

Н.Г.Хоролич

*Морское отделение Украинского научно-исследовательского  
гидрометеорологического института, г.Севастополь***ГЕНЕРАЦИЯ ЧИСТО ДРЕЙФОВОГО И БАРОГРАДИЕНТНОГО  
ПОЛНЫХ ПОТОКОВ В МОРЕ ВЗАИМОСВЯЗАННЫМИ ПОЛЯМИ ВЕТРА  
И АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ**

Для исследования чисто дрейфового и бароградиентного полных потоков (ЧДПП и БПП) в однородном море предложена полуспектральная линейная модель морских течений, учитывающая вращение Земли, тангенциальное напряжение ветра (ТНВ) и горизонтальный градиент атмосферного давления (ГГАД) в приближении Акерблома (обобщение классической теории Экмана-Фельзенбаума для нестационарного случая). Получены аналитические выражения для комплексных коэффициентов Фурье векторов ЧДПП и БПП и скорости течений. Для частот  $\omega_r > 0$  и  $\omega_r > -f$  ( $\omega_r < -f$ ), где  $\omega_r < 0$ ,  $f$  – параметр Кориолиса, векторы скорости геострофического ветра (СГВ) и ТНВ отклоняются на  $\pi/2$  ( $\pi/4$ ) вправо (влево) относительно ГГАД соответственно. При этом для глубокого моря ЧДПП и БПП отклоняются на  $\pi/2$  вправо (влево) относительно ТНВ и ГГАД соответственно, а для мелкого моря ЧДПП по направлению совпадает с ТНВ, а БПП – с ГГАД. «Расщепляющий» эффект силы Кориолиса проявляется в том, что только для субинерционных частот  $|\omega_r| < f$  ее отклоняющий эффект для векторов СГВ и ТНВ (ЧДПП и БПП) не зависит от направленности вращения ГГАД (ТНВ).

Известно, что для решения многих научных и прикладных задач, связанных с изучением, освоением и охраной морской среды, необходимы знания ее пространственно-временных характеристик. При этом гидродинамический аспект является, пожалуй, главнейшим, поскольку и сегодня, например, волнение, течения, сгоны – нагоны и другое еще в значительной степени определяют здесь условия хозяйственной деятельности. Поэтому в настоящее время одной из актуальнейших проблем геофизической гидродинамики является создание спектральной теории морских течений. Как показали предыдущие исследования, данная проблема в полуспектральном виде может быть решена в рамках классической теории морских течений [1 – 3].

В предложенных ранее автором полуспектральных гидродинамических моделях [4 – 9] в качестве главного вынуждающего фактора было тангенциальное напряжение ветра, а соответствующее ему поле атмосферного давления не учитывалось. Однако в пространственно-временной модели [10] эти взаимосвязанные факторы были учтены. Временные спектры скорости течений и уровня исследовались в [4, 6] (аналитически) и [9] (численно), а пространственно-временные – в [5, 7, 8].

В настоящее время принято считать, что одним из основных энергетических источников возмущений скорости течений и уровня в море являются аналогичные возмущения в атмосфере [1 – 3, 11, 12]. Именно это и послужило основой созданной еще в начале прошлого века Экманом теории ветровых

течений в море, идеи которой затем были развиты А.И.Фельзенбаумом в теорию морских течений [1, 2], ставшую к настоящему времени уже классической.

Целью данной работы является построение теоретической полуспектральной модели временных спектров чисто дрейфового и бароградиентного полных потоков (проинтегрированной по вертикальной координате скорости течений), генерируемых ветром в однородном море. Предлагаемая модель представляет собой дальнейшее обобщение классической задачи Экмана-Фельзенбаума в теории морских течений на случай произвольных, но взаимосвязанных полей тангенциального напряжения ветра и атмосферного давления. В рамках модели в принципе может быть оценен относительный вклад каждого из этих факторов в мезомасштабном и синоптическом диапазонах их изменчивости.

Теоретической основой предлагаемого в данной работе подхода для исследования генерации морских течений взаимосвязанными полями ветра и атмосферного давления послужили идеи, изложенные в [13 – 15].

Задача о чисто дрейфовом течении, вызываемом произвольным периодическим ветром в однородном глубоком море, впервые решалась в [16 – 18]. В [19 – 20] эту задачу было обобщено на случай разностороннего вращения вектора тангенциального напряжения ветра и, пожалуй, впервые было указано на важную роль направления вращения вектора скорости ветра в возникновении резонанса в поле силы Кориолиса. Случай, когда кроме чисто дрейфовой составляющей скорости ветрового течения присутствует и градиентная составляющая, обусловленная неравномерностью поля ветра, исследовался в [21]. Влияние рельефа дна и берега на развитие ветровых течений в однородном море рассматривалось в [2]. Однако полученные в [2] уравнения в полуспектральном виде не были решены, что, по-видимому, не позволило получить содержательные физические выводы. В ряде работ рассматривалась задача о нестационарных чисто дрейфовых течениях при произвольном ветре, который представлялся в виде случайной функции времени, стационарной в широком смысле и независимой от пространственных координат [22 – 25]. Была установлена связь между спектральной плотностью тангенциального напряжения ветра и спектральными плотностями составляющих скорости чисто дрейфового течения [26, 27]. В [25], в частности, было показано, что наибольший приток энергии ветра к чисто дрейфовым течениям будет осуществляться в области частот  $\omega$ , лишь практически совпадающих с инерционной частотой  $f$ . Другим важным выводом, полученным в этой работе, является то, что при этом на поверхности океана спектральная плотность составляющей скорости течения вдоль направления действия ветра должна быть больше спектральной плотности составляющей скорости течения поперек направления ветра. Однако выбор направления одной из осей координат по ветру, как справедливо было замечено в [22], означает, что вектор тангенциального напряжения ветра не изменяет своего направления, колеблется только по модулю. Таким образом, роль случайных вращений вектора тангенциального напряжения ветра при этом не была рассмотрена. Кроме того, конечные результаты почти во всех работах данного направления были представлены в инвариантной форме (т.е. в форме, зависящей от выбора направления осей декартовых координат), что также в

значительной степени обедняет ценность полученных в них выводов.

Рассматриваются случайные стационарные непрерывные процессы с нулевыми средними значениями. Тангенциальное напряжение ветра и соответствующий ему горизонтальный градиент атмосферного давления, а также гидродинамические характеристики движений вод представлены в виде гармонических функций времени. Получены аналитические выражения для коэффициентов Фурье ортогональных составляющих скорости течений и полных потоков.

Постановка задачи классическая: в линейных уравнениях движения учитываются силы вертикального трения, трения на дне, Кориолиса, а также наклоны свободной поверхности моря, обусловленные только неравномерностью поля атмосферного давления. Результаты анализа представлены в полуспектральной инвариантной форме.

Уравнения движения для вязкой однородной жидкости и граничные условия в линейном приближении запишем в следующем виде:

$$-\frac{\partial u}{\partial t} + A \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + fv = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (1)$$

$$-\frac{\partial v}{\partial t} + A \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - fu = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y}, \quad (2)$$

$$A \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{\tau_x}{\rho}, \quad A \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{\tau_y}{\rho}, \quad (3)$$

$$u|_{z=H} = v|_{z=H} = 0. \quad (4)$$

В этих уравнениях и граничных условиях  $u$  и  $v$  – составляющие скорости течения вдоль декартовых осей координат  $Ox$  и  $Oy$  соответственно;  $t$  – время;  $A$  – кинематический коэффициент вертикального турбулентного обмена (в принципе может меняться в горизонтальном направлении, но не меняется в вертикальном);  $f = 2\Omega_r \sin \varphi_r$  – параметр Кориолиса (здесь  $\Omega_r$  – угловая скорость вращения Земли,  $\varphi_r$  – широта места,  $f > 0$  в северном полушарии);  $g$  – ускорение силы тяжести;  $P$  – атмосферное давление;  $\rho = \text{const}$  – плотность морской воды;  $\tau_x$ ,  $\tau_y$  – составляющие тангенциального напряжения трения вдоль декартовых координат  $Ox$  и  $Oy$  на поверхности моря соответственно;  $H = H(x, y)$  – глубина.

Начало координат расположено на невозмущенной поверхности моря. Ось  $Oz$  направлена вертикально вниз. Система горизонтальных координат – правая.

Умножив уравнение (2) на мнимую единицу  $i$  и сложив его с уравнением (1), получим вместо этих двух уравнений одно уравнение в комплексной форме:

$$-\frac{\partial W}{\partial t} + A \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - i f W = P^h / \rho. \quad (5)$$

Граничные условия (3) в комплексной форме примут следующий вид:

$$A \frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{\tau}{\rho}, \quad W|_{z=H} = 0. \quad (6)$$

В (5) и (6) введены новые (комплексные) переменные:

$$W = u + iv, \quad \tau = \tau_x + i\tau_y, \quad P^h = \frac{\partial P}{\partial x} + i\frac{\partial P}{\partial y}. \quad (7)$$

С физической точки зрения уравнение (5) удобно преобразовать в область образов по Фурье с учетом специфики решаемой задачи:

$$\frac{\partial^2 W^*}{\partial z^2} - j^2 W^* = P^{h*} / \rho A, \quad (8)$$

где  $j = \sqrt{i(f + \omega) / A}$ ,  $\omega = 2\pi / T$  – угловая частота,  $T$  – период, а переменные  $W^*$  и  $P^{h*}$  связаны с  $W$  и  $P^h$  с помощью преобразования Фурье.

Аналогично преобразуются и граничные условия (6). С целью удобства записи знак «\*» при  $W$ ,  $P^h$ ,  $\tau$  и другими аналогичными переменными в дальнейшем будет опущен.

Не нарушая общности рассуждений, в дальнейшем будем рассматривать, как уже было сказано выше, непрерывные стационарные процессы с нулевыми средними значениями. Поэтому выражение для  $W(t)$  (а также и для других переменных) можно, вообще говоря, представить в следующем виде (здесь и далее аргументы  $x$ ,  $y$  и  $z$  с целью удобства записи опущены):

$$W(t) = \sum_{n=1}^{\infty} [C_n \exp(i\omega_n t) + C_{-n} \exp(-i\omega_n t)], \quad (9)$$

где  $C_n$ ,  $C_{-n}$  – комплексные коэффициенты Фурье функции  $W(t)$ , зависящие также от переменных  $x$ ,  $y$  и  $z$ ,  $\omega_n$  – угловая частота, а индексы  $n$  – суть целые положительные числа (т.е.  $\omega_n > 0$ ).

Заметим, что в выбранной нами системе координат комплексные составляющие  $C_n$  и  $C_{-n}$  вектора  $W(t)$  в (9) вращаются соответственно в положительном и отрицательном направлениях (т.е. против и по часовой стрелке) относительно оси  $Ox$ .

Используя выражения для ортогональных составляющих вектора  $W(t)$  вида

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (u_a \cos \omega_n t + u_b \sin \omega_n t) \quad (10)$$

и соотношение (9), получим следующие выражения, связывающие комплексные коэффициенты Фурье (т.е. разнонаправленные вращательные составляющие) вектора  $W(t)$  с аналогичными коэффициентами его ортогональных составляющих:

$$C_{\pm n} = [u_a \pm v_b + i(v_a \mp u_b)] / 2 = |C_{\pm n}| \exp(i\varphi_{\pm}), \quad (11)$$

где  $u_a$ ,  $u_b$ ,  $v_a$  и  $v_b$  – коэффициенты Фурье ортогональных составляющих скорости течения  $u(t)$  и  $v(t)$  соответственно, а индексы  $a$  и  $b$  – косинус- и синус-разложение соответственно по временной координате  $t$  (здесь и далее для этих и других аналогичных коэффициентов индекс  $n$  с целью упрощения записи опущен),  $\varphi_{\pm} = \arctg [(v_a \mp u_b) / (u_a \pm v_b)]$ .

Следует подчеркнуть, что комплексные коэффициенты Фурье векторного процесса вида  $W(t)$  в (9) хотя и зависят от знака угловой частоты  $\omega$ , однако определяются с помощью аналогичных коэффициентов ортогональных составляющих этого процесса  $u(t)$  и  $v(t)$ , в которые она в качестве аргу-

мента входит как положительно определенная величина.

Для комплексных переменных в правой части выражений для  $\tau$  и  $P^h$  в (7) коэффициенты Фурье  $C_{\pm n}^\tau$  и  $C_{\pm n}^P$  по аналогии с (9) – (11) будут иметь соответственно следующий вид:

$$C_{\pm n}^\tau = (T_\pm^x + iT_\pm^y)/2, \quad C_{\pm n}^P = (P_\pm^x + iP_\pm^y)/2, \quad (12)$$

$$\text{где } T_\pm^x = \tau_a^x \pm \tau_b^y, \quad T_\pm^y = \tau_a^y \mp \tau_b^x, \quad P_\pm^x = \frac{\partial P_a}{\partial x} \pm \frac{\partial P_b}{\partial y}, \quad P_\pm^y = \frac{\partial P_a}{\partial y} \mp \frac{\partial P_b}{\partial x}, \quad (13)$$

а  $P_a, P_b, \tau_a^x, \tau_b^x, \tau_a^y, \tau_b^y$  – коэффициенты Фурье атмосферного давления  $P(t)$  и ортогональных составляющих вектора тангенциального напряжения ветра  $\tau(t)$  соответственно.

Используя известную модель Акерблома для стационарного случая [3, 15], в [13, 14] впервые для нестационарного случая были получены соотношения, связывающие горизонтальный градиент атмосферного давления с обусловленным им тангенциальным напряжением ветра. Для установления связи между этими переменными исследуем поведение вектора скорости ветра в пределах приводного пограничного слоя атмосферы [3, 15]. С этой целью решим систему линейных уравнений, записанных для движений в атмосфере по аналогии с (1) и (2) в рамках подхода, использованного при решении нашей основной задачи.

Уравнения движения в атмосфере будут иметь вид, аналогичный уравнениям (1), (2) и (5). В частотной области скорость ветра описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial^2 W^v}{\partial z^2} - j_*^2 W^v = P^h / \rho_* A_*, \quad (14)$$

где  $W^v$  – обратное преобразование Фурье от вектора скорости ветра,  $j_* = \sqrt{i(f + \omega) / A_*}$ ,  $\rho_*$  – плотность воздуха,  $A_* = \text{const}$  – кинематический коэффициент вертикального турбулентного обмена в атмосфере.

Предположим, что горизонтальный градиент атмосферного давления в правой части уравнения (14) не зависит от вертикальной координаты  $z$ . В этом случае оно легко разрешается относительно комплексной скорости  $W^v$ :

$$W^v = C_1^v \exp(-j_* z) + C_2^v \exp(j_* z) - P^h / \rho_* A_* j_*^2. \quad (15)$$

Примем следующие граничные условия для определения постоянных интегрирования  $C_1^v$  и  $C_2^v$  в (15): вектор скорости ветра на поверхности моря ( $z \approx 0$ ) равен нулю, а на верхней границе пограничного слоя – вектору скорости геострофического ветра  $W_g^v$ . Для определения  $W_g^v$  используем уравнение (15), в которой не будем учитывать трение по вертикали:

$$W_g^v = iP^h / \rho_* (f + \omega_\pm) = -P^h / \rho_* A_* j_*^2, \quad (16)$$

где

$$j_* = a_\pm^* (1 + qi) \quad (17)$$

Следует заметить, что параметр  $a_{\pm}^*$  в (17) определяется с помощью арифметического корня, поскольку функция  $W_g^v$  в (16) является четной относительно параметра  $j_*$ .

Из формулы (16), в частности, следует, что для любых значений положительно определенной угловой частоты  $\omega_+$  и  $|\omega_-| < f$  ( $|\omega_-| > f$ ), т.е. при  $q = 1$  ( $q = -1$ ) вектор скорости геострофического ветра отклоняется на угол  $\pi/2$  вправо (влево) относительно горизонтального градиента атмосферного давления. Таким образом, «расщепляющий» эффект силы Кориолиса заключается в том, что только для субинерционных частот  $|\omega_{\pm}| < f$  ее отклоняющий эффект для вектора скорости геострофического ветра не зависит от направленности вращения соответствующего ему горизонтального градиента атмосферного давления.

Постоянная интегрирования  $C_1^v$  в уравнении (15) должна равняться нулю, т.к. в противном случае его первый член будет неограниченно увеличиваться с высотой, что физически нереально.

Следовательно,

$$C_2^v = P^h / \rho_* A_* j_*^2 = -W_g^v. \quad (18)$$

Тогда уравнение (15) примет следующий окончательный вид:

$$W^v = P^h [\exp(j_* z) - 1] / \rho_* A_* j_*^2. \quad (19)$$

Заметим, что данная формула имеет особенность (неопределенность вида  $[0/0]$ ) при  $j_* \rightarrow 0$  (т.е. при  $\omega_- \rightarrow -f$ ). Для раскрытия ее воспользуемся правилом Лопиталя:

$$\{\exp(j_* z) - 1\} / j_*^2 \Big|_{j_* \rightarrow 0} = [z \exp(j_* z) / 2 j_*] \Big|_{j_* \rightarrow 0} \rightarrow \infty$$

или разложим функцию  $\exp(j_* z)$  в ряд:

$$[(1 + j_* z + j_*^2 z^2 / 2! + \dots - 1) / j_*^2] \Big|_{j_* \rightarrow 0} \rightarrow \infty.$$

Таким образом, при  $\omega_- \rightarrow -f$  комплексная скорость геострофического ветра  $W_g^v \rightarrow \infty$ .

Простым дифференцированием по  $z$  из (19) получаем зависимость между комплексными векторами тангенциального напряжения ветра и горизонтального градиента атмосферного давления:

$$\tau = \rho_* A_* \frac{\partial W^v}{\partial z} \Big|_{z=0} = -P^h / j_*. \quad (20)$$

Следовательно, как и для вектора скорости геострофического ветра, «расщепляющий» эффект силы Кориолиса при этом заключается в том, что только для субинерционных частот  $|\omega_{\pm}| < f$  ее отклоняющий эффект для вектора тангенциального напряжения ветра не зависит от направленности вращения соответствующего ему горизонтального градиента атмосферного давления.

Из уравнения (20) следуют соотношения между комплексными коэффициентами Фурье  $C_{\pm n}^{\tau}$  и  $C_{\pm n}^P$ :

$$\begin{aligned} C_{\pm n}^P &= -a_{\pm}^*(1+qi)C_{\pm n}^{\tau} = -a_{\pm}^*[T_{\pm}^x - qT_{\pm}^y + i(qT_{\pm}^x + T_{\pm}^y)]/2, \\ C_{\pm n}^{\tau} &= -\chi_{\pm}(1-qi)C_{\pm n}^P = -\chi_{\pm}[P_{\pm}^x + qP_{\pm}^y - i(qP_{\pm}^x - P_{\pm}^y)]/2, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\chi_{\pm} = 1/2a_{\pm}^*$ .

В свою очередь коэффициенты Фурье  $P_{\pm}^x$ ,  $P_{\pm}^y$ , с одной стороны, и аналогичные коэффициенты  $T_{\pm}^x$  и  $T_{\pm}^y$ , с другой, связаны между собой с помощью следующих соотношений (см. (12) и (13)):

$$\begin{aligned} P_{\pm}^x &= -a_{\pm}^*(T_{\pm}^x - qT_{\pm}^y), & P_{\pm}^y &= -a_{\pm}^*(qT_{\pm}^x + T_{\pm}^y), \\ T_{\pm}^x &= -\chi_{\pm}(P_{\pm}^x + qP_{\pm}^y), & T_{\pm}^y &= \chi_{\pm}(qP_{\pm}^x - P_{\pm}^y). \end{aligned} \quad (22)$$

Решение уравнения (8) с учетом граничных условий (6) будет иметь вид:

$$W = \frac{\tau shj(H-z)}{j\rho AchjH} + \frac{P^h}{j^2} \left( \frac{chjz}{chjH} - 1 \right). \quad (23)$$

Преобразуем выражение для параметра  $j$  (см. (8) и аналогию с (17)) к более удобному виду, выделив в нем действительную и мнимую части:

$$j = a_{\pm}(1+qi), \quad a_{\pm} = \sqrt{|f + \omega_{\pm}|}/2A. \quad (24)$$

Используя выражения (24), получим следующие соотношения между действительными и мнимыми частями разнонаправленных вращательных составляющих  $C_{\pm n}$  вектора скорости течения в (11), с одной стороны, и аналогичными частями обуславливающих их факторов, с другой:

$$\begin{aligned} u_{\pm} &= N_{\pm}T_{\pm}^x + qM_{\pm}T_{\pm}^y - B_{\pm}Z_{\pm}^x - q\Lambda_{\pm}Z_{\pm}^y, \\ v_{\pm} &= -qM_{\pm}T_{\pm}^x + N_{\pm}T_{\pm}^y + q\Lambda_{\pm}Z_{\pm}^x - B_{\pm}Z_{\pm}^y, \end{aligned} \quad (25)$$

где  $u_{\pm} = u_a \pm v_b$ ,  $v_{\pm} = v_a \mp u_b$ ,  $Z_{\pm}^x = P_{\pm}^x / g\rho$ ,  $Z_{\pm}^y = P_{\pm}^y / g\rho$ , а коэффициенты  $N_{\pm}$ ,  $M_{\pm}$ ,  $B_{\pm}$  и  $\Lambda_{\pm}$  вычисляются с помощью нижеприведенных формул:

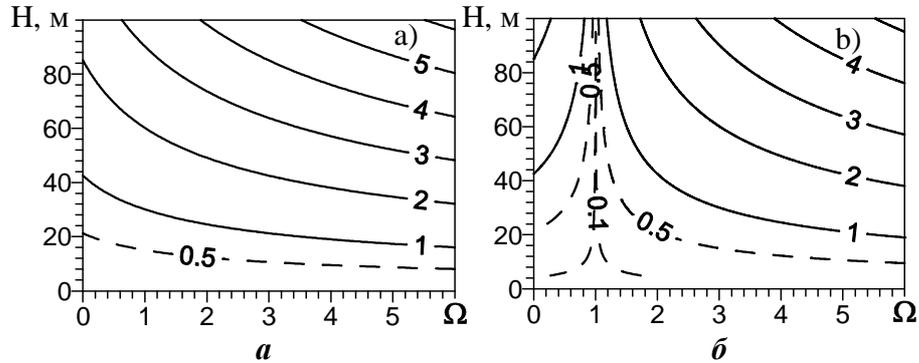
$$N_{\pm} = \delta f_1 + \gamma f_2, \quad M_{\pm} = \delta f_2 - \gamma f_1, \quad B_{\pm} = gf_4 r / 2A a_{\pm}^2, \quad \Lambda_{\pm} = gf_3 / 2A a_{\pm}^2, \quad (26)$$

где  $\delta = r(f_5 + f_6) / a_{\pm}A\rho$ ,  $\gamma = r(f_5 - f_6) / a_{\pm}A\rho$ ,  $f_1 = \text{ch}\eta_{\pm} \sin\eta_{\pm}$ ,  $f_2 = \text{sh}\eta_{\pm} \cos\eta_{\pm}$ ,  $f_3 = 1 - r(\text{ch}\theta_{\pm} \cos\eta_{\pm} + \text{ch}\eta_{\pm} \cos\theta_{\pm})$ ,  $f_4 = \text{sh}\theta_{\pm} \sin\eta_{\pm} + \text{sh}\eta_{\pm} \sin\theta_{\pm}$ ,  $f_5 = \text{ch} a_{\pm}H \cos a_{\pm}H$ ,  $f_6 = \text{sh} a_{\pm}H \sin a_{\pm}H$ ,  $r = 1 / (\text{ch}2a_{\pm}H + \cos2a_{\pm}H)$ ,  $\eta_{\pm} = a_{\pm}H(1 - z/H)$ ,  $\theta_{\pm} = a_{\pm}(1 + z/H)$ .

При  $a_{\pm}H \rightarrow \infty$  море условно считается глубоким [1]. На практике для этого достаточно довольно простого условия:  $a_{\pm}H \geq \pi$ . Глубина  $H = D$ , для которой выполняется условие  $a_{\pm}H = \pi$ , называется «глубиной трения» [1]. При  $H \geq 2D$  выражения (26) заметно упростятся:

$$\begin{aligned} N_{\pm} &= \exp(-a_{\pm}z) \sin(\pi/4 - a_{\pm}z) / \sqrt{2} a_{\pm}A\rho, \\ M_{\pm} &= \exp(-a_{\pm}z) \cos(\pi/4 - a_{\pm}z) / \sqrt{2} a_{\pm}A\rho, \\ B_{\pm} &= g \exp[-a_{\pm}(H-z)] \sin[a_{\pm}(H-z)] / 2A a_{\pm}^2, \\ \Lambda_{\pm} &= g \{1 - \exp[-a_{\pm}(H-z)]\} \cos[a_{\pm}(H-z)] / 2A a_{\pm}^2. \end{aligned} \quad (27)$$

Зависимость относительной глубины  $H/D$  от относительной частоты



Р и с . 1 . Зависимость относительной глубины  $H/D$  от относительной частоты  $\Omega = |\omega_{\pm}|/f$  и глубины  $H$  при  $\omega = \omega_+$  (а) и  $\omega = \omega_-$  (б).

$\Omega = |\omega_{\pm}|/f$  и глубины  $H$ , представленная на рис.1, была получена в результате численных расчетов для  $A = 0,01 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\Delta H = 2 \text{ м}$  и  $\Delta\Omega = 0,012$ .

Из анализа рис.1, в частности, следует, что значение отношения  $H/D$  для положительно определенных частот  $\omega_{+k}$ , начиная с  $\omega_{-1} = -2f$  (т.е. с  $\Omega = 2$ ), почти совпадает с его значением для отрицательно определенных частот  $\omega_{-l} = -(\omega_{+k} + 2f)$  (где  $k$  и  $l$  – целые положительные числа). Кроме того, значения отношения  $H/D$  симметричны относительно частоты  $\omega_- = -f$  для частот  $-2f < \omega < 0$  ( $\omega \neq -f$ ). Это объясняется особенностями поведения параметра  $a_{\pm}$  как функции аргумента  $|f + \omega_{\pm}|$  (см. (24)). Действительно, во всем диапазоне своей изменчивости угловая частота  $\omega_{\pm}$  в принципе может принимать такие значения  $\omega_{+k}$  и  $\omega_{-l}$ , для которых, вообще говоря, будет выполняться, с одной стороны, равенство между соответствующими им параметрами  $a_{+k} = \sqrt{|f + \omega_{+k}|/2A}$  и  $a_{-l} = \sqrt{|f + \omega_{-l}|/2A}$ , а с другой, условие  $|\omega_{-l}| - \omega_{+k} \approx 2f$ . Для этого необходимо, чтобы в (24)  $f + \omega_{+k} = |\omega_{-l}| - f$ . Нетрудно заметить, что  $|f + \omega_{-l}|$  в приведенном выше выражении для  $a_{-l}$  является четной функцией для частот  $\omega_{-l} = -f \pm \Delta\omega_{-l}$ , где  $\Delta\omega_{-l} < f$ . Вследствие этого и полуэмпирические функции, зависящие от параметра  $a_{-l}$ , т.е. от отрицательно определенной частоты  $\omega_{-l}$ , являются также четными для частот  $-2f < \omega < 0$ .

Проинтегрировав выражение для комплексной скорости (23) от  $z = 0$  до  $H$ , получим следующее выражение для полного потока  $S$  в комплексном виде:

$$S = \frac{\tau(chHj-1)}{j^2 \rho AchjH} + \frac{P^h}{j^2} \left( \frac{thjH}{j} - H \right). \quad (28)$$

После разделения действительной и мнимой частей в формуле (28) имеем:

$$\begin{aligned} S_{\pm}^x &= n_{\pm} T_{\pm}^x + q m_{\pm} T_{\pm}^y - \beta_{\pm} Z_{\pm}^x - q \alpha_{\pm} Z_{\pm}^y, \\ S_{\pm}^y &= -q m_{\pm} T_{\pm}^x + n_{\pm} T_{\pm}^y + q \alpha_{\pm} Z_{\pm}^x - \beta_{\pm} Z_{\pm}^y, \end{aligned} \quad (29)$$

где  $S_{\pm}^x = S_a^x \pm S_b^y$ ,  $S_{\pm}^y = S_a^y \mp S_b^x$ , а  $S_a^x$ ,  $S_b^x$ ,  $S_a^y$ ,  $S_b^y$  – коэффициенты Фурье ортогональных составляющих  $S_x(t)$  и  $S_y(t)$  полного потока  $S(t)$  по временной координате  $t$  (см. аналогию с (9) – (17)),  $n_{\pm}$ ,  $m_{\pm}$ ,  $\beta_{\pm}$  и  $\alpha_{\pm}$  – проинтегрированные по  $z$  (от  $z = 0$  до  $H$ ) коэффициенты  $N_{\pm}$ ,  $M_{\pm}$ ,  $B_{\pm}$  и  $A_{\pm}$  соответственно:

$$\begin{aligned}
S_x &= \int_0^H u dz, & S_y &= \int_0^H v dz; & n_{\pm} &= f_6 r / A \rho a_{\pm}^2, & m_{\pm} &= (1 - 2f_5 r) / 2A \rho a_{\pm}^2, \\
\beta_{\pm} &= g r (\text{sh} 2a_{\pm} H - \sin 2a_{\pm} H) / 4A a_{\pm}^3, \\
\alpha_{\pm} &= g [H - r (\text{sh} 2a_{\pm} H + \sin 2a_{\pm} H) / 2a_{\pm}] / 2A a_{\pm}^2. \tag{30}
\end{aligned}$$

Как известно [1], приведенные в (30) полуэмпирические коэффициенты имеют следующий физический смысл:  $n_{\pm}$  – полного прямого чисто ветрового дрейфа,  $m_{\pm}$  – полного отклоненного чисто ветрового дрейфа,  $\beta_{\pm}$  – полного прямого бароградиентного дрейфа,  $\alpha_{\pm}$  – полного отклоненного бароградиентного дрейфа.

Выражения для коэффициентов  $n_{\pm}$ ,  $m_{\pm}$ ,  $\beta_{\pm}$  и  $\alpha_{\pm}$  в (30) примут более простой вид в случае:

а) глубокого моря ( $a_{\pm} H \rightarrow \infty$ ):

$$n_{\pm} = 0, \quad m_{\pm} = 1 / 2A \rho a_{\pm}^2, \quad \beta_{\pm} = g / 4A a_{\pm}^3, \quad \alpha_{\pm} = \beta_{\pm} (2a_{\pm} H - 1); \tag{31}$$

б) мелкого моря ( $a_{\pm} H \rightarrow 0$ ):

$$n_{\pm} = H^2 / 2A \rho, \quad m_{\pm} = 0, \quad \beta_{\pm} = g H^3 / 3A, \quad \alpha_{\pm} = 0. \tag{32}$$

Исследуем теперь генерацию чисто дрейфового и бароградиентного полных потоков в море конечной глубины тангенциальным напряжением ветра с учетом соответствующего ему горизонтального градиента атмосферного давления в рамках предложенного выше подхода. Для этого рассмотрим реакцию моря на два типа воздействия тангенциального напряжения ветра в виде разнонаправленных вращений его составляющих  $T_+^x$  и  $T_-^x$  на комплексной плоскости, имеющих нулевые начальные фазы, причем  $T_+^x = T_-^x$ . Тогда в соответствии с выражениями (12), (13), (21) и (22) имеем:

$$T_+^y = T_-^y = 0, \quad Z_{\pm}^x = -q_{\pm}^* T_{\pm}^x, \quad Z_{\pm}^y = -q q_{\pm}^* T_{\pm}^x, \tag{33}$$

где  $q_{\pm}^* = a_{\pm}^* / g \rho$ .

Выделим в (29) чисто дрейфовый и бароградиентный полные потоки:

$$\begin{aligned}
S_{da}^x \pm S_{db}^y &= n_{\pm} T_{\pm}^x, & S_{ga}^x \pm S_{gb}^y &= q_{\pm}^* (\alpha_{\pm} + \beta_{\pm}) T_{\pm}^x, \\
S_{da}^y \mp S_{db}^x &= -q m_{\pm} T_{\pm}^x, & S_{ga}^y \mp S_{gb}^x &= -q q_{\pm}^* (\alpha_{\pm} - \beta_{\pm}) T_{\pm}^x, \tag{34}
\end{aligned}$$

где  $S_{da}^x$ ,  $S_{db}^x$ ,  $S_{da}^y$ ,  $S_{db}^y$ ,  $S_{ga}^x$ ,  $S_{gb}^x$ ,  $S_{ga}^y$ ,  $S_{gb}^y$  – коэффициенты Фурье ортогональных составляющих чисто дрейфового  $S_D$  (индекс  $d$ ) и бароградиентного  $S_B$  (индекс  $g$ ) полных потоков.

Из анализа уравнений (26) и выражений (27) следует, что почти во всей толще воды выше слоя  $D$  над дном бароградиентное течение практически геострофическое, т.к. при этом выражения для соответствующих коэффициентов значительно упрощаются:

$$B_{\pm} = 0, \quad A_{\pm} = \frac{g}{2A a_{\pm}^2} = \frac{g}{f + \omega_{\pm}}.$$

Вблизи дна скорость бароградиентного течения отклоняется на угол  $\pi/4$  вправо от направления горизонтального градиента атмосферного давления

(для северного полушария) [1]. Ее проекция на это направление будет значительной, если  $H/D \ll 1$ . При  $H \geq 2D$  бароградиентное течение имеет данную проекцию лишь около дна. Именно поэтому бароградиентный полный поток, вообще говоря, будет отличаться от геострофического.

Из анализа уравнений (34) для вектора бароградиентного полного потока следует, что каждая из его проекций на соответствующие оси представляет собой сумму проекций – членов, содержащих полный прямой ( $\beta_{\pm}$ ) и отклоненный ( $\alpha_{\pm}$ ) бароградиентный дрейф. Рассмотрим более подробно в (34) выражения, содержащие эти члены, для  $H > 2D$ . С этой целью несколько преобразуем выражения для  $\beta_{\pm}$  и  $\alpha_{\pm}$  в (31):

$$\beta_{\pm} = \frac{g}{4Aa_{\pm}^3} = \frac{g}{(f + \omega_{\pm})} \cdot \frac{D}{2\pi},$$

$$\alpha_{\pm} = \frac{g}{f + \omega_{\pm}} \cdot \frac{D}{2\pi} \left( \frac{2\pi}{D} H - 1 \right) = \frac{g}{f + \omega_{\pm}} \cdot \left( H - \frac{D}{2\pi} \right) = \frac{gH}{f + \omega_{\pm}} - \beta_{\pm}.$$

Выделив в действительной  $S_B^x$  и мнимой  $S_B^y$  частях бароградиентного полного потока  $S_B$  отдельно проекции полного прямого и отклоненного бароградиентного дрейфа, при  $\alpha_{\pm} \gg \beta_{\pm}$  и  $H > 2D$  получим окончательно выражения для ортогональных проекций бароградиентного полного потока на направление горизонтального градиента атмосферного давления  $S_B^G$  и нормаль к нему  $S_B^N$ :

$$S_B^N \rightarrow \frac{\sqrt{2}q_{\pm}^* T_{\pm}^x g}{f + \omega_{\pm}} \cdot \left( H - \frac{D}{2\pi} \right) = G \cdot \left( H - \frac{D}{2\pi} \right), \quad S_B^G \rightarrow \frac{\sqrt{2}q_{\pm}^* T_{\pm}^x g}{f + \omega_{\pm}} \cdot \frac{D}{2\pi} = G \cdot \frac{D}{2\pi},$$

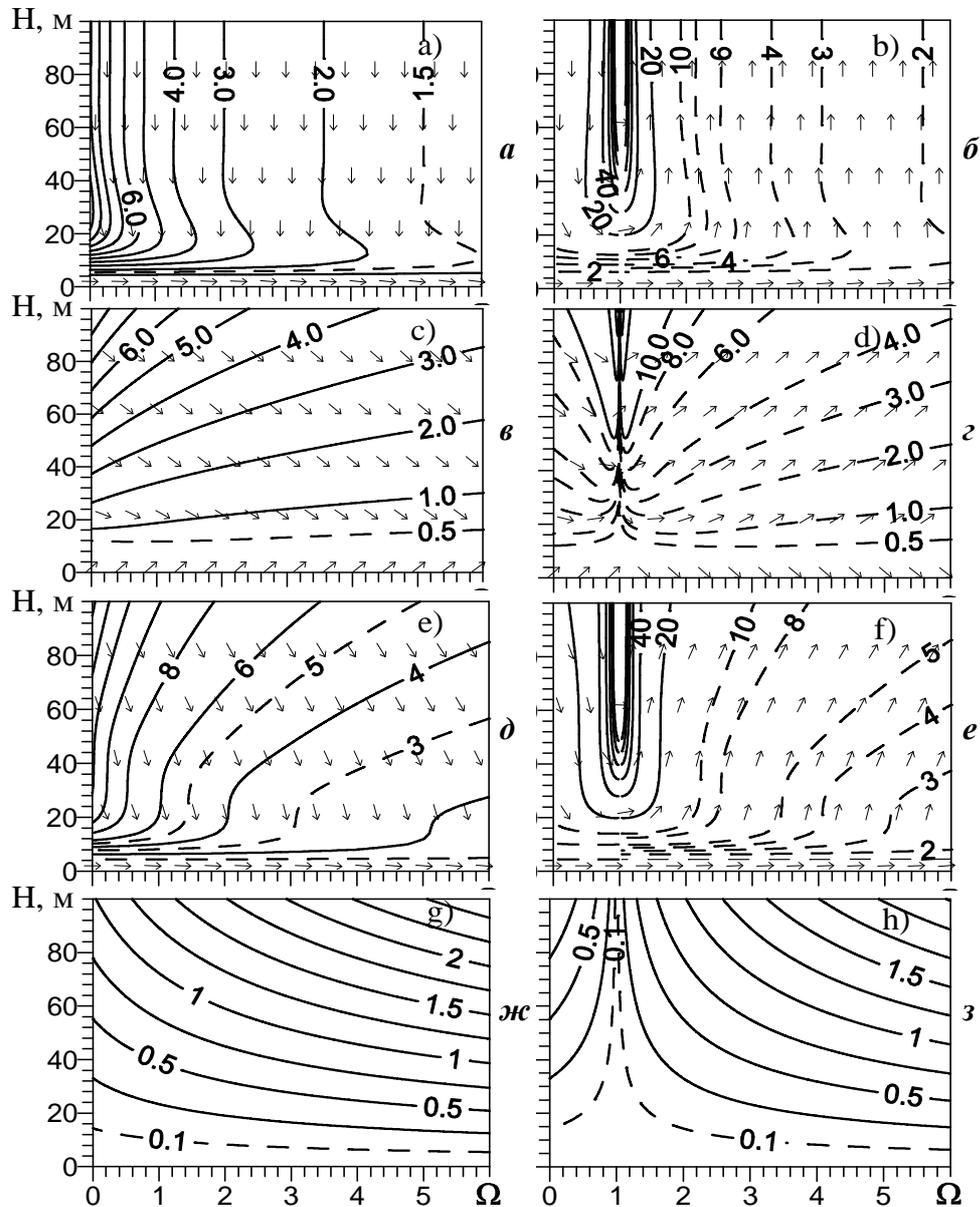
где  $G$  – геострофическое течение.

Таким образом, большая из ортогональных составляющих  $S_B^G$  бароградиентного полного потока перпендикулярна горизонтальному градиенту атмосферного давления. От геострофического полного потока она отличается членом  $GD/2\pi$ , которым можно пренебречь при  $H \gg D$ .

Другими словами, бароградиентный полный поток формируется как бы за счет геострофического течения в верхнем и нижнем слоях толщиной  $H - D/2\pi$  и  $D/2\pi$  соответственно.

Особенности чисто дрейфового  $S_D$  и бароградиентного  $S_B$  полных потоков, в дополнение к уравнениям (34), иллюстрируются рис.2, на котором для положительно и отрицательно определенных угловых частот  $\omega_{\pm}$  ( $\omega_{-} \neq -f$ ) представлены пронормированные (делением) на  $T_{\pm}^x$  модули потоков ( $a, b, c, d$ ), а также их векторная сумма ( $e, f$ ) и отношение между ними  $K_{B/D} = S_B/S_D$  ( $g, h$ ). На направление исследуемых потоков как векторов указывают стрелки. При их нанесении оси относительной частоты  $\Omega = |\omega_{\pm}|/f$  и глубины  $H$  были условно приняты в качестве действительной и мнимой осей комплексной плоскости соответственно.

В соответствии с (34) изолинии чисто дрейфового полного потока  $S_D$  для глубокого моря, т.е. при  $a_{\pm}H \rightarrow \infty$  (мелкого моря, т.е. при  $a_{\pm}H \rightarrow 0$ ) являются, по сути, изолиниями полуэмпирического коэффициента  $m_{\pm}(n_{\pm})$ ,



Р и с. 2. Зависимости чисто дрейфового (а, б), барогradientного (в, г) полных потоков, их суммы (д, е) (в  $(T_{\pm}^x)^{-1} \text{ м}^3 \cdot \text{с} / \text{кг}$ ) и отношения барогradientного полного потока к чисто дрейфовому (ж, з) от относительной частоты  $\Omega = |\omega_{\pm}|/f$  и глубины  $H$ .  $\omega = \omega_{\pm}$  (а, в, д, ж);  $\omega = \omega_{\pm}$  (б, г, е, з).

т.е.  $S_D = m_{\pm} (S_D = n_{\pm})$ , так как при этом  $n_{\pm} = 0$  ( $m_{\pm} = 0$ ). Что касается изолиний барогradientного полного потока  $S_B$ , то они для глубокого моря, в отличие от предыдущего случая, будут определяться не одним, а уже двумя полуэмпирическими коэффициентами  $\alpha_{\pm}$  и  $\beta_{\pm}$  (с точностью до постоянного множителя  $q_{\pm}^* = a_{\pm}^* / g\rho$ ), поскольку данный поток только в глубинном слое является геострофическим, а в придонном слое – гradientным (не геострофическим):

$$S_B = a_{\pm}^* \beta_{\pm} \sqrt{2[(2a_{\pm}H - 1)^2 + 1]} / g\rho. \quad (35)$$

Соотношение между модулями чисто дрейфового  $S_D$  и бароградиентного  $S_B$  полных потоков  $K_{B/D} = S_B/S_D$ , определяемое с помощью (30) и (34), в общем виде имеет сложный вид, и поэтому может быть проанализировано лишь после выполнения необходимых численных расчетов. В случае глубокого моря ( $a_{\pm}H \rightarrow \infty$ ) соотношение  $K_{B/D} = S_B/S_D$  будет иметь следующий вид:

$$K_{B/D} = a_{\pm}^* \sqrt{[(2a_{\pm}H - 1)^2 + 1]} / 2a_{\pm}^2. \quad (36)$$

При  $2a_{\pm}H \gg 1$  выражение (36) заметно упростится:

$$K_{B/D} = \sqrt{2} a_{\pm}^* H.$$

Изолинии бароградиентного полного потока  $S_B$  для мелкого моря в (34), в отличие от глубокого моря, будут определяться одним полуэмпирическим коэффициентом  $\beta_{\pm}$  (32) с точностью до постоянного множителя  $\sqrt{2}q_{\pm}^*$ , поскольку  $\alpha_{\pm} \rightarrow 0$  (32), т.е.

$$S_B = \frac{\sqrt{2} a_{\pm}^* H^3}{3 A\rho}. \quad (37)$$

Из (32) и (37) легко следует выражение для отношения  $K_{B/D}$  для мелкого моря:

$$K_{B/D} = \frac{2\sqrt{2}}{3} a_{\pm}^* H. \quad (38)$$

Качественное подобие изолиний коэффициента  $K_{B/D}$  (см. рис.2, з, ж) для исследуемых нами диапазонов изменения глубины  $H$  и относительной частоты  $\Omega$  можно объяснить тем, что даже для двух предельных случаев изменения  $H$  (для глубокого и мелкого моря) выражения (36) (при  $2a_{\pm}H \gg 1$ ) и (38) оказались довольно близкими, поскольку отношение значений данного коэффициента для этих двух случаев равно  $2/3$ .

Обращает на себя внимание также и неплохое качественное подобие изолиний коэффициента  $K_{B/D}$  (напомним, отношения бароградиентного  $S_B$  к чисто дрейфовому  $S_D$  полному потоку) и относительной глубины  $H/D$  (рис.1 и 2, з, ж). Действительно, поскольку, по определению (см. выше),  $a_{\pm}D = \pi$ , то отсюда следует простое выражение для  $H/D$ :

$$H/D = a_{\pm}H/\pi. \quad (39)$$

В свою очередь, переменная  $a_{\pm}$  при заданных кинематических коэффициентах вертикального турбулентного обмена в атмосфере и море  $A_* = 1 \text{ м}^2/\text{с}$  и  $A = 0,01 \text{ м}^2/\text{с}$  соответственно довольно просто связана с аналогичной переменной  $a_{\pm}^*$  для движений в атмосфере (см. (17) и (24)):

$$a_{\pm} = 10 a_{\pm}^*. \quad (40)$$

С учетом (40) выражение (39) примет окончательный вид:

$$H/D = \frac{10}{\pi} a_{\pm}^* H. \quad (41)$$

Из совместного анализа выражений (36) и (38) для  $K_{B/D}$  и (41) для  $H/D$  следуют очень простые соотношения между ними:

$$\text{а) для глубокого моря: } \frac{K_{B/D}D}{H} = \frac{5\sqrt{2}}{\pi} \approx 2,25, \quad (42)$$

$$\text{б) для мелкого моря: } \frac{K_{B/D}D}{H} = \frac{15\sqrt{2}}{2\pi} \approx 3,38. \quad (43)$$

Следовательно, изолинии  $K_{B/D} = 1$  на рис.2, з и ж будут соответствовать изолиниям относительной глубины  $H/D$  на рис.1, равным  $5\sqrt{2}/\pi \approx 2,25$  и  $15\sqrt{2}/2\pi \approx 3,38$  для глубокого и мелкого моря соответственно.

Таким образом, с помощью выражений (36), (38) и (41) качественное подобие изолиний коэффициентов  $K_{B/D}$  и относительной глубины  $H/D$  доказано.

В результате выполненного анализа можно сделать следующие **выводы**:

Для частот  $\omega_+$  и  $\omega_- < -f$  ( $\omega > -f$ ) характер изолиний отношения  $K_{B/D}$  указывает на его монотонное увеличение (уменьшение) с возрастанием  $\Omega$  и  $H$ , т.е. указывает на увеличение (уменьшение) при этом относительного вклада горизонтального градиента атмосферного давления при генерации ветровых течений в море (см. рис.2, з). Интенсивность изменения  $K_{B/D}$  с ростом глубины  $H$  будет иметь место в окрестности  $\Omega = 1$ . Изолинии  $K_{B/D}$  с увеличением  $\Omega$  (для  $\omega_+$  и  $\omega_- < -f$ ) постепенно теряют свою кривизну, несколько сужаясь при этом, и становятся практически прямыми, имеющими отрицательный наклон к оси  $O\Omega$ .

Анализ формул (24) и (34) показывает, что в случае глубокого моря (при  $a_+H \rightarrow \infty$  или  $H \geq 2D$ ) для угловых частот  $\omega_+$  и  $|\omega| < f$  ( $|\omega| > f$ ), т.е. при  $q = 1$  ( $q = -1$ ) чисто дрейфовый полный поток  $S_D$  отклоняется на угол  $\pi/2$  вправо (влево) относительно тангенциального напряжения ветра и, следовательно, на угол  $3\pi/4$  вправо (влево) относительно соответствующего ему горизонтального градиента атмосферного давления, а бароградиентный полный поток  $S_B$  – на угол  $\pi/2$  вправо (влево) относительно горизонтального градиента атмосферного давления и, следовательно, на угол  $\pi/4$  вправо (влево) относительно тангенциального напряжения ветра.

Следовательно, как и для вектора скорости геострофического ветра, «расщепляющий» характер силы Кориолиса при этом заключается в том, что только для субинерционных частот  $|\omega_{\pm}| < f$  ее отклоняющий эффект для чисто дрейфового  $S_D$  и бароградиентного  $S_B$  полных потоков не зависит от направленности вращения соответствующих им тангенциального напряжения ветра и горизонтального градиента атмосферного давления.

В случае мелкого моря для угловых частот  $\omega_+$  и  $|\omega| < f$  ( $|\omega| > f$ ) чисто дрейфовый  $S_D$  полный поток совпадает по направлению (т.е. фазе) с тангенциальным напряжением ветра и, следовательно, отклоняется на угол  $\pi/4$  вправо (влево) относительно горизонтального градиента атмосферного давления, а бароградиентный полный поток  $S_B$  – с горизонтальным градиентом атмосферного давления и, следовательно, отклоняется также на угол  $\pi/4$ , но влево (вправо) относительно тангенциального напряжения ветра.

В случае изменения направления вращения векторов исследуемых вы-

нуждающих сил с положительного (против часовой стрелки) на отрицательный (по часовой стрелке) область глубин и частот с преобладающим влиянием тангенциального напряжения ветра в генерации скорости течений существенно расширяется, особенно на субинерционных частотах, что можно объяснить особой избирательностью силы Кориолиса по отношению к характеру вынуждающих сил.

Полученные нами результаты в принципе можно использовать и для исследования особенностей генерации чисто ветровых и бароградиентных течений в прибрежной и шельфовой зонах моря, если вместо оси глубин принять расстояние от берега (с соответствующим расчетом исследуемых характеристик скорости течений в узловых точках профиля дна). Поэтому принятый в нашем примере диапазон глубин формально соответствует линейному профилю дна исследуемой прибрежной зоны

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фельзенбаум А.И.* Динамика морских течений: Обзор // Итоги науки и техники. Гидромеханика.– М.: ВИНТИ, 1970.– С.97-338.
2. *Фельзенбаум А.И.* К теории периодических течений // Проблемы теории океанических течений: Экспресс-информ.– Киев: Наукова думка, 1966.– 4.– С.5-23.
3. *Саркисян А.С.* Численный анализ и прогноз морских течений.– Л.: Гидрометеоздат, 1977.– 182 с.
4. *Хоролич Н.Г.* Теоретическая модель по расчету временных спектров скоростей течений в однородном море конечной глубины // Деп. рукопись № 368гм-Д84.– ИЦ ВНИИГМИ-МЦД, 1984.– 38 с.
5. *Хоролич Н.Г.* Пространственно-временная спектральная модель для расчета мезомасштабных течений на шельфе с одномерной топографией дна / Деп. рукопись № 369гм-Д84.– ИЦ ВНИИГМИ-МЦД, 1984.– 45 с.
6. *Хоролич Н.Г.* Теоретическая модель для расчета временных спектров скоростей течений в однородном море с учетом горизонтального трения / Деп. рукопись № 637гм-Д87.– ИЦ ВНИИГМИ-МЦД, 1987.– 21 с.
7. *Хоролич Н.Г.* О расчете пространственно-временных спектров скоростей ветровых течений на шельфе с учетом трения / Деп. рукопись № 638гм-Д87.– ИЦ ВНИИГМИ-МЦД, 1987.– 31 с.
8. *Хоролич Н.Г.* О построении пространственно-временной спектральной модели для расчета течений на шельфе с учетом трения // Тез. докл. III съезд океанологов. Физика и химия океана.– Л., 1987.– С.179-181.
9. *Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР: Проект «Моря СССР». Т.4. Вып.1. Черное море. Гидрометеорологические условия / Под ред. А.И.Симонова, Э.Н.Альтмана.– СПб: Гидрометеоздат, 1991.– 428 с.*
10. *Хоролич Н.Г.* Полуспектральная модель генерации скорости течений и уровня на шельфе взаимосвязанными полями ветра и атмосферного давления // Экологическая безопасность прибрежных и шельфовых зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2004.– вып.10.– С.278-290.
11. *Brink K.H.* Coastal-trapped waves and wind-driven currents over the continental shelf // Ann. Rev. Fluid Mech.– 1991.– 223.– P.380-412.

12. Gill A.E., Schumann E.H. The generation of long shelf waves by the wind // J. Phys. Oceanogr.– 1974.– 24, №1.– P.83-90.
13. Доценко С.Ф. Генерация бароклинных волновых следов перемещающимися атмосферными фронтами // Морской гидрофизический журнал.– 1996.– 6.– С.3-14.
14. Иванов В.Ф. Влияние вязкости и  $\beta$ -эффекта на генерацию длинных волн в океане атмосферными волнами // Теоретические и экспериментальные исследования поверхностных и внутренних волн.– Севастополь: МГИ АН УССР, 1980.– С.99-112.
15. Кочергин В.П. Теория и методы расчета океанических течений.– М.: Наука, 1978.– 126 с.
16. Озмидов Р.В. Обобщение теории нестационарных чисто дрейфовых течений Экмана на случай произвольного ветра // ДАН СССР.– 1959.– 128, №5.– С.913-916.
17. Озмидов Р.В. Чисто дрейфовое течение, обусловленное произвольным периодическим ветром // Тр. И-та океанологии АН СССР.– 1961.– 38.– С.110-120.
18. Озмидов Р.В. Горизонтальная турбулентность и турбулентный обмен в океане.– М.: Наука, 1968.– 197 с.
19. Никифоров Е.Г. Некоторые гидродинамические эффекты в нестационарных чисто ветровых течениях // ДАН СССР.– 1961.– 140, №2.– С.358-360.
20. Никифоров Е.Г. К теории нестационарных ветровых течений в условиях сильно переслоённого моря // Тр. Арктич. и Антарктич. НИИ.– 1961.– 210, вып.1.– С.141-163.
21. Беляев В.С. К теории периодических ветровых течений в однородном океане // Изв. АН СССР. ФАО.– 1966.– 2, №4.– С.414-422.
22. Абрамов В.М. Чисто дрейфовые течения при произвольном ветре // Тр. 2-й конф. молодых ученых Ленингр. гидрометеорол. ин-та / Деп. рукопись № 771-В79.– ВИНТИ, 1979.– С.44-50.
23. Абрамов В.М. Влияние случайных вращений вектора тангенциального напряжения ветра на поведение чисто дрейфовых течений // Тр. 4-й конф. молодых ученых / Деп. рукопись №68-В80.– ВИНТИ, 1979.– С.3-9.
24. Беляев В.С. О зависимости спектров составляющих скорости ветрового течения от спектра тангенциального напряжения ветра // Изв. АН СССР. ФАО.– 1967.– 3, №11.– С.1217-1226.
25. Беляев В.С., Колесников А.Г. О причине образования инерционных колебаний при чисто дрейфовых течениях // Изв. АН СССР. ФАО.– 1966.– 2, №10.– С.1104-1107.
26. Фомин Л.М. Спектральная плотность распределения скорости дрейфового течения в океане // Изв. АН СССР. ФАО.– 1968.– 4, №12.– С.1285-1290.
27. Ямпольский А.Д. О зависимости спектра скорости дрейфового течения от спектра касательного напряжения ветра // Изв. АН СССР. ФАО.– 1966.– 2, №11.– С.1186-1192.

Материал поступил в редакцию 14.03.2005 г.  
После доработки 27.04.2005 г.