

АГРОМЕТЕОРОЛОГІЯ

УДК 631:551.50 + 581.19 + 633.1

Б.В. Скорупський

МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ПОГЛИНАННЯ АЗОТУ З ҐРУНТУ КОРЕНЕВОЮ СИСТЕМОЮ ЗЕРНОВИХ КУЛЬТУР

Розроблено гіпотетичну модель поглинання азоту корінням зернових культур з використанням даних про добрива, погодні умови і ростові функції органів рослин під час вегетації посіву. Показано можливості розрахунків за моделлю параметрів процесу утворення якості врожаю зернових культур для її прогнозування.

Ключові слова: зернові культури, формування якості врожаю, прогнозування вмісту білка в зерні, поглинання з ґрунту азоту корінням, ростові функції органів рослин, модель динаміки вмісту азоту в рослині під час росту, розподіл азоту за органами рослин, вплив агрометеорологічних умов.

Вступ

Адаптація сільськогосподарського виробництва України до змін клімату з урахуванням якості врожаю польових культур потребує розробки наукових основ методів оцінки та прогнозу хімічного складу продукції залежно від стану атмосфери та ґрунту.

У практичному відношенні потрібне сполучення методів прогнозу якості врожаю та його кількості. Проте тут є труднощі у зв'язку з тим, що агрометеорологічні умови, оптимальні для білковості зерна, можуть значно відрізнятись від умов, що сприятливі для врожайності. Адже показники якості врожаю мають негативну кореляцію не лише з урожайністю взагалі, але і з середньою вагою 1000 зерен. Між вмістом білка та клейковини в зерні і числом колосоносних стебел зв'язок також негативний [1].

Для практичного застосування на гідрометеорологічній мережі вже побудовано спрощені за способом обчислень, але досить універсальні методи ефективних прогнозів урожайності багатьох польових культур (наприклад, модель урожайності УкрНДГМІ [2]).

Метою наших розробок є побудова таких моделей формування білковості зерна, які б за рівнем спрощення способів обчислень наближались би до моделі врожайності УкрНДГМІ, не занадто втрачаючи в універсальності теоретичних підходів, щоб в перспективі застосовувались разом з нею для практичного прогнозування. Емпіричні дані з літератури, як основа наших розробок моделей для прогнозування якості зерна відображено в публікації [3].

Взагалі зі спрощеннями розрахункових схем пов'язано те, що в методології сучасного природознавства знаходить широке застосування принцип максимального виключення з рівнянь фундаментальних законів і моделей фізики максимально можливого числа змінних величин, що не піддаються безпосередньому спостереженню і вимірюванню [4].

Тому в роботі [5] було розроблено модель виносу азоту рослинним покривом зернових з ґрунту з використанням даних, що спостерігаються безпосередньо: 1) про добрива та азот у ґрунті; 2) фітометричні дані (особливо про співвідношення біомас листя та стебел – з різним вмістом в них азоту). Враховуючи, що обмежувальними для якості врожаю можуть бути не лише чинники середовища, але й недостатній чи навіть надмірний відносно інших органів розвиток чи функціонування деяких органів самої рослини. У цьому варіанті слід кількісно оцінити співвідношення мас органів рослин (корінь / пагін, листя / стебло) в найчутливіші для утворення білковості зерна періоди вегетації – кушіння та колосіння.

Проте попередні підрахунки за моделлю [5] показали недостатність врахування для утворення якості врожаю зерна лише співвідношень мас і інтенсивностей функцій надземних частин (листя і стебел) рослин і необхідність введення в модель додаткових показників, зокрема показників кореневої системи рослин [6, 7].

Але ріст коріння в посіві безпосередньо не спостерігається, стежити за ним можна лише опосередковано (зокрема, за допомогою розрахунків). Тому ступінь розвитку кореневої системи (співвідношення надземної та підземної біомас) є недосить зручним предиктором для прогнозу білковості зерна.

Такі розрахунки зазвичай проводяться за допомогою багатофакторних імітаційних моделей, заснованих на системі диференціальних рівнянь відносно простого виду – для швидкостей зміни біомас (або густин – на одиницю площі чи об'єму). У них [8, 9] застосовується розділення на пули вільних і структурно зв'язаних

асимілятів для встановлення співвідношення "азот / вуглець" (N / C) в різних органах з перетіканням цих асимілятів між органами, якщо N / C виходить за межі для органу. При цьому в ґрунті азот також розділяється на фонди нітритів, нітратів, вільного азоту і аміаку, а це – додаткові змінні.

Недоліки таких моделей: 1) велике число змінних ускладнює розрахунки (число параметрів у них, що підлягають подальшій ідентифікації, теж відповідно збільшується); 2) більшість змінних – величини, що не спостерігаються; 3) ці системи диференційних рівнянь – короткоперіодичні, динаміка системи повинна розраховуватись з кроком у часі – зазвичай, 1 година, також збільшуючи об'єм розрахунків [10]. Проте для сполучення блоку кореневого живлення (у єдиній моделі формування якості зерна) з блоком росту мас надземних органів рослинного покриву (і вмісту азоту в них) у [5], перший із цих блоків не повинен бути надто складнішим, ніж другий.

Загальний методологічний принцип (зменшення в моделях числа змінних, що безпосередньо не спостерігаються) у конкретній роботі застосовується за допомогою евристичних процедур, що не мають жорсткої формалізації і засновані зокрема на вірогідних здогадах. Їхнє виправдання – у правильності чи ефективності результату [11]. У [5] було помічено, що досить складне логістичне диференційне рівняння має розв'язок досить простого виду – гіперболічну функцію. Звідси було зроблено евристичний висновок – проста форма диференційного рівняння не завжди гарантує просту форму його розв'язку, і більш складна форма диференційного рівняння може мати більш простий розв'язок, ніж проста.

Тому евристична стратегія цієї роботи – шляхом диференціювання достатньо складних відповідних співвідношень знайти таке, яке має досить простий за способом розрахунку диференціал (похідну, швидкість зміни), включаючи похідні відразу кількох простіших величин. Це буде похідна не екстенсивної, а деякої інтенсивної величини-співвідношення (похідної вмісту азоту в біомасі рослини від часу).

При цьому рослина чи рослинний покрив мають розглядатись на зразок "чорного ящика" (що цілком доречно для опису процесів у корінні), у якого спостерігаються лише вхід і вихід, а функціональний зв'язок між ними відомий лише у вигляді математичних рівнянь. Для цього слід сформулювати певну математичну гіпотезу з подальшою її обчислювальною і експериментальною перевіркою [12]. У цій роботі,

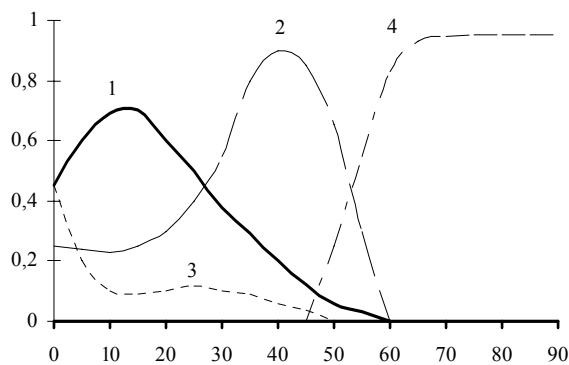
зокрема, якомога більше число наслідків (інформації) шляхом формального математичного виведення (з перевіркою на коректність і дотримання математичних правил) виводиться із досить простого рівняння на основі фундаментального фізичного закону – збереження маси (маса рослини, як сума мас усіх її органів дорівнює масі цієї ж рослини, як суми мас атомів усіх хімічних елементів, що складають її біомасу). У роботі буде показано, що і з цих спрощених засад все ж можна побудувати замкнену розрахункову схему для прогнозу вмісту азоту(і білка) в рослині, а звідси – і в зерні.

Показники, враховані в моделі

Представлення в функціональному виді процесу кореневого живлення рослин під впливом чинників погоди в різні стадії розвитку рослин можливе в разі застосування в моделях апарату ростових функцій (зокрема, для росту коріння).

Для багатьох зернових культур ці функції наближено вже відомі, хоча слід враховувати їхню різницю для різних сортів однієї культури [13, 14, 15] (рис. 1).

Частка асимілятів для росту даного органу



Дні з початку вегетації

Рис. 1. Приклад ростових функцій зернової культури (ячменю) за [13]
1 – листя, 2 – стебла, 3 – корені, 4 – зерно

Використання ростових функцій полягає в тому, що швидкість приросту органу рослини (похідна величини його біомаси як функції від часу) дорівнює добутку значення ростової функції цього органу (на даний момент) на швидкість фотосинтезу рослини, з виключенням втрат на його дихання. Ростові функції та маси органів (і вміст азоту в них) змінюються в часі вегетації. У формулах приймається, що в будь-який момент періоду

від сходження до цвітіння вже відомі ростові функції коріння $\alpha_K(t)$, стебла $\alpha_C(t)$ та листя $\alpha_\Lambda(t)$.

Оскільки ІЛП (індекс листової поверхні – відношення сумарної площі поверхні листя до площі поверхні ґрунту) посіву часто більше як 1 (іноді до 10), необхідно розрізняти швидкість фотосинтезу на одиницю площі посіву і на одиницю площі листя.

Вважатимемо для спрощення, що швидкість фотосинтезу Φ рослинного покриву (на одиницю площі посіву) дорівнює:

$$\Phi = \frac{\varphi\Lambda}{\sigma}, \quad (1)$$

де φ – питома швидкість фотосинтезу (на одиницю площі листя); Λ – суха біомаса листя рослин; σ – питома поверхнева густина одиниці площі листя. Залежність швидкості фотосинтезу від агрометеорологічних умов розглянуто далі.

Маємо для швидкостей росту мас листя $\Lambda'(t)$, стебла $C'(t)$ та кореня $K'(t)$:

$$\Lambda' = \Phi\alpha_\Lambda - k_\Delta\Lambda = \Lambda\left(\frac{\varphi}{\sigma}\alpha_\Lambda - k_\Delta\right) \quad (2)$$

$$C' = \Phi\alpha_C - k_\Delta C = C\left(\frac{\varphi}{\sigma}\frac{\Lambda}{C}\alpha_C - k_\Delta\right) \quad (3)$$

$$K' = \Phi\alpha_K - k_\Delta K = K\left(\frac{\varphi}{\sigma}\frac{\Lambda}{K}\alpha_K - k_\Delta\right), \quad (4)$$

де C – суха біомаса стебла; K – суха біомаса коріння; k_Δ – коефіцієнт дихання біомаси (для спрощення приймаємо його однаковим для різних органів рослини).

Надалі у формулах (для спрощення запису) будемо опускати залежність ростових функцій $\alpha_K(t)$, $\alpha_C(t)$, $\alpha_\Lambda(t)$ та величин $K(t)$, $\Lambda(t)$, $C(t)$ (та інших величин, що визначаються далі, у позначеннях до формул (6) і (8) – $\Pi(t)$, $N_C(t)$, $N_\Lambda(t)$, $N_K(t)$) від часу t , та приймемо, що похідні в них всюди відносяться до похідних по t (час).

Ростові функції відображають розподіл між органами рослин лише продуктів фотосинтезу, але не продуктів поглинання з ґрунту (в т.ч. сполук азоту) кореневою системою рослини.

Біомаса рослинного покриву на одиницю площі (B) складається із біомас органів рослин, наявних на момент вегетації (листя, стебел, коріння і т.п.), тобто:

$$B = \Lambda + C + K \quad (5)$$

З другого боку, сама біомаса рослинного покриву за хімічним складом складається зі сполук хімічних елементів – вуглецю, водню, кисню, азоту, фосфору та інших.

Умовно розділимо величину сухої біомаси рослинного покриву (на одиницю площі), за складом її хімічних елементів, на масу сукупності всіх атомів азоту в ній N і масу всіх атомів решти елементів C_B .

$$B = C_B + N \quad (6)$$

Значення такого розподілу (хоча атоми азоту і вуглецю входять в одні і ті ж сполуки – у білки в т.ч.) в тому, що ці компоненти біомаси поповнюються різними шляхами (фотосинтез листя і поглинання коренями). Таким чином, математично розділяються і їхні похідні (від часу – швидкості росту) в моделі для спрощення її виразів. Щоправда, й інші елементи одержуються рослиною і через фотосинтез (водень, кисень), і через поглинання корінням (фосфор, калій). Але цю проблему можна вирішити, прийнявши, у першому наближенні, що співвідношення мас усіх атомів цих інших елементів біомаси залишається постійним по відношенню до маси всіх атомів вуглецю в ній – постійним протягом часу вегетації чи на різних посівних площах (для даної задачі, для спрощення, вважаючи змінною лише співвідношення вмісту азоту в біомасі до вмісту в ній вуглецю).

Ці два способи розподілу біомаси рослинного покриву на частини, по відношенню до величин, що їх виражають, у деяких випадках можна взаємно прирівнювати (оскільки суми цих розподілів на один і той же момент процесу вегетації повинні бути рівними за законом збереження маси) у виді рівняння:

$$B = C_B + N = \Lambda + C + K \quad (7)$$

Маса азоту в масі рослини на одиницю площі дорівнює сумі мас азоту в масі відповідних органів рослин в процесі росту:

$$N = N_{\Lambda} \Lambda + N_C C + N_K K \quad (8)$$

Базовою для прогнозу якості зерна є формула [16]:

$$N_Z = \frac{K_N \Pi_{\partial}}{K_{\text{ГОСП}}} \quad (9)$$

де N_Z – вміст азоту в зерні; Π_{∂} – вміст азоту в усій надземній масі в період дозрівання зерна %; K_N – частка азоту в зерні відносно його кількості у всій надземній масі рослини, %; $K_{\text{ГОСП}}$ – частка сухої речовини зерна в загальному врожаї, %.

Тут коефіцієнт K_N для певної культури досить сталий. Для пшениці $K_N = 0,74 - 0,82$ [17, 18]. За визначенням:

$$\Pi_{\partial} = \frac{N_{\Lambda} \Lambda + N_C C + N_Z Z}{\Lambda + C + Z} \quad (10)$$

де N_{Λ} – вміст азоту в листі; N_C – вміст азоту в стеблі; Z – маса зерна.

Для прогнозування із завчасністю слід взяти значення вмісту азоту в надземній біомасі Π_H у більш ранні моменти вегетації (до росту зерна – колосіння, цвітіння). Тоді можна прийняти, що:

$$\Pi_H = \frac{N_{\Lambda} \Lambda + N_C C}{\Lambda + C} \quad (11)$$

Проте для врахування поглинання азоту коренями слід, крім наземної біомаси, включити в розгляд ще й масу коренів та вміст в них азоту. Тоді вміст азоту в усій біомасі рослини до моменту цвітіння (разом з коренем) Π дорівнює:

$$\Pi = \frac{N_{\Lambda} \Lambda + N_C C + N_K K}{\Lambda + C + K} = \Pi_H \frac{\Lambda + C}{\Lambda + C + K} + N_K \frac{K}{\Lambda + C + K} \quad (12)$$

де N_K – вміст азоту в корені.

Можна прийняти, що принаймні до цвітіння $N_K = const$ [19].

Тут K_N відомо з початку вегетації, а $K_{ГОСП}$ у кінці. Лише Π змінюється протягом всього періоду вегетації. Оскільки взагалі для будь-якої функції $y(t)$ [20]:

$$y(t + \Delta t) \approx y(t) + y'_i(t)\Delta t \quad , \quad (13)$$

то можливе наближене обчислення величини $\Pi(t)$ в будь-який момент часу t періоду вегетації за формулою:

$$\Pi(t + \Delta t) \approx \Pi(t) + \Pi'_i(t)\Delta t \quad . \quad (14)$$

Тут $y(t + \Delta t)$ та $y(t)$ – значення деякої функції часу в наступний та попередній моменти, $y'_i(t)\Delta t$ – значення похідної цієї функції від часу в даний момент часу t .

Аналогічно $\Pi(t + \Delta t)$ та $\Pi(t)$ – значення функції вмісту азоту в біомасі рослин від часу в наступний та попередній моменти, $\Pi'_i(t)\Delta t$ – значення похідної цієї функції від часу в даний момент часу t , Δt – крок у часі, в алгоритмі обчислень (також у деяких формулах далі – τ).

Розрахунок за формулою (14) тим точніший, чим менше Δt відносно періоду для розрахунку (для періоду вегетації, наприклад, 1 день). Із початкових значень Π (у зародка зерна $\Pi_0 = 7\%$, що відповідає 43% білка [21]) за (14) можна обчислити Π на наступні дні аж до моменту прогнозу (цвітіння або колосіння) з урахуванням завчасності. Ці обчислення повторюватимуться в циклі за кроками алгоритму за формулою (14) для різних послідовних моментів часу t (при цьому величина Π лише зменшується).

У зв'язку з тим, що ростові функції вегетативних органів визначено лише до початку фази дозрівання зерна, модель складається з двох частин: 1) розрахунок поглинання і вмісту азоту в біомасі рослин в процесі росту; 2) розрахунку вмісту азоту в зерні, що дозріває.

Процес обчислень за моделлю

Замінімо представлення величини Π в формулі (8) через суму органів рослини і т.д. представленням через хімічний склад, враховуючи формули (7, 8, 12):

$$\Pi = \frac{N}{C_B + N} = \frac{N_\Lambda \Lambda + N_C C + N_K K}{\Lambda + C + K} \quad . \quad (15)$$

Звідси і набагато простіший вираз для похідної від величини Π від часу (використовуючи відому формулу для похідної дробу [21]):

$$\begin{aligned} \Pi' &= \left(\frac{N}{C_B + N} \right)' = \frac{N'C_B - NC'_B}{(N + C_B)^2} = \frac{N}{C_B + N} \left(\frac{N'}{N} \frac{C_B}{C_B + N} - \frac{C'_B}{C_B + N} \right) = \\ &= \Pi \left((1 - \Pi) \cdot \frac{N'}{N} - \frac{C'_B}{C_B} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

У формулу (16) можна вставляти замість похідних їхні залежності від інших, вже відомих величин, користуючись властивістю інваріантності першого диференціала (незважаючи, чи він від незалежної величини, чи від функції ще інших величин) [21].

Остання частина формули (16) показує, що швидкість зміни вмісту азоту в біомасі під час вегетації дорівнює деякій різниці між відносними швидкостями зміни кількості азоту і зміни кількості решти елементів у біомасі рослин. У фізіологічному відношенні ці відносні швидкості, можливо, зв'язані зі швидкістю ділення клітин у рослині під час її росту.

Спочатку наведемо виведення формул обчислення Π у циклі і покажемо алгоритм обчислень Π у циклі від кроку до кроку. У формулі (16) швидкість поглинання азоту [8, 22] посівом N' дорівнює:

$$N' = N_{\max} \frac{N_S}{K_S + N_S} \eta(T_S) \eta(W_S) \cdot K'_+ \quad (17)$$

де N_{\max} – максимальна кількість азоту, що може бути поглинута за одиницю часу за оптимальних для процесу температур і вологості ґрунту, K_S – константа Міхаеліса-Ментен для цього процесу, N_S – концентрація доступного азоту в ґрунті, $\eta(T_S)$ і $\eta(W_S)$ – функції впливу температури і вологості ґрунту на поглинання азоту корінням. Ці функції можна задати, як перше наближення, у вигляді, аналогічному коефіцієнтам продуктивності (за температурою, опадами і вологістю ґрунту) в моделі урожайності УкрНДГМІ [2].

Рівняння Міхаеліса-Ментен часто застосовується для визначення швидкості V ферментативних реакцій:

$$V = \frac{V_{MAX} S}{K_S + S} \quad (18)$$

Тут K_S – концентрація субстрату S , за якої швидкість його поглинання рівна половині від максимально можливої швидкості V_{MAX} за [23] (рис. 2).



Рис. 2. Графік залежності швидкості реакції від концентрації субстрату в рівнянні Міхаеліса-Ментен (для ферментативних реакцій у біологічних системах) за [23]

Поглинання мінеральних речовин проводиться не всією масою коренів, а лише зоною (біля кінчиків корінців), що росте (протягом кількох днів – умовно 3-5). Потім і ця частина кореня перетворюється на корок і перестає поглинати, а лише проводить розчин мінеральних речовин у стебло [24, 25]. Тому у формулі (19) для спрощення швидкість росту маси кореня представлено (на відміну від формули (4)) як K'_+ , враховуючи, що втрати дихання показано далі окремо у формулі (21):

$$K'_+ = \varphi \frac{\Lambda}{\sigma} \alpha_K \quad . \quad (19)$$

Швидкість приросту (фотосинтез мінус дихання) біомаси, виключаючи азот, аналогічна рівнянням (2-4):

$$C'_B = \Phi - D = \varphi \frac{\Lambda}{\sigma} - k_\Delta (\Lambda + C + K) \quad . \quad (20)$$

Підставляючи ці похідні величин складових компонент (тобто формули (5), (8), (17), (20)) в останню частину формули (16), отримуємо основну формулу для розрахунку в циклі обчислень:

$$\Pi' = \Pi \left((1 - \Pi) \cdot \frac{N_{\max} \frac{N_S}{K_S + N_S} \eta(T_S) \eta(W_S) \varphi \frac{\Lambda}{\sigma} \alpha_K}{N_{\Lambda} \Lambda + N_C C + N_K K} - \frac{\varphi \frac{\Lambda}{\sigma} - k_{\Delta} (\Lambda + C + K)}{\Lambda + C + K} \right) \quad (21)$$

Значення Π для наступного моменту часу отримуємо за формулою (14).

Далі знайдемо значення величин, потрібні для розрахунку на наступному кроці алгоритму в циклі (позначивши їх нижнім індексом Δ). Урахуємо при цьому, що до біомас органів і рослини в цілому додаються, крім результатів фотосинтезу і дихання, ще й уже поглинуті кількості азоту, розподілені по органах рослини. За формулами (18) і (17) отримуємо:

$$\begin{aligned} N' &= (N_{\Lambda} \Lambda + N_C C + N_K K)' = N_{\max} \frac{N_S}{K_S + N_S} \eta(T_S) \eta(W_S) \varphi \frac{\Lambda}{\sigma} \alpha_K = \quad . \quad (22) \\ &= N_{\Lambda} \Lambda' + N'_{\Lambda} \Lambda + N_C C' + N'_C C + N_K K' \end{aligned}$$

За формулами (13) і (22) одержуємо:

$$N_{\Delta} = N_{\Lambda} \Lambda + N_C C + N_K K + N_{\max} \frac{N_S}{K_S + N_S} \eta(T_S) \eta(W_S) \varphi \frac{\Lambda}{\sigma} \alpha_K \tau \quad . \quad (23)$$

За формулами (20) і (22) маємо:

$$B_{\Delta} = \Lambda + C + K + \varphi \frac{\Lambda}{\sigma} \tau - k_{\Delta} (\Lambda + C + K) \tau + N_{\max} \frac{N_S}{K_S + N_S} \eta(T_S) \eta(W_S) \varphi \frac{\Lambda}{\sigma} \alpha_K \tau \quad (24)$$

Використовуючи формулу (13), одержуємо для біомаси листя (після розподілу в ньому азоту, поглинутого корінням):

$$\Lambda_{\Delta} = \Lambda + \Lambda' \tau + (N_{\Lambda} \Lambda)' \tau = \Lambda + \Lambda' \tau + (N'_{\Lambda} \Lambda + N_{\Lambda} \Lambda') \tau \quad . \quad (25)$$

Підставимо вираз Λ' із формули (2):

$$\Lambda_{\Delta} = \Lambda + \Lambda \left(\frac{\varphi}{\sigma} \alpha_{\Lambda} - k_{\Delta} \right) \tau + N_{\Lambda} \left(\frac{\varphi}{\sigma} \alpha_{\Lambda} - k_{\Delta} \right) \Lambda \tau + N'_{\Lambda} \Lambda \tau \quad . \quad (26)$$

Зведемо подібні члени:

$$\Lambda_{\Delta} = \Lambda \left(1 + \tau \left(N_{\Lambda}' + (1 + N_{\Lambda}) \right) \left(\frac{\varphi}{\sigma} \alpha_{\Lambda} - k_{\Delta} \right) \right) . \quad (27)$$

Аналогічно, як для листя, отримуємо для стебла:

$$C_{\Delta} = C \left(1 + \tau \left(N_C' + (1 + N_C) \right) \left(\frac{\varphi}{\sigma} \frac{\Lambda}{C} \alpha_C - k_{\Delta} \right) \right) \quad (28)$$

і кореня, враховуючи, що $N_K' = 0$, оскільки ми прийняли, що $N_K = \text{const}$:

$$K_{\Delta} = K \left(1 + \tau (1 + N_K) \left(\frac{\varphi}{\sigma} \frac{\Lambda}{K} \alpha_K - k_{\Delta} \right) \right) \quad (29)$$

Проте у формули (27-28) слід підставити ще невідомі величини N_{Λ}' та N_C' . У виразі:

$$P = N_{\Lambda}' \Lambda + N_C' C = N_{\max} \frac{N_S}{K_S + N_S} \eta(T_S) \eta(W_S) \varphi \frac{\Lambda}{\sigma} \alpha_K - N_{\Lambda} \Lambda' - N_C C' - N_K K' \quad (30)$$

всі інші величини, крім вказаних, як і значення цього виразу P в цілому уже відомі. Згідно з [19] відношення N_C / N_{Λ} після цвітіння (під час реутилізації азоту в зерно) лишається постійним і близьке до 1/3. Згідно з даними [17] відразу після сходження це відношення близьке до 1 і далі зменшується. Між цими моментами це відношення можна апроксимувати, наприклад, формулою виду:

$$\frac{N_C}{N_{\Lambda}} = \lambda(t) = e^{-\alpha t} . \quad (31)$$

і вважати відомим. Отримуємо похідну відношення N_C / N_{Λ} :

$$N_C' = N_{\Lambda}' \lambda(t) + N_{\Lambda} \lambda'(t) . \quad (32)$$

Тоді за формулою (30):

$$P = N_{\Lambda}' \Lambda + N_C' C = N_{\Lambda}' \Lambda + C N_{\Lambda}' \lambda(t) + C N_{\Lambda} \lambda'(t) . \quad (33)$$

Розв'язуємо рівняння (33) відносно N_{Λ}' :

$$N'_\Lambda = \frac{P - CN_\Lambda \lambda'}{\lambda C + \Lambda} \quad . \quad (34)$$

Знаходимо N'_C , підставляючи N'_Λ у формулу (32):

$$N'_C = \frac{P - CN_\Lambda \lambda'}{\lambda C + \Lambda} \lambda + N_\Lambda \lambda' = \frac{\lambda P + \Lambda N_\Lambda \lambda'}{\lambda C + \Lambda} \quad . \quad (35)$$

Отримані значення N'_Λ та N'_C підставляємо у формули (27-28) і переходимо до обчислень за формулою (21) в наступному кроці циклу алгоритму для наступного моменту вегетації.

Врахування впливу агрометеорологічних умов на показники моделі

Розглянемо детальніше залежність величин у цій моделі від агрометеорологічних умов. Інтенсивність фотосинтезу часто записується по аналогії з рівнянням Міхаеліса-Ментен [15]:

$$\varphi(I) = \frac{\varphi_{\max} I}{I_s + I} \cdot \eta_T \cdot \eta_R \quad , \quad (36)$$

де I – інтенсивність ФАР, φ_{\max} – величина, до якої наближається інтенсивність фотосинтезу, коли I необмежено зростає, I_s – значення ФАР за швидкості фотосинтезу, що дорівнює половині максимальної. Вираз для $\varphi(I)$ в обчисленнях за моделлю підставляється у формули (1-4, 19-22, 24, 26-30).

Крім сонячної радіації інтенсивність фотосинтезу залежить від t° і вологості (через показники η_T і η_R відповідно). Як перше наближення, їхній вплив можна відобразити згідно з відповідними показниками моделі врожайності УкрНДГМІ [2]:

$$y = Y_{\max} \cdot S(T, R) \cdot (1 - u) \cdot (1 - \gamma) \quad , \quad (37)$$

де y – урожайність, Y_{\max} – господарський максимум урожайності культури, $S(T, R)$ – сумарний коефіцієнт продуктивності культури за температурою (T) та опадами (R), u – зрідженість посівів, γ – показник впливу локальних несприятливих умов.

$$S(T, R) = \sum_{i=1}^n (\eta_T \eta_R)_i \alpha_i \quad , \quad (38)$$

де i – номер періоду вегетації, n – кількість періодів, α – ваговий коефіцієнт періоду, η_T і η_R – коефіцієнти продуктивності температури і опадів за i -й період.

$$\eta_T = e^{-a\left(\frac{T-T_o}{10}\right)^2}, \quad (39)$$

де T – середня температура періоду вегетації, за який проводиться розрахунок на цьому кроці обчислень у циклі моделі, T_o – оптимальна для росту рослин температура за даний період вегетації, a – параметр.

$$\eta_R = \left(1 + \frac{R - R_o}{R_o - R_{\min}}\right)^{a1} \cdot \left(1 - \frac{R - R_o}{R_{\max} - R_o}\right)^{a2}, \quad (40)$$

де R – середня кількість опадів періоду вегетації, за який проводиться розрахунок на даному кроці обчислень у циклі моделі, R_o – оптимальна для росту рослин кількість опадів за даний період вегетації, R_{\min} – біологічний мінімум опадів, R_{\max} – їхній максимум, $a1$, $a2$ – параметри. Вирази для η_T і η_R (з 39-40) в обчисленнях підставляються в ті ж формули, що й вираз для $\phi(I)$.

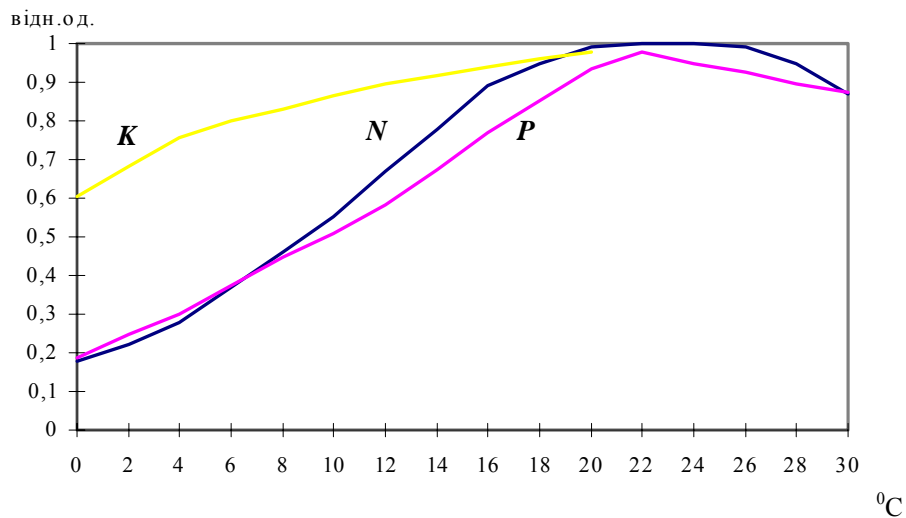


Рис. 3. Вплив температури ґрунту (T) на поглинання рослинами азоту (N), фосфору (P) і калію (K) у відносних одиницях m від поглинання за оптимальної температури [26]

Для швидкості поглинання азоту показник впливу температури $\eta_T = \eta(T_S)$ із формули (17) можна прийняти в такому ж виді, що й для врожайності (фотосинтезу), оскільки відомі графіки залежності швидкості

поглинання азоту від температури (рис. 3) за формою суттєво не відрізняються від графіка η_T в моделі урожайності.

Проте вплив на поглинання азоту вологи (рис. 4) суттєво інший. Відносно оптимуму вологості він симетричніший щодо низьких і високих значень вологості, ніж відповідний графік η_R моделі врожайності (рис. 5).

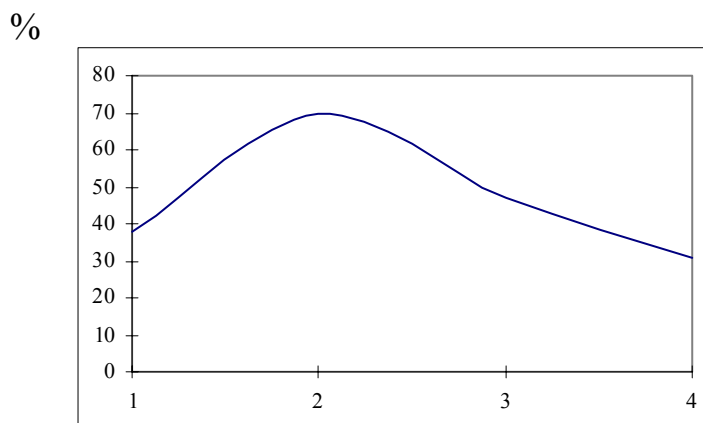


Рис. 4. Коефіцієнт поглинання азоту з добрив рослинами ярої пшениці в %, залежно від умов вологості, за період вегетації (1 – надлишкове, 2 – оптимальне, 3 – недостатнє, 4 – посушливі умови) за [1]

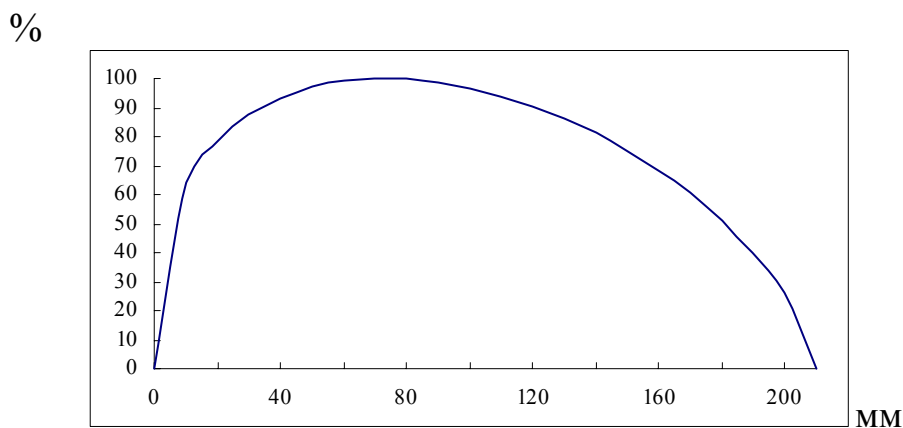


Рис. 5. Залежність коефіцієнта продуктивності рослин η_R від суми опадів R за період вегетації (за моделлю урожайності УкрНДГМІ [2])

Тому в першому наближенні більш доцільно надати залежності швидкості поглинання азоту від вологості ґрунту $\eta_W = \eta(W_S)$ (у формулі 17) такого ж загального виду, як і для впливу температури:

$$\eta_W = e^{-b \left(\frac{W - W_o}{W_o} \right)^2}, \quad (41)$$

де W – середня вологість ґрунту періоду вегетації, за який проводиться розрахунок на даному кроці обчислень в циклі моделі, W_0 – оптимальна для росту рослин (і поглинання ними азоту) вологість ґрунту за даний період вегетації, b – параметр. Вираз для η_R в обчисленнях за моделлю підставляється в формули (17, 21-24, 30).

При цьому в першому наближенні параметрам T_0 , R_0 , W_0 (у формулах 39-41), вірогідно, можна надати ті ж значення, що й відповідним параметрам у моделі врожайності УкрНДГМІ за відповідні періоди вегетації.

Швидкість дихання зазвичай задається як експонента від температури [19]:

$$K_{\Delta} = \alpha \cdot \exp\left(\frac{T - 10}{10}\right), \quad (42)$$

де T – температура повітря, на момент вегетації, за який проводяться обчислення за моделлю, α – параметр, що вказує, у скільки разів зростає швидкість дихання в разі підвищення температури на 10° . Вираз для K_{Δ} в обчисленнях за моделлю підставляється у формули (2-4, 20-21, 26-29).

Обчислення прогнозу вмісту азоту в зерні

Далі виведемо формули обчислення прогнозу білковості зерна, коли відомо значення величини Π в кінці циклу обчислень на початок періоду дозрівання зерна (в зв'язку із завчасністю прогнозу).

Під час виходу із циклу обчислень отримуємо значення вмісту азоту Π в усій біомасі. Для обчислення прогнозних значень вмісту азоту в зерні N_Z на момент дозрівання (за базовою формулою (9)) слід перейти до значень вмісту азоту Π_H в надземній біомасі. Із формули (12) одержуємо:

$$\Pi_H \frac{\Lambda + C}{\Lambda + C + K} = \Pi - N_K \frac{K}{\Lambda + C + K} \quad (43)$$

$$\Pi_H = \Pi \left(1 + \frac{K}{\Lambda + C}\right) - N_K \frac{K}{\Lambda + C} = \Pi + \frac{K}{\Lambda + C} (\Pi - N_K) \quad (44)$$

Із вмісту азоту в надземній біомасі на момент прогнозу Π_H отримуємо його вміст у біомасі на момент дозрівання зерна Π_{\varnothing} :

$$\Pi_{\partial} = \Pi_{\text{H}} \cdot \frac{1 + \frac{\Delta N}{\Sigma N_f}}{1 + \frac{\Delta B}{B_f}}, \quad (45)$$

де B_f і ΣN_f – маса посіву і кількість азоту в ній на момент цвітіння (або колосіння), ΔB і ΔN – приріст біомаси і азоту в рослині протягом дозрівання зерна. Звідси:

$$N_Z = \Pi_{\text{H}} \cdot \frac{1 + \frac{\Delta N}{\Sigma N_f}}{1 + \frac{\Delta B}{B_f}} \cdot \frac{K_N}{K_{\text{ГОСП}}}. \quad (46)$$

За період досягання зерна спосіб врахування показників погоди, як і сам спосіб обчислення прогнозних величин, буде відрізнятись від їхнього обчислення за період росту вегетативних органів рослин. Для завчасного прогнозу використовують більш довгострокові прогнозні або кліматичні величини.

Таблиця 1

Осереднені показники сортів ярої пшениці, що впливають на якість урожаю за [27]

Сорти	Реутилізація вуглецю, %	Азот з ґрунту під час дозрівання зерна, %	Господ. коефіцієнт урожайності, %	Приріст біомаси в ході дозрівання зерна, %
Саратовська 29	35,2	19	38,2	28,6
Альбідум 43	27,9	19	38	35,1
Селькірк	30,1	26,5	39,6	33,4
Опал	40,3	12,4	39,6	25,7
Саратовська 52	27,3	20,5	43,8	40,6
Уорлд Сідз1502	23	25	44,4	44,3
Позначення за формул. (46, 49)	$\frac{R}{Z}$	$\frac{\Delta N}{\Sigma N_f}$	$K_{\text{ГОСП}}$	$\frac{\Delta B}{B}$

Показники ΔB і ΔN періоду дозрівання зерна (у зв'язку з завчасністю прогнозу) в моделі не обчислюються і вони невідомі на

момент прогнозу. Як це взагалі робиться під час обчислення прогнозів із завчасністю, ці показники замінюємо відповідними осередненими за ряд років значеннями за період дозрівання зерна. Для деяких сортів вони відомі. Приклади (для деяких сортів ярої пшениці) наведено в табл. 1 [27].

Можливі два варіанти розрахунку прогнозу: 1) коли відомо про незалежний прогноз урожаю зерна; 2) коли такого прогнозу немає.

Якщо для зерна є окремий прогноз (величина Z), тоді:

$$Z = \Delta B + R \quad , \quad (47)$$

$$\Delta B = Z - R \quad , \quad (48)$$

де R – реутилізація вуглецю з біомаси в зерно під час його дозрівання.

Тоді із формул (46) і (48) одержуємо, підставляючи потрібні величини з табл. 1, прогноз для вмісту азоту в зерні:

$$N_Z = \Pi_H \cdot \frac{1 + \frac{\Delta N}{\Sigma N_f}}{Z \left(1 - \frac{R}{Z}\right)} \cdot \frac{K_N}{K_{\text{ГОСП}}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{B_f}{V_f}} \quad . \quad (49)$$

Проте при цьому власне агрометеорологічні показники не використовуються, оскільки вид залежності реутилізації вуглеводів з біомаси в зерно від цих показників поки що не встановлено. Мабуть, вона складніша, ніж залежність для впливу показників погоди на фотосинтез чи поглинання азоту.

У варіанті, коли незалежного прогнозу врожаю зерна немає, залежність величин (46) від погоди представляємо наступним чином. Величину $K_{\text{ГОСП}}$ можна виразити із графіка (рис. 6) функцією, аналогічною двохмірному нормальному розподілу:

$$K_{\text{ГОСП}} = \gamma \exp \left(-a \left(\frac{\Sigma T - \Sigma T_o}{\Sigma T_o} \right)^2 - b \left(\frac{H - H_o}{H_o} \right)^2 \right) \quad , \quad (50)$$

де ΣT і H – дивись у підпису до рис. 6, $\Sigma T_o = 3300^\circ$ і $H_o = 600$ мм (за рис. 6), γ – максимальне значення $K_{\text{ГОСП}} = 0,65$ за значень $\Sigma T_o = 3300^\circ$, $H_o = 600$ мм.

Цей графік (рис. 6) – для озимої пшениці, тому для ярої пшениці параметри і вид залежності надалі треба уточнити.

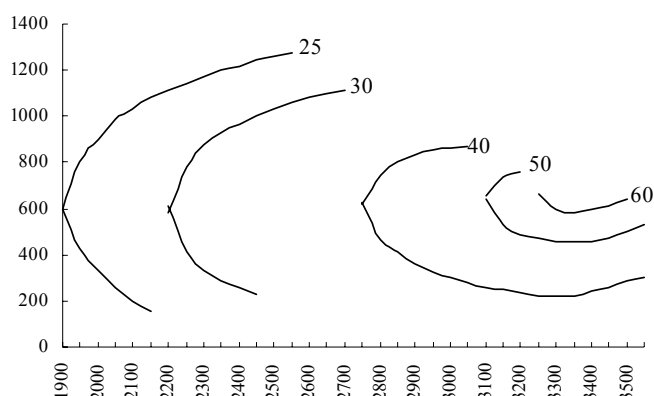


Рис. 6. Зв'язок виходу $K_{\text{госп}}$ (%) із сумою температур ΣT за період активної вегетації і з кількістю опадів N за рік за [28]

Далі позначимо величини відносних приростів біомаси рослин і вмісту азоту в них за період дозрівання листя як β і ν відповідно:

$$\beta = \frac{\Delta B}{B} \quad , \quad (51)$$

$$\nu = \frac{\Delta N}{N} \quad . \quad (52)$$

Залежність їх від погоди, у першому наближенні, задамо так. Показники впливу погоди в моделі врожайності УкрНДГМІ (37) множаться на максимальні значення відповідних довгострокових показників для прогнозних величин, але в нас є лише їхні середні значення. Умовно приймемо, що розподіл величин β і ν нормальний, а їхні мінімальні значення дорівнюють нулю. Тоді з правила "трьох сигм" для нормального розподілу середнє значення β дорівнює 3σ , а максимальне – $6\sigma = 2\bar{\beta}$. Звідси запишемо формули для впливу погоди на ці показники:

$$\frac{\Delta B}{B} = 2 \left(\overline{\frac{\Delta B}{B}} \right) \eta_T \eta_R \quad . \quad (53)$$

Аналогічно для поглинання азоту:

$$\frac{\Delta N}{N} = 2 \left(\frac{\overline{\Delta N}}{N} \right) \eta_T \eta_W \quad . \quad (54)$$

Показники η_T , η_R , η_W тут розраховуються за прогнозними даними про температуру, опади і вологість ґрунту на період дозрівання зерна.

Для прогнозу вмісту азоту в зерні підставляємо відповідні величини з формул (50, 53, 54) і з табл. 1 у формулу (46).

$$N_Z = \Pi_H K_N \cdot \frac{1 + 2 \left(\frac{\overline{\Delta N}}{N} \right) \eta_T \eta_W}{1 + 2 \left(\frac{\overline{\Delta B}}{B} \right) \eta_T \eta_R} \frac{1}{\gamma} \exp \left(a \left(\frac{\Sigma T - \Sigma T_o}{\Sigma T_o} \right)^2 + b \left(\frac{H - H_o}{H_o} \right)^2 \right) \quad . \quad (55)$$

Обміркування результатів

Розглянута модель, як і переважна більшість математичних моделей агрометеорології, є математичною гіпотезою про деякі явища природи.

Формула (16) заснована на формулі (15), остання – на законі збереження мас (7-8), що є не гіпотезою, а законом природи. У цій роботі гіпотезою є спосіб розрахунку за (21) – підстановка виразів для похідних величин N і C_B від часу є неоднозначною, і їхній вигляд вибрано як гіпотезу. Показано узгодженість цього способу розрахунку зі змістом задачі, оскільки за ним можна побудувати замкнений алгоритм розрахунку показників динаміки вмісту азоту в біомасі під час росту рослин.

1). При цьому модель значно спрощується порівняно з імітаційними моделями, бо зменшується число змінних, більш агрегованих, ніж в імітаційній моделі (вони останнім часом не спостерігаються), задовольняючи правило побудови фізичних моделей – мінімізації числа змінних величин, що не спостерігаються. І в ґрунті азот розглядається в агрегованій формі як 1 змінна з оглядом на те, щоб в обчислювальному експерименті знайти потрібні для моделі емпіричні співвідношення для цієї величини в моделі.

2). Модель довгоперіодична (крок у часі t – не 1 година, а 1 доба або більше) і співвідношення N/C для кожного органу, а також співвідношення N/C для різних органів можуть розглядатись у деякому згладженому виді (на відміну від їхніх коливань у часі для

короткоперіодичних імітаційних моделей), який можна задати деяким емпіричним наближенням (формула 31).

Подальша перевірка цієї моделі як гіпотези потребує проведення обчислювальних експериментів із застосуванням даних емпіричних вимірювань. У зв'язку з недостатністю даних, що стосуються предмету моделі і з труднощами їхньої інтерпретації, емпіричну перевірку моделі доцільно проводити в два етапи: 1) обчислювальний експеримент на моделі (за побудованою за моделлю програмою для ЕОМ) для перевірки на узгодженість показників, змінних і результатів моделі за рівнем їхніх значень між собою і з реальністю взагалі; 2) перевірка моделі безпосередньо на даних вимірювань, причому сама модель може бути критерієм, які саме величини і коли слід вимірювати. При цьому можна визначити чи уточнити деякі параметри моделі і перевірити, чи підходять запропоновані показники впливу умов погоди на змінні величини моделі.

У моделі не розглядається густина стеблестою посіву, неявно припускаючи, що вона постійно (протягом вегетації) має деяке середнє, “нормальне” значення. Для розвитку моделі густину посіву слід було б розглянути як величину, що змінюється протягом вегетації, починаючи від різних початкових значень, використовуючи модель [5].

Висновки

У роботі представлено модель поглинання азоту корінням зернових культур і розробку алгоритму розрахунку за нею (з використанням даних про добрива і погодні умови під час вегетації посіву), як блок для побудови загальної прогнозної моделі утворення якості врожаю зернових культур.

Критерієм для вибору виду моделі запропоновано простоту не лише прогнозного розрахунку, але й обчислювального експерименту для розвитку моделі й ідентифікації її параметрів. Евристично припускається, що небагато більш агрегованих показників (як основних у моделі) іноді для цього краще, ніж багато простих показників.

Для цього показником, що відображає процес формування білковості зерна протягом періоду вегетації, прийнято таку агреговану величину, як вміст азоту в біомасі посіву. Її динаміка складається з відношення показників динаміки наростання біомаси посіву та динаміки виносу посівом азоту з ґрунту в біомасу коренями. Перший процес іде швидше і вміст азоту в біомасі зменшується протягом вегетації.

Швидкість поглинання азоту кореннями залежить від швидкості росту самих коренів, тому швидкість зміни вмісту азоту в біомасі можна знайти, використовуючи ростові функції коріння та інших органів рослини протягом вегетації.

Запропоновано залежність швидкості поглинання азоту кореннями від впливу агрометеорологічних умов стану погоди і ґрунту, у першому наближенні, представити агрометеорологічними показниками, аналогічними до тих, що використовуються в моделі врожайності УкрНДГМІ.

За моделлю можна побудувати замкнений рекурентний алгоритм розрахунку (із завчасністю – на початок періоду дозрівання зерна) параметрів процесу утворення якості врожаю зернових культур та її прогнозованої оцінки на кінець вегетації рослин.

Для перевірки адекватності формул моделі й уточнення її параметрів запропоновано спосіб проведення обчислювального експерименту за алгоритмом моделі.

* *

1. *Федосеев А.П.* Погода и эффективность удобрений. – Л.: Гидрометеиздат. – 1985. – 144 с.
2. *Дмитренко В.П.* Оценка влияния температуры воздуха и осадков на формирование урожая основных зерновых культур. – Л.: Гидрометеиздат. – 1976. – 48 с.
3. *Скорупський Б.В.* Засади агрометеорологічної оцінки якості продукції зернових культур // Наук. пр. УкрНДГМІ. – Вип. 254. – 2005. – С. 71-83.
4. *Методологические принципы физики* // Отв. ред. *Б.М. Кедров, Н.Ф. Овчинников.* – М.: Наука. – 1975. – 512 с.
5. *Скорупський Б.В.* Побудова та шляхи дослідження моделі розподілу сполук азоту між органами рослин ярої пшениці // Наук. пр. УкрНДГМІ. – Вип. 258. – 2009. – С. 174-188.
6. *Устименко А.С.* и др. Корневые системы и продуктивность сельскохозяйственных растений. – К.: Урожай. – 1975. – 368 с.
7. *Станков Н.З.* Корневая система полевых культур. – М.: Колос. – 1964, 280 с.
8. *Строганова М.А.* Математическое моделирование формирования качества урожая. – Л.: Гидрометеиздат. – 1986. – 150 с.
9. *Абашина Е.В.* Метод учета азотного питания растений в динамических моделях, предназначенных для оценки агрометеорологических условий формирования

- урожаев яровых зерновых культур // Тр. ИЭМ. – Вып. 13 (91). – 1979. – С. 101-119.
10. *Полевой А.Н., Строганова М.А.* Современное состояние математического моделирования продукционного процесса сельскохозяйственных культур // Тр. ВНИИСХМ. – Вып. 9. – 1985. – С. 6-22.
 11. *Философский энциклопедический словарь.* – М.: Советская энцикл. – 1983. – 840 с.
 12. *Костюк В.Н.* Методология научного исследования. – К.: Вища школа. – 1976. – 180 с.
 13. *Полевой А.Н.* Теория и расчет продуктивности сельскохозяйственных культур. – Л.: Гидрометеиздат. – 1983. – 178 с.
 14. *Бихеле З.Н., Молдау Х.А., Росс Ю.К.* Математическое моделирование транспирации и фотосинтеза растений при недостатке почвенной влаги. – Л.: Гидрометиздат. – 1980. – 224 с.
 15. *Тооминг Х.Г.* Солнечная радиация и формирование урожая. – Л.: Гидрометеиздат. – 1977. – 200 с.
 16. Пшеница // Под ред. *Л.А. Животнова.* – К.: Колос. – 1989. – 320 с.
 17. *Гуляев Б.И. и др.* Фотосинтез, продукционный процесс и продуктивность растений. – К.: Наук. думка. – 1989. – 152 с.
 18. *Демолон А.* Рост и развитие культурных растений. – М.: Сельхозиздат. – 1961. – 400 с.
 19. Моделирование роста и продуктивности сельскохозяйственных культур // Ред. *Пеннинг де Фриз Ф.Т.В.* – Л.: Гидрометеиздат. – 1986. – 320 с.
 20. *Бугров Я.С. и др.* Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука. – 1980. – 432 с.
 21. *Плешков Б.П.* Биохимия сельскохозяйственных растений. – М.: Колос. – 1975. – 496 с.
 22. *Фрид А.С.* Математическая модель как метод изучения корневого поглощения веществ растениями // *Агрохимия*, № 3. – 1974. – С. 122-131.
 23. *Торнли Дж.Г.М.* Математические модели в физиологии растений. – К.: Наук. думка. – 1982. – 312 с.
 24. *Колосов И.И.* Поглощительная деятельность корневых систем растений. – М.: Изд.АН СССР. – 1962. – 360 с.
 25. *Максимов Н.А.* Краткий курс физиологии растений. – М.: ОГИЗ. – 1948. – 496 с.
 26. *Кулик М.С.* Погода и минеральные удобрения. – Л.: Гидрометеиздат. – 1966. – 140 с.

27. Кумаков В.А. Физиологическое обоснование моделей сортов пшеницы. – М.: Агропромиздат. – 1985. – 270 с.
28. Константинов А.Р. Погода, почва и урожай озимой пшеницы. – Л.: Гидрометеиздат. – 1978. – 264 с.

*Український науково-дослідний
гідрометеорологічний інститут, Київ*

Б.В. Скорупский

Модель процесса поглощения азота с почвы корневой системой зерновых культур

Разработано гипотетическую модель поглощения соединений азота корнями зерновых культур, с использованием данных об удобрениях, погодных условиях и функциях роста органов растений во время вегетации посева. Показано возможности расчета по модели параметров процесса образования качества урожая зерновых культур для его прогнозирования.

Ключевые слова: зерновые культуры, формирование качества урожая, прогнозирование вместительности белка в зерне, поглощение с почвы азота корнями, функции роста органов растений, модель динамики вместительности азота в растении во время роста, распределение азота по органам растений, влияние агрометеорологических условий.

B.V. Skorupskiy

The model of soil nitrogen absorption by the roots of cereale crops

The hypothesis model of corn crops roots absorption of soil nitrogen is elaborated. The data using about nutrients, weather conditions and vegetation growth functions of plant organs is admitted. The possibilities of model computing of quality corn parameters for their forecasting are indicated.

Keywords: corn crops, crop quality forming, forecasting of protein content in crop, root absorption of soil nitrogen, growth functions of plant organs, model of nitrogen content dynamic in growing plants, nitrogen distribution to plant organs, meteorological conditions influence.