}$	$V(l)$ – смещение точек поверхности трещин в устье трещины; $\delta_k$ – постоянная	Уравнение предельного состояния равновесия трещины	Леонов И.Я. [69] Панасюк В.В. [70] Дагдейл Д. [71]
6. $\Delta l = a \left( \frac{\partial W}{\partial F} \right)$	$\Delta l$ – увеличение длины трещины за один цикл; $a$ – эмпирическая постоянная	Уравнение роста трещины при циклическом нагружении	Эндрюс Е. [72] Потураев В.Н., Дырда В.И. [73]. Исследован в применении к резинам
7. $\frac{d\varphi}{dt} = -a \left( \frac{\sigma_{\max}}{\varphi} \right)^b$	$\varphi$ – кинетический параметр «сплошности»; $t$ – время; $\sigma_{\max}$ – максимальное напряжение в образце; $b$ – эмпирическая постоянная	Феноменологическое уравнение распространения трещин	Качанов Л.М. [74]
8. $\frac{d\omega}{dt} = c\sigma^n(1-\omega)^m$ $\omega = 1 - \varphi$	$\sigma$ – напряжения; $c, n, m$ – эмпирические постоянные	Феноменологическое уравнение распространения трещин	Работнов Ю.Н. [75]
9. $\int_0^{t^*} (t^* - \tau) \frac{d\tau}{t_0^{m+1} [\sigma_s(\tau)]} = \frac{1}{m+1}$	$t^*$ – время до разрушения; $\sigma_s(\tau)$ – заданная функция; $t_0(\sigma_s)$ – эмпирическая функция	Феноменологическое уравнение распространения трещин с учётом истории нагружения	Москвитин В.В. [76]
10. $\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = -\varepsilon_p; \sigma \geq \frac{\sigma_0}{\sqrt{1+\varphi}}$	$\varepsilon_p$ – пластическая деформация; $\lambda$ – инвариант Одквиста; $\sigma_0$ – эмпирическая постоянная	Феноменологическое уравнение распространения трещин с критерием начала разрушения	Новожилов В.В. Рыбакина О.Г. [77]
11. $N^{0.5} \Delta \varepsilon_p = \frac{e_p}{2}$	$e_p$ – истинное удлинение при разрушении; $\Delta \varepsilon_p$ – пластическая деформация за 1 цикл; $N$ – число циклов до разрушения	Разрушение происходит при достижении суммарной пластической деформацией критического значения	Коффин Л. [78]
12. $N^m \Delta \varepsilon_p = c$		Разрушение происходит при достижении суммарной пластической деформацией критического значения	Мэнсон С. [79]
13. $N^r (\sigma - \sigma_y) - \frac{E - E_T}{EE_T} = c$	$r$ – параметр, определяемый по зависимости $\lg \Delta \varepsilon - \lg N$ ; $\Delta \varepsilon$ – неупругая деформация за цикл; $\sigma_y$ – предел упругости; $E$ – модуль упругости; $E_T$ – модуль упрочнения	Достижение критического значения $\Delta \varepsilon$	Трощенко В.Т. [80]

Математическая формулировка	Обозначения	Физический смысл. Условие разрушения	Авторы. Примечание
<b>Статистические критерии разрушения</b>			
14. $\sigma^* = \bar{\sigma} - \sqrt{a \lg V + b}$	$V$ – объем тела	Статистическое вычисление наиболее вероятного значения прочности в зависимости от объема тела	Конторова Т.А., Френкель Я.И. [81]
15. $P(\sigma) = 1 - \exp\left[-\int n(\sigma) dV\right]$	$P(\sigma)$ – вероятность хрупкого разрушения образца при напряжениях, меньших $\sigma$ ; $n(\sigma)$ – функция, введенная Вейбуллом	Вычисление $P(\sigma)$	Вейбулл В. [82]
16. $\sigma_H = \sigma_m [1 - a \ln \rho V]$	$\sigma_H$ – наиболее вероятная прочность; $\sigma_m$ – теоретическая прочность бездефектного образца; $\rho$ – плотность дефектов	Статистическое описание быстрого разрушения, как образования и роста трещин	Кейс С. [83]
17. $V\sigma_{-1}^{an} = c$	$\sigma_1$ – предел выносливости при растяжении-сжатии; $n$ – число рядом находящихся зёрен, в которых напряжения превышают критическое значение	Статистическое описание разрушения от усталостных трещин, возникающих в результате объединения разрушений перенапряжённых зёрен	Афанасьев Н.Н. [84]
18. $\tau_H = \left[ \int_0^\infty \left  \frac{d\Sigma(\sigma_m)}{d\sigma_m} \right  \frac{d\sigma_m}{N(\sigma_m)} \right]^{-1}$	$\tau_H$ – ожидаемый срок службы; $\sigma_m$ – максимальное напряжение цикла; $N(\sigma_m)$ – число циклов, соответствующее разрушению при $\sigma_m = \text{const}$ , $\Sigma(\sigma_m)$ – среднее число превышений напряжением уровня в единицу времени	Статистическое описание срока службы при усталостном разрушении	Болотин В.В. [85]
<b>Критерии разрушения на основе кинетической концепции прочности</b>			
19. $\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{U_0 - \gamma \sigma}{kT}\right)$	$\tau$ – долговечность тела; $\tau_0$ , $U_0$ , $\gamma$ – эмпирические константы; $T$ – температура; $k$ – постоянная Больцмана	Описание зависимости долговечности тел от напряжения и температуры	Журков С.Н. [86, 87]
20. $C_{кр} \cong \frac{1}{(3R)^3}$	$C_{кр}$ – предельная концентрация начальных трещин; $R$ – размер начальных трещин	Описание зависимости долговечности тел от напряжения и температуры концентрации начальных трещин	Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А. [88]
21. $\tau = f\left(\frac{\sigma}{T}\right) \exp\left(\frac{U_0}{kT}\right)$		Описание зависимости долговечности тел от напряжения и температуры	Бартенев Г.М. [89-91]

Математическая формулировка	Обозначения	Физический смысл. Условие разрушения	Авторы. Примечание
22. $\tau = \frac{b}{(\sigma - \sigma_0)^\alpha} \exp\left(\frac{U_0 - \gamma \sigma}{kT}\right) \beta$	$\alpha, \beta, \sigma_0$ – эмпирические константы	Описание зависимости долговечности тел от напряжения и температуры для полимеров с учётом разрывов межмолекулярных связей	Гуль В.Е. [92]
23. $\tau = b\sigma^{-\alpha}$		Описание зависимости долговечности от напряжения	Голланд А., Тернер Е. [93]
<b>Термодинамические критерии разрушения и критерии по повреждённости</b>			
24. $\int_0^{t^*} \dot{A}_\phi dt \leq A_{кр}$	$A_\phi$ – работа формоизменения образца	Разрушение наступает при достижении энергией формоизменения критического значения	Губер Т., Генки Г. [94, 95]
25. $\int_0^{t^*} (\dot{A}_\phi - U_d) dt \leq A_{кр}$	$U_d$ – рассеянная энергия	Разрушение наступает при достижении энергией формоизменения критического значения с учётом диссипации	Рейнер М., Вейссенберг К. [96]
26. $U_p \leq U_{ркр}$	$U_p$ – плотность энергии разрушения	<b>Разрушение наступает при достижении плотностью энергии разрушения критического значения</b>	<b>Дырда В.И. [99] Энергетический <math>\psi</math>-критерий разрушения эластомеров</b>
27. $U_d \leq A_p$	$A_p$ – работа разрыва образца	Разрушение происходит при достижении рассеянной энергией критического значения, равного площади под кривой истинное напряжение – истинная деформация	Фалтнер И., Марроу И. [100]
28. $A_\sigma(N - N_{mp}) = L_{пл}$	$A_\sigma$ – работа разрушения за один цикл при напряжении; $N_{mp}$ – число циклов до появления субмикроскопических трещин; $L_{пл}$ – скрытая теплота плавления	Разрушение происходит при достижении плотностью работы пластической деформации значения скрытой теплоты плавления	Иванова В.С. [101]
29. $\int_0^{t^*} \dot{S} dt = S_{кр} - S_0$	$\dot{S}$ – скорость приращения плотности энтропии; $S_0$ – начальное значение плотности энтропии	Разрушение наступает при достижении плотностью энтропии критического значения	Киялбаев Д.А., Чудновский А.И. [102, 103]; Гольденблат И.И., Бажанов В.Л., Копнов В.А. [104, 105]; Лавендел Э.Э., Масленников В.Г. [106]; Потураев В.Н., Дырда В.И., Капалин В.Т. [107]

Математическая формулировка	Обозначения	Физический смысл. Условие разрушения	Авторы. Примечание
30. $\int_0^{t^*} \dot{\rho}(t) dt = \rho_{кр} - \rho_0$	$\dot{\rho}$ – скорость приращения поврежденности материала; $\rho_0$ – начальная поврежденность	Разрушение наступает при достижении поврежденностью критического значения с учётом потенциальной энергии деформации	Ультан В.Е., Чебанов В.М., Чудновский А.И. [108]; Потураев В.Н., Дырда В.И. [109-112]
31. $t^* = \tau_0 \ln \frac{\Delta p_\infty}{\Delta p_\infty - \Delta p_{кр}} \exp\left(\frac{U_0 - \gamma \sigma}{kT}\right)$ $\Delta p_{кр} = \rho_{кр} - \rho_0$	$\Delta p_\infty$ – количество перенапряжённых связей, способных поврваться под действием тепловых флуктуаций	Разрушение наступает при достижении поврежденностью критического значения с учётом потенциальной энергии деформации и с учётом поврежденности при циклической усталости	Дырда В.И. [99]
32. $M_n = f(P_{ij}, T) < C_n$	$M_n$ – меры повреждений; $P_{ij}$ – тензор повреждений; $C_n$ – эмпирические постоянные	Разрушение происходит при достижении абстрактной мерой поврежденности определённого значения	Ильюшин А.А. [113]
33. $\int_0^{t^*} \frac{dt}{t^* [\sigma(t), T(t)]} = 1$		Разрушение происходит при достижении критического значения поврежденностью, которая суммируется линейно	Бейли Дж. [114]
34. $\sum_{i=1}^q \frac{N_i}{N_i^*} = 1$	$N_i$ – число циклов нагружения; $N_i^*$ – разрушающее число циклов; $i$ – номер режима; $q$ – число режимов	Разрушение происходит при достижении критического значения поврежденностью, которая суммируется линейно при различных режимах нагружения	Пальмгрен, Майнер, Модификации этого критерия (см. [115])

**Критерии разрушения твёрдых деформируемых тел. Современные представления и перспективы развития.** В последние годы на разработку критериев разрушения твёрдых тел направлены усилия многих научных школ. Многочисленные монографии и обзоры дают наглядное представление о важности проблемы и о некоторых путях её решения. Большинство работ посвящено механике разрушения металлов и некоторых жёстких армированных пластиков. Несколько в стороне стоят проблемы, связанные с разрушением вязкоупругих систем типа эластомеров (резин, полиуретанов), обладающих специфическими свойствами, среди которых, пожалуй, самыми важными и отличительными являются большие обратимые деформации, старение и существенная диссипация. Перечисленные свойства в большинстве случаев и определяют подход к формированию критериев разрушения эластомеров. В связи с особенностями их внутренней структуры многие законы классической механики оказались неприемлемыми для описания механиче-



ского поведения эластомерных образцов и конструкций. Существующие критерии разрушения также далеко не в полной мере отражают процессы и механизмы их разрушения. Поэтому для адекватного описания эластомеров понадобилось привлечение идей и методов термодинамики, в частности термодинамики необратимых процессов; понадобилось создание новых критериев разрушения, более полно учитывающих специфику процесса разрушения.

Существующие критерии разрушения удобно представить в виде таблицы (табл. 1) и разделить на четыре типа: критерии распространения трещин, основанные на энергетическом подходе, статистические, на основе кинетической концепции прочности и термодинамические критерии. Необходимо подчеркнуть, что такое разделение весьма условно, так как, например, в критериях, отнесённых к первому типу, могут использоваться термодинамические величины, и наоборот. Невозможность строгого разделения критериев на такие группы ещё раз подчёркивает единство и многогранность процесса разрушения, который даже в самых идеализированных условиях определяется многими свойствами структуры разрушаемого тела. В приведенной таблице также произведено условное разделение критериев на две группы, которые описывают две различные, вообще говоря, стадии процесса разрушения: стадию рассеянного или диффузного разрушения, при которой происходит накопление повреждений во всем объёме тела вплоть до лабильного состояния и образования микротрещин, и стадию глобального разрушения, характеризуемую наличием магистральных трещин.

Рассмотрим вопрос об описании механики разрушения вязкоупругих систем, работающих при стационарном циклическом нагружении. Типичным примером таких систем, пожалуй, наиболее важным в практических приложениях, являются эластомерные конструкции различных машин и сооружений. Важнейший вопрос об определении долговечности данных конструкций, работающих в заданных условиях, имеет существенные особенности, вытекающие из характера структуры материала и его вязкоупругого поведения. Отметим здесь две наиболее важные из них. Во-первых, усталостное разрушение эластомеров в отличие от большинства других материалов не является хрупким. Рост магистральной трещины в элементе происходит весьма медленно и сопровождается значительным изменением силовых и деформационных характеристик последнего и поэтому не приводит к внезапным авариям, являющимся самым опасным следствием хрупких разрушений. Во-вторых, время, протекающее от зарождения магистральной трещины до полного разрушения конструкции, весьма мало по сравнению со временем работы до зарождения видимой макротрещины. Вследствие вышесказанного вопрос об определении долговечности эластомерных конструкций сводится с практической точки зрения к вопросу об определении времени до появления первой видимой трещины, т.е. к вопросу о рассеянном или локальном разрушении. Точнее говоря, необходимо определить время до того момента, при котором рассеянное разрушение, происходящее непрерывно и постоянно, переходит в глобальное, т.е. время, необходимое для достижения «максимального» рассеянного разрушения, при котором появление в некотором месте образца макротрещины неизбежно. Это время можно назвать «локальной долговечностью» или «временем локального разрушения» (заметим, что употребляемое иногда выражение «локализованное разрушение» имеет другой смысл: разрушение тела, локализованное в трещине).

Из существующих критериев, приведенных в табл. 1, (энергетический критерий приведен для наглядности и более подробно рассмотрен ниже), наиболее

подходящими, с высказанной выше точки зрения, для определения долговечности вязкоупругих материалов являются критерии по максимуму энергии разрушения, энтропии и повреждаемости. Эти критерии исследовались многими авторами в применении к различным материалам и условиям нагружения. Каждый из них позволял в рассматриваемых конкретных случаях удовлетворительно описывать экспериментальные зависимости, однако имеющиеся данные не позволяют утверждать о преимуществе какого-то одного из них над другим в смысле всеобщности и практической пригодности. Это подтверждает точку зрения, согласно которой процесс разрушения является столь характерным свойством материала и внешних условий нагружения, что **универсальных критериев, по-видимому, не существует.**

Рассмотрим более подробно указанные выше критерии, начав с энтропийного. Важным достоинством последнего является возможность учёта при описании процесса разрушения различных сопутствующих или сопровождающих его процессов типа диффузии, химических реакций и т.д. Существенным недостатком является не вполне ясный физический смысл критериального условия и тот факт, что энтропия является трудно измеримой физической величиной.

Недостатком критерия по физической повреждаемости, постулирующим, что система разрушится при достижении повреждаемостью материала критического значения, является его «узкая специализация», поскольку фактически для каждого материала повреждаемость должна определяться по-своему и исследоваться с помощью специальных приборов. Например, для усталостной повреждаемости резин можно использовать метод инфракрасной спектроскопии, для усталостной повреждаемости металлов – метод акустической эмиссии. Достоинством их является достоверность и надёжность полученных данных.

Сказанное выше позволяет сформулировать некоторые предположения, касающиеся математической модели, используемой при описании общего процесса разрушения твёрдого тела. Здесь наиболее важными являются, на наш взгляд, две проблемы – решение связанной задачи термовязкоупругости и формирование критериальных уравнений для описания локальной долговечности. По первой проблеме имеются серьёзные разработки, позволяющие с достаточной степенью точности определять распределение напряжений и тепловых полей в деформируемых образцах. Что же касается второго вопроса, то здесь, возможно, наиболее перспективными являются критерии, сочетающие теоретические возможности термодинамики необратимых процессов и механики сплошной среды с использованием величин и понятий, поддающихся прямой и достоверной экспериментальной измеримости.

**Обзор исследований последних лет по проблеме разрушения материалов и конструкций.** Многогранность процесса разрушения существующих материалов обуславливает широкий спектр направлений исследований этого явления. Наиболее широко, как и в прошлые годы, проводятся работы по изучению разрушения конструкционных материалов, что определяется практической важностью результатов этих исследований. Весьма обстоятельные обзоры по механике разрушения представлены в юбилейном выпуске журнала «Физико-химическая механика материалов», 1993, №3, посвящённом 100-летию со дня рождения и 30-летию со дня смерти А.А. Гриффитса [38, 56, 116-118], в работах [57-62, 119-126] и серии обзоров по механике разрушения, опубликованных в журнале «Прикладная механика» в 2000-2004 г.г., посвящённых началу третьего тысячелетия [127-134].

Рассмотрение взаимосвязи критериев разрушения, наиболее употребляемых в современной механике разрушения, проводится в работе [129]. Авторы рассматривают пять критериальных характеристик механики разрушения: критический коэффициент интенсивности напряжений  $K_{1c}$ , предел трещиностойкости  $I_c$ , критические раскрытия в вершине трещины  $\delta_c$ , коэффициент интенсивности деформации в упругопластической области  $M_{ec}$  и энергетический интеграл  $J_c$ . Рассматривая линейную механику разрушения, авторы приходят к выводу, что «для формулировки критерия разрушения из расчётных параметров необходимо знать только коэффициент  $K_{1c}$ . Для его расчёта используются аналитические и численные методы теории упругости». В области же нелинейной механики разрушения рассмотренные критериальные характеристики оказываются хотя и самостоятельными, но взаимозависимыми. Поэтому нет принципиальной разницы, каким критерием пользоваться для описания начала разрушения и для получения критериев разрушения искомым критическим параметром задачи. Выбор критерия диктуется удобством расчёта вычисляемых величин и доступностью экспериментального определения разрушающего значения критериальной величины. В заключение авторы рассматривают возможность построения двухпараметрических критериев разрушения, основываясь на работах [119-121].

Возможность использования в механике разрушения двухпараметрических критериев разрушения рассматривается также в работах [122, 123]. О сущности этого нового метода в описании разрушения материалов авторы [122] пишут: «В настоящее время довольно интенсивно разрабатываются двухпараметрические критерии разрушения, причём как в теоретическом, так и в прикладном аспектах. Связано это с тем, что однопараметрические критерии (моноподходы) исчерпали свои возможности и не способны описать всю многогранность процесса разрушения в широком диапазоне нагружений».

Действительно, при хрупком состоянии разрушение можно оценить «монокритерием» типа  $K = K_{1c}$ , при вязком же состоянии предельную нагрузку определяют из обычного условия прочности, как и в отсутствие трещины. В частности, разрушение может быть описано «монокритерием» типа  $\sigma_{\max} = \sigma_b$  (или через силы  $P = P_{пр}$ ). Однако, как правило, первый случай реализуется при длинных трещинах, а второй – при достаточно коротких. В принципе же реализуется смешанное разрушение, при котором каждый вид разрушения, т.е. хрупкое и вязкое, вносит свою долю в суммарное разрушение. И хотя порознь  $K < K_{1c}$  и  $P < P_{пр}$ , но в итоге, вместе, обе левые части описывают разрушение. Значит, при смешанном разрушении отдельно  $K/K_{1c} < 1$  и  $P/P_{пр} < 1$ , но поскольку разрушение совершается, то, очевидно,  $K/K_{1c} + P/P_{пр} = 1$ . В знаменателях этих слагаемых стоят чистые характеристики данного вида разрушения, а в числителях – разрушающее брутто – напряжение, т.е.  $\sigma_c$  и разрушающий коэффициент интенсивности напряжений, т.е. вроде бы  $K_c$ , который во избежание совпадений обозначим как  $J_c$  (соответственно в знаменателе вместо  $K_{1c}$  запишем  $J_{c\max}$ ). Количественный вклад каждого вида разрушения в смешанное разрушение отметим эмпирическими показателями степени  $q$  и  $m$ . Таким образом, мы пришли к общей записи двухпараметрического критерия разрушения

$$\left(\frac{P}{P_{пр}}\right)^q + \left(\frac{J_c}{J_{c\max}}\right)^m = 1,$$

что на плоскости  $K$ - $P$  отображается линией, ограничивающей область допустимых (неразрушающих) состояний.

Разумеется, однопараметрические критерии (стоящие слева) могут быть и иными, например, деформационной или энергетической природы, и тогда конкретная запись каждого слагаемого левой части соответственно изменится. Это даёт широкое поле для конструирования разных модификаций двухпараметрических критериев разрушения.

Рассмотрение общих проблем механики усталостного разрушения конструкционных материалов проводится в работе [123]. В работе [124] предложен критерий усталостного разрушения металлов, основанный на учёте рассеянной за цикл нагружения удельной энергии.

В работе [125] предпринята попытка построить комплексный энергетический критерий разрушения, приемлемый для анализа и оценки надёжности силовой системы. При этом, как утверждают авторы, «разработан метод выделения из полной механической и тепловой энергий их эффективных частей, расходуемых на образование и накопление повреждений; взаимодействия различных составляющих эффективной энергии и дан метод их оценки». В конце статьи авторы приходят к выводу о необходимости развития нового научного направления, получившего название «трибофатика», изучающего процесс разрушения в условиях сочетания и взаимовлияния различных повреждающих явлений [126].

Имеются попытки применения идей геометрии фрактальных структур [131-134] и теории иерархических моделей (взаимосвязь параметров разрушения со структурой материала) [61, 62] к проблеме разрушения.

В последние годы количество работ по механике разрушения материалов, в том числе и резин, существенно сократилось.

К началу третьего тысячелетия многие научные школы подвели итоги своей деятельности, что выразилось в публикациях ретроспективных обзорных статей [127, 130]. В этих статьях имеются сведения и об истории некоторых направлений в механике разрушения и о применении критериев разрушения.

**Выводы.** 1. Процесс разрушения твёрдых тел является настолько характерным свойством материала и внешних условий нагружения, что универсальных критериев разрушения, по крайней мере, на сегодняшний день не существует.

2. В перспективе, безусловно, важное место займут двух- и многопараметрические критерии разрушения. Однако из известной литературы видно, что даже в теоретическом смысле эта проблема находится в начальной стадии разработки; имеются лишь одиночные исследования, свидетельствующие больше о важности этого вопроса, чем о его практическом использовании.

3. Для эластомеров с их особыми физико-механическими свойствами (большие обратимые деформации, большая диссипация энергии, нестабильность параметров во времени и т.д.) перечисленные в табл. 1 критерии разрушения (за исключением энергетического критерия, формула 26, приведённого для полноты исследований) либо вообще не могут быть использованы, либо позволяют дать лишь оценочные величины долговечности при наличии большой экспериментальной информации.

4. Для расчёта долговечности эластомеров при длительном циклическом нагружении нужен критерий разрушения, наиболее полно учитывающий внутреннее строение материала и позволяющий описать изменение его структуры под нагрузкой, а в качестве критериальной величины использовать экстремум термодинамической функции, в частности, энергии. При этом изменение структуры материала, т.е. его повреждаемость, должна выражаться через временные изменения

основных информативных показателей эластомера, т.е. через временные изменения модуля сдвига и коэффициента диссипации энергии.

### 3 Термодинамические аспекты деформирования и разрушения эластомеров

В термодинамическом смысле физическая природа упругости эластомеров несколько отличается от традиционных материалов, например, металлов. Мейером и Ферри [25, 50] экспериментально показано, что упругость каучука связана, прежде всего, с изменением энтропии, а не внутренней энергии, как для других твёрдых тел.

Внутренняя энергия  $U$  эластомера представляет собой часть энергии непрерывно движущихся и взаимодействующих сегментов молекулярной сетки, не связанной с движением эластомера как целого и с потенциальной энергией его в поле внешних сил. Если пренебрегать необратимыми процессами разрушения эластомера, то, согласно первому началу термодинамики, можно принять  $dU = dQ + dW$ . Здесь приращение внутренней энергии эластомера  $dU$  происходит за счёт подведённой к нему теплоты  $dQ$  и совершенной над ним работы  $dW$ .

Согласно первому закону термодинамики, в обратимом процессе деформирования  $dQ = TdS$ , где  $dS$  – приращение энтропии  $S$ , вызванное передачей эластомеру количества теплоты  $dQ$  при температуре  $T$ . Здесь энтропия  $S$  зависит от макроскопического состояния системы и, согласно Больцману, является мерой неупорядоченности, т.е.  $S = k \log P$ , где  $k$  – универсальная постоянная Больцмана;  $P$  – число состояний системы.

Работу внешних сил по деформированию эластомера можно представить в виде  $dW = f d\ell$ , где  $f$  – сила внешнего нагружения, а  $d\ell$  – приращение длины эластомера. В этом случае основное уравнение термодинамики обратимого деформирования эластомера принимает вид  $dU = TdS + f d\ell$ .

Опыты Джи [50] свидетельствуют о том, что для эластомеров при удлинении до 100 % внутренняя энергия при постоянном объёме равна нулю, т.е. имеет место зависимость  $f = -T(dS/d\ell)_T$ , т.е. сила, вызванная деформацией, в значительной степени обусловлена энтропийным членом. Следовательно, упругость эластомеров имеет энтропийную природу. Именно этим эластомеры отличаются от большинства других деформируемых твёрдых тел, упругость которых имеет энергетическую природу, т.е. вызывается изменением внутренней энергии при деформировании.

Энтропийный характер упругости эластомеров, как сейчас принято считать, обусловлен особенностями их внутреннего строения: молекулы полимеров представляют собой длинные гибкие цепи, сегменты которых совершают тепловое движение практически независимо друг от друга. Такая внутренняя структура объясняет главную особенность эластомеров – способность к огромным, по сравнению с другими материалами, обратимым деформациям.

*Необратимая нелинейная термодинамика разрушения эластомеров.* К предмету термодинамики необратимых процессов и статистической физики относятся явления, отличающиеся так называемым эволюционным характером внутренних процессов.

Процессы разрушения, охватывающие все разнообразие явлений материального мира, по своему характеру являются всеобщими и эволюционными, существенным образом неравновесными и нелинейными. В целом можно гово-

ритель, что процесс разрушения является одним из проявлений эволюции материалов, в то время как само эволюционное развитие является всеобщим свойством материального мира.

В работах учёных [9, 10, 61] получили интенсивное развитие вопросы, связанные с

сильнонеравновесными процессами, т.е. с процессами, выходящими за рамки линейно необратимых. Было показано, что сильнонеравновесные процессы лежат в основе возникновения так называемых диссипативных структур. По определению И. Пригожина [10] диссипативная структура – это, по существу, гигантская флуктуация, стабилизируемая за счёт обмена энергией с внешним миром. Такой порядок характеризуется возникновением того, что принято называть диссипативными структурами. Эта концепция Пригожина – возникновение порядка через флуктуации – является ведущей концепцией сильнонеравновесной термодинамики в трудах учёных брюссельской школы.

На основе этих идей разработана термодинамическая концепция разрушения эластомеров, в основе которой лежат представления о разрушении их флуктуациями термодинамических параметров, усиленными действием внешнего нагружения [112]. В рамках этой концепции разрушение рассматривается как проявление флуктуационной неустойчивости эластомера в нелинейном термодинамическом процессе с источником энергии. Такое представление опирается на современные достижения в области термодинамики сильнонеравновесных процессов.

На микроскопическом уровне процесс разрушения эластомера представляет собой необратимый разрыв связей между атомами и молекулами. Физической причиной разрыва связей являются достаточно сильные случайные отклонения микросостояний эластомера от его среднего наиболее вероятного состояния. Разрыв отдельной связи на микроуровне происходит в тот момент, когда флуктуации энергии кинетических сегментов достигнут достаточно больших значений и превысят потенциальный барьер связи макромолекул. Как уже отмечалось, процесс разрушения эластомеров в отличие от обратимого процесса изотермического деформирования является термодинамически неравновесным и необратимым. Первым необходимым условием неравновесности является открытость термодинамической системы, что характерно для эластомеров, разрушаемых при действии внешней нагрузки. При любых видах нагружения (циклических или статических) наблюдается передача энергии внешнего механического нагружения эластомеру, т.е. имеет место открытость эластомера потоку энергии от внешних механических источников.

Для открытых систем энергию диссипации  $dU_d$  за время  $dt$  можно разложить на слагаемые:  $dU_d = dU_T + dU_p$ , где  $dU_T$  – поток тепловой энергии в окружающую среду (рис. 1);  $dU_p$  – энергия, идущая на осуществление необратимых процессов внутри системы, в частности на разрушение структуры эластомера. При этом для всех физических процессов работа разрушения  $dU_p \geq 0$ , причём равенство относится только к равновесным процессам.

Для линейных необратимых процессов и равновесных процессов существует отклик системы на флуктуации, возвращающий систему в исходное состояние. Как показал Пригожин, критерием флуктуационной устойчивости термодинамических систем является выполнение условия



Рис. 1 – Обмен энергией в открытой системе при разрушении

$$\delta_x \sigma = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\delta^2 S}{2} \right) \geq 0,$$

где  $\delta_x \sigma$  – избыток продукции энтропии вследствие флуктуации;  
 $\delta S$  – отклонение энтропии от равновесного значения флуктуацией.

Отсюда видно, что необратимое разрушение эластомера начинается тогда, когда нарушается условие флуктуационной устойчивости. Согласно критерию Пригожина, этому условию соответствует отрицательный вклад в избыток продукции энтропии. Как показано Пригожиным [10], эти условия соответствуют нелинейным необратимым процессам в термодинамических системах. Другими словами, разрушение эластомера начинается тогда, когда внешнее нагружение вызывает значительный поток энергии в эластомере, при этом флуктуации усиливаются внешним источником и достигают значительных размеров. Прекращение действия внешнего источника вызывает ослабление и дальнейшее убывание флуктуации и в конечном итоге приводит к прекращению процесса разрушения.

Рассмотренный механизм разрушения наиболее чётко проявляется при циклических условиях воздействия, когда процесс разрушения эластомера наиболее неравновесен и нелинеен. Качественно это объясняет более низкую долговечность эластомеров при циклическом нагружении по сравнению со статическим при тех же средних значениях напряжений в эластомере.

Онзагером было показано, что в области линейно неравновесных процессов имеет место вариационный принцип нелинейного рассеяния энергии (максимальной диссипации). Пригожин установил, что стационарные процессы характеризуются минимумом возникновения энтропии. В разное время Циглером и Дьярматти были предложены новые формулировки принципа минимального рассеяния энергии. Кроме того, было показано, что в отличие от принципа Онзагера принцип Пригожина справедлив только для стационарных процессов и в этом случае эквивалентен принципу наименьшего рассеяния энергии. Таким образом, наиболее общим вариационным принципом термодинамики необратимых процессов является принцип наименьшего рассеяния энергии.

Принцип Онзагера как наиболее общий для неравновесных процессов в приложении к разрушению эластомеров можно сформулировать следующим образом: процесс разрушения протекает таким образом, что система стремится минимально диссипировать энергию внешнего воздействия.

Принцип минимума производства энтропии позволяет сформулировать критерий эволюции, означающий, что система будет эволюционировать к стационарному неравновесному состоянию. Полная эволюция при этом укладывается в термодинамический принцип и выражается соотношением

$$\int (d\sigma/dt) dV \leq 0.$$

При этом следует учитывать, что линейная область является экстраполяцией равновесного режима и в ней наблюдается флуктуационная устойчивость эластомера.

Ситуация качественно изменяется при переходе системы в область нелинейных неравновесных процессов, т.е. в область сильнонеравновесной термодинамики. В этой области уже не существует такой общей функции Ляпунова, какой являлось производство энтропии для линейных процессов. Более того, за счёт внешних источников может происходить усиление флуктуации термодинамических

величин, и тогда исчерпывающее описание системы невозможно провести без привлечения макроскопических величин.

Как показали Гленсдорф и Пригожин [9, 10, 53] для сильнонеравновесных процессов справедливо равенство

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \delta^2 S = \sum_i \delta I_i \delta X_i.$$

Здесь величина, стоящая в правой части, получила название избытка производства энтропии;  $\delta I_i$  и  $\delta X_i$  – отклонения величин  $I_i$  и  $X_i$  от своих значений в стационарном состоянии. В этом случае величина избытка производства энтропии не имеет определённого знака. Этот факт способствует возникновению нестационарных процессов в области сильной неравновесности. Для таких состояний системы характерно образование диссипативных структур.

Как уже отмечалось выше для систем, находящихся в сильнонеравновесном состоянии, Пригожиным и Гленсдорфом был сформулирован критерий устойчивости, сущность его в следующем: производная по времени отклонения энтропии от равновесного состояния таких систем должна быть положительной. Таким образом, рост диссипации энергии со временем обеспечивает устойчивость сильнонеравновесных систем, и сами системы становятся все более упорядоченными.

Большие возможности для образования структур дают автокаталитические реакции. Автокаталитические процессы занимают центральное место в теории сильнонеравновесных систем, развитой представителями брюссельской школы [9, 10, 61].

Автокаталитический механизм лежит в основе механики разрушения материалов. Действительно, при разрушении имеющаяся в материале поврежденность ускоряет процесс дальнейшего повреждения. Следовательно, разрушение материалов является сильнонеравновесным термодинамическим процессом автокаталитического типа. В целом процесс разрушения эластомеров как эволюционный по своей сущности удовлетворяет двум основным требованиям – наличию автокаталитического механизма роста повреждений, что является основой сильной неравновесности процесса разрушения и эволюции материала; отсутствию периодичности автокаталитического процесса, что обеспечивает однонаправленную эволюцию материала.

Рассмотрим некоторые общие аспекты теории динамических систем с поврежденностью в контексте исследований процессов разрушения эластомеров.

Сильнонеравновесные состояния возникают тогда, когда динамика процессов имеет нелинейный характер. Эбелинг по этому поводу отмечает, что при больших отклонениях от равновесия, описываемых нелинейными уравнениями, возможно существование нескольких стационарных решений. Исследуя их устойчивость, можно найти решение, которое имеет физический смысл, т.е. устойчиво по отношению к флуктуациям. Нестабильные состояния, напротив, характеризуются увеличением флуктуации (усилением), и система стремится перейти в новое стабильное состояние. Конечное состояние вполне может обладать более высокой степенью упорядоченности и соответственно более низкой симметрией [9, 10, 61].

Как уже отмечалось, явление смены решения нелинейного динамического уравнения, связанное с физическим переходом системы к упорядоченно-кооперативному поведению подсистем, называется бифуркацией. В механике разрушения эластомеров бифуркация имеет место при переходе постепенно-кинетического этапа разрушения к лабильному разрушению, зачастую связанному



с появлением магистральной трещины, причём этот переход физически обуславливается потерей устойчивости материала по отношению к определённым флуктуациям, которые, усиливаясь за счёт внешних и внутренних источников и диссипируя их энергию, являются основной физической причиной разрушения. Физической причиной бифуркации является действие в системе флуктуаций, устойчивость к которым теряет система, а так как флуктуации носят случайный характер, то в точке бифуркаций возрастает роль случайных факторов. Известная роль случайных дефектов в механике разрушения эластомеров находит своё качественное объяснение в рамках концепции бифуркаций. Взаимосвязь случайного и закономерного для диссипативных структур отмечалась в работах Пригожина. Он указывал, что эволюция таких структур могла бы проходить через ряд неустойчивостей, возникающих вследствие флуктуаций определённых типов (стохастических элементов), с последующей детерминистической эволюцией к новому типу режима. Порядок через флуктуации в этом случае всегда подразумевает как макро-, так и микроскопические элементы, следовательно, как случай, так и закон [9, 10].

Таким образом, закономерности разрушения эластомеров носят ярко выраженный нелинейный характер. Нелинейные уравнения, как известно, имеют множество решений даже для заданных граничных внешних условий. Каждое такое решение представляет собой определённую кинетику процесса разрушения. Однако это не означает, что разрушение при заданных условиях может происходить по различным законам. Реализуется кинетика, наиболее устойчивая к флуктуационным отклонениям термодинамических величин. Устойчивой в заданных условиях нагружения будет кинетика  $X(t)$ , для которой малое отклонение  $\delta X(t)$  вызовет приращение продукции энтропии  $\delta S(t)$ , удовлетворяющее критериальному условию Пригожина.

При непрерывном изменении параметров разрушения установившаяся кинетика может потерять свою устойчивость, и тогда произойдёт скачкообразное изменение закономерности разрушения. Точки в фазовом пространстве внешних параметров разрушения, при которых происходит скачкообразное изменение кинетики, являются точками бифуркаций решений нелинейных уравнений разрушения. Физически прохождение через точки бифуркаций означает качественное изменение в согласованном поведении отдельных макроскопических систем. Усиление внешнего нагружения означает усиление скорректированности в поведении подсистем и ускорение процесса разрушения.

Таким образом, кинетика разрушения эластомера во времени может проходить через ряд последовательных бифуркаций.

Практическим проявлением такого скачкообразного изменения кинетики является переход от постепенно-кинетического, т.е. метастабильного, характера разрушения эластомера к лабильному. Согласно Пригожину [9, 10], для любой системы, претерпевающей бифуркации, обнаруживается единство детерминистического и случайного элементов. Между точками бифуркаций поведение системы носит детерминистический характер. В самих же точках бифуркаций существенно возрастает роль флуктуаций, причём выбор дальнейшего пути развития происходит флуктуационным, случайным образом. Более подробно этот вопрос рассматривается в работе авторов [41].

*Связь между эволюцией и диссипацией энергии.* Эластомеры, относятся к материалам с высокими диссипативными свойствами. А.Н. Джент [50] считает, что основные механизмы диссипации энергии следующие: внутреннее трение (или вязкость); кристаллизация, вызванная деформацией; разрушение и рекомбинация

структуры наполненного материала. По мнению автора около  $4/5$  подведённой энергии рассеивается для сильно наполненных эластомеров и около  $1/2$  для ненаполненных.

Явление диссипации феноменологически можно объяснить в рамках всеобщего принципа устойчивости или инерционности изменения состояния тел. Очевидно, что при действии внешних источников энергии, т.е. при передаче телу энергии, оно оказывает сопротивление изменению своего состояния – диссипирует часть энергии внешнего источника. Если бы тело не обладало диссипацией и реагировало на внешнее воздействие, то оно смогло бы существовать как устойчивое образование. Это ещё раз показывает, что диссипация энергии термодинамическими системами является их всеобщим свойством, проявлением устойчивости, т.е. инерционности. В термодинамике всякая замкнутая система стремится достичь наиболее возможной для неё неупорядоченности. При этом энтропия системы стремится к максимуму. В то же время возникновение упорядоченности при неравновесных процессах для замкнутой системы, учитывающей источник, означает ускорение достижения системой термодинамического равновесия, т.е. максимальной неупорядоченности состояния.

В работах Пригожина [9, 10] было показано, что всякая упорядоченность в молекулярных системах может возникнуть и поддерживаться непрерывным потоком энергии в такую систему. Основным механизмом возникновения упорядоченности в открытой молекулярной системе является усилие флуктуации за счёт внешнего источника. Энергия внешнего источника в такой системе рассеивается. Такие упорядоченные молекулярные структуры, по Пригожину, получили название диссипативных структур. Следует отметить, что образование диссипативных структур означает возникновение качественно нового механизма диссипации энергии: рассеивание энергии приобретает качественно новый характер, а производство энтропии замкнутой системой, включающей источник, усиливается.

Возникновение диссипативных структур в системах Пригожина является яркой иллюстрацией форм, которые диссипация может принимать в термодинамических системах.

С практической точки зрения явление диссипации представляет значительный интерес и имеет непосредственное отношение к задаче повышения надёжности и долговечности материалов, к созданию материалов с наперёд заданными свойствами.

Из приведенного выше следуют некоторые важные обобщения, необходимые для дальнейших исследований:

- закономерности разрушения эластомеров находят объяснение в рамках термодинамики необратимых процессов;
- разрушение как эволюционный по своей сущности процесс является сильнонеравновесным необратимым термодинамическим процессом, обусловленным флуктуационной неустойчивостью параметров системы;
- диссипация энергии, являясь всеобщим свойством термодинамических систем, непосредственно связана с механизмом разрушения эластомера;
- при расчётах ресурса эластомерных конструкций вплоть до их отказа, т.е. до появления магистральных трещин, можно использовать детерминистические подходы;
- при выборе критерия разрушения эластомеров для случая стационарного циклического нагружения критериальная величина должна учитывать явление диссипации.

#### 4 Экспериментальные методы

Методы и средства испытаний эластомеров в большинстве случаев стандартизованы. Однако существенное различие между стандартными образцами и массивными резиновыми элементами (масштабный фактор, диссипативный разогрев, эффект действия внешней среды и т.д.) создаёт определённые трудности в переносе методик и результатов исследований. Что касается существующих стандартных экспериментальных стендов, то они в основном не пригодны для испытаний натуральных резиновых элементов, особенно при циклическом нагружении. В связи с этим исследования, результаты которых изложены ниже, проводились исключительно на натуральных образцах и на оригинальных специальных экспериментальных установках, подробно рассмотренных в работе [112].

**Образцы для испытаний и их отбор.** На общие требования к проведению физико-механических испытаний эластомеров существуют стандарты [135-142], регламентирующие способы заготовки образцов, проведение испытаний и обработку результатов.

В качестве образцов были выбраны элементы типа БРМ (блоки резинометаллические, рис. 2): БРМ101 с размером резинового элемента  $h \times b \times l = 35 \times 60 \times 100$  мм и блоки БРМ102 –  $h \times b \times l = 50 \times 100 \times 200$  мм.

В таких элементах при деформациях сдвига реализуется простой сдвиг, что наиболее полно соответствует деформационным свойствам слабонаполненной резины, для которой коэффициент Пуассона близок к 0,5. Механика разрушения таких элементов достаточно хорошо изучена; кинетика разрушения их включает в себя развитие усталостных магистральных трещин [41, 112].

**Выбор марки резины с линейными вязко-упругими свойствами.** Наиболее подходящей является слабонаполненная резина (см. табл. 2, табл. 3) на основе полиизопренового каучука СКИ-3 известная под маркой 51-1562.

Резина защищена авторским свидетельством СССР [35]. Резина 51-1562 освоена промышленностью, на её основе освоен серийный выпуск элементов сдвига типа БРМ, она всесторонне апробирована в лабораторных и промышленных условиях.

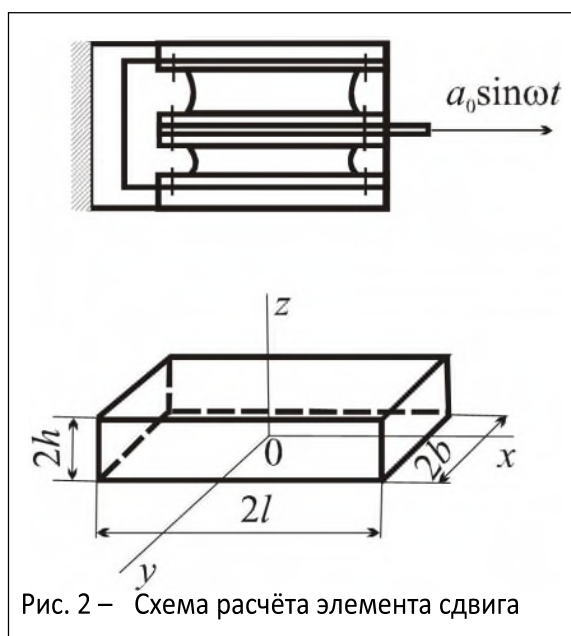


Рис. 2 – Схема расчёта элемента сдвига

Таблица 2 – Термомеханические и усталостные характеристики резин

Резина	Наполн. масс. ч.		$\psi$	$G_0$ , МПа	$G_\infty$ , МПа	$\lambda_p$ , Вт/(м·К)	$\theta$ , К	$\lg N^*$ , циклы
	Углерод	ZnO						
2959	45	15	0,31	1,76	0,74	0,240	160	5,60
169	20	5	0,30	1,50	0,93	0,173	58-61	8,58-8,66
51-1562	5	5	0,17	0,78	0,51	0,155	32-36	9,06-9,20

**Примечание.** В таблице 2 приняты следующие обозначения:  $\psi$  – коэффициент диссипации;  $G_0$  – мгновенный модуль сдвига;  $G_\infty$  – условно-равновесный модуль;  $\lambda_p$  – коэффициент теплопроводности резины;  $\theta$  – приращение температуры диссипативного саморазогрева;  $N^*$  – долговечность. Приращение температуры  $\theta$  и долговечность  $N^*$  даны для элементов типа БРМ102, разрушаемых при амплитуде циклического сдвига  $A = 10,5$  мм ( $\gamma = 0,21$ ) и частоте 11,6 Гц.

Таблица 3 – Расчётные значения энергии разрушения для исследуемых резин

Резина	$\psi$	$\theta^*$ , К	$\lg N^*$	$\frac{U_D}{N^*} \cdot 10^{-3}$ , Дж/м <sup>3</sup>	$\frac{U_T}{N^*} \cdot 10^{-3}$ , Дж/м <sup>3</sup>	$\frac{U_P}{N^*} \cdot 10^{-3}$ , Дж/м <sup>3</sup>	$U_T/U_D$	
							Расчёт	Эксперимент
169	0,30	58-61	8,58-8,66	8,08	3,57	4,51	0,44	0,45
1562	0,17	32-36	9,06-9,20	2,86	2,02	0,86	0,72	0,70-0,80
2959	0,31	150-160	5,40-5,60	–	–	–	–	–

Примечание. Приращение температуры диссипативного саморазогрева и долговечность  $\lg N^*$  даны для элементов типа БРМ102, разрушаемых при  $A = 10,5$  мм ( $\gamma = 0,21$ ) и  $\omega = 11,6$  Гц.

В пределах величин относительного сдвига ( $0 \div 0,30$ ) резина в исходном состоянии не обнаруживает нелинейных эффектов, т.е. подчиняется закону Гука.

Для сравнения особенностей механики разрушения были исследованы также хорошо изученные [112] средненаполненные резины (табл. 2, табл. 3) типа 2959 и 169.

**Выбор и определение информативных показателей резины.** Наиболее полно вязкоупругие свойства резин характеризуют следующие параметры: условно-равновесное усилие  $P_\infty$ , условно-равновесный модуль сдвига  $G_\infty$ , динамический модуль сдвига  $G_d$  и коэффициент диссипации энергии  $\psi$ . Параметры  $P_\infty$  и  $G_\infty$  определялись по кривой релаксации напряжений;  $G_d$  и  $\psi$  – по динамической петле гистерезиса. Более подробно в [112].

**Обработка результатов исследований.** Статистическая обработка экспериментальных результатов проводилась в соответствии с существующими стандартами [139, 143] на ЭВМ.

**Определение параметров разрушения эластомеров.** При проведении натурных испытаний серьёзным препятствием является их большая продолжительность, так как рабочие частоты испытательных машин, особенно при исследовании массивных изделий, невысоки, а для определения их выносливости зачастую требуется воспроизвести сотни и тысячи миллионов циклов. Так, срок службы резинометаллических элементов сдвига в реальных машинах типа вибрационных конвейеров – примерно от 5 до 20 лет. Естественно, что в этом случае продолжительность испытания на усталость резиновых изделий ограничивается усталостным сроком экспериментального стенда.

Макроразрушение резины и элементов на её основе будем характеризовать долговечностью и изменением физико-механических характеристик в процессе длительной эксплуатации. Обычно для этой цели используют такие характеристики, как модуль сдвига и коэффициент диссипации, и по их временным изменениям судят о повреждённости материала и, следовательно, о степени разрушения конструкции.

Амплитуда и частота нагружения отрицательно влияют на долговечность массивных деталей. С увеличением амплитуды нагружения наработка их до отказа существенно уменьшается, а механизм разрушения изменяется от усталостного до термомеханического в зависимости от температуры диссипативного разогрева. На рис. 3, а показаны усталостные кривые типа Веллера, полученные для элементов сдвига типа БРМ101 и БРМ102 из резин 51-1562 при нормальной окружающей температуре и обычной среде (частота 11,6 Гц). Стрелкой показана нижняя граница долговечности элементов, т.е. из партии образцов (свыше 300 шт.) вышло из строя (10-30) %. Критерием отказа рассматриваемых элементов служило появление на свободной поверхности резины усталостных трещин, вырождающихся впоследствии в магистральные.

На долговечность резиновых элементов отрицательно влияет также температура их диссипативного саморазогрева (рис. 4). Приведенные экспериментальные кривые получены при исследовании долговечности деталей типа БРМ вплоть до их отказа (на графике нанесены значения установившейся температуры для центральной точки резинового массива в самом начале его утомления). В дальнейшем эта температура изменялась незначительно, и лишь перед разрушением (при появлении усталостных трещин) она резко возрастала. Температурные кривые проведены из некоторой условной точки *K*, соответствующей долговечности резиновых элементов при термомеханическом способе разрушения, т.е. когда температура саморазогрева не устанавливается, а продолжает расти во времени вплоть до макроразрушения образца. Было замечено, что испытываемые элементы при интенсивном режиме нагружения (для резины 51-1562 относительный сдвиг 0,4-0,5, резины 2959 – 0,2) имеют примерно одинаковую и довольно низкую долговечность – от одного до нескольких часов. При этом довольно трудно установить время до отказа образцов. Поэтому в качестве критерия разрушения было выбрано появление на поверхности резиновых деталей магистральных трещин и достижение температурой саморазогрева некоторого предельного уровня (в данном случае 423 К).

Кривые долговечности (см. рис. 4) построены с учётом результатов приведённых на рис. 3. На кривой 1 нанесена точка *A*, относящаяся к долговечности БРМ101 из резины 51-1562 (температура диссипативного разогрева в центре (323-329) К, долговечность (29-35) тыс. ч при относительном сдвиге 0,3 и частоте 11,6 Гц). Рядом лежащая на кривой 1 точка получена при испытании БРМ102 из этой же резины при частоте 11,6 Гц и относительном сдвиге 0,21; температура диссипативного саморазогрева в центре (325-329) К. Как видно, при одинаковых температурах саморазогрева и различных уровнях напряжённого состояния резиновые элементы с различными геометрическими размерами имели практически одинаковую долговечность.

**Выводы**

1. Экспериментально получены кривые долговечности эластомерных деталей (так называемые кривые Веллера).
2. Сформулированы критерии отказа эластомерных деталей при длительном циклическом нагружении.

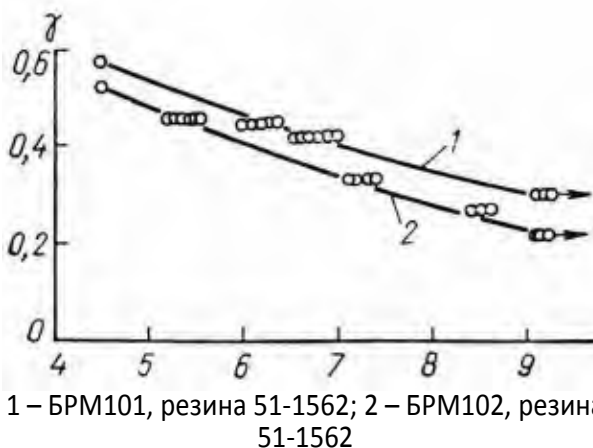


Рис. 3 – Зависимость времени до разрушения для партий элементов сдвига типа БРМ

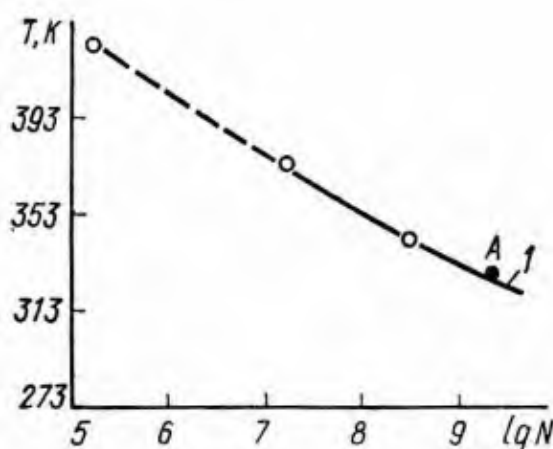


Рис. 4 – Зависимость долговечности элементов от температуры диссипативного разогрева

## 5 Энергетический диссипативный $\psi$ -критерий разрушения эластомеров

### 5.1 Общие сведения

Для доказательства правомочности использования методов термодинамики необратимых процессов при описании механизмов разрушения эластомеров воспользуемся концепциями, изложенными ранее [41, 112], и экспериментальной информацией, накопленной к настоящему времени для различных материалов.

Экспериментальные исследования разрушения твёрдых тел позволили установить ряд общих и специфических закономерностей этого явления. Прежде всего обращает на себя внимание однонаправленный и необратимый характер процесса разрушения, в соответствии с чем его следует описывать не только текущими значениями определяющих параметров, но и всей предшествующей историей изменения этих параметров. Имеющиеся в материале начальные дефекты распределены по объёму тела, как правило, случайным образом, обуславливая тем самым статистический характер явления разрушения. Разброс экспериментальных данных при испытаниях одинаковых образцов подтверждает статистическую природу разрушения. Об этом свидетельствует масштабный эффект, заключающийся в том, что большие образцы имеют меньшую прочность по сравнению с малыми образцами той же формы. Объясняется это, прежде всего, большей вероятностью появления опасного дефекта в большем объёме материала.

Экспериментальная информация о процессе разрушения различных материалов, в том числе и резин, свидетельствует о существовании в нем двух стадий. На первой стадии, так называемой стадии локального разрушения, происходит накопление всевозможных повреждённостей материала. Эта стадия заканчивается, когда в теле путём слияния части микроповреждений образуется макроскопическая трещина. Вторая стадия разрушения, называемая иногда глобальным или макроразрушением, характеризуется распространением образовавшейся макротрещины и завершается разделением тела на части.

Разрушение резин, кроме названных общих, имеет ряд специфических, присущих только этим материалам закономерностей. Это, прежде всего, существенный диссипативный разогрев и низкая теплопроводность.

Перечисленные особенности явления разрушения убеждают в необходимости комплексного подхода для его удовлетворительного описания. В настоящее время наиболее плодотворным, вполне соответствующим природе разрушения эластомеров и во многом способствующим не только удовлетворительному описанию этого явления, но и пониманию его сущности, является подход, основанный на синтезе термодинамики необратимых процессов и механики сплошных сред. Это становится понятным, если учесть, что первый и второй законы термодинамики приводят к ряду общих соотношений, которым должны подчиняться все реальные процессы и процесс разрушения в том числе. Поэтому вполне закономерным оказалось исследование процессов деформирования и разрушения материалов в терминах термодинамики необратимых процессов.

Термодинамический подход учитывает влияние на процессы деформирования и разрушения не только механических факторов, но и факторов, определяющихся воздействием внешней агрессивной среды (ионизирующие излучения, диффузии, химические реакции и т.д.). Он также позволяет обойти трудности, с которыми сталкиваются при попытках проникнуть в детали строения реальных ма-

териалов, динамику атомов и молекул, поскольку не использует определённую модель внутреннего строения исследуемых материалов [112].

В дальнейшем деформируемую эластомерную конструкцию как макроскопическое твёрдое тело представим совокупностью определённого числа элементов, так называемых «характерных» объёмов [112]. Размеры этих первичных элементов определяются природой материала и его структурой. При этом они должны удовлетворять одновременно двум требованиям: с одной стороны, быть настолько малыми, чтобы всякий элемент можно было считать точкой сплошной среды; с другой – настолько большими, чтобы обладать свойствами этой среды. Для рассматриваемых резинометаллических деталей будем считать, что время локального разрушения, т.е. время до разрушения характерного объёма в центре изделия, совпадает со временем зарождения магистральной трещины на их поверхности. Подтверждением могут служить многочисленные экспериментальные исследования, изложенные в [112].

### **5.2 Определение энергии разрушения эластомеров**

Хорт [144] первым обнаружил, что не вся работа пластической деформации в металлах превращается в теплоту, часть её остаётся в образце в виде «скрытой энергии деформации». С тех пор было выполнено большое число исследований [148], в которых доказано существование явления скрытой энергии деформации.

В работах [65, 66, 156, 173] для металлов накопление скрытой энергии деформации, т.е. разности работы деформации и выделившейся при этом теплоты, связывается с накоплением повреждений.

Исследование рассеяния энергии деформации в полимерных материалах и сопоставление её с тепловой было проведено для жёстких полимеров в работах [145-160]. Прямыми калориметрическими измерениями показано, что при циклическом кручении ПММА на разогрев образца используется примерно 65 % суммарной рассеянной энергии деформации. Для резин подобные работы, помимо работ авторов [41, 112], неизвестны.

**Методика эксперимента.** Энергию, используемую на разрушение резины, определим с помощью прямого экспериментального метода, вычисляя разность между полной диссипируемой энергией  $U_d$  и энергией  $U_T$ , выделившейся в деформируемой системе в виде теплоты. Для определения величин  $U_d$  и  $U_T$  используем методику, основанную на сочетании двух методов измерения неупругости материалов – калориметрического и динамической петли гистерезиса. Последний метод для определения диссипируемой энергии подробно рассмотрен в [112]. Тепловая часть энергии определялась калориметрически аналогично методу Гопкинса и Вильямса для металлов. Методика сводилась к следующему. При циклическом деформировании элементов сдвига БРМ101 в стационарном тепловом режиме определялись реологические характеристики резины, в частности  $G_d$  и  $\psi$ , и замерялось распределение температур в различных точках (свыше 30) свободной поверхности резины и в примыкающей металлической арматуре. По этим данным вычислялась полная диссипируемая энергия  $U_d$ . Затем образцы расчленялись, и внутрь резиновых массивов помещались нихромовые спирали, подсоединяемые к электрической цепи. Для воспроизведения идентичных условий тепловыделения образцы устанавливались на испытательном стенде, как и при диссипативном разогреве. Затем подбором параметров спирали, её расположением в образце и величиной напряжения электрического тока добивались такого же распределения температуры в различных точках образца, как и при диссипативном разогреве. Температура замерялась точечными (диаметр спая 0,05 мм) и игольча-

тыми термопарами (погрешность измерения  $\pm 0,5$  К) и жидкими кристаллами (погрешность измерения  $\pm 1$  К). Несовпадение градиента температур на поверхности образца при диссипативном и искусственном разогревах не превышало (1-2) К. Параметры электрической цепи определялись с точностью до 0,05 %; точность измерения  $U_T$  составляла (5-10) %; точность измерения  $U_D$  по петле гистерезиса – примерно 10 %. Таким образом, точность метода  $\pm 10$  %. Поскольку тепловой режим в обоих случаях экспериментирования был стационарным, энергия электрического тока  $U_{T,э}$  используемая на нагрев образца, равнялась тепловой энергии, т.е.  $U_T = U_{T,э}$ . Это равенство позволяет вычислить отношение тепловой энергии к полной энергии через некоторый коэффициент  $\eta_T = U_T/U_D$  и определить затем долю энергии, используемой на разрушение резины в виде коэффициента  $\eta = 1 - \eta_T$ . Как показали экспериментальные исследования, для резин 2959, 169 и 51-1562 усреднённые значения коэффициента соответственно равны 0,52; 0,55; 0,20.

**Экспериментальные исследования соотношения тепловых и механических потерь в эластомерах.** Рассмотрим подробно проведение экспериментальных исследований для определения соотношения тепловых и механических потерь для резинометаллических элементов типа БРМ101 из различных марок резин при циклических деформациях сдвига.

Исследованные образцы представляли собой стандартные резинометаллические элементы сдвига типа БРМ-101, изготовленные из резины марок 51-1562, 169, 2959.

Экспериментальный стенд представлял собой испытательную машину с кинематически жёстким эксцентриковым приводом, с изменяемыми амплитудой деформации и частотой. Кинематическая схема стенда с используемой измерительной аппаратурой показана на рис. 5 [112].

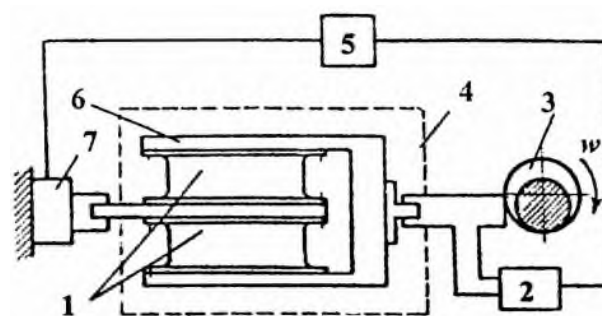


Рис. 5 – Схема экспериментальной установки

При экспериментальном изучении механических характеристик резины используется стандартная аппаратура. Эксцентриковый привод 3 экспериментального стенда задавал одноосные гармонические перемещения скобе 5 и присоединённым к ней резинометаллическим элементам 1. Перемещение скобы измерялось датчиком 2, сила – тензоизмерительным кольцом 6. Для проведения тепловых испытаний использовалась термокамера 4.

Эксперимент проводился при стационарном тепловом режиме, т.е. замеры температуры образца производились после того, как она прекращала свой рост и устанавливалась на определённом значении. При этом вся тепловая энергия, производящаяся внутри образца, выходит через поверхность образца наружу и рассеивается в окружающей среде и деталях экспериментальной установки, соприкасающихся с образцом. В данном случае соотношение тепловых и полных механических потерь необходимо характеризовать отношением тепловой энергии, производимой в образце за единицу времени, т.е. мощностью тепловых источников  $U_T$ , к величине диссипированной энергии за единицу времени, т.е. мощностью диссипации энергии  $U_D$ :

$$\frac{U_T}{U_D} = \eta. \quad (5.1)$$



В описываемом эксперименте мощность диссипации  $U_d$  находилась с помощью коэффициента диссипации энергии  $\Psi$ , который определялся методом динамической петли гистерезиса. Обозначив амплитуду деформации образца через  $A$ , амплитуду силы, приложенной к образцу –  $P$ , и частоту деформаций –  $\omega$ , получим:

$$U_d = \frac{1}{2} A \cdot P \cdot \Psi \cdot \omega. \quad (5.2)$$

Для определения мощности тепловых источников  $U_T$  поступали следующим образом. При динамическом нагружении образца, после достижения стационарного теплового режима, замерялась разность температур между поверхностью образца  $T_0$  и окружающей средой  $T_c$ , т.е. измерялся так называемый температурный напор  $\Delta T$ :

$$\Delta T = T_0 - T_c.$$

Поскольку образец в процессе работы нагревается неравномерно, то, следовательно, температурный напор  $\Delta T$  будет зависеть от точки поверхности образца

$$\Delta T = \Delta T(f).$$

По законам теплообмена, для бесконечно малого элемента поверхности  $df$ , окружающего точку  $f$ , мощность отвода в окружающую среду  $dU_T(f)$  равна:

$$dU_T(f) = \alpha \Delta T(f) df,$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплообмена, практически не зависящий от температурного напора.

Проинтегрировав по поверхности образца, получим:

$$U_T = \alpha \Delta T(f) F,$$

где  $F$  – полная поверхность образца.

Отсюда имеем:

$$U_T = \alpha \Delta T_{cp} \cdot F,$$

где  $\Delta T_{cp} = \frac{1}{F} \int_F \Delta T(f) df$  – средний температурный напор.

Обозначив

$$\alpha \cdot F = k,$$

получим

$$U_T = k \Delta T_{cp}. \quad (5.3)$$

Средний температурный напор  $\Delta T_{cp}$  находился путём усреднения температурных напоров, измеренных в различных точках поверхности образца.

Для нахождения коэффициента  $k$  проводился специальный эксперимент, который состоял в следующем. Внутрь образца вставлялся нагревательный элемент, представляющий собой спираль из нихрома, причём таким образом, чтобы поверхность образца не получила никаких повреждений. Расположение спирали внутри образца было максимально симметричным, чтобы при пропускании через неё электрического тока распределение температур на поверхности образца соответствовало распределению, создающемуся при динамическом нагружении. Образцы с находящимися внутри нагревательными элементами устанавливались на тот же стенд, на котором проводилось их динамическое нагружение. Спираль подключалась в электрическую цепь и по ней пропускался электрический ток,

причём измерялось падение напряжения на спирали  $V$  и сопротивление спирали  $R$ . После того, как образец разогрелся и установился стационарный тепловой режим, измерялся средний температурный напор  $\Delta T'_{cp}$  таким же образом, как при динамическом нагружении. Причём подбором величины электрического тока добивались того, чтобы  $\Delta T'_{cp} \approx \Delta T_{cp}$ .

Энергия, рассеиваемая электрическим током в единицу времени, т.е. мощность рассеяния  $U_{\vartheta}$ , равна:

$$U_{\vartheta} = \frac{V^2}{R}. \quad (5.4)$$

Поскольку процесс теплоотвода стационарный, то все создаваемое электрическим током тепло выходит через поверхность образца наружу и рассеивается в окружающей среде. Значения коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  и коэффициента  $k$  будут совпадать с их значениями при динамическом нагружении, поскольку условия теплообмена идентичны. Следовательно, аналогично (5.3), мы можем написать

$$U_{\vartheta} = k \cdot \Delta T_{cp}. \quad (5.5)$$

Сравнивая (5.4) и (5.5) находим  $k$ :

$$k = \frac{V^2}{R \cdot \Delta T'_{cp}}.$$

Подставляя найденное значение  $k$  в (5.3), получим:

$$U_T = \frac{V^2 \cdot \Delta T_{cp}}{R \cdot \Delta T'_{cp}}. \quad (5.6)$$

Используя (5.1), (5.2), (5.6), можно вычислить  $U_T$ ,  $U_d$  и искомое  $\eta$ .

Результаты экспериментальных исследований представлены в табл. 4.

Таблица 4

Величины, ед. измерения	Резины		
	169	2959	51-1562
$\omega$ , 1/с	59,40	51,300	74,9
$A$ , мм	7,35	6,000	10,7
$F$ , Н	20,94	2766,000	2227,0
$\psi$	0,36	0,710	0,1
$\Delta T_{cp}$ , град.	12,50	22,200	5,5
$V$ , В	14,50	21,600	15,8
$R$ , Ом	20,10	20,800	21,7
$\Delta T'_{cp}$ , град.	10,80	21,700	5,4
$U_T$ , Вт	12,10	22,900	11,7
$U_d$ , Вт	26,20	48,100	14,2
$\eta$	0,45	0,480	0,8

Таким образом, имеются достаточные предпосылки, чтобы считать энергию разрушения ответственной за повреждаемость материала. Однако в каждом конкретном случае необходимо исследовать инвариантность этой энергии от напряжений, температур и внешнего агрессивного воздействия, получить границы изменения параметров, при которых энергию разрушения можно считать постоянной и принимать её в качестве критериальной величины. В дальнейшем будет исследована инвариантность энергии разрушения для рассматриваемых резин при стационарных температурах диссипативного разогрева.

### 5.3 Формирование критерия разрушения

Деформируемый образец (рис. 2) будем считать термодинамической системой. Известно, что состояние всякой термодинамической системы наиболее полно характеризуется её внутренней энергией. Исходя из этого, предположим, что существует взаимно однозначное соответствие между степенью разрушенности системы и её внутренней энергией. Опираясь на это предположение, построим критериальное уравнение разрушения.

Запишем первый закон термодинамики для случая, когда на образец действуют деформирующие механические силы и некоторые силы немеханического происхождения, например радиация:

$$\dot{U} = \sigma_{ij}\epsilon_{ij} + \dot{\chi}. \tag{5.7}$$

Здесь  $\dot{U}$  – внутренняя энергия системы;  $\dot{\chi}$  – энергия немеханического воздействия (здесь и далее точкой обозначена производная по времени).

Итогом этих воздействий оказывается, как видно, увеличение внутренней энергии системы. Однако всякая система стремится занять состояние с минимальным значением энергии. Поэтому увеличившаяся внутренняя энергия расходуется внутри системы. Согласно первому закону термодинамики, выполнение работы внутри системы направлено на изменение внутренней структуры системы и тепловыделение, т.е.

$$\sigma_{ij}\epsilon_{ij} + \dot{\chi} = \dot{U}_p + \dot{q},$$

где  $U_p$  – часть внутренней энергии, которая используется на перестройку структуры системы, т.е. на разрушение;

$\dot{q}$  – часть внутренней энергии, выделяющаяся в виде теплоты.

По истечении времени от 0 до  $t^*$  энергетический баланс будет следующим:

$$\int_0^{t^*} \sigma_{ij}\epsilon_{ij} dt + \int_0^{t^*} \dot{\chi} dt = \int_0^{t^*} \dot{U}_p dt + \int_0^{t^*} \dot{q} dt.$$

Отсюда

$$\int_0^{t^*} \dot{U}_p dt = \int_0^{t^*} \sigma_{ij}\epsilon_{ij} dt + \int_0^{t^*} \dot{\chi} dt - \int_0^{t^*} \dot{q} dt \quad \text{или} \quad \int_0^{t^*} \dot{U}_p dt = \int_0^{t^*} (\sigma_{ij}\epsilon_{ij} + \dot{\chi} - \dot{q}) dt.$$

Если обозначить  $\int_0^{t^*} \dot{U}_p dt$  через  $\Delta U_p^*$  и предположить, что  $\Delta U_p^*$  – постоянная материала, то система разрушится в момент времени  $t^*$  при достижении значения

$$\Delta U_p^* = \int_0^{t^*} (\sigma_{ij}\epsilon_{ij} - \dot{q} + \dot{\chi}) dt. \tag{5.8}$$

Зная внешние условия воздействия на систему и время  $t^*$ , из (5.8) можно определить значение  $\Delta U_p^*$ , и, наоборот, зная  $\Delta U_p^*$  и внешние условия воздействия на систему, можно установить время  $t^*$  до разрушения. Таким образом, уравнение (5.8) является критерием длительной прочности и позволяет определить время до разрушения характерного объёма твёрдого тела при известных условиях деформирования и экспериментально найденной константе  $\Delta U_p^*$ .

## **6 Расчёт долговечности эластомеров**

### **6.1 Синергетическая модель разрушения эластомеров при длительном циклическом нагружении**

Подробно модель рассматривалась в [41, 112]. Ниже остановимся на основных закономерностях механизма разрушения, необходимых для объяснения применимости энергетического критерия к расчёту долговечности эластомеров.

Используя полученную ранее экспериментальную информацию [112] примем следующие положения: в исходном состоянии вязкоупругая система имеет определённый уровень микрповреждений, концентрация которых при усталостном разрушении непрерывно возрастает вплоть до критического значения, после чего система разрушается; разрушение системы отличается локальностью и дискретностью; микрповреждения способны диссипировать, т.е. рассеивать энергию, которая уменьшает напряжения в устье трещины и приостанавливает её рост; в вершине трещины локальный разогрев может достигать температуры термодеструкции материала.

Принимая эти концепции, модель усталостного разрушения резины можно представить следующим образом. В процессе длительного утомления концентрация субмикротрещин в системе возрастает вплоть до некоторого состояния, когда они начинают сливаться между собой и локально образуют микротрещины, размер которых для резины, очевидно, порядка (10-100) мкм. Феноменологически это выражается в следующем: модуль сдвига непрерывно увеличивается, а коэффициент диссипации уменьшается. Изменение механических характеристик резины происходит как за счёт роста микрповреждений, так и за счёт общего старения материала.

Дальнейшее утомление системы приводит к росту микротрещин, их локальному слиянию и зарождению магистральных трещин. В принципе этот момент можно считать моментом локального разрушения системы. По времени разрушения он занимает примерно 97 % и более. В дальнейшем происходит быстрый рост одной, двух, редко более магистральных трещин, которые и приводят систему к отказу.

На этой стадии разрушения системы происходит резкое изменение её макрохарактеристик: модуль сдвига уменьшается, а коэффициент диссипации энергии увеличивается [41]. Эффекты старения уже не играют преобладающей роли, и изменение микрохарактеристик определяется в основном повреждаемостью материала. Характерно, что сами макротрещины существенно не влияют на это изменение – оно происходит от микрповреждений материала в целом. Как правило, экспериментально определяются интегральные характеристики системы; очевидно, что изменение материала в локальных областях будет несколько больше.

### **6.2 Обобщённый алгоритм расчёта**

Расчёт долговечности эластомерных конструкций при стационарных циклических нагрузках осуществлялся по следующей схеме. Решалась замкнутая система уравнений: уравнения равновесия и совместности деформаций для определения полей напряжений; реологическое уравнение, учитывающее вязкоупругие эффекты в резине для определения реологических параметров; уравнение теплопроводности с внутренним источником теплоты для определения температурного поля в резиновом массиве; критериальное уравнение разрушения, связывающее параметры, характеризующие процессы разрушения, со временем наработки до

отказа. Решение этой системы позволяло определить долговечность рассматриваемых эластомерных конструкций. Рассмотрим более подробно эти уравнения.

Для определения полей напряжений при  $v = \text{const}$  и отсутствии массовых сил (упругая постановка) в работе использованы квазистатические уравнения Ляме

$$\Delta \vec{U} + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad div } \vec{U} = 0, \quad (6.1)$$

где  $\vec{U}$  – вектор перемещений.

При введении функции гидростатического давления  $S$  задача определения полей напряжений и деформаций сводилась к решению следующей системы уравнений:

$$\Delta U + \frac{\partial s}{\partial x_i} = 0; \quad \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{\partial U_3}{\partial x_3} = 0, \quad (6.2)$$

где  $x_i$  – обобщённая координата.

Для расчёта полей напряжений в конкретных резиновых элементах находилось решение этих уравнений при соответствующих граничных условиях. Так, например, для призматического элемента типа БРМ прямоугольного сечения  $|x| \leq l$ ,  $|y| \leq h$  при циклическом нагружении по закону  $a(t) = a_0 \sin \omega t$  граничные условия, точно описывающие условия заделки элемента, имели вид [163]

$$\begin{aligned} u_x = \pm l a(t); \quad u_y = 0 \quad (y = \pm y_0); \\ \sigma_x = 0; \quad \sigma_{xy} = 0 \quad (x = \pm 1), \end{aligned} \quad (6.3)$$

где  $u_x, u_y$  – компоненты вектора перемещений;  
 $l, h$  – геометрические размеры элемента;  
 $a(t)$  – функция кинематического возбуждения;  
 $y_0 = h/l$ .

Для определения реологических параметров использовались соотношения линейной теории вязкоупругости

$$\varepsilon = \frac{1}{E_0} \left[ \sigma_0 + \int_0^t K(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau \right], \quad (6.4)$$

$$\sigma = E_0 \left[ \varepsilon - \int_0^t R(t-\tau) \varepsilon(\tau) d\tau \right], \quad (6.5)$$

где  $R(t-\tau)$  и  $K(t-\tau)$  – ядра релаксации и ползучести.

В качестве ядра релаксации использовалась дробно-экспоненциальная функция Работнова.

Для определения полей температур от диссипативного саморазогрева использовалось уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a_T \theta + \frac{W(\theta, x_i, p)}{c_p \rho_p}, \quad (6.6)$$

где  $a_T$  – коэффициент температуропроводности;  
 $p$  – уровень накопленной повреждённости;  
 $c_p, \rho_p$  – теплоёмкость и плотность резины;  
 $W$  – функция диссипации.

При стационарном температурном режиме уравнение теплопроводности записывалось следующим образом:

$$\nabla^2 \theta = \frac{W(\theta, x_i, \rho)}{\lambda_p}, \quad (6.7)$$

где  $\lambda_p$  – коэффициент теплопроводности резины.

Для определения долговечности элементов использовался энергетический диссипативный  $\psi$ -критерий по допустимой плотности энергии разрушения (5.8).

Для определения долговечности эластомерных конструкций по предложенной схеме, а также для их оптимального проектирования и выбора подходящей марки резины необходимо располагать следующим набором экспериментальных параметров: реологическими и теплофизическими параметрами; параметрами, характеризующими макроразрушение и диссипативный саморазогрев; параметрами, характеризующими механику разрушения резин и натуральных элементов.

### 6.3 Пример расчёта

Расчёт долговечности элемента типа БРМ (схема расчёта представлена на рис. 2) будем вести в последовательности, изложенной выше. Рассмотрим стационарный режим диссипативного разогрева резинового элемента. Температура нагрева определялась либо экспериментально, либо по методике, изложенной в [112]. Механическая реакция резины описывалась в рамках линейной теории вязкоупругости. Напряжённое состояние резиновых элементов рассматривалось как плоское. В общем случае поле напряжений определялось согласно алгоритму [49]. Граничные условия уравнения (6.1) принимались в виде (6.3).

Подробно расчёт долговечности элемента сдвига рассмотрен в [112]. Здесь ограничимся окончательным уравнением долговечности, полученным в виде

$$\Delta U_p = \frac{G_0 a_0^2 \psi N^*}{4} f_1(x, y) - f_2(x, y, z) \left[ \exp\left(\frac{2\pi\alpha}{\omega} N^*\right) - 1 \right], \quad (6.8)$$

где  $G_0$  – мгновенное значение модуля сдвига резины;

$a_0$  – амплитуда нагружения;

$t^* = (2\pi/\omega)N^*$ ,  $N^*$  – количество циклов;

$\omega$  – частота нагружения;

$f_1(x, y)$  – функция координат.

С помощью этого выражения можно определить долговечность любой точки резиновых элементов. Рассмотрим примеры расчёта долговечности элементов типа БРМ. Распределение температуры по координатам можно определить по приведенным выше формулам или экспериментально. Параметры нагружения и физико-механические характеристики имели следующие значения:  $G_0 = 0,82$  МПа;  $A = 10,5 \cdot 10^{-3}$  м;  $\psi = 0,16$ ;  $\lambda_p = 0,15$  Вт/(м·К);  $\omega = 10,8$  Гц. Обработка результатов на ЭВМ позволила получить зависимость для распределения температуры по координатам:

$$\theta(x, y, z) = a_1 + a_2 x^2 + b_2 y^2 + c_2 z^2 = 25,63 - 11,09 \frac{x^2}{l^2} - 14,70 \frac{y^2}{b^2} - 11,56 \frac{z^2}{h^2}.$$

Для центральной точки БРМ102 ( $x = y = z = 0$ ) эта формула даёт удовлетворительную сходимость с экспериментом, для периферийных областей погрешность может составлять до 25 %.

Распределение температуры по координатам можно вычислить в том числе по формулам, полученным в [112] в предположении стационарности теплового потока. В этом случае выражение (6.8) примет вид

$$\Delta U_p^* = N^* \left[ \frac{G_0 \gamma_0^2 \psi (2h)^2}{4l^2} f_1(x, y) - \frac{2\pi}{\omega} \dot{q} \right]; \tag{6.9}$$

$$\dot{q} = \frac{2\lambda_p \theta(x, y, z) \left[ \frac{Hbh}{2 + Hl} + \frac{Hlh}{2 + Hb} + \frac{H_1lh}{2 + H_1h} \right]}{lbh \left[ 1 - \frac{Hx^2}{l(2 + Hl)} - \frac{Hy^2}{b(2 + Hb)} - \frac{H_1lb}{h(2 + H_1h)} \right]},$$

где  $\gamma_0$  – относительная деформация сдвига,  $\gamma_0 = A/2h$ ;  
 $H$  и  $H_1$  – коэффициенты теплообмена резина – воздух и резина – металл соответственно.

Распределение по координатам значений функций  $f_1(x, y)$ , а также напряжений (главных нормальных и максимальных касательных) были вычислены для БРМ101 и БРМ102 по приведенным выше формулам и представлены в [112].

Формально рассматриваемый метод расчёта позволяет включать и такие эффекты, как старение, действие активной внешней среды и т.д.

Инвариантность  $\Delta U^*$  относительно напряжений и температуры диссипативного разогрева подробно исследована в работе [112]. Показано, что до  $\theta < \theta_{кр}$  энергия инвариантна и может быть использована в качестве постоянной величины. Для большинства эластомеров  $T_{кр} = 80-90$  °С.

С помощью предлагаемого критерия можно определять долговечность деталей, работающих при температурах  $\theta < \theta_{кр}$ , что весьма важно для инженерной практики, так как большинство эластомерных конструкций машин работает именно в этом диапазоне температур. При рабочих температурах  $\theta > \theta_{кр}$  температурный режим резиновых элементов становится неустойчивым, коэффициент диссипации повышается, что, в свою очередь, повышает температуру саморазогрева, и элементы довольно быстро выходят из строя. На рис. 6 приведены результаты сравнения долговечности БРМ102 из резины 51-1562 с экспериментом в области длительной наработки, когда выполняется условие  $\theta < \theta_{кр}$ . В табл. 5 представлены значения энергии разрушения для БРМ102. Полученные аналитические значения  $\Delta U_p^*$  и их отношения к  $\Delta U_{др}$ , т.е.  $\eta_p = \Delta U_p^* / \Delta U_{др}$ , можно сравнить с приведенными выше экспериментальными величинами коэффициента  $\eta$ : для резины 51-1562 аналитические и экспериментальные данные удовлетворительно совпадают. Это позволяет использовать полученные экспериментальные результаты по определению  $\eta_p$  для прогнозирования долговечности резиновых деталей из рассматриваемых резин в широком диапазоне изменений режимов нагружения [112].

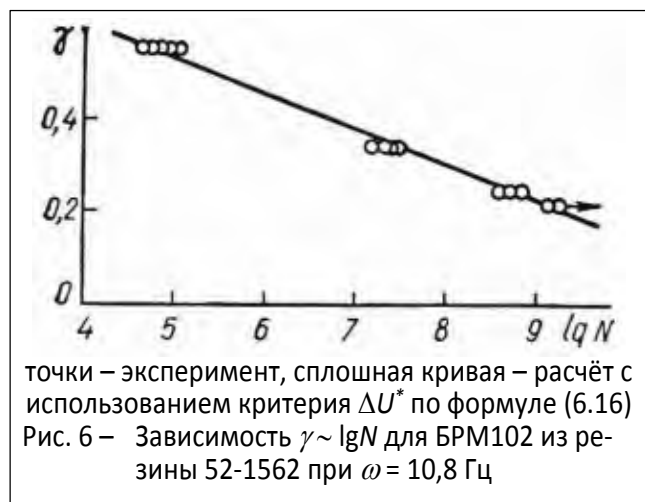


Таблица 5 – Значения энергии разрушения для элементов сдвига из резины 51-1562

Тип элемента	$\gamma_0$	$\theta$ , К	$N^* \cdot 10^{-9}$ , циклы	$U_d \cdot 10^{-12}$ , Дж/м <sup>3</sup>	$U_T \cdot 10^{-12}$ , Дж/м <sup>3</sup>	$U_p \cdot 10^{-12}$ , Дж/м <sup>3</sup>
БРМ102	0,210	32	1,170	3,430	2,180	1,250
БРМ102	0,300	60	0,390	2,220	1,190	1,030
БРМ101	0,300	40	1,150	5,978	4,784	1,194

**Пример расчёта долговечности эластомеров с учётом физической нелинейности материала.** Подробно алгоритм такого расчёта изложен в [41, 55]. Ниже остановимся лишь на основных вопросах, необходимых для демонстрации возможностей энергетического критерия описывать, в том числе, и нелинейные эффекты.

Запишем выражение для диссипативной функции в виде

$$\eta_\theta \cdot \bar{D} = D_\theta, \quad (6.10)$$

где значение  $\bar{D}$  даётся формулой

$$\bar{D} = \frac{\omega}{2} (\tau_{ij}'' \varepsilon_{ij}' - \tau_{ij}' \varepsilon_{ij}''), \quad (6.11)$$

$D_\theta$  – энергия, переходящая в тепло;

$\omega$  – частота;

$\tau_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$  – комплексные составляющие тензоров напряжений и деформаций;

$\eta_\theta$  – некоторый коррелирующий коэффициент.

Этот коэффициент определяет отношение энергии, идущей на теплообразование в резиновом массиве, к полной механической энергии, которая рассеивается в материале при циклическом деформировании, т.е. является коэффициентом тепловых потерь. Для процессов усталостного разрушения, характеризующихся установившемся полем температур, этот коэффициент можно принять не зависящим от амплитуды деформации и постоянным по объёму резинового массива, что следует из обоснования энергетического критерия.

Уравнение долговечности запишем в виде

$$N^* = \frac{\Delta U_p^*}{\left[ 0,5G_0 \gamma^2 \psi f(\bar{x}) - \frac{\dot{q}}{\omega} \right]}. \quad (6.12)$$

С учётом (6.10) уравнение (6.12) примет вид

$$t^* = \frac{\Delta U_p^*}{\left[ \bar{D}(1 - \eta_\theta) \right]}, \quad (6.13)$$

где  $t^*$  – время разрушения,  $t^* = 2\pi N^* / \omega$ .

При расчёте полей температур в элементах сдвига обычно полагается, что  $\eta_\theta = 1$ , но при рассмотрении процессов разрушения и построении критериев оценки локальной долговечности отклонение этого параметра от единицы имеет определяющее значение.

Если коэффициент  $\eta_\theta$  известен, то число параметров, связывающих значение времени до разрушения эластомерных элементов конструкций с их характеристиками, может быть уменьшено. Действительно, при сделанных выше предположениях критериальное уравнение (6.13) эквивалентно выражению

$$t^* = \Delta U_d^* / \bar{D}(\bar{x}, t, e), \quad (6.14)$$



где  $\Delta U_d^* = \Delta U_p^* / (1 - \eta_\theta)$  – критическое значение энергии, диссипируемой в материале, в общем случае зависящее от температуры;  
 $e$  – интенсивность амплитуды деформации

$$e^2 = (\tilde{e}'_{ij} \tilde{e}'_{ij} + \tilde{e}''_{ij} \tilde{e}''_{ij}), \quad \tilde{e}_{ij} = \tilde{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ik} \tilde{\varepsilon}_{kk}.$$

В настоящее время существуют количественные оценки коэффициента  $\eta_\theta$  для разных материалов при гармонической деформации.

Для резин, используемых в машиностроении, некоторые данные приведены в [112]. Согласно им значения  $\eta_\theta$  для резины типа 5I-I562 находятся в пределах 0,75-0,85; для средненаполненных резин типа 2959 – 0,45-0,56.

Формулы (6.14), (6.15) позволяют учесть физическую нелинейность, старение и другие эффекты, характеризующие эксплуатацию резинометаллических элементов при циклическом нагружении. При этом особое значение приобретает вопрос расчёта функции  $\bar{D}$ , отражающей диссипативный характер энергетического соотношения (6.14).

Как отмечалось выше, значения  $\bar{D}(\bar{x}, t)$  определяются в каждом элементарном объёме элемента при реализации общего алгоритма расчёта напряжённо-деформированного состояния (НДС). Приближенные оценки  $\bar{D}$  могут быть получены усреднением её по объёму

$$\langle \bar{D}(\bar{x}, t) \rangle_v = \frac{1}{V} \int_V \bar{D} dV = D.$$

В этом случае функция  $D$  описывается выражением

$$D = \omega G_L''(\omega, \theta_0) F''(\bar{e}) \bar{e}^2. \tag{6.15}$$

Здесь  $G_L''(\omega, \theta_0)$  – действительные составляющие комплексного модуля сдвига в области линейного деформирования;

$F''$  – действительные составляющие функций, описывающих зависимость модуля сдвига материала от амплитуды деформации  $F''(0) = 1$ ;

$\bar{e}$  – среднеобъёмное значение интенсивности амплитуды деформации в элементе соответственно сжатию, сдвигу или комбинированному сжатию со сдвигом.

Для элементов при сдвиге, сжатии и комбинированном нагружении следует соответственно воспользоваться соотношениями

$$\bar{e} = \varepsilon_{0y} [(1 + \nu) \beta_{0n}]^{1/2}, \quad \bar{e} = \varepsilon_{0x} (\beta_{0\tau} / 2)^{1/2},$$

$$\bar{e} = [\varepsilon_{0y}^2 \beta_{0\tau} + 2(1 + \nu) \varepsilon_{0y}^2 \beta_{0n}]^{1/2},$$

где  $\varepsilon_{0y}, \varepsilon_{0x}$  – заданные амплитуды деформаций на торцах элемента;  
 $\beta_{0n}, \beta_{0\tau}$  – параметры жёсткости элементов в линейной области деформирования.

В результате критериальное уравнение для оценки локальной долговечности приобретает вид

$$t^* = \Delta U_\theta^* / D, \tag{6.16}$$

где значения  $D$  определены в зависимости от температуры, частоты, амплитуды нагружения, а также от конструктивных особенностей элемента.

Область применимости приближенных соотношений (6.15), (6.16) соответствует области, в которой справедливы приближенные равенства

$$\frac{\beta_n''}{\beta_{0n} \operatorname{tg} \delta_0} \approx \frac{G_L''(\omega, \theta_0) F''(\bar{e})}{(G_0 \operatorname{tg} \delta_0)}; \quad \frac{\beta_\tau''}{\beta_{0\tau} \operatorname{tg} \delta_0} \approx \frac{G_L''(\omega, \theta_0) F''(\bar{e})}{(G_0 \operatorname{tg} \delta_0)},$$

где  $\operatorname{tg} \delta_0$  – некоторый отсчётный тангенс угла потерь,

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \frac{G_0''}{G_0'}.$$

Для деформаций сдвига ей отвечают элемента с соотношениями размеров  $y_0 \leq 0,8$ , для деформаций сжатия  $y_0 > 0,2$ ,  $Z_0 = h/R \geq 0,2$ . Очевидно, что с увеличением относительной высоты  $y_0$  значение параметра жесткости  $\beta_{0\tau}$  уменьшается, сокращаются области постоянства НДС и диссипативной функции. Существенное увеличение диссипативной функции начинается при  $x/\ell > 0,9$ ;  $y/h > 0,9$ . Здесь целесообразно использование критериального уравнения (6.22).

В точках, являющихся концентраторами напряжений, диссипативная функция неограниченно возрастает и критериальные уравнения (6.14), (6.16) неприемлемы.

Таким образом, в зависимости от требуемых точности и простоты, можно выделить три подхода при анализе долговечности элементов машин.

Первый – локальный, основанный на оценке  $t^* = t_1^*(\bar{x})$  в произвольных точках резинового массива (за исключением угловых) с применением метода конечных элементов при вычислении диссипативной функции  $\bar{D}(\bar{x})$ .

Второй – локально-усреднённый, использующий при оценке  $t^* = t_2^*(\bar{x})$  усреднённые по объёму значения диссипативной функции согласно (6.15), (6.16).

При третьем подходе исследуются угловые точки, рассмотрено более подробно в [41].

Критериальное уравнение (6.16) обобщается также путём учёта процессов старения и зависимости параметров от температуры. Асимптотические методы нелинейной механики, использованные при формулировке связанной задачи в терминах комплексных амплитудно-зависимых характеристик, допускают медленные (в смысле малости за цикл) изменения свойств материала, а также амплитуд внешнего механического нагружения и температур. В предположении справедливости принципа температурно-частотного приведения критерий разрушения, учитывающий старение при переменных температурах, принимает вид

$$\int_0^{t^*} \omega G''(\Phi(t), \bar{e}, t) \bar{e}^2 dt / \Delta U_d^* = 1, \quad (6.17)$$

где  $\Phi(t) = \omega \alpha_\theta(\theta(t))$ ;

$\alpha_\theta(\theta(t))$  – коэффициент температурного приведения.

Он содержит следующие частные случаи:

$$\int_0^{t^*} \omega G''(\Phi(\theta), \bar{e}, t) \bar{e}^2 dt / \Delta U_d^* = 1; \quad (6.18)$$

$$\int_0^{t^*} \omega G''(\omega, \bar{e}, t) \bar{e}^2 dt / \Delta U_d^* = 1. \quad (6.19)$$

Соотношения (6.18) и (6.19) учитывают старение резины при произвольной постоянной температуре  $\theta$  (свойства материала зависят от температуры) и при  $\theta = \theta_0$  (свойства материала от температуры не зависят).

Используемый выше параметр  $a_\theta$  – коэффициент температурного сдвига – рассчитывается для слабонаполненных резин через универсальные постоянные, а для средне- и сильнонаполненных резин его расчётная формула сохраняет свою форму, но её параметры имеют индивидуальные значения.

### **Пример расчёта долговечности с учётом воздействия ядерных излучений**

Научные исследования по влиянию ядерного излучения на структуру материалов начались в середине прошлого века. Уже Чарлзби и другие авторы [47, 53, 112, 163-165] в 1960-х годах отмечали весьма существенные изменения в структуре конструкционных материалов при действии полей высоких энергий, особенно жёсткого  $\gamma$ -излучения (в лабораторных условиях для этого используется  $\text{Co}^{60}$ ). В конце прошлого века этой проблеме стали уделять меньше внимания, и количество научных публикаций значительно сократилось. Однако в последнее время проблема стала весьма актуальной: катастрофы на АЭС во многих странах мира подтвердили требования высокой надёжности и безопасности к машинам и механизмам, а энергетический кризис, несмотря на значительное внимание к альтернативным видам энергии (ветровая, солнечная, геотермальная и т.д.), показал исключительные перспективы АЭС. Многие страны склоняются к мысли, что на ближайшие 20-30 лет альтернативы ядерной энергетике не существует.

Отсюда возникает важность исследований изменений физико-механических параметров конструкционных материалов, в том числе и резин, от действия ядерных излучений. В ядерной энергетике эластомеры используются в самых различных машинах и механизмах, для которых надёжность и безопасность является приоритетной. Это, прежде всего, уплотнения, демпферы, прокладки для устранения перекосов деталей, шланги и т.д. Особенно важное место занимают эластомеры в машинах для добычи и обогащения урановых руд (виброгрохоты, вибропитатели, виброконвейеры, смесители, центрифуги и т.д.); виброизоляторы и футеровки из эластомерных материалов не имеют себе равных по надёжности и долговечности.

Исследование влияния ядерных излучений на структурные изменения в эластомерах были начаты авторами в 1963 году; первые публикации [163, 164] появились в 1968 году. Накопленный фактический материал свидетельствует о глубоких структурных изменениях в эластомерах под действием ядерных излучений (конкретно  $\text{Co}^{60}$ ), об их существенном старении и уменьшении долговечности.

Ранее отмечалось, что предлагаемый метод расчёта долговечности эластомеров с использованием нового критерия разрушения позволяет включать также и влияние ядерных излучений, что ещё раз подчёркивает универсальность критерия разрушения. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

Как уже отмечалось выше, рассматриваемый метод расчёта позволяет включать такие эффекты, как старение, действие активной внешней среды и т.д. Однако на сегодняшний день получить точное решение с учётом этих эффектов весьма трудно. Вместе с тем учёт отмеченных эффектов, и, прежде всего, старения и радиации, крайне необходим, так как их влияние может оказать существенное действие на механизм разрушения эластомерных конструкций в целом, что и отмечалось ранее. С этой целью в дальнейшем примем ряд допущений, значитель-

но упрощающих решение задачи, а именно: поле напряжений однородно, тепловой поток однороден и стационарен (неоднородность распределения температуры в элементах обуславливается принятыми граничными условиями).

Используя эти допущения и пренебрегая изменением реологических характеристик материала за время одного цикла деформирования, для центральной точки образца ( $x = y = z = 0$ ) с учётом эффектов старения первый интеграл в (5.8) можно записать следующим образом:

$$\int_0^{t^*} \sigma_{ij} \dot{\gamma}_{ij} dt = \frac{G_0(N) \gamma_0^2}{2} \sum_{N=1}^{N^*} \psi(N),$$

где  $\psi(N)$  – коэффициент диссипации, функция числа циклов деформирования;

$$N^* = \frac{\omega}{2\pi} t^*.$$

Второй интеграл в выражении (5.8) принимает вид

$$\int_0^{t^*} \dot{q} dt = \frac{2\pi}{\omega} \dot{q} N^*,$$

вследствие принятой в работе стационарности температурного поля в образце, а следовательно, и стационарности теплового потока.

Вычислим третий интеграл в соотношении (5.8). Поглощённая за время  $dt$  массой  $m$  резины энергия излучения  $d\chi$  определяется поглощённой дозой излучения  $dD$ :  $d\chi = mdD$ . Последняя пропорциональна воздействию потока излучения:  $dD = adD$ , где  $a$  – поглощённая доза на единичный поток излучения, табличная характеристика материала.

Объединяя эти выражения, а также известное определение интенсивности потока излучения  $d\Phi/dt = J(\chi, t)$ , находим  $d\chi = amJ(\chi, t)dt$ . Тогда плотность поглощённой энергии излучения  $d\chi = \frac{1}{V} amJ(\chi, t)dt$  или  $\chi = a\rho J(\chi, t)$ . Таким образом,

$$\int_0^{t^*} \dot{\chi} dt = a\rho \int_0^{t^*} J(\chi, t) dt.$$

Объединяя эти формулы и (5.8), получаем окончательно выражение

$$\Delta U_p^* = \frac{G_0 \gamma_0^2}{2} \sum_{N=1}^{N^*} \psi(N) - \frac{2\pi}{\omega} \cdot \frac{2\lambda_p B}{l b h} \times \left( \frac{H b h}{2 + H l} + \frac{H l h}{2 + H b} + \frac{H_1 l h}{2 + H_1 h} \right) N^* + \dot{\chi}, \quad (6.20)$$

которое позволяет определять при известных параметрах функции  $\psi(N)$ , установившейся температуре  $T$  и константе  $\Delta U_p^*$  предельное количество циклов  $N^*$  или время  $t^*$  до локального разрушения.

Значение  $\Delta U_p^*$  определялось при разрушении партий элементов сдвига типа БРМ101 из резины 51-1562. Функции  $\psi(N)$  и  $G(N)$  определялись аппроксимацией экспериментальных зависимостей. В первом приближении зависимости  $\psi(N)$  и  $G(N)$  можно принять линейными вида

$$\psi(N) = \psi_0 - \mu_N N; \quad G(N) = G_1 - \nu_N N,$$

где  $\psi_0, G_1$  – коэффициент диссипации и модуль сдвига в момент  $t = 0$ ;

$$\mu_N = 0,30 \cdot 10^{-10};$$

$$\nu_N = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{ Па}.$$

Используя эти соотношения, (6.20) можно привести к виду

$$\Delta U_p^* = \frac{G_0 \gamma_0^2}{2} (\psi N^* - \mu_N N^{*2}) + \dot{\chi} - \frac{4\pi \lambda_p B}{\omega l b h} \left( \frac{H b h}{2 + H l} + \frac{H l h}{2 + H b} + \frac{H_1 l h}{2 + H_1 h} \right) N^*. \quad (6.21)$$

Рассмотрим конкретный пример. Резинометаллический элемент БРМ 101 из резины 51-1562 был облучён (жёсткое  $\gamma$ -излучение) с дозой  $D = 30 \cdot 10^{-2}$  МГр. Экспериментально найденные параметры, входящие в уравнение (6.21), имели следующие значения:  $G_0 = 0,82$  МПа;  $\psi = 0,16$ ;  $\gamma_0 = 0,30$ ;  $\omega = 10,8$  Гц;  $\mu_N = 0,3 \cdot 10^{-10}$ ;  $\theta = 40$  К;  $\lambda_p = 0,15$  Вт/(м·К);  $l = 0,05$  м;  $h = 0,0175$  м;  $b = 0,03$  м;  $H = 40$  м<sup>-1</sup>;  $H_1 = 5240$  м<sup>-1</sup>;  $\Delta U_p^* = 1,2 \cdot 10^{12}$  Дж/м<sup>3</sup>. Решая уравнение (6.21), получаем долговечность  $N^* = 1,15 \cdot 10^9$  циклов.

Для сравнения можно отметить, что долговечность БРМ 101 при аналогичном режиме нагружения примерно на 25-30 % выше.

### Двухкритериальное уравнение для расчёта долговечности эластомеров при сложных механизмах разрушения

Покажем, что установленная выше неизвестная закономерность циклического разрушения эластомеров обладает определённой универсальностью в рамках общих механизмов разрушения вязкоупругих материалов. С этой целью рассмотрим долговечность эластомеров в условиях двух совершенно различных действующих совместно механизмов разрушения: усталостного разрушения от многократных циклических нагрузок и абразивного износа. Подобные механизмы разрушения наблюдаются в рудоизмельчительных мельницах с резиновой футеровкой, которая служит защитным покрытием: от многократных вдавливаниях контрол (металлических шаров и кусков руды) резина испытывает циклическую усталость и от взаимодействия с рудно-шаровой загрузкой – абразивный износ. Такое абразивно-усталостное разрушение резиновой футеровки в целом представляет собой весьма сложный многофакторный процесс, протекающий по двум механизмам [54].

Для описания такого процесса необходимо построить двухкритериальное уравнение, учитывающее энергию разрушения как от усталостного механизма, так и от механизма абразивного износа. Основанием для построения такого уравнения может служить отмеченная ранее [112] общая вязко-эластичная природа разрушения резин при механическом утомлении и истирании, что позволяет для описания процесса применять одни и те же физические модели.

Воспользуемся приведенным выше алгоритмом расчёта долговечности эластомеров. Для рассматриваемого случая циклического разрушения резиновой футеровки по абразивно-усталостному механизму полную энергию разрушения  $\Delta U_p$  можно записать в виде:

$$\Delta U_p = \Delta U_y + \Delta U_{uz},$$

где  $\Delta U_y$  – энергия, идущая на усталостное разрушение резины в объёме футеровки;

$\Delta U_{uz}$  – энергия, идущая на разрушение поверхностного слоя резины от абразивного износа.

В этом случае уравнение долговечности (5.8) можно записать в виде

$$\Delta U_p^* = \int_0^{t^*} (\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - \dot{q} + \dot{\xi} + \dot{\chi}) dt,$$

где  $\dot{\xi}$  – часть энергии разрушения от абразивного износа.

Уравнение долговечности резиновой футеровки в упрощённом виде [45, 54] можно записать как

$$N^* = \frac{\eta_\phi \delta_m \Delta U_p^*}{0,5 |E^*| \varepsilon^2 \psi (1 - \eta_T) f(x, y, z)}, \quad (6.22)$$

где  $\delta_m$  – коэффициент несимметрии по длине мельницы;

$|E^*|$  – абсолютное значение комплексного модуля упругости резины;

$\eta_\phi$  – коэффициент, характеризующий профиль футеровки;

$\varepsilon$  – относительная деформация плит футеровки;

$\eta_T$  – коэффициент, показывающий какая часть диссипируемой в резине энергии расходуется на теплообразование;

$f(x, y, z)$  – функция, характеризующая распределение полей напряжений и деформаций.

#### **Феноменологическая модель абразивного износа резиновой футеровки.**

Абразивный износ резины можно представить как процесс механического отрыва некоторых частиц (агрегатов) материала и износостойкость при этом, естественно, будет обусловлена прочностными свойствами резины. Износостойкость также будет зависеть от температуры и в целом, как и прочность резины, будет следовать концепции температурно-временной суперпозиции [25]. Этот факт имеет довольно важное значение, т.к. он указывает на общую вязко-эластичную природу разрушения резин при механических разрывах и истирании, что позволяет для описания процесса применять одни и те же физические модели, алгоритмы расчёта и критерии разрушения.

**Определение энергии разрушения при абразивном износе резин.** Известно [54], что в основе абразивного износа лежат следующие составляющие:

- износ, обусловленный разрушением внутренних когезионных связей материала;
- адгезии, обусловленной молекулярными силами;
- деформации, обусловленной преимущественно диссипативными силами.

Примем следующие важные допущения, которые не искажают общие представления о механизме разрушения резины вследствие абразивного износа и не выходят за рамки принятой феноменологической модели:

- будем считать, что между матрицей и контртелом (т.е. между резиновой футеровкой и загрузкой) существует однородное относительное скольжение со скоростью  $V$ ;
- температура в зоне контакта не превышает допускаемую температуру ( $T < [T]$ ) для рассматриваемого типа резины;
- для исследуемого процесса характерна совместимость с принципом эквивалентности скорости и температуры, т.е. величина  $A(V, T)$ , зависящая от скорости и температуры, подчиняется принципу температурно-временной суперпозиции (так называемое уравнение ВЛФ – Вильямса – Ландела – Ферри); для деформационных характеристик резин этот принцип изложен в работе, для характеристик при износе в работе [29];
- будем считать, что отрыв агрегата резины от матрицы, т.е. разрыв связи, происходит в то время, когда энергия, накопленная агрегатом во время процесса износа, достигнет некоторого критического значения  $U_0$ ;

- будем считать, что для исследуемой резины функция релаксации агрегатов известна и определяется свойствами материала. При этом, зная релаксационную функцию и закон смещения двух находящихся в контакте материалов (однородное относительное скольжение с заданной скоростью), на основании интеграла Больцмана [236-238] можно получить уравнение силы связи для элементарного агрегата, что позволит вычислить силу трения (износа) как среднее значение сил связи.

При известном динамическом пределе одной связи (эту величину можно найти экспериментально, исходя из величины трения при скоростях, близких к скорости при нулевом скольжении), полученной силе износа и согласно энергетическому критерию разрушения можно определить критическую энергию разрушения резины при абразивном износе.

**Энергетический диссипативный  $\psi$ -критерий разрушения резины при абразивном износе.** В случае отрыва агрегата резины от матрицы, предполагается, что функция релаксации резины  $r(t)$  известна (т.е. известны механические параметры резины) и между загрузкой и футеровкой существует однородное относительное движение, в большинстве случаев с постоянной и ограниченной малыми величинами скоростью –  $V$ , то, используя интеграл Больцмана, можно получить уравнение силы связи для элементарного агрегата резины и затем определить силу трения (износа) как среднее значение сил связи.

Пусть  $n$  – общее число агрегатов, подвергающихся действию сил связи вблизи поверхности контакта;  $n_0$  и  $n_1$  – число агрегатов соответственно в связанном и свободном (т.е. после разрыва) состоянии;  $t_0$  и  $t_1$  – время, в течение которого агрегат находится соответственно в связанном и свободном состоянии; эти величины связаны статистическими соотношениями

$$\frac{n_0}{t_0} = \frac{n_1}{t_1} = \frac{n}{t_0 + t_1}. \tag{6.23}$$

Предположение, что время, в течение которого агрегат находится в свободном состоянии, пропорционально времени релаксации  $\tau$  агрегата,

$$t_1 = a\tau,$$

где  $a$  – некоторая постоянная, будет справедливо, если принять, что время, необходимое для достижения агрегатом известного динамического уровня, пропорционально  $\tau$ , а смещение при этом будет пропорционально скорости  $V$ .

С учётом приведённых предположений, силу связи  $f(t)$  агрегатов определим, пользуясь интегралом Больцмана

$$f(t) = V \int_0^t r(t-t') dt'. \tag{6.24}$$

Динамический предел связи  $f_0$  одного агрегата резины можно определить экспериментально, исходя из величины трения при скоростях, близких к скорости при нулевом скольжении (например, при применении смазки) из выражения

$$f_0 = \frac{2F(0)}{n_0}, \tag{6.25}$$

где  $F(0)$  – сила трения при нулевом скольжении.

Предполагая, что связь между агрегатами резины исчезает, когда сила достигает величины  $f_0$ , уравнение (6.24) можно записать в виде

$$f(t_0) = f_0. \tag{6.26}$$

В этом случае общая сила трения как среднее значение сил связи агрегатов, находящихся в контакте с контртелом, будет

$$F = \frac{n_0}{t_0} \int_0^{t_0} f(t) dt. \quad (6.27)$$

Положим [54], что резина характеризуется функцией релаксации вида

$$r(t) = E_0 (1 - be^{-t/\tau}), \quad (6.28)$$

где  $E_0$  – модуль упругости резины;

$\tau$  – время релаксации;

$b$  – некоторая постоянная;

$t$  – текущее время.

Элементарную силу связи каждого агрегата определяют при заданном виде релаксационной функции (6.23) из выражения

$$f(t) = vtE_0 + \tau vbE_0 - vbE_0 \tau e^{-t/\tau}. \quad (6.29)$$

Вводя обозначения

$$L = v \cdot \tau \text{ и } \alpha = t/\tau, \quad (6.30)$$

где  $L$  – длина релаксации агрегата молекул материала;

$\tau$  – время релаксации.

Зависимость (6.29) будет иметь вид

$$f(t) = LE_0 [\alpha + b(1 - e^{-\alpha})]. \quad (6.31)$$

Величины  $\tau$  и  $L$  (по порядку значений) совпадают: длина релаксации  $L$  – со средней длиной свободного пробега агрегатов резины, а время релаксации  $\tau$  – со средним временем их свободного пробега.

С учётом принятых обозначений (6.30), из условий (6.26)

$$f_0 = f(t - t_0) = E_0 L [\alpha_0 + b(1 - e^{-\alpha_0})], \quad (6.32)$$

и пользуясь уравнением высшего порядка

$$L = \frac{f_0}{E_0} [\alpha_0 + b(1 - e^{-\alpha_0})]^{-1}, \quad (6.33)$$

можно определить  $t_0$  (а также  $\alpha_0$ ).

Сила трения  $F$ , как общая сила, определится усреднением сил связи агрегатов резин по формуле

$$F = \frac{n_0}{t_0} \int_0^{t_0} f(t) dt. \quad (6.34)$$

После интегрирования уравнение общего трения (5.43) будет иметь вид

$$F = \frac{n_0 E_0 L}{\alpha_0} \left[ \frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1) \right], \quad (6.35)$$

или с учётом (6.23)

$$F = \frac{n E_0 L}{\alpha_0 + a} \left[ \frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1) \right]. \quad (6.36)$$

При исследовании изменения адгезионной составляющей трения в зависимости от скорости скольжения  $F(L)$ , достаточно исключить  $\alpha_0$  совместным решением уравнений (6.33) и (6.36) и исследовать получаемые таким образом результаты.



С учётом изложенного можно утверждать следующее: энергетический  $\psi$ -критерий разрушения резины, постулирующий, что разрыв связи агрегата с матрицей происходит, когда энергия, накопленная агрегатом во время износа резины, достигает некоторого критического значения  $U_0$ , определяет величину  $t_0$  согласно уравнению

$$U_0 = V \int_0^{t_0} f(t) dt, \tag{6.37}$$

или с учётом (6.27), (6.30)

$$U_0 = \frac{Vt_0 F}{n_0}. \tag{6.38}$$

Согласно принятой пропорциональности (5.32)

$$\frac{n_0}{t_0} = \frac{n}{t_0 + t_1} = \frac{n}{\alpha_0 \tau + a\tau} = \frac{n}{\tau(\alpha_0 + a)},$$

зависимость (6.38) преобразуется к виду:

$$U_0 = \frac{L(\alpha_0 + a)}{n} F, \tag{6.39}$$

или через силу трения

$$F = \frac{nU_0}{L(\alpha_0 + a)}. \tag{6.40}$$

Для резины, функция релаксации которой имеет вид (5.37), с учётом вычисленного интеграла (6.36), выражение для параметра  $L$  по зависимостям (6.39) или (6.40) будет

$$L = \sqrt{\frac{U_0/E_0}{\frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1)}}. \tag{6.41}$$

Исследование изменения силы трения  $F$  как функции скорости  $F(L)$  проводят решением приведённой ниже системы уравнений

$$\begin{cases} L = \sqrt{\frac{U_0/E_0}{\frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1)}}; \\ F = \frac{nU_0}{L(\alpha_0 + a)}. \end{cases} \tag{6.42}$$

Таким образом, для наполненных резин, используемых в качестве защитных футеровок барабанных рудоизмельчительных мельниц, при абразивно-усталостном механизме износа определение энергии разрушения целесообразно проводить по формуле (6.38) при известной релаксационной кривой и экспериментально найденных параметрах износа модельных образцов.

**Экспериментальные исследования.** Такие исследования наиболее целесообразно проводить согласно ГОСТ 426-77 (Метод определения сопротивления истиранию при скольжении). Использовался экспериментальный стенд МИ-2 и стандартные образцы из футеровочной резины 541933-1 размером 20×20×8 мм; образцы присоединялись к специальной рамке-держателю и истирались на шлифо-

вальной шкурке (по ГОСТ 344-74). Для статистической обработки данных проводилось не менее девяти испытаний. Полученные таким образом результаты были следующие:

- сила трения  $F = 16$  Н;
- время истирания  $t = 150$  с;
- скорость истирания  $V = 0,285$  м/с.

Количество частиц износа  $n = 60 \cdot 10^3$  (усреднённое значение по результатам девяти испытаний; усреднённая масса частиц – 0,5 г; при усреднённом диаметре частиц  $d = 0,4$  мм количество частиц в одном кубическом метре  $n^* = 22 \cdot 10^9$  1/м<sup>3</sup>).

В этом случае энергия разрушения для одного фрагмента резины (т.е. энергия отделения его от матрицы) согласно уравнению (5.47) будет

$$U_0 = \frac{F \cdot V \cdot t}{n} = \frac{16 \cdot 0,285 \cdot 150}{6,0 \cdot 10^3} = 114 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Плотность энергии разрушения от абразивного износа, т.е. энергия разрушения в единице объёма материала, будет

$$\Delta U_{из} = U_0 \cdot n^* = 114 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} \cdot 22 \cdot 10^9 = 0,25 \cdot 10^{10} \text{ Дж/м}^3.$$

На величину энергии разрушения влияет и температура внешней среды. На рис. 9 показана температурная зависимость энергии разрушения для исследуемой резины 541933-1. Данные получены для модельных образцов; температура замерялась хромель-копелевыми термомпарами. Как видно, в диапазоне температур (20-90) °С плотность энергии разрушения с определёнными допущениями можно принимать независимой от температуры внешней среды.

Таким образом, можно считать, что для резины 541933-1 получена плотность энергии разрушения, и при температурах  $T \leq [T]$  её можно считать постоянной материала; для дальнейших расчётов долговечности реальных конструкций резиновых футеровок при абразивно-усталостном механизме износа будет принята следующая величина энергии разрушения  $\Delta U_{из} = 0,25 \cdot 10^{10}$  Дж/м<sup>3</sup>.

#### *Пример расчёта долговечности резиновой футеровки барабанной рудоизмельчительной мельницы*

**Предпосылки к расчёту.** Расчёт долговечности резиновой футеровки будем проводить согласно структурно-синергетической модели абразивно-усталостного разрушения, изложенной в [54]. Расчёт времени  $t^*$  до разрушения РФ будем вести для «локального объёма», т.е. такого объёма, который наделён всеми физико-механическими характеристиками материала. Под долговечностью  $t^*$  будем понимать такое время, которое соответствует времени разрушения «локального объёма» резины (так называемая, локальная долговечность). Для реальных условий эксплуатации РФ в мельницах типа МШЦ локальная долговечность составляет  $t^* = (0,85 \div 0,90)t_3^*$ , где  $t_3^*$  – эксплуатационное время, определяемое по установленным критериям отказа.

Предпосылкой для расчёта локальной долговечности  $t^*$  помимо общих теоретических моделей [54] служат также кривые износа РФ, полученные при многолетних экспериментальных наблюдениях. На рис. 10 показана такая кривая износа для РФ типа «плита – плита», установленной в мельнице МШЦ 3,2×4,5.

Точка  $F$  соответствовала локальной долговечности РФ, т.е.  $t^* = 0,87t_3^*$  ( $t^* = 20300$  ч,  $t_3^* = 23100$  ч); точка  $A$  соответствовала износу при остаточной толщине РФ  $[\Delta h] = 40$  мм, т.е. при нормальном режиме эксплуатации; точка  $B$  соответ-

вовала износу при остаточной толщине РФ  $[\Delta h] = 27$  мм, т.е. при работе мельнице в предаварийном режиме; после этого РФ была демонтирована. Время наработки РФ на отказ для конкретной мельницы составило  $t_3^* = 23100$  ч; для мельниц рассматриваемого типа эксплуатационная долговечность РФ на отказ составляла  $(22 \div 24) \cdot 10^3$  ч.

Физико-механические характеристики резины определялись на модельных образцах типа БРМ 101 по изложенным выше методикам.

Постоянные, характеризующие особенности конструкции РФ определялись следующим образом [54]:

- коэффициент  $\eta_\phi$ , характеризующий профиль РФ, находится как соотношение долговечности трапециевидных плит с нишами; экспериментально было установлено, что долговечность трапециевидных плит на  $(12 \div 20)$  % больше, чем гладких плит, поэтому и величина коэффициента была принята как  $\eta_\phi = 1,12 - 1,20$ ;
- коэффициент  $\delta_m$ , характеризующий влияние несимметрии загрузки по длине мельницы был принят, как соотношение долговечности РФ для зоны умеренного износа и зоны интенсивного износа (в зоне умеренного износа долговечность РФ была на  $(10-12)$  % выше, чем в зоне интенсивного износа); поэтому и величина коэффициента для зоны принятого износа была принята  $\delta_m = 1,12$ . Эти коэффициенты были получены на протяжении более 15 лет эксплуатации мельниц МШЦ с резиновой футеровкой [54].

**Данные для расчёта.**

1. Мельница МШЦ 3,2×4,5; шаровая загрузка – шары диаметром 40 мм; скорость вращения барабана  $\omega = 19,8$  об./мин ( $\omega/60 = 0,33$  циклов/с).

2. Резиновая футеровка фирмы типа «плита – плита»; укладка плит в барабане мельницы типа «бегущая волна»; плиты трапециевидной формы с нишами, максимальная высота плит  $h_\phi = 160$  мм; экспериментально найденная усреднённая деформация плит  $\Delta_\delta = 6,4$  мм (относительное сжатие  $\varepsilon = 0,04$ );  $\eta_\phi = 1,20$ ;  $\delta_m = 1,12$ .

3. Резина марки 541933-1 со следующими физико-механическими характеристиками: динамический модуль Юнга  $E_\delta = 5,67 \cdot 10^6$  Па; коэффициент диссипации энергии  $\psi = 0,59$ ; коэффициент  $\eta_T = 0,75$ ; функция распределения полей напряжения и деформации согласно расчёту по методике [112]  $f(x, y, z) = 1,23$ .

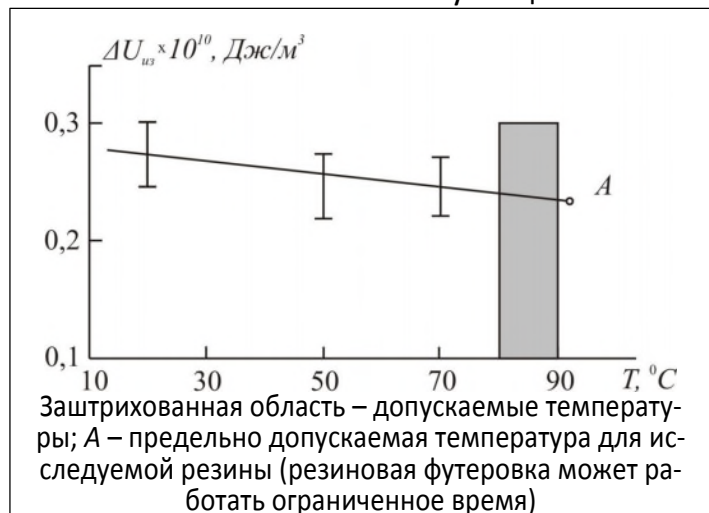


Рис. 9 – Температурная зависимость плотности энергии разрушения при абразивном износе для образцов из резин 541933-1

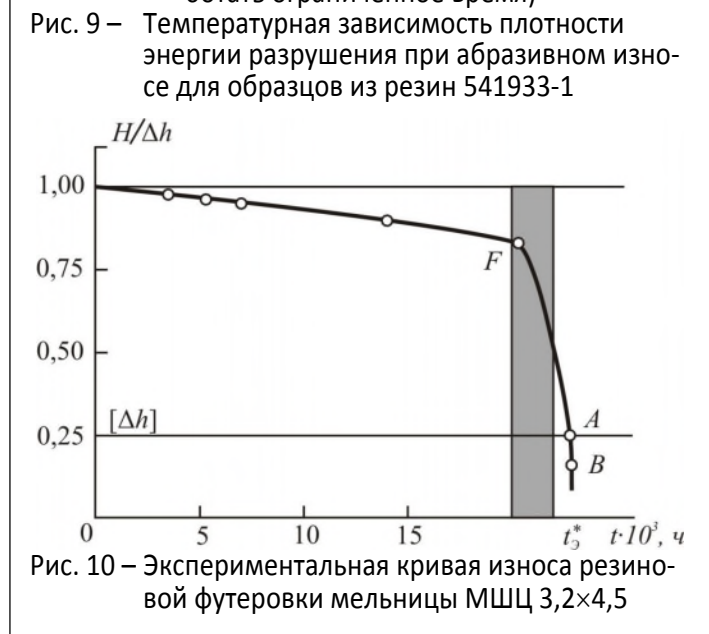


Рис. 10 – Экспериментальная кривая износа резиновой футеровки мельницы МШЦ 3,2×4,5

4. Экспериментально найденная суммарная энергия разрушения РФ при абразивно-усталостном механизме износа

$$\Delta U_p^* = \Delta U_y^* + \Delta U_{uz}^* = (1,28 + 0,25) \cdot 10^{10} = 1,53 \cdot 10^{10} \text{ Дж/м}^3.$$

С учётом этих данных количество циклов до локального разрушения резиновой футеровки можно определить по зависимости (6.22)

$$N^* = \frac{\delta_m \eta_\phi \Delta U_p^*}{0,5 E_\delta \varepsilon^2 \psi (1 - \eta_\tau) f(x, y, z)} =$$

$$= \frac{1,20 \cdot 1,12 \cdot 1,53 \cdot 10^{10}}{0,5 \cdot 5,67 \cdot 10^6 \cdot 0,04^2 \cdot 0,59 \cdot 0,25 \cdot 1,23} = 0,249 \cdot 10^8 \text{ циклов}$$

или

$$t^* = \frac{N^*}{\omega} = \frac{0,249 \cdot 10^8}{0,33} = 0,754 \cdot 10^8 \text{ с} = 20960 \text{ ч.}$$

Экспериментально найденная локальная долговечность РФ составляет 20300 ч; эксплуатационная долговечность РФ в нормальном режиме составляет 23100 ч. Как видно, совпадение расчётных и экспериментальных данных вполне удовлетворительное. Такое совпадение не является случайным: все физико-механические характеристики резин определялись экспериментально; за параметрами РФ в реальной мельнице велось постоянное наблюдение с фиксацией экспериментальной кривой износа; расчёт проводился для зоны умеренного износа.

При использовании приведённого алгоритма в случае отсутствия достоверных информационных параметров (например, при прогнозировании долговечности РФ из новой марки резины, или новых конструкций футеровочных плит) погрешность, безусловно, будет несколько больше.

Выводы:

1. Построена физическая модель абразивного износа резиновой футеровки барабанной мельницы.
2. Построен алгоритм определения энергии разрушения резины от абразивного износа.
3. Экспериментально определена энергия разрушения резины от абразивного износа.
4. С помощью двухкритериального уравнения и энергетического диссипативного  $\psi$ -критерия определила долговечность резиновой футеровки, разрушение которой происходит по абразивно-усталостному износу. Данные расчёта удовлетворительно совпадают с натурным экспериментом.
5. Установленная выше неизвестная закономерность циклического разрушения эластомеров обладает определённой универсальностью в рамках общих механизмов разрушения вязкоупругих материалов.

### Выводы

1. Сформирован новый критерий разрушения эластомеров при длительном циклическом нагружении, постулирующий следующее: эластомеры разрушаются, когда плотность диссипируемой энергии, необратимо накапливаемой в материале и идущей непосредственно на изменение структуры материала, так называемой энергии разрушения, достигает критического значения.
2. На основе нового критерия разрушения сформулировано уравнение длительной прочности эластомеров, позволяющее определить время до разрушения

характерного об'єму матеріала при експериментально знайденої постійній величині критическої енергії руйнування  $\Delta U_p^*$ .

3. Розроблена синергетическая модель макроразрушения эластомеров при длительном циклическом нагружении.

4. Разработан алгоритм расчёта долговечности эластомеров на основе нового энергетического диссипативного  $\psi$ -критерия разрушения.

5. Исследована инвариантность энергии разрушения эластомеров относительно напряжений и температуры диссипативного разогрева. Показано, что до  $T \leq 80$  °C энергия разрушения инвариантна и может быть использована в качестве постоянной величины. Это весьма важный вывод для расчёта долговечности эластомерных деталей. Следует отметить, что при  $T > 80$  °C эластомерные детали из обычных амортизаторных резин при циклических нагрузках практически не применяются в общем машиностроении, т.к. срок их службы крайне ограничен.

6. Показана универсальность нового критерия разрушения; он позволяет учитывать такие эффекты как нелинейность, старение материала и такие сложные механизмы разрушения как абразивно-усталостный износ.

## 7 Заключение

На основании многочисленных и продолжительных экспериментальных исследований установлена неизвестная ранее закономерность разрушения эластомеров при длительном циклическом нагружении, заключающаяся в том, что эластомеры разрушаются, когда плотность диссипируемой и необратимо накапливаемой в материале энергии при длительном циклическом нагружении достигает критического значения, и обусловленную кинетикой накопления повреждаемости в эластомерах.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булат-Корнейчук, Е.А. Научные открытия в механике разрушения: философские проблемы и постмодерн / Е.А. Булат-Корнейчук, В.И. Дырда // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. – Днепропетровск. – 2007. – Вып. 70. – С. 3-16.
2. Булат-Корнейчук, Е.А. История механики разрушения твердых тел в контексте правовой охраны научных открытий / Е.А. Булат-Корнейчук, В.И. Дырда // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. – Днепропетровск. – 2006. – Вып. 63. – С. 3-51.
3. Булат-Корнейчук, Е.А. Научные открытия в механике разрушения / Е.А. Булат-Корнейчук, В.И. Дырда. – Киев; Днепропетровск, 2006. – 246 с.
4. Хакен, Г. Синергетика / Г. Хакен. – М.: Мир, 1980. – 404 с.
5. Эбелинг, В. Образование структур при необратимых процессах / В. Эбелинг. – М.: Мир, 1979. – 278 с.
6. Николис, Г. Самоорганизация в неравновесных системах / Г. Николис, И. Пригожин. – М.: Мир, 1979. – 308 с.
7. Шустер, Г. Детерминированный хаос / Г. Шустер. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
8. Томпсон, Дж. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике / Дж. Томпсон. – М.: Мир, 1985. – 255 с.
9. Пригожин, И. Порядок из хаоса / И. Пригожин, И. Стенгерс. – М.: Прогресс, 1986. – 432 с.
10. Пригожин, И. От существующего к возникающему / И. Пригожин. – М.: Мир, 1985. – 216 с.
11. Гейзенберг, В. Шаги за горизонт / В. Гейзенберг. – М.: Прогресс, 1987. – 368 с.
12. Делез, Ж. Что такое философия? / Ж. Делез, Ф. Гваттари. – СПб.: 1998. – 329 с.
13. Гегель, Г. Энциклопедия философских наук / Г. Гегель. – Т.2. Философия природы. – М.: Мысль, 1975. – 696 с.
14. Кант, И. Антропология с прагматической точки зрения / И. Кант. – М.: Мысль, 1966. – Т. 6. – 742 с.
15. Лосев, А.Ф. Очерки античного символизма и мифологии / А.Ф. Лосев. – М.: Мысль, 1993. – С. 344.
16. Лосев, А.Ф. История античной эстетики. Аристотель и поздняя классика / А.Ф. Лосев. – М.: Искусство, 1975. – С. 234.
17. Лосев, А.Ф. Античная философия истории / А.Ф. Лосев. – М.: Алетейя, 2000. – С. 34-35.
18. Энциклопедический философский словарь. – М.: Советская энциклопедия, 1983.

19. Российский энциклопедический словарь. В 2-х кн. – М.: Научное изд. «Большая российская энциклопедия», 2000.
20. Физический энциклопедический словарь. – М.: Советская энциклопедия, 1976. – С. 920.
21. Философский словарь / Под ред. И.Т. Фролова. – 4-е издание. – М.: Политиздат, 1981. – С. 445.
22. Платон. Собрание сочинений в 4-х т. – М.: Мысль, 1994.
23. Трубецкой, С. Метафизика в древней Греции / С. Трубецкой. – М., 1890.
24. Вернадский, В.И. Научная жизнь как планетное явление / В.И. Вернадский. – М.: Наука, 1991. – 272 с.
25. Ферри, Д. Вязкоупругие свойства полимеров / Д. Ферри. – М.: Изд-во ИЛ, 1963. – 536 с.
26. Булат, А.Ф. Закономерность разрушения эластомеров при длительном циклическом нагружении / А.Ф. Булат, В.В. Говоруха, В.И. Дырда // Геотехническая механика. Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАНУ. – Днепропетровск. – 2004. – Вып. 52. – С. 3-95.
27. Политический словарь. – М.: Советская энциклопедия, 1976. – С. 920.
28. Энциклопедический словарь. Физика твердого тела. – Киев: Наук. думка, 1996.
29. Schallamach, A. Recent advances in knowledge of rubber friction and tire wear / A. Schallamach // Rubber Chem. technol. – 1968. – 41. – PP.200-244.
30. Дырда, В.И. Механика разрушения резиновых конструкций / В.И. Дырда / Ин-т геотехн. механики АН УССР. – Днепропетровск, 1976. – 32 с. – Деп. в ВИНТИ № 1087 – 76.
31. Дырда, В.И. Механика разрушения резиновых конструкций при циклическом нагружении / В.И. Дырда // Междунар. конф. по каучуку и резине. – Киев: 1978. – Т. 2В. – С. 96-104.
32. Дырда, В.И. Резиновые детали в машиностроении / В.И. Дырда, Е.Ф. Чижик. – Москва; Днепропетровск: Полиграфист, 2000. – 581 с.
33. Дырда, В.И. Определение соотношения тепловых и механических потерь в резине / В.И. Дырда, Г.Н. Голуб / Ин-т геотехн. механики НАН Украины. – Днепропетровск, 1982. – 7 с. – Деп. в ВИНТИ 03.03.82, № 1952-82.
34. Дырда, В.И. Расчет силовых резинометаллических изделий, используемых в горном машиностроении / В.И. Дырда, А.В. Мазнецова, Т.Е. Твердохлеб. – М.: ЦНИИТЭнефтехим, 1991. – № 2. – 62 с. (Производство РТИ и АТИ: Темат. обзор).
35. А.С. № 609302 СССР. Резиновая смесь для изготовления резинометаллических деталей машин / Бродский Ю.А., Голованов Д.В., Виноградова Н.А., Васюхина А.С., Дырда В.И. – Заявл. 26.08.74; Опубл. 07.02.78. (Закр. публ.).
36. Мазнецова, А.В. Разработка прикладных методов расчета силовых резиновых деталей горных вибрационных транспортно-технологических машин: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.05.06 / АН УССР. Институт геотехнической механики. – Днепропетровск, 1990. – 17 с.
37. Регель, В.Р. Кинетическая природа прочности твердых тел / В.Р. Регель, А.И. Слуцкер, Э.Е. Томашевский. – М.: Наука, 1974. – 560 с.
38. Гузь, А.Н. О неклассических проблемах механики разрушения / А.Н. Гузь // ФХММ. – 1993. – № 3. – С. 86-98.
39. Пригожин, И. Биологический порядок, структура и неустойчивость / И. Пригожин, Г. Николис // Успехи физ. наук. – 1973. – Вып. 3. – С. 517-543.
40. Галилей, Г. Избранные труды / Г. Галилей. – М.: Наука, 1964. – Т. 2. – 570 с.
41. Булат, А.Ф. Прикладная механика упруго-наследственных сред. В 3-х томах / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – Киев: Наук. думка, 2011. – Т. 1. Механика деформирования и разрушения эластомеров. – 2011. – 463 с.
42. Булат, А.Ф. Прочность и разрушение резиновых деталей технологических машин / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.Е. Маркелов. – Киев: Наук. думка, 2010. – 440 с.
43. Булат, А.Ф. Фракталы в геомеханике / А.Ф. Булат, В.И. Дырда. – Киев: Наук. думка, 2005. – 358 с.
44. Булат, А.Ф. Фракталы в геомеханике (издание 2-е) / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский [и др.]. – Киев: Наук. думка, 2007. – 390 с.
45. Дырда, В.И. Резиновые детали технологических машин / В.И. Дырда, А.Е. Маркелов. – Москва – Днепропетровск, 2008. – 316 с.
46. Потураев, В.Н. Элементы конструкций вибрационных транспортно-технологических машин / В.Н. Потураев, В.И. Дырда, Ю.Н. Хажинский [и др.]. – Киев: Наук. думка, 1984. – 125 с.
47. Потураев, В.Н. Прикладная механика резины / В.Н. Потураев, В.И. Дырда, И.И. Круш. – Киев: Наук. думка, 1975. – 216 с.
48. Дырда, В.И. Механика деформирования и разрушения упруго-наследственных сред / В.И. Дырда, А.С. Кобец, А.А. Демидов. – Днепропетровск, 2009. – 587 с.
49. Потураев, В.Н. Термомеханика эластомерных конструкций при циклическом нагружении / В.Н. Потураев, В.И. Дырда, В.Г. Карнаухов [и др.]. – Киев: Наук. думка, 1987. – 450 с.
50. Хаазе, И. Термодинамика необратимых процессов / И. Хаазе. – М.: Мир, 1967. – 614 с.
51. Циглер, Г. Экспериментальные принципы термодинамики необратимых процессов и механика сплошной среды / Г. Циглер. – М.: Мир, 1966. – 136 с.

52. Гленсдорф, П. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуации / П. Гленсдорф, И. Пригожин. – М.: Мир, 1973. – 324 с.
53. Разрушение: В 7 т. / Под ред. Г. Либовица. – М.: Мир, 1973-1976. – Т. 1-7.
54. Дырда, В.И. Резиновые детали технологических машин / В.И. Дырда, С.Л. Евенко, А.Е. Маркелов. – М.; Днепропетровск: Гамалия. – 2011. – 504 с.
55. Дырда В.И., Булат-Корнейчук Е.А., Говоруха В.В. Закономерная связь философских понятий хаос, порядок и предел с аналогичными понятиями термодинамически открытых нелинейных эволюционных систем: Открытие // Научные открытия (сборник кратких описаний научных открытий, научных гипотез – 2009 г.). – М., 2009. – (Открытие № 437).
56. Панасюк, В.В. Развитие механики разрушения материалов в Восточной Европе / В.В. Панасюк. // ФХММ. –1993. – № 3. – С. 65-86.
57. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие в 4 т. / Под общ. ред. В.В. Панасюка. – Киев: Наук. думка, 1988-1990. – Т. 1-4.
58. Неклассические проблемы механики разрушения: В 4-х т. (5-и кн.) / Под общ. ред. А.Н. Гузя. – Киев: Наук. думка, (1990-1994 гг.).
59. Guz, A.N. Fundamentals of the Three-Dimensional of Stability of Deformable Bodies / A.N. Guz. – Berlin: Springer, 1999. – 555 с.
60. Гузь, А.Н. Механика разрушения / А.Н. Гузь, А.А. Каминский, В.М. Назаренко. – Киев: АСК, 1996. – 340 с. – (Механика композитов: В 12-ти т. / Под общ. ред. А.Н. Гузя (1993-2003 гг.); т. 5).
61. Пригожин, И. Современная термодинамика от тепловых двигателей до диссипативных структур / И. Пригожин, Д. Кондепуди. – М.: Мир, 2002. – 461 с.
62. Каминский, А.А. Разрушение вязкоупругих тел с трещинами / А.А. Каминский. – Киев: Наук. думка, 1990. – 400 с.
63. Griffith, A.A. The phonomemnon of rupture and flow in solids / A.A. Griffith // Phil. Trans. Roy. Soc. A. – 1920. – 221. – P. 163-169.
64. Irvin, G.R. Analisis of stresses and strain the end a crack traversing a plate / G.R. Irvin // J. Appl. Mech. – 1957. – 23, N 3. – P. 168-177.
65. Orowan, E. Proceedings on the Simposium on Fatigue and Fracture of Metals (Mitt) / E. Orowan. – New York: Wiley, 1950. – P. 139-167.
66. Eshalby, I.D. The continuum theory of lattice defects / I.D. Eshalby // Solid State Phus. – 1956. – 3, N 4. – P. 79-87.
67. Черепанов, Г.П. О распространении трещин в сплошной среде / Г.П. Черепанов // Прикладная математика и механика. – 1967. – Т. 31, № 3. – С. 476-486.
68. Райс, Дж. Не зависящий от пути интеграл и приближенный анализ концентрации деформаций у вырезов и трещин / Дж. Райс // Прикл. механика. Сер. Е. – 1968. – 35, № 4. – С. 340-350.
69. Леонов, М.Я. Элементы теории хрупкого разрушения/ М.Я. Леонов // Прикл. механика техн. физика. –1961. –№ 3. –С. 245.
70. Леонов, М.Я. Розвиток найдрібніших тріщин у твердому тілі / М.Я. Леонов, В.В. Панасюк // Прикл. механика. –1959. –5, № 4. –С. 52-54.
71. Dugdale, O.S. Gielding of steel cneets containing slits / O.S. Dugdale // J.Mech. and Phys. Solids. – 1960. – 8, N 2. – P. 85-90.
72. Andreus, E.H. Fracture in Polymers / E.H. Andreus. – Edinburg; London: Oliver and Boyd, 1968. – 204 p.
73. Потураев, В.Н. Резина в горном деле / В.Н. Потураев, В.И. Дырда, В.П. Надутый. – М.: Недра, 1974. – 152 с.
74. Качанов, Л.М. Основы механики разрушения / Л.М. Качанов. – М.: Наука, 1974. – 267 с.
75. Работнов, Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 712 с.
76. Москвитин, В.В. Сопротивление вязкоупругих материалов / В.В. Москвитин. – М.: Наука, 1972. – 217 с.
77. Новожилов, В.В. Перспективы построения критерия прочности при сложном нагружении / В.В. Новожилов, О.Г. Рыбакина // Механика твердого тела. – 1966. – № 5. – С. 103-111.
78. Coffin, L.F. A study of the effects cyclic thermal stresses on a ductile metal / L.F. Coffin // Trans ASME. Ser. E.J. Appl. Mech. – 1954. – 76, N 6. – P. 931-950.
79. Manson, S.S. Thermal stresses in design / S.S. Manson // Machine Design. – 1960. – 32, N 4. – P. 325-327.
80. Трощенко, В.Т. Прочность металлов при переменных нагрузках / В.Т. Трощенко. – Киев: Наук. думка, 1978. – 176 с.
81. Конторова, Т.А. Статистическая теория хрупкой прочности реальных кристаллов / Т.А. Конторова, Я.И. Френкель // Журн. техн. физики. – 1941. – 11, № 3. – С. 173-183.
82. Вейбулл, В. Усталостные испытания и анализ их результатов / В. Вейбулл. – М.: Машиностроение, 1964. – 276 с.
83. Kase, S. A theoretical analysis of the distribution of tensile strength of vulcanized rubber / S. Kase// Ibid. – 1953. – N 11. – P. 426-432.
84. Афанасьев, Н.Н. Статистическая теория усталостной прочности материалов / Н.Н. Афанасьев. – Киев:

- Изд-во АН УССР, 1953. – 105 с.
85. Болотин, В.В. Статистические методы в строительной механике / В.В. Болотин. – М.: Госстройиздат, 1965. – 280 с.
86. Журков, С.Н. Проблема прочности твердых тел / С.Н. Журков // Вестн. АН СССР. – 1957. – № 11. – С. 78-82.
87. Журков, С.Н. Кинетические концепции прочности твердых тел / С.Н. Журков // Изв. АН СССР. Сер. Неорганические материалы. – 1967. – Т. 3, № 10. – С. 1767-1771.
88. Журков, С.Н. Физические основы прогнозирования механического разрушения / С.Н. Журков, В.С. Куксенко, В.А. Петров // Докл. АН СССР. – 1981. – 259, № 6. – С. 1350-1353.
89. Зуев, В.С. О долговечности и прочности каучукоподобных полимеров / В.С. Зуев, Г.М. Бартенев, Н.И. Киршенштейн // Высокомолекуляр. соединения. – 1964. – № 9. – С. 1629-1633.
90. Бартенев, Г.М. Временная зависимость прочности резин и безопасная нагрузка / Г.М. Бартенев, С.В. Буров // Журн. техн. физики. – 1956. – 26, № 11. – С. 2558-2562.
91. Бартенев, Г.М. Прочность и разрушение высокоэластичных материалов / Г.М. Бартенев, Ю.С. Зуев. – М.; Л.: Химия, 1964. – 387 с.
92. Гуль, В.Е. К теории прочности / В.Е. Гуль // Докл. АН СССР. – 1954. – 96, № 2. – С. 253-058.
93. Holland, A.J., Turner E.S. The effect of sustained loading on the breaking strength of sheet glass / A.J. Holland, E.S. Turner // J. Soc. Glass Technol. – 1940. – 24. – Н. 46-57.
94. Hencky, H. Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material herforderufenen Nachspannungen / H. Hencky // Z. Angew. Math. Mech. – 1924. – 4, N 4. – S. 323-334.
95. Huber, T. Czapismo techniczne / T. Huber. – Lemberg, 1904. – 311 S.
96. Рейнер, М. Термодинамическая теория прочности / М. Рейнер // Разрушение твердых полимеров. – М., 1971. – С. 405-413.
97. Федоров, В.В. Термодинамические представления о прочности и разрушении твердого тела / В.В. Федоров // Проблемы прочности. – 1971. – № 11. – С. 32-34.
98. Федоров, В.В. Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел / В.В. Федоров. – Ташкент: Фан, 1985. – 168 с.
99. Дырда, В.И. Резиновые элементы вибрационных машин / В.И. Дырда. – Киев: Наук. думка, 1980. – 100 с.
100. Фалтнер. Энергия гистерезиса микропластической деформации как критерия усталостного разрушения / Фалтнер, Марроу // Техн. механика. – 1961. – № 1. – С. 29.
101. Иванова, В.С.. Природа усталости металлов / В.С. Иванова, В.Ф. Терентьев. – М.: Металлургия, 1975. – 455 с.
102. Киялбаев, Д.А. О разрушении деформируемых тел / Д.А. Киялбаев, А.И. Чудновский // Журн. прикладной механики и техн. физики. – 1970. – № 3. – С. 105-110.
103. Киялбаев, Д.А. О разрушении твердых тел / Д.А. Киялбаев, В.М. Чебанов, А.И. Чудновский // Проблемы механики твердого деформируемого тела. – Л., 1970. – С. 217-224.
104. Гольденблат, И.И. Энтропийный принцип в теории прочности полимерных материалов / Гольденблат И.И., Бажанов В.Л., Копнов В.А. // Механика полимеров. – 1971. – № 1. – С. 113-121.
105. Гольденблат, И.И. Длительная прочность в машиностроении / И.И. Гольденблат, В.Л. Бажанов, В.А. Копнов. – М.: Машиностроение, 1977. – 248 с.
106. Масленников, В.Г. Энтропийный характер долговечности силовых резинотехнических деталей / В.Г. Масленников, Э.Э. Лавендел // Механика полимеров. – 1975. – № 2. – С. 241-247.
107. Потураев, В.Н. Прогнозирование долговечности резины при циклическом нагружении и воздействии агрессивной среды / В.Н. Потураев, В.И. Дырда, В.Т. Капалин // Междунар. конф. по каучуку и резине «Механика резины, конструирование и испытание резиновых изделий», Киев, 10-14 окт. 1978. – Киев, 1978. – Секция В. – В29. (Препринты).
108. Ультан, В.Е. К вопросу о разрушении пространственно-структурированных полимеров / В.Е. Ультан, В.М. Чебанов, А.И. Чудновский // Механика полимеров. – 1972. – № 4. – С. 612-620.
109. Потураев, В.Н. Резиновые детали машин / В.Н. Потураев, В.И. Дырда. – М.: Машиностроение, 1977. – 216 с.
110. Poturaev, V.N. Fracture mechanics of viskoelastic systems / V.N. Poturaev, V.I. Dyrda // Proceedings of the fourth international conference on fracture, 19-20 June 1977. – Waterloo: University of Waterloo Press. – 1977. – N 3. – P. 463-466.
111. Дырда, В.И. Критерии разрушения вязкоупругих систем при циклическом нагружении / В.И. Дырда // АН УССР. Ин-т геотехн. механики. – Днепропетровск, 1976. – 49 с. – Библиогр. 10 назв. – Деп. в ВИНТИ 10.10.83, № 5542-83.
112. Дырда, В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях / В.И. Дырда. – Киев: Наук. думка, 1988. – 232 с.
113. Ильюшин, А.А. Основы математической теории термовязкоупругости / А.А. Ильюшин, Б.Е. Победря. – М.: Наука, 1970. – 280 с.
114. Baili, J. Scratch-resisting power of glass and measurement / J. Baili // Cer. Abstr. – 1940. – 19, N 8. – P.



291.

115. Коллинз, Дж. Повреждение материалов в конструкциях: Анализ, предсказание, предотвращение / Дж. Коллинз. – М.: Мир, 1984. – 624 с.
116. Нотт, Дж.-Ф. Теоретические и практические аспекты науки о разрушении / Дж.-Ф. Нотт // ФХММ. – 1993. – № 3. – С. 42-65.
117. Иванова, В.С. От теории Гриффитса к фрактальной механике разрушения / В.С. Иванова // ФХММ. – 1993. – № 3. – С. 101-106.
118. Махутов, Н.А. Теория Гриффитса и развитие критериев механики разрушения / Н.А. Махутов, Ю.Г. Матвиенко // ФХММ. – 1993. – № 3. – С. 140-145.
119. Морозов, Е.М. Двухкритериальные подходы в механике разрушения / Е.М. Морозов // Проблемы прочности. – 1985. – № 10. – С. 103-108.
120. Матвиенко, Ю.Г. Двухпараметрический критерий разрушения в связи с упрочнением материала / Ю.Г. Матвиенко // Заводская лаборатория. – 1986. – № 9. – С. 60-62.
121. Матвиенко, Ю.Г. Двухпараметрический критерий разрушения и малые трещины / Ю.Г. Матвиенко // ФХММ. – 1987. – № 5. – С. 105-107.
122. Георгиев, М.М. Двухпараметрические критерии разрушения / М.М. Георгиев, Е.М. Морозов // ФХММ. – 1991. – № 6. – С. 12-15.
123. Красовский, А.Я. О двухкритериальном подходе к оценке предельной несущей способности тела с трещиной / А.Я. Красовский, Н.А. Махутов, И.В. Орыняк, В.М. Тороп // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 1993. – № 4. – С. 92-100, 116.
124. Ярема, С.Я. Об основах и некоторых проблемах механики усталостного разрушения / С.Я. Ярема // ФХММ. – 1987. – № 5. – С. 17-19.
125. Трощенко, В.Т. Энергетический критерий усталостного разрушения / В.Т. Трощенко, П.А. Фомичев // Проблемы прочности. – 1993. – № 1. – С. 3-11.
126. Сосновский, Л.А. Предельные состояния силовых систем и процессы их повреждения. Сообщение 1. Энергетические критерии разрушения / Л.А. Сосновский, Н.А. Махутов // Проблемы прочности. – 1993. – № 1. – С. 11-24.
127. Сенченков, И.К. Термомеханическое поведение нелинейно-вязкоупругих материалов при гармоническом нагружении (обзор) / И.К. Сенченков, В.Г. Карнаухов // Прикладная механика. – 2001. – № 11. – С. 33-67. (Началу третьего тысячелетия посвящается).
128. Гузь, А.Н. О расчетных схемах в линеаризованной механике деформируемых тел / А.Н. Гузь // Прикладная механика. – 2004. – № 5. – С. 30. (Началу третьего тысячелетия посвящается).
129. Каминский, А.А. Анализ закономерностей докритического роста трещин в полимерных материалах на основе мезомеханики разрушения. Теория – эксперимент / А.А. Каминский // Прикладная механика. – 2004. – Т. 40, № 8. – С. 3-25.
130. Сенченков, И.К. Моделирование термомеханического поведения физически нелинейных материалов при моногармоническом нагружении / И.К. Сенченков, Я.А. Жук, В.Г. Карнаухов // Прикладная механика. – 2004. – № 9. – С. 3-34. (Началу третьего тысячелетия посвящается).
131. Гузь, И.А. Сравнение характеристик эволюции волн в нелинейно упругих микро- и нанокомпозитах с углеродными наполнителями / И.А. Гузь, Я.Я. Рущицкий // Прикладная механика. – 2004. – Т. 40, № 7. – С. 92-104.
132. Ванин, Г.А. Микромеханика композиционных материалов / Г.А. Ванин. – Киев: Наук. думка, 1985. – 304 с.
133. Ванин, Г.А. Упругость неоднородных сред с иерархией структуры / Г.А. Ванин // Прикладная механика. – 2003. – Т. 39, № 11. – С. 36-69.
134. Булат, А.Ф. Закономерность скачкообразного фазового перехода метастабильного состояния эластомеров к лабильному при их циклическом разрушении / А.Ф. Булат, В.В. Говоруха, В.И. Дырда // Геотехническая механика. – Днепропетровск, 2003. – Вып. 43. – С. 3-70.
135. ГОСТ 252-75. Резина. Метод определения относительного гистерезиса и полезной упругости при растяжении – Взамен ГОСТ 252-53; Введ. 01.01.77 до 01.01.87. – М.: Изд-во стандартов, 1976. – 5 с.
136. ГОСТ 269-66 (СТ СЭВ 983-78). Резина. Общие требования к проведению физико-механических испытаний. – Взамен ГОСТ 269-53; Введ. 01.07.66 до 01.07.86. – М.: Изд-во стандартов, 1981. – 11 с.
137. ГОСТ 9982-76. Резина. Методы определения релаксации напряжения при сжатии. – Взамен ГОСТ 9982-62, ГОСТ 11099-64 в части метода определения напряжения; Введ. 01.01.78 до 01.01.88. – М.: Изд-во стандартов, 1976. – 10 с.
138. ГОСТ 10269-75. Метод определения сопротивления старению по ползучести. – Взамен ГОСТ 10269-62 с изм. I; Введ. 01.07.76 до 01.07.86. – М.: Изд-во стандартов, 1975. – 5 с.
139. ГОСТ 11004-74. Прикладная статистика. Определение оценок и доверительных границ для параметров нормального распределения. – Введ. 01.07.79 до 01.01.90. – М.: Изд-во стандартов, 1974. – 20 с.
140. ГОСТ 11053-75. Резина. Метод определения условно-равновесного модуля. – Взамен ГОСТ 11053-64; Введ. 01.01.78 до 01.01.88. – М.: Изд-во стандартов, 1976. – 3 с.

141. ГОСТ 23020-78. Метод определения работы разрушения при растяжении. –Переизд. февр. 1984. с изм. 1. – Введ. 01.07.79 до 01.07.89. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 6 с.
142. ГОСТ 23326-78. Резина. Методы динамических испытаний. Общие требования; Введ. 01.01.80 до 01.01.90. – М.: Изд-во стандартов, 1979. – 14 с.
143. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Статистика, 1969. – 572 с.
144. Hort, H. Wärmevergänge beim Längen von Metallen / H. Hort // Forschungsarb. Ver. deut. Ing. – 1907. – № 41. – S. 53.
145. Тамуж, В.П. Микромеханика разрушения полимерных материалов / В.П. Тамуж, В.С. Куксенко. – Рига: Зинатне, 1978. – 294 с.
146. Болотин, В.В. Строительная механика: Современное состояние и перспективы развития / В.В. Болотин, И.И. Гольденблат, А.Ф. Смирнова. – М.: Наука, 1972. – 190 с.
147. Болотин, В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В.В. Болотин. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
148. Большанина, М.А. Скрытая энергия деформации / М.А. Большанина, В.Е. Панин // Исследования по физике твердого тела. – М. – 1957. – С. 193-234.
149. Вакуленко, А.А. О связях между напряжениями и деформациями в неупругих средах / А.А. Вакуленко // Исслед. по упругости и пластичности. – 1961. – № 1. – С. 3-35.
150. Грінченко, В.Т. Напружно-деформований стан і температурне поле суцільного в'язкопружного скінченногo циліндра при його кінематичному збудженні / В.Т. Грінченко, В.Г. Карнаухов, І.К. Сенченков // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1974 – С. 150-153.
151. Исследование вибрационного разогрева прямоугольной вязкоупругой призмы при циклическом нагружении / В.Н. Потураев, В.Г. Карнаухов, В.И. Дырда и др. // Прикл. механика. – 1976. – 12, № 11. – С. 57-64.
152. Коваленко, А.Д. О влиянии циклического нагружения на температуру цилиндра из вязкоупругого материала / А.Д. Коваленко, В.Г. Карнаухов // Докл. АН УССР. –1966. – № 9. – С. 1135-1140.
153. Коваленко, А.Д. Термодинамические основы термоупругости / А.Д. Коваленко // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1969. – Вып. 8. – С. 33-38.
154. Карнаухов, В.Г. Термомеханическое поведение вязкоупругих тел при гармоническом нагружении / В.Г. Карнаухов, И.К. Сенченков, Б.П. Гуменюк. – Киев: Наук. думка, 1985. – 288 с.
155. Масленников, В.Г. Расчет долговечности резинотехнических изделий на основе энтропийного критерия: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / В.Г. Масленников. – Рига, 1975. – 16 с.
156. Масленников, В.Г. Расчет долговечности силовых резиновых технических изделий / В.Г. Масленников // Каучук и резина. – 1976. – № 6. – С. 40-41.
157. Олдырев, П.П. Исследование рассеяния энергии в стеклопластиках методом динамической петли гистерезиса / П.П. Олдырев, В.П. Тамуж // Рассеяние энергии при колебаниях механических систем. – Киев. – 1968. – С. 317-321.
158. Олдырев, П.П. Рассеяние энергии в стеклопластике при циклическом растяжении – сжатии / П.П. Олдырев, В.П. Тамуж // Механика полимеров. – 1969. – № 4. – С. 655-661.
159. Олдырев, П.П. О разрушении стеклопластика при циклическом растяжении – сжатии / П.П. Олдырев, В.П. Тамуж // Там же. – 1971. – № 4. – С. 654-662.
160. Трощенко, В.Т. Усталость и неупругость металлов / В.Т. Трощенко. – Киев: Наук. думка, 1971. – 268 с.
161. Булат, А.Ф. Прикладная механика упруго-наследственных сред. В 3-х томах / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – Киев: Наук. думка, 2012. – Т. 2. Методы расчета эластомерных деталей. – 2012. – 616 с.
162. Дырда, В.И. Закономерность деформирования и разрушения упруго-наследственных сред / В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, Е.А. Булат, А.С. Кобец // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. – 2011. – Вып. 96. – С. 34-85.
163. Потураев, В.Н. Действие ионизирующих излучений на механические характеристики резин и резиновых изделий / В.Н. Потураев, В.И. Дырда // Каучук и резина. – 1968. – № 12.
164. Потураев, В.Н. Влияние излучений на динамические характеристики резинометаллических изделий / В.Н. Потураев, В.И. Дырда // Каучук и резина. – 1969. – № 8.
165. Чарлзби, А. Ядерные излучения и полимеры / А. Чарлзби. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 495 с.

#### Об авторах

**Дырда Виталий Илларионович**, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, vita.igtm@mail.ru

**Звягильский Ефим Леонидович**, доктор технических наук, профессор, Украина

**Булат Евгения Анатольевна**, кандидат юридических наук, доцент, Днепропетровский государственный университет внутренних дел, Днепропетровск, Украина

**Кобець Анатолій Степанович**, кандидат технічних наук, професор, ректор, Днепропетровский государственный аграрный университет (ДГАУ), Днепропетровск, Украина

#### About the authors

**Dyrda Vitaly Illarionovich**, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor, Head of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, vita.igtm@mail.ru

**Zvyagilsky Yefim Leonidovich**, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor, Ukraine

**Bulat Yevgeniya Anatolievna**, Candidate of Legal Sciences (Ph. D.), Associate Professor, Dnepropetrovsk State University of Internal Affairs, Dnepropetrovsk, Ukraine

**Kobets Anatoly Stepanovich**, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Professor, Prex, Dnepropetrovsk State Agrarian University, Dnepropetrovsk, Ukraine

УДК 631.333

А.С. Кобець, канд. техн. наук, професор,  
М.М. Науменко, канд. техн. наук, доцент,  
Н.О. Пономаренко, ст. викладач  
(ДДАУ)

### РОБОЧИЙ ОРГАН ДЛЯ РОЗКИДАННЯ СИПУЧИХ МАТЕРІАЛІВ

**Анотація.** Наведено обґрунтування конструкції робочого органу для розкидання сипучого матеріалу.

**Ключові слова:** відцентровий робочий орган, рівномірність розподілу по площі, криволінійна форма осі лопатки

A.S. Kobets, Ph. D. (Tech.), Professor,  
M.M. Naumenko, Ph. D. (Tech.), Associate Professor,  
N.O. Ponomarenko, Senior Teacher  
(DSAU)

### WORKING ORGAN FOR THROWING ABOUT FRIABLE MATERIALS

**Abstract.** Substantiation of construction of working organ for throwing about the friable material is presented.

**Keywords:** centered working organ, uniformity of distribution over the area, the curved shape of the blade axis

**Постановка проблеми.** Мінеральні добрива є одним з основних джерел підвищення родючості ґрунту і в більшості випадків вносяться суцільним способом. Ця операція виконується за допомогою різноманітних машинно-тракторних агрегатів, робота яких оцінюється за рядом показників якості [1]. Серед показників якості розкидачів добрив найголовніші – це повнота і норма внесення та рівномірність розподілу по площі. Останній показник особливо актуальний, коли вноситься повна доза, тому, що нерівномірне внесення може призвести до нерівномірного росту рослин, до накопичення в рослинній продукції шкідливих речовин особливо нітратів [2]. Все це призводить до зниження ефективності добрив, до зменшення врожайності і до зниження якості продукції рослинництва.

**Аналіз досліджень і публікацій.** В Україні домінують напрямки землеробства з використанням хімічних препаратів. Пов'язано це з багатьма факторами, але визначальним є те, що за розрахунками, через нестачу певних хімічних елементів у ґрунті, через хвороби рослин, наявність бур'янів і шкідників втрачається більше третини можливого урожаю. Для забезпечення належного рівня поживних речовин у ґрунті необхідно вносити мінеральні добрива. Витрати агрохімікатів у перерахунок діючої речовини на один гектар у світі зростають. Тобто існує проблема не