

УДК 551.46

В.В.Фомин

*Морское отделение Украинского научно-исследовательского
гидрометеорологического института, г.Севастополь***ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ВЕТРОВЫХ ТЕЧЕНИЙ
В МЕЛКОВОДНОМ БАССЕЙНЕ,
УЧИТЫВАЮЩАЯ ПОВЕРХНОСТНОЕ ВОЛНЕНИЕ**

Представлена численная модель динамики мелководного бассейна, позволяющая проводить расчеты ветровых течений и волнения с учетом их взаимодействий в пограничных слоях. Уравнения движения решаются совместно с уравнением эволюции волнового спектра. Приведены результаты численных экспериментов по формированию циркуляции в замкнутом бассейне модельной формы. Выявлено, что учет волновой компоненты движения приводит к интенсификации поля течений и формированию вихревых структур, которые не проявляются, если эта компонента не учитывается.

При воздействии ветра на поверхность бассейна создаются касательные напряжения, генерирующие поверхностное волнение и течения. Индуцированные ветром течения, волны и взаимодействие между ними являются определяющими факторами для многих протекающих в морской среде процессов, таких как перенос масс и энергии, прибрежный апвеллинг, штормовые нагоны, обмен энергией между атмосферой и морем, перенос различных веществ, включая загрязнения, биологические и химические субстанции, процессы эрозии дна и аккумуляции донных осадков. Существующие модели взаимодействия волн и течений сфокусированы главным образом на исследование влияния течений на волны [1]. Однако во многих случаях поверхностное волнение может играть важную роль в формировании полей течений. Например, интенсивное волнение в прибрежных водах обычно сопутствует штормовым нагонам, вызванным мощными атмосферными аномалиями. Это волнение может не только оказывать прямое разрушительное действие на прибрежную инфраструктуру, но и вносить заметный вклад в величину штормовых нагонов [2].

Влияние волнение на течения может сказываться различным образом: за счет изменений волнами шероховатости морской поверхности, приводящих, как следствие, к изменению эффективных касательных напряжений ветра [3]; путем изменения характеристик придонного пограничного слоя в случае, когда волновые движения проникают до дна [4]; за счет влияния радиационных напряжений, представляющих собой добавочный импульс в толще воды, обусловленный наличием волн [5]. Влияние волн на течения может возникать также при учете Стоксова дрейфа, вызванного их нелинейностью [6].

Главная сложность при исследовании взаимодействия поверхностного волнения и течений заключается в несоизмеримости их пространственно-временных масштабов. Это существенно затрудняет моделирование этих процессов в рамках единой системы гидродинамических уравнений и явля-

© В.В.Фомин, 2005

ется при современном уровне развития вычислительной техники практически нереализуемой задачей. Альтернативный подход состоит в использовании так называемых совместных моделей (*coupling models*). Они включают гидродинамический модуль для описания поля течений и волновой модуль, описывающий поверхностное волнение с помощью уравнения баланса волновой энергии в спектральной форме. Оба модуля реализуются с одинаковым или близким пространственно-временным разрешением, что открывает практическую возможность совместного моделирования взаимодействия волн и течений с доступными на сегодняшний день затратами вычислительных ресурсов. При этом, однако, возникает ограничение, связанное с тем, что спектральный подход для описания волнения справедлив лишь в случае, когда поле течений и глубины бассейна меняются медленно по сравнению с пространственно-временными масштабами волнения.

Первые попытки учета волновых эффектов в численных моделях циркуляции были, по-видимому, предприняты в [7], где исследовалось влияние волн на течения за счет их взаимодействия в придонном пограничном слое. Задача решалась в приближении теории мелкой воды. Подобная задача, но уже в трехмерной постановке, рассматривалась в [8]. Как в первом, так и во втором случаях волновые поля не рассчитывались, а задавались априори. Механизм влияния волн на поверхностные касательные напряжения был включен в двумерную модель штормовых нагонов в [2], где было показано, что его учет существенно улучшает качество прогноза изменений уровня моря. Волновые поля в этой работе рассчитывались с помощью спектральной модели WAM [9], однако не рассматривался механизм взаимодействия волн и течений в придонном слое. Оба эти механизма взаимодействия волн и течений в пограничных слоях, применительно к конкретному району Атлантики, были включены в известную модель циркуляции POM [10] в работе [11]. Для расчета волнения здесь также применялась модель WAM. Полученные результаты свидетельствуют о важности учета указанных механизмов взаимодействия при моделировании циркуляции.

В цитируемых работах детально не рассматриваются динамические процессы в мелководных акваториях, хотя эти районы наиболее важны с практической точки зрения и в них механизмы взаимодействия волн и течений проявляются наиболее отчетливо. Поэтому данная работа посвящена именно этому аспекту проблемы. Для построения совместной модели используется гидродинамическая модель течений [12] и спектральная модель поверхностного волнения SWAN [13], которая по сравнению с WAM более полно описывает процессы трансформации поверхностного волнения на мелководье.

Постановка задачи. Гидродинамические уравнения. Введем прямоугольную декартову систему координат. Координатные оси x, y, z направим соответственно на восток, север и вертикально вверх. Рассмотрим бассейн ограниченный свободной поверхностью $\eta(x, y, t)$ и рельефом дна $h(x, y)$ и отвесными боковыми границами $\Gamma(x, y)$. Искомыми величинами задачи являются: вектор горизонтальных компонент скорости течений $\mathbf{U} = (U, V)$, вертикальная скорость w и координата свободной поверхности η . Будем исходить из уравнений движения для однородной вяз-

кой несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска и гидростатики с учетом вращения Земли. В качестве вертикальной координаты выберем безразмерную величину $\sigma = (z-\eta)/(h+\eta)$, где $\sigma \in [-1, 0]$. Тогда в новой системе координат исходные уравнения движения могут быть представлены в виде [10, 12]:

$$\frac{\partial H\mathbf{U}}{\partial t} + A\mathbf{U} + \Omega\mathbf{U} + gH\nabla\eta = G(\mathbf{U}) + \frac{\partial}{\partial\sigma}\left(\frac{K}{H}\frac{\partial\mathbf{U}}{\partial\sigma}\right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + \nabla(H\mathbf{U}) + \frac{\partial W}{\partial\sigma} = 0, \quad (2)$$

где

$$A\phi = \nabla(H\mathbf{U}\phi) + \frac{\partial W\phi}{\partial\sigma}, \quad W = w - \frac{\partial B}{\partial t} - \mathbf{U}\nabla B, \quad (3)$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} -Hf & 0 \\ 0 & Hf \end{pmatrix}, \quad G(\mathbf{U}) = (G_x, G_y), \quad \mathbf{B} = \eta + \sigma H,$$

$$G_x = 2\nu(HU_x)_x + \nu(HU_y + HV_x)_y, \quad (4)$$

$$G_y = 2\nu(HV_y)_y + \nu(HU_y + HV_x)_x.$$

В выражениях (1) – (4) использованы следующие обозначения: ∇ – оператор градиента по горизонтальным координатам x, y ; нижние индексы при неизвестных функциях обозначают дифференцирование по переменным x, y ; $H = h + \eta$ – динамическая глубина бассейна; g – ускорение силы тяжести; f – параметр Кориолиса; ν – коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости; K – коэффициент вертикальной турбулентной вязкости.

Граничные условия по вертикали имеют вид:

$$W = 0, \quad \frac{K}{H}\frac{\partial\mathbf{U}}{\partial\sigma} = \frac{\boldsymbol{\tau}_a}{\rho_0} \quad \text{при } \sigma = 0 \quad (5)$$

$$W = 0, \quad \frac{K}{H}\frac{\partial\mathbf{U}}{\partial\sigma} = \frac{\boldsymbol{\tau}_b}{\rho_0} \quad \text{при } \sigma = -1. \quad (6)$$

В правых частях условий (5), (6): $\boldsymbol{\tau}_a = (\tau_{ax}, \tau_{ay})$ – касательные напряжения на поверхности раздела воздух – вода; $\boldsymbol{\tau}_b = (\tau_{bx}, \tau_{by})$ – касательные напряжения в придонном пограничном слое. Напряжения выражаются через скорости по квадратичному закону:

$$\boldsymbol{\tau}_a = \rho_a C_a |\mathbf{U}_a| \mathbf{U}_a, \quad \boldsymbol{\tau}_b = \rho_0 C_b |\mathbf{U}_b| \mathbf{U}_b, \quad (7)$$

где \mathbf{U}_a – скорость ветра над поверхностью бассейна; \mathbf{U}_b – горизонтальная скорость течений в придонном слое; C_a – коэффициент трения в поверхностном слое; C_b – коэффициент трения в придонном слое; ρ_0 – плотность воды; ρ_a – плотность воздуха.

Коэффициент вертикальной турбулентной вязкости в (1) априори не задан и определяется на основе теории Меллора–Ямады [14]:

$$K = \alpha Q / \sqrt{P}, \quad (8)$$

где $P = q^2$, $Q = q^2 l$, q – скорость турбулентных пульсаций, l – макромасштаб турбулентности. Искомые неизвестные P , Q , удовлетворяют в σ -координатной системе следующим краевым задачам:

$$\frac{\partial HP}{\partial t} - \beta \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{K}{H} \frac{\partial P}{\partial \sigma} \right) = F_1, \quad \frac{\partial HQ}{\partial t} - \beta \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{K}{H} \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right) = F_2, \quad (9)$$

$$P = \gamma |\tau_a| / \rho_0, \quad Q = 0 \quad \text{при } \sigma = 0, \quad (10)$$

$$P = \gamma |\tau_b| / \rho_0, \quad Q = 0 \quad \text{при } \sigma = -1. \quad (11)$$

Здесь величины F_1, F_2 – источники и стоки энергии турбулентных пульсаций, зависящие от величин \mathbf{U}, q, l ; α, β, γ – заданные константы.

На боковых стенках бассейна выполняется условие прилипания для скоростей:

$$\mathbf{U} = 0 \quad \text{при } (x, y) \in \Gamma. \quad (12)$$

В начальный момент времени задаются значения прогностических переменных:

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}^0, \quad \eta = \eta^0, \quad P = P^0, \quad Q = Q^0 \quad \text{при } t = 0. \quad (13)$$

При решении задачи (1) – (13) обычно механизмы взаимодействия волнения и течений не учитываются, коэффициент поверхностного трения C_a задается константой, а коэффициент придонного трения зависит линейно от скорости ветра. Для включения указанных механизмов взаимодействия волн и течений модель следует дополнить уравнением для описания поверхностного волнения и определить связи между коэффициентами трения и амплитудно-частотными характеристиками волнения.

Уравнение эволюции волнового спектра. Будем предполагать, что глубина бассейна и течения меняются медленно по сравнению с пространственно-временными масштабами волнения. Тогда для описания волновых движений можно использовать концепцию частотно-углового спектра $E = E(x, y, t, \omega, \theta)$, где ω, θ – частота и направление распространения волн. Соответствующее уравнение эволюции волнового спектра имеет вид [1, 13]:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla[(\mathbf{c}_g + \mathbf{v})N] + \frac{\partial}{\partial \omega}(c_\omega N) + \frac{\partial}{\partial \theta}(c_\theta N) = \frac{S}{\omega}, \quad (14)$$

$$N = \frac{E}{\omega}, \quad \mathbf{c}_g = \frac{\mathbf{c}_p}{2} \left(1 + \frac{2kH}{\text{sh}(2kH)} \right), \quad (15)$$

$$c_\omega = \frac{\partial \omega}{\partial H} \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla H \right) - c_g \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial s}, \quad c_\theta = -\frac{1}{k} \left(\frac{\partial \omega}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial m} - \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial m} \right). \quad (16)$$

Здесь введены следующие обозначения: N – плотность волнового действия; $\mathbf{c}_p, \mathbf{c}_g$ – фазовая и групповая скорости; \mathbf{k} – волновое число; \mathbf{v} – вектор горизонтальной скорости течений; H – динамическая глубина; s, m – координатные линии соответственно параллельные и перпендикулярные направлению распространения волн θ ; $k = |\mathbf{k}|$, $c_g = |\mathbf{c}_g|$. Связь между частотой и волновым числом задается дисперсионным соотношением для линейных монохроматических волн:

$$\omega^2 = gk \operatorname{th}(kH). \quad (17)$$

Функция S описывает источники генерации волн ветром, нелинейные взаимодействия спектральных гармоник, диссипацию волновой энергии вследствие обрушения волновых гребней и донного трения, а также обрушения волн на критических глубинах. Подробное описание вида этих источников приведено в [13]. Третье и четвертое слагаемые в левой части уравнения (14) учитывают вклад рефракции волн при изменении глубин и скорости течений.

Связь между поверхностным волнением и касательными напряжениями. В предположении, что профиль скорости ветра вблизи свободной поверхности бассейна имеет логарифмический вид, коэффициент поверхностного трения можно определить выражением [15]:

$$C_a = \kappa^2 / \ln^2(z_{10}/z_a), \quad (18)$$

где $\kappa = 0,4$ – постоянная Кармана; $z_{10} = 10$ м; z_a – параметр шероховатости морской поверхности, характеризующий режим обтекания воздушного потока взволнованной поверхности. Если шероховатость меняется, то даже при постоянной скорости ветра касательные напряжения становятся неоднородными по пространству. Предложен ряд эмпирических зависимостей для оценки z_a , учитывающих локальные характеристики поверхностного волнения [3]. Эти зависимости имеют вид:

$$z_a = ah_s \left(|\mathbf{c}_p| / |\mathbf{U}_a| \right)^{-b} \varepsilon^c, \quad (19)$$

где h_s – высота волн значительных волн (*significant wave height*); $\varepsilon = h_s / \lambda$ – крутизна волн; λ – длина волн; a, b, c – полученные из эксперимента константы.

Для коэффициента придонного трения имеет место выражение подобное (18) [16]:

$$C_b = \kappa^2 / \ln^2(z_h/z_b). \quad (20)$$

Здесь z_b – параметр шероховатости донной поверхности; z_h – расстояние от дна до точки, в которой оценивается коэффициент трения. Обычно при расчете C_b используется формула:

$$z_b = k_n \gamma / 30, \quad (21)$$

в которой k_n – масштаб эквивалентной шероховатости по Никурадзе для условий полностью развитой турбулентности [16]. Его величина равна диаметру частиц донных наносов. Если волнение не учитывается, то $\gamma = 1$. При учете волновых движений в соответствии с теорией пограничного слоя Гранта-Мадсена [16], модифицированной к условиям мелкой воды [7], параметр γ связан с характеристиками волнения и течений следующими соотношениями:

$$\gamma = \left[24 \frac{U_* A_b}{U_w k_b} \right]^\beta, \quad \beta = 1 - \sqrt{C_b} |\mathbf{U}_b| / U_*, \quad U_* = \sqrt{C_b |\mathbf{U}_b|^2 + f_w U_w^2 / 2}, \quad (22)$$

где U_* – скорость трения, описывающая взаимодействие волн и течений в придонном пограничном слое; U_w – амплитуда скорости придонных волновых течений; $A_b = U_w / \omega_p$; ω_p – частота максимума энергии в волновом спектре; f_w – коэффициент волнового сопротивления. Величина U_w здесь оценивается с помощью линейной теории волн

$$U_w = h_S \omega_p / 2 \operatorname{sh}(k_p H), \quad (23)$$

где k_p – соответствующее ω_p волновое число, которое определяется по дисперсионному соотношению (17), а коэффициент f_w определяется по полуэмпирическому соотношению Джонсона [4]:

$$\frac{1}{4\sqrt{f_w}} + \log_{10} \left[\frac{1}{4\sqrt{f_w}} \right] = -0,08 + \log_{10} \left[\frac{A_b}{k_n} \right]. \quad (24)$$

Поскольку задача определения коэффициента придонного трения из соотношений (20) – (24) в целом нелинейная, то для ее решения применяется метод итераций.

Численный алгоритм решения. Перейдем к построению численного алгоритма решения сформулированной в предыдущем разделе гидродинамической задачи. Для решения волнового уравнения (14) используется модель SWAN, численный алгоритм которой подробно описан в руководстве пользователя [17].

При учете свободной поверхности гидродинамическая модель должна корректно описывать длинные баротропные волны. Вследствие их больших фазовых скоростей могут возникать существенные ограничения на шаг интегрирования по времени, что в целом может привести к снижению экономичности алгоритма. Чтобы обойти эти ограничения представим горизонтальную скорость течений в виде:

$$\mathbf{U} = \bar{\mathbf{U}} + \mathbf{u}, \quad \bar{\mathbf{U}} = \int_{-1}^0 \mathbf{U} d\sigma, \quad (25)$$

где первое слагаемое – средняя по глубине скорость течений, второе – отклонение скорости от среднего значения.

Интегрируя (1) – (2) по σ от -1 до 0 , учитывая однородность граничных условия по вертикали, приходим к системе уравнений для осредненной компоненты движения:

$$(H\bar{U})_t + \Omega\bar{U} + gH\nabla\eta - \mathbf{G}(\bar{U}) = -\overline{AU} + T_a - T_b, \quad (26)$$

$$\eta_t + \nabla \cdot (H\bar{U}) = 0, \quad (27)$$

где $T_a = \tau_a / \rho_0$, $T_b = \tau_b / \rho_0$.

Система уравнений для отклонений находится путем вычитания (26) из (1) и (27) из (2):

$$(H\mathbf{u})_t + \Omega\mathbf{u} - \mathbf{G}(\mathbf{u}) - \frac{\partial}{\partial\sigma} \left(\frac{K}{H} \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\sigma} \right) = \overline{AU} - AU + T_b - T_a, \quad (28)$$

$$\nabla \cdot (H\mathbf{u}) + \frac{\partial W}{\partial\sigma} = 0. \quad (29)$$

Граничные условия для величины \mathbf{u} имеют вид:

$$\frac{K}{H} \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\sigma} = \frac{\tau_a}{\rho_0} \quad \text{при } \sigma = 0, \quad (30)$$

$$\frac{K}{H} \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\sigma} = \frac{\tau_b}{\rho_0} \quad \text{при } \sigma = -1. \quad (31)$$

Задачи (26) – (27) и (28) – (31) интегрируются по времени с постоянным шагом $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, где n – номер шага. В момент времени $t = t_n$ известны скорость течений \mathbf{U}^n , уровень η^n , скорость ветра \mathbf{U}_a^n , характеристики турбулентности P^n, Q^n , высоты и периоды волн h_S^n, T_p^n . Численный алгоритм включает следующую последовательность операций.

1. Расчет коэффициентов поверхностного и придонного трения по изложенным выше методикам.

2. Решение задачи (26) – (27) на интервале $t \in [t_{n+1} - t_n]$ с шагом $\Delta t_\varepsilon = \Delta t / M$, где $M > 1$ – целое число (выбирается с учетом критерия устойчивости Куранта), по явно-неявной схеме ($m = \overline{1, M}$):

$$H^n \frac{\bar{U}_\varepsilon^{m+1} - \bar{U}_\varepsilon^m}{\Delta t_\varepsilon} + \Omega^n \bar{U}_\varepsilon^m + gH^n \nabla \eta_\varepsilon^m - \mathbf{G}^n(\bar{U}_\varepsilon^m) = [T_a - T_b - \overline{AU}]^n,$$

$$\frac{\eta_\varepsilon^{m+1} - \eta_\varepsilon^m}{\Delta t_\varepsilon} + \nabla \cdot (H^n \bar{U}_\varepsilon^{m+1}) = 0$$

с начальными условиями: $\bar{U}_\varepsilon^1 = \bar{U}^n$, $\eta_\varepsilon^1 = \eta^n$ и определение баротропных компонент скорости и уровня для момента времени $t = t_{n+1}$:

$$\bar{U}^{n+1} = \bar{U}_\varepsilon^{M+1}, \quad \eta^{n+1} = \eta_\varepsilon^{M+1}.$$

3. Расчет отклонений скорости \mathbf{u} с помощью двухшаговой схемы расщепления:

$$H^n \frac{\mathbf{u}^{n+1/2} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + \Omega^n \mathbf{u}^n - \mathbf{G}^n(\mathbf{u}^n) = [\overline{AU} - AU + T_b - T_a]^n,$$

$$H^n \frac{\mathbf{u}_*^{n+1} - \mathbf{u}^{n+1/2}}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{K^n}{H^n} \frac{\partial \mathbf{u}_*^{n+1}}{\partial \sigma} \right)$$

с начальными данными $\mathbf{u}^n = \mathbf{U}^n - \bar{\mathbf{U}}^n$.

4. Коррекция величины \mathbf{u}_*^{n+1} на каждой вертикали для обеспечения равенства нулю интеграла от отклонений скорости по глубине:

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}_*^{n+1} - \varepsilon, \quad \varepsilon = \int_{-1}^0 \mathbf{u}_*^{n+1} d\sigma.$$

5. Определение вертикальной скорости интегрированием уравнения неразрывности по вертикали от -1 до σ :

$$W^{n+1} = - \int_{-1}^{\sigma} \nabla(\mathbf{u}^{n+1} H^n) d\sigma.$$

6. Расчет суммарного поля горизонтальной скорости для момента времени $t = t_{n+1}$: $\mathbf{U}^{n+1} = \bar{\mathbf{U}}^{n+1} + \mathbf{u}^{n+1}$.

7. Определение P^{n+1}, Q^{n+1} из (9) – (11) по неявным схемам и расчет коэффициента вертикальной турбулентной вязкости:

$$H^n \frac{P^{n+1} - P^n}{\Delta t} = \beta \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{K^n}{H^n} \frac{\partial P^{n+1}}{\partial \sigma} \right) + F_1^n,$$

$$H^n \frac{Q^{n+1} - Q^n}{\Delta t} = \beta \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{K^n}{H^n} \frac{\partial Q^{n+1}}{\partial \sigma} \right) + F_2^n,$$

$$K^{n+1} = \alpha (Q / \sqrt{P})^{n+1}.$$

Разностная аппроксимация модели проводится на разнесенной прямоугольной сетке типа C [11] с помощью интегро-интерполяционного метода [18]. Используются равномерные шаги по горизонтали $\Delta x, \Delta y$ и переменный шаг по вертикальной координате. Адвективные потоки в операторе A представляются как комбинация схемы направленных разностей (*Upstream*) и схемы Лакса-Вендроффа (*Lax-Wendroff*) с переключателем *Superbee* [19], построенным на основе принципа убывания общей вариации решения (*Total Variation Diminishing*), предложенного в [20].

Технически модель реализована в виде трех компьютерных программ (модуля волнения; гидродинамического модуля и модуля управления работой двух первых программ). При интегрировании по времени выделяется малый промежуток времени (1 ч), на котором волновая задача и уравнения движения решаются последовательно с линейно интерполированными по времени входными данными. В волновой задаче проводится интерполяция касательных напряжения ветра, динамических глубин и поля течений. При решении уравнений движения интерполируются необходимые волновые характеристики.

Результаты численных экспериментов. В численных экспериментах рассматривался бассейн постоянной глубины $h = h_0$ цилиндрической формы с радиусом $r_0 = 50$ км. Параметр Кориолиса соответствовал широте 45° . Предполагалось, что в начальный момент времени $t = 0$ движения в бассейне отсутствуют. При $t > 0$ на водную поверхность вдоль оси x начинает действовать однородный по пространству ветер. За 3 ч скорость ветра увеличивается от 0 до своего предельного значения и далее остается неизменной.

Моделирование проводилось на сетке с горизонтальным разрешением $\Delta x = \Delta y = 1000$ м. Для определения поля скорости течений использовалось 15 уровней по вертикальной координате. Шаг интегрирования по времени для осредненных скоростей и уровня составлял 12 с, для отклонений скорости – 4 мин. Коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости равнялся $1 \text{ м}^2/\text{с}$. Уравнения баланса волновой энергии решалось с разрешением 15° по угловой координате. Частота волн определялась в интервале от 0,0521 до 1 Гц. Ниже приводятся результаты моделирования для $h_0 = 15$ м и западного ветра, имеющего скорость 15 м/с. Расчеты циркуляции и поверхностного волнения выполнялись на период 2 сут. Как показали предварительные расчеты, указанный период времени вполне достаточен для выхода решения на стационарный режим.

Было выполнено четыре численных эксперимента. В трех первых экспериментах изучалось влияние волнения на течения без учета их взаимодействия. Волновая и гидродинамическая задачи решались отдельно. В волновой задаче (14) – (16) полагалось $\mathbf{v} = 0$ и $H = h_0$, т.е. не учитывались рефракция волн на течениях и влияние изменений динамических глубин.

Высота значительных волн (м) и среднее направление волнения для установившегося режима показаны на рис.1. Изолинии проведены через 0,1 м. Как видно, направление волнения в основном совпадает с направлением

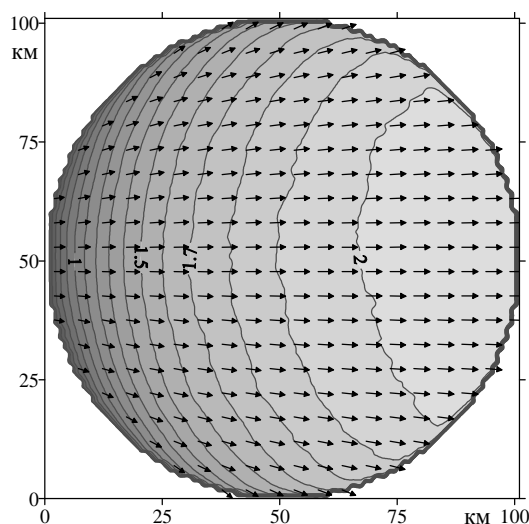
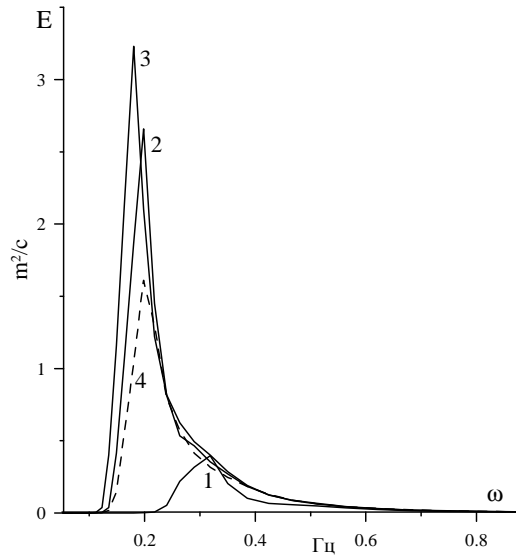


Рис. 1. Высота значительных волн (м) и среднее направление волнения в установившемся режиме.

ветра. Имеет место асимметрия волнового поля в направлении оси x . Высоты волн изменяются в пределах от 0,5 до 2 м. Поскольку глубина бассейна постоянна, а скорость ветра не меняется во времени, основным фактором, формирующим указанную неоднородность, является величина разгона.

Более детальную информацию о влиянии разгона на ветровое волнение в характерных точках акватории, дают рис.2 и таблица. С увеличением разгона происходит трансформации частотного спектра, которая проявляется в увеличении энергии волн и в смещении максимума в



Р и с. 2. Частотный спектр установившегося ветрового волнения в характерных точках акватории. Номера и координаты точек приведены в таблице.

вого периода T_p (период, соответствующий положению максимума в частотном спектре) длина волны L_p меняется по акватории в пределах от 16 до 46 м.

В экспериментах, не учитывающих вклад волн в формирование поверхностных касательных напряжений, расчет коэффициента поверхностного трения проводился по традиционной зависимости [21]:

$$\bar{C}_a = \begin{cases} 1,14 \times 10^{-3} & |U_a| \leq 10 \text{ м/с} \\ (0,49 + 0,065|U_a|) \times 10^{-3} & |U_a| > 10 \text{ м/с} \end{cases} \quad (32)$$

В противном случае, использовалась формула (18), в которой параметр шероховатости задавался, частным случаем выражения (19):

$$z_a = 8072 \times h_s \varepsilon^{4,5}. \quad (33)$$

Эта аппроксимация предложена для мелководных акваторий в [3]. Крутизна волн ε здесь оценивается отношением h_s/L_p .

На рис.3 представлен результат расчета коэффициента поверхностного трения с применением формулы (33). Для сравнения величина коэффициента нормирована на константу $1,465 \times 10^{-3}$, которая соответствует \bar{C}_a при скорости ветра 15 м/с. Как видно, учет волнения

область низких частот (от 0,2 до 0,3 Гц). Важной особенностью спектра является его узкополостность (основные энергонесущие гармоники сосредоточены в узком диапазоне частот). Вообще говоря, это обстоятельство оправдывает применимость используемых в работе методик оценки коэффициентов трения, поскольку в них неявно предполагается узкополостность частотного спектра.

Амплитуда скорости придонных волновых течений, также пропорциональна величине разгона. Если у западного берега (точка 1) она практически равна нулю, то вблизи восточного берега её значения достигают 0,31 м/с. На большей части акватории ветровое волнение проникает до дна. Для пико-

Т а б л и ц а . Параметры ветрового волнения в характерных точках бассейна при западном ветре 15 м/с.

№	x, км	y, км	h_s , м	T_p , с	L_p , м	C_p , м/с	U_w , м/с
1	5	50	0,93	3,14	16,02	5,10	0,00
2	50	50	1,91	5,05	39,17	7,75	0,22
3	95	50	2,10	5,56	46,58	8,38	0,31
4	50	5	1,68	5,05	39,15	7,75	0,19
5	50	95	1,69	5,05	39,17	7,75	0,19

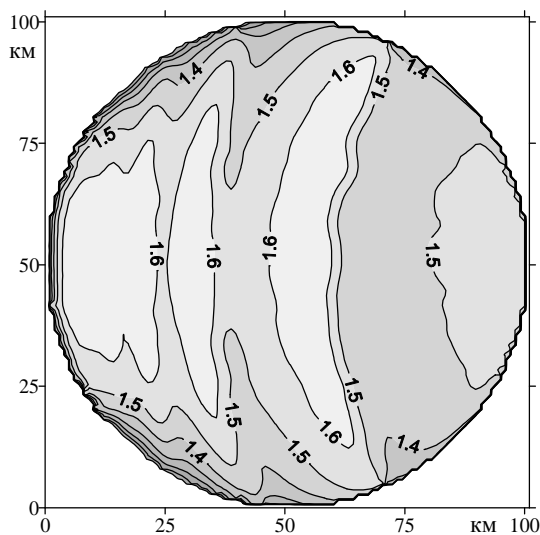
приводит, с одной стороны, к увеличению коэффициента примерно в 1,5 – 1,7 раза по сравнению с формулой (32), а, с другой стороны, к существенной пространственной неоднородности в его распределении. Следует ожидать, что именно эти две особенности могут в значительной мере сказываться на величине поверхностных касательных напряжений.

В первом эксперименте Е1 влияние волнения не учитывалось вообще. Коэффициент поверхностного трения рассчитывался по формуле (32). Коэффициент донного трения $C_b = 1,367 \times 10^{-3}$. Он определялся с

применением соотношения (16) при $\gamma = 1$ и $k_n = 0,3$ мм (диаметр частиц песка средней зернистости). Этот вариант использовался далее для сопоставления с другими экспериментами, учитывающими вклад волнения.

Как показали расчеты, в бассейне менее чем за 1 сут устанавливается двухслойная циркуляция с однородным по горизонтали полем скорости. Расходы воды в верхнем и нижнем слоях компенсируют друг друга, что дает нулевой интегральный расход воды на каждой вертикали. Вертикальная структура течений достаточно проста (рис.4, а). В верхнем слое (0 – 2 м) течения максимальны и их направление соответствует направлению ветра. При дальнейшем увеличении глубины скорости уменьшаются и на некотором промежуточном горизонте (~ 5 м) становятся нулевыми. Ниже этого горизонта происходит некоторое усиление течений с одновременной сменой их направления на противоположное. У западных границ бассейна происходит опускание свободной поверхности и подъем водных масс. Напротив, у восточных границ – подъем поверхности и опускание водных масс.

Во втором эксперименте Е2 учитывалось влияние волнения на течения только через поверхностные касательные напряжения. Донное трение определялось аналогично Е1. Полученные результаты свидетельствуют о существенных изменениях поля скорости по сравнению с предыдущим экспериментом. Поле течений стало неоднородным по горизонтали (рис.5). В верхнем слое максимальные скорости течений наблюдаются в центральной части бассейна. У южной и северной границы прослеживаются небольшие по размеру вихревые структуры (рис.5, а). Существенно изменилась и структура компенсационного течения в нижнем слое (рис.4, б и рис.5, б). На южной и северной стенках происходит усиление горизонтальных потоков. Области максимумов скоростей расположены вблизи дна; в центральной части бассейна верхняя граница компенсационного течения опускается до глубины ~ 8 м.



Р и с . 3 . Коэффициент поверхностного трения, рассчитанный с учетом вклада ветрового волнения.

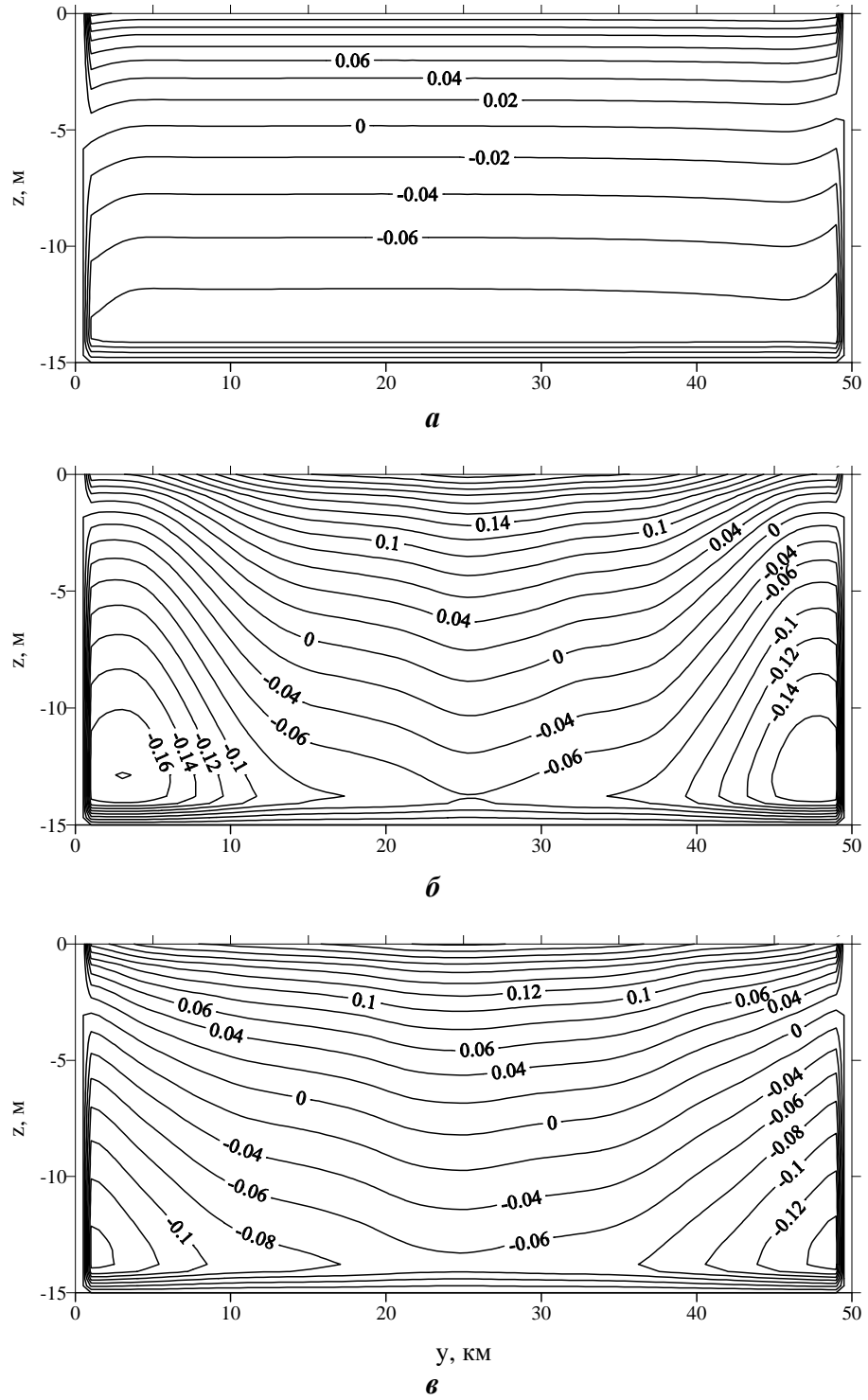
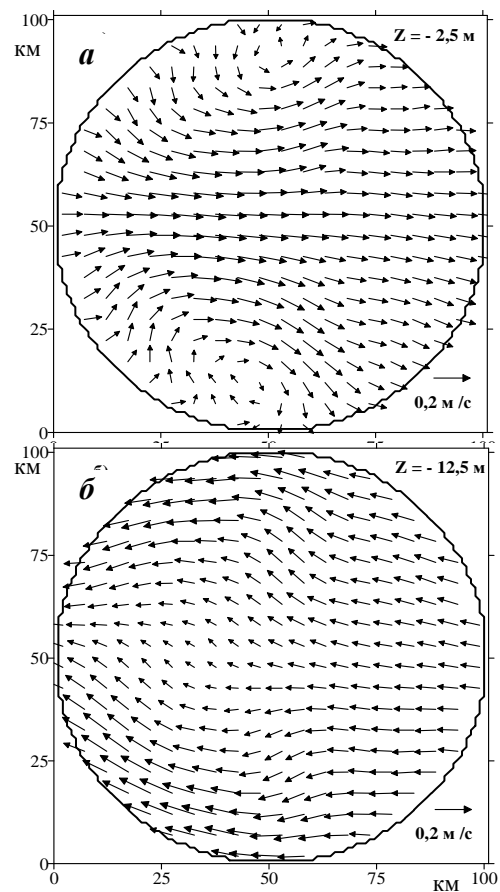
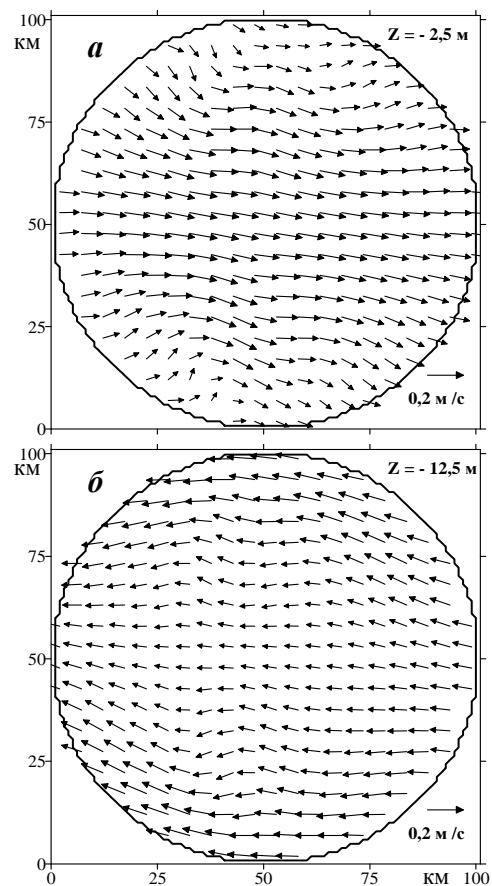


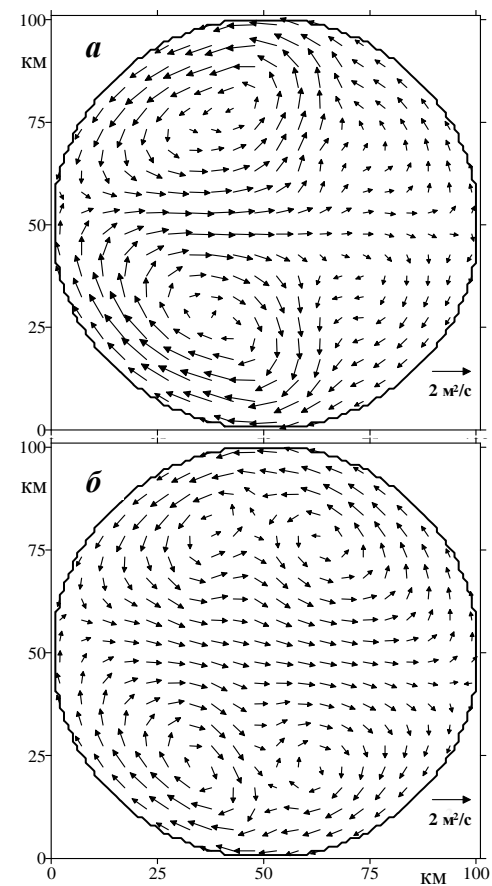
Рис. 4. Зональная компонента скорости течений на разрезе $x = 50$ км в экспериментах E1 (а); E2 (б) и E4 (в).



Р и с . 5 . Горизонтальные течения (м/с) на горизонтах $z = -2,5$ м (а) и $-12,5$ м (б) в эксперименте Е2.



Р и с . 6 . Горизонтальные течения (м/с) на горизонтах $z = -2,5$ м (а) и $-12,5$ м (б) в эксперименте Е4.



Р и с . 7 . Интегральные потоки ($\text{м}^2/\text{с}$) в эксперименте Е2 (а) и Е4 (б).

В третьем эксперименте Е3 поверхностные напряжения рассчитывались по аналогии с экспериментом Е1, а для определения придонных напряжений использовались соотношения (22) – (24). Проведенные расчеты показали, что учет этого механизма сказывается на поведении вертикальных профилей скорости лишь в нижнем 2 м слое. Здесь скорость течений на 4 – 8 % меньше по сравнению с Е1. Таким образом, этот механизм влияния волн на течения является существенным только для придонного слоя.

В четвертом эксперименте Е4 изучалось влияние волнения на течения с учетом их взаимодействия. Волновая и циркуляционная задачи решались совместно. Поверхностные и придонные касательные напряжения определялись с учетом волновой компоненты. При решении волнового уравнения учитывалось изменение общей глубины бассейна ($H = h_0 + \eta$) и эффект рефракции волн на течениях. Следует отметить, что для учета этого эффекта в волновой задаче обычно в качестве \mathbf{v} задаются средние по глубине скорости течений [1]. Однако в [22, 23] показано, что если течения имеют вертикальный сдвиг скорости, то приемлемо представление \mathbf{v} в виде:

$$\mathbf{v} = \int_{-1}^0 \mathbf{U}(\sigma) r(\sigma) d\sigma, \quad r(\sigma) = \mu \frac{\text{ch}[\mu(1+\sigma)]}{\text{sh}(\mu)}, \quad (34)$$

где r – весовой множитель, учитывающий вертикальную структуру волнения, $\mu = 2kH$. При проведении численного эксперимента параметр μ в (34) определялся по волновому числу, соответствующему частоте максимума в волновом спектре.

Результаты эксперимента Е4 показывают (рис.4, в и рис.6), что в общих чертах структура циркуляции повторяет вариант Е3. Однако скорости течений в целом уменьшились на 10-15%, что является проявлением обратного эффекта (влияния течений на волны). Как показывают расчеты, направление \mathbf{v} совпадает в основном с направлением течений в верхнем слое. Таким образом, волны распространяются на попутном течении. Как известно [5], в такой ситуации за счет взаимодействия волн с потоком происходит уменьшение их крутизны (уменьшаются высоты волн и увеличиваются их длины), что приводит к уменьшению параметра шероховатости и, как следствие, к уменьшению поверхностных касательных напряжений генерирующих ветровые течения.

Представляет интерес также выяснить, как сказывается учет волновой компоненты на структуре интегральной циркуляции. На рис.7 представлено распределение вектора полных потоков $H\bar{\mathbf{U}}$ ($\text{м}^2/\text{с}$). Когда в модели взаимодействие течений с волнами не учитывается (эксперимент Е3, рис.7, а), в левой части бассейна формируются две вихревые структуры противоположного знака (антициклон у южного берега и циклон у северного берега). При учете взаимодействия между течениями и волнами (эксперимент Е4, рис.7, б) структура интегральной циркуляции становится более «тонкой». В нижней части бассейна формируется антициклонический круговорот с двумя вихрями внутри. В верхней части бассейна образуется циклонический круговорот, также содержащий две вихревых структуры внутри. Подобные

результаты, касающихся влияния поверхностного волнения на структуру интегральной циркуляции, в литературе не представлены.

Выводы. Разработана совместная численная модель динамики мелководного бассейна, позволяющая исследовать ветровые течения и волнение с учетом их взаимодействия в поверхностном и придонном пограничных слоях. Механизмы взаимодействия учитываются в уравнениях движения через поверхностные и придонные касательные напряжения в граничных условиях для вертикальных потоков импульса. Уравнения движения решаются совместно с уравнением эволюции волнового спектра, из решения которого определяются волновые характеристики, необходимые для расчета касательных напряжений. Анализ результатов численных экспериментов по формированию установившегося поля ветровых течений в бассейне постоянной глубины цилиндрической формы при однородном поле ветра позволил выявить следующие особенности динамических процессов.

При воздействии поверхностного волнения на поле течений формируется два противоположных эффекта: усиливается за счет возрастания поверхностных касательных напряжений приток энергии от ветра к течениям и создается дополнительная диссипация энергии течений у дна за счет увеличения придонных напряжений.

Наиболее значимым является первый эффект. При его учете скорости течений усиливаются в 1,5 – 1,7 раза по сравнению с вариантами, когда влияние волнения не включается в модель. Второй эффект сказывается лишь вблизи дна (в слое 2 – 3 м) и приводит к уменьшению придонных течений на несколько процентов.

Ветровое волнение меняет пространственное распределение поверхностных касательных напряжений за счет изменений шероховатости свободной поверхности бассейна. Это вносит дополнительную горизонтальную неоднородность в поле течений и приводит к формированию вихревых структур, которые наиболее заметно проявляются в интегральной циркуляции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лавренов И.В.* Математическое моделирование ветрового волнения в пространственно-неоднородном океане.– СПб: Гидрометеиздат, 1998.– 499 с.
2. *Mastenbroek C., Burgers G., Janssen P.* The dynamical coupling of a wave model and a storm surge model through the atmospheric boundary layer // *J. Phys. Oceanogr.*– 1993.– 23.– P.1856-1866.
3. *Taylor P.K., Yelland M.J.* The dependence of sea surface roughness on the height and steepness of the waves // *J. Phys. Oceanogr.*– 2001.– 31(2).– P.572-590.
4. *Jonsson I.G., Carlsen N.A.* Experimental and theoretical investigations in an oscillatory turbulent boundary layer // *J. Hydraulic Res.*– 1973.– 14.– P.45-60.
5. *Филлипс О.М.* Динамика верхнего слоя океана.– Л.: Гидрометеиздат, 1980.– 319 с.
6. *Huang N.E.* On surface drift currents in the ocean // *J. Fluid Mech.*– 1977.– 91.– P.191-208.
7. *Signell R.P., Beardsley R.C., Graber H.C., Capotondi A.* Effect of wave-current interaction on wind-driven circulation in narrow, shallow embayments // *J. Geophys. Res.*– 1990.– 95.– P.9671-9678.

8. *Davies A.M., Lawrence J.* Examining of influence of wind and wind wave turbulence on tidal currents, using a three-dimensional hydrodynamic model including wave – current interaction // *J. Phys. Oceanogr.*– 1994.– 24.– P.2441-2459.
9. *WAMDI group.* The WAM model – a third generation ocean wave prediction model // *J. Phys. Oceanogr.*– 1988.– 18.– P.1775-1810.
10. *Xie L., Wu K., Pietrafesa L., Zhang C.* A numerical study of wave-current interaction through surface and bottom stress: wind-driven circulation in the South Atlantic Bight under uniform winds // *J. Geophys. Res.*– 2001.– C8.– P.16841-16855.
11. *Blumberg A.F., Mellor G.L.* A description of three dimensional coastal ocean circulation model // *Three-Dimensional Coast Ocean Models*. Ed. N.Heaps.– Washington: AGU, 1987.– P.1-16.
12. *Фомин В.В., Алексеев Д.В., Иванча Е.В., Черкесов Л.В.* Исследование гидродинамических полей в северо-западной части Черного моря, возникающих при прохождении циклона // *Доклады НАН Украины.*– 2004.– 5.– С.137-142.
13. *Booij N., Ris R., Holthuijsen L.* A third-generation wave model for coastal regions. Model description and validation // *J. Geophys. Res.*– 1999.– 104 (C4).– P.7649-7666.
14. *Mellor G.L., Yamada T.* Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems // *Rev. of Geophys. and Space Physics.*– 1982.– 20.– P.851-875.
15. *Кутайгородский С.А.* Физика взаимодействия атмосферы и океана.– Л.: Гидрометеиздат, 1970.– 284 с.
16. *Grant W.D., Madsen O.S.* Combined wave and current interaction with a rough bottom // *J. Geophys. Res.*– 1979.– 84.– P.1797-1808.
17. *SWAN Cycle III version 40.41, User Manual, Delft University of Technology.*– Netherlands, 2005.– 117 p. (<http://swan.ct.tudelft.nl>)
18. *Самарский А.А.* Теория разностных схем.– М.: Наука, 1983.– 616 с.
19. *Harten A.* On a class of high resolution total-variation-stable finite-difference schemes // *J. Numer. Phys.*– 1984.– 24.– P.1-23.
20. *Sweby P.K.* High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws // *Society for Industrial and Applied Mathematics. J. Numer. Analysis.*– 1984.– 21.– P.995-1011.
21. *Large W.G., Pond S.* Open ocean momentum fluxes in moderate to strong winds // *J. Phys. Oceanogr.*– 1981.– 11.– P.324-336.
22. *Kirby J.T., Chen T.M.* Surface waves on vertically sheared flows – approximate dispersion relations // *J. Geophys. Res.*– 1989.– 4 (C1).– P.1013-1027.
23. *Mellor G.L.* The three-dimensional current and wave equations // *J. Phys. Oceanogr.*– 2003.– 23, №9.– P.1978-1989.

Материал поступил в редакцию 28.02.2005 г.
После доработки 28.03.2005 г.