

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Приведен обзор работ, выполненных в ИТМ НАНУ и НКАУ по численному моделированию струйных течений, реализуемых в объектах ракетно-космической техники и других приложениях. Для различных задач струйных течений описаны расчетные модели различной сложности («узкого канала», вязко-невязкого взаимодействия, тонкого вязкого слоя) с учетом и без учета химической неоднородности и химического взаимодействия компонент (горения). Приведены результаты, подтверждающие эффективность разработанного программно-методического обеспечения.

Research on numerical simulation of jet streams, carried out at ITM, NASU&NSAU for rocket and space technology and other application, is reviewed. For different problems of jet streams calculating models of various complexity (a narrow channel, viscous-non-viscous interaction, a thin viscous layer) are described considering and without considering chemical heterogeneity and chemical interaction of components (burning). The results are presented in support of the efficiency of developed software and techniques.

Функционирование многих объектов ракетно-космической техники (РКТ), различных технических устройств в машиностроении и технологических процессов химической и металлургической промышленности в значительной степени связано с истечением струй в затопленное пространство и спутный поток, а также со струйными течениями в каналах и емкостях различного назначения. Ассортимент задач, связанных с определением параметров струйных течений, чрезвычайно широк. Эффективным методом исследования струйных течений является численное моделирование. Успехи численного расчета отдельных классов струйных течений нашли свое отражение в ряде публикаций по данному вопросу, например, [1 – 4]. Создание универсальных методов и алгоритмов расчета струйных течений, основанных на численном решении полной системы уравнений Навье-Стокса, не всегда целесообразно. Это связано не столько с проблемами численного решения самих уравнений, сколько со многими неопределенностями в моделях турбулентности, кинетических параметрах горения, межфазном взаимодействии в многофазных течениях и др. Поэтому при решении прикладных технических задач возникает необходимость формулировки упрощенных математических моделей и разработки алгоритмов, максимально учитывающих особенности рассматриваемых течений. Большой круг задач может быть рассмотрен в приближении невязкого газа. Во многих струйных течениях принципиальным является учет трения и турбулентного перемешивания. Отдельный интерес представляют различные струйные течения с отрывом сверхзвукового потока от твердых поверхностей. К проблемным вопросам струйных течений относится расчет химически реагирующих струй, химическое взаимодействие в которых происходит как между компонентами струи, так при взаимодействии с окислителем (воздухом или кислородом) при истечении струи в затопленное пространство или спутный поток. Для исследования струйных течений в ИТМ НАНУ и НКАУ уделяется большое внимание созданию методического и программного обеспечения, которое нашло применение в различных приложениях. В статье приводится описание наиболее важных полученных результатов.

Истечение одиночных и составных сверхзвуковых струй в окружающее пространство и взаимодействие их с поверхностью. Разрабатываемое в ИТМ НАНУ и НКАУ методическое и программное обеспечение основывается на методе численного интегрирования уравнений газовой динамики, записанных в слабо консервативной форме для произвольной криволи-

© В.И. Тимошенко, И.С. Белоцерковец, 2008

нейной системы координат. Для интегрирования системы уравнений стационарной газовой динамики используется явная конечно-разностная схема Мак-Кормака с согласованным сглаживанием комплексов по энтропии. Для данного класса задач физической и математической особенностью является многосвязность области течения на начальном участке составной струи, состоящей из непересекающихся одиночных струй. По мере развития одиночных струй они вступают во взаимодействие друг с другом и образуют составную струю. Для того чтобы в рамках модели идеального газа исследовать влияние различия теплофизических характеристик каждой из струй на структуру течения в составной струе в целом, полагалось, что многосвязная расчетная область состоит из односвязных расчетных областей для каждой из струй. В каждой из струй вводилась своя местная криволинейная система координат, продольная ось которой совпадала с криволинейной осью течения в струе, которая определяет маршевое направление расчета при сверхзвуковом течении. Использовалось явное выделение границ одиночных струй и преобразование координат, при котором границы расчетной области (в нашем случае – границы каждой из струй) являлись координатными поверхностями. Более подробно особенности расчетного алгоритма описаны в [5]. Некоторые результаты расчетов течения в сверхзвуковых недорасширенных одиночных и составных струях, истекающих в затопленное пространство, представлены на рис. 1, 2. Расчетные формы границы струи в сечениях $z = 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$ представлены на рис. 1а для случая $M_a = 2$ и нерасчетности $n = 7,6$. Форма границы струи в плоскости симметрии течения $x = 0$ показана на рис. 1б. Значки соответствуют расчетам из [1].

Влияние геометрии сопел двухсопловой двигательной установки (ДУ) и положения плоской преграды относительно струи на форму ее границы и распределение давления иллюстрирует рис. 2.

Расчеты выполнены для составной струи, образованной двумя одиночными сверхзвуковыми струями, истекающими из профилированных эллиптических сопел, оси которых параллельны оси Oz , а центры находятся в точках $O_1(0;1,5)$ и $O_2(0;3,5)$ плоскости среза $z = 0$ при $M_a = 3; n = 3$. Полуоси нижнего сопла в сечении среза равны $a_1 = 1,5; b_1 = 1$, верхнего – $a_2 = 1; b_2 = 1,5$. Преграда представляет собой плоскую поверхность, заданную уравнением $z = -1,5$. Линии постоянного уровня давления и форма границы составной струи в сечении плоскостью $x = 0$ показаны на рис. 2а. Штриховой кривой показано положение следа контактной поверхности. На рис. 2б изображены изобары в двух характерных сечениях составной струи плоскостями $z = 1$ и $z = 8$. В первом приведенном сечении одиночные струи, истекающие из эллиптических сопел, еще не взаимодействуют друг с другом и преградой, во втором такое взаимодействие налицо.

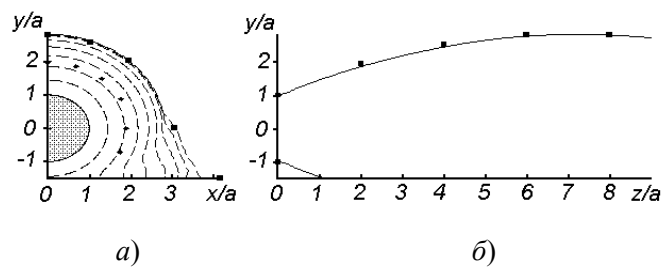


Рис.1

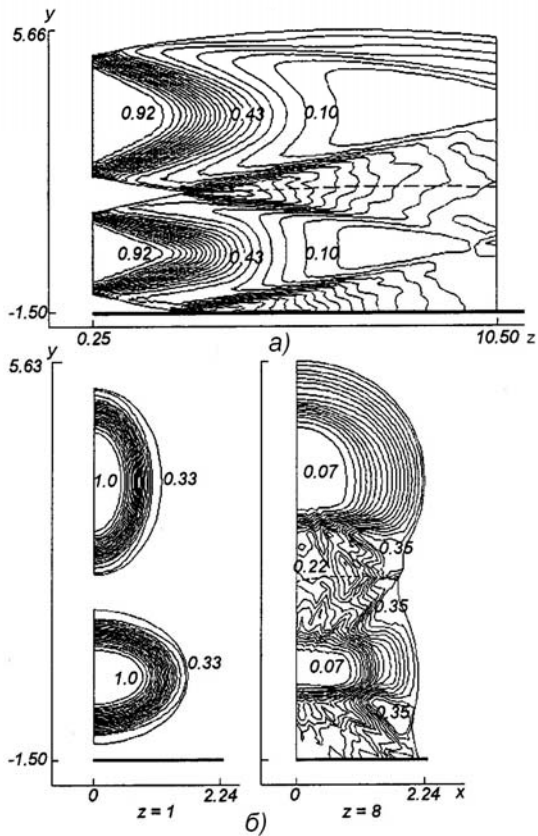


Рис. 2

Основные особенности расчета такого течения сводятся к следующему [6]. Строится специальная расчетная сетка в предположении того, что в начальном сечении составная струя имеет вертикальную плоскость симметрии, проходящую через ось центрального сопла в случае нечетного количества сопел или совпадающую с вертикальной плоскостью, принадлежащей двум смежным боковым сторонам центральных сопел, в случае четного количества. В любом поперечном сечении составной струи вводятся три подобласти: верхняя 1, боковая 2 и нижняя 3 (рис. 3).

В подобластях 1, 3 течение описывается в локальной правой и левой декартовых системах координат соответственно, в подобласти 2 – в локальной полярной системе координат. На внешних границах подобластей, совпадающих с границей составной струи, задается условие на свободной границе (известно давление, равное давлению в окружающей среде), на внутренних границах подобластей 1 и 3 – условие симметрии потока относительно горизонтальной плоскости симметрии составной струи. На проницаемых эйлеровых границах между подобластями 1, 2 и 2, 3 задаются граничные условия сопряжения. На границах областей 1 и 3, принадлежащих вертикальной плоскости симметрии составной струи, задаются условия симметрии. Форма границы составной струи строится в процессе маршевого счета. Исходное газодинамическое поле в начальном сечении является суперпозицией полей на срезе одиночных

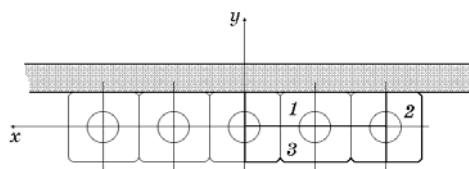


Рис. 3

Расчет течений в многоблочных струях представляет интерес и при разработке перспективных воздушно-космических аппаратов с интегрированной двигательной установкой. В настоящее время для различных демонстраторов гиперзвуковых технологий рассматривается возможность применения линейного ракетного двигателя типа «Linear Aerospike». Одной из особенностей этого двигателя является линейное сопло, представляющее собой плотную компоновку сопел почти квадратного сечения на срезе, оси которых лежат в одной плоскости (рис. 3). Течение в истекающей из такого сопла составной струе имеет сложную пространственную структуру, зависящую от взаимодействия одиночных струй друг с другом. Основные особенности

сечений линейного сопла, полученных в результате численного расчета течения в одиночной секции на участке от сечения, расположенного в окрестности «горла», до конечного сечения, соответствующего срезу сопла. Типичные картины изобар в поперечных сечениях составной струи представлены на рис. 4. Эти изобары соответствуют различным значениям продольной координаты z , отнесенной к радиусу одиночной секции сопла в критическом сечении R_* .

Начало системы координат расположено в плоскости критического сечения центральной одиночной секции сопла. Сечение $z = 10$ соответствует

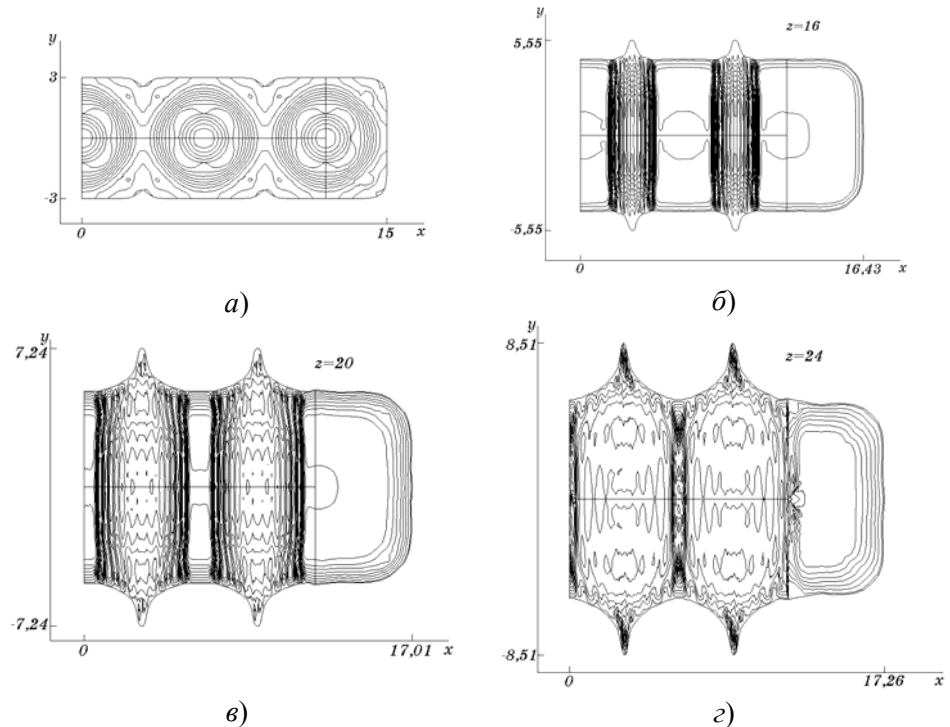


Рис. 4

срезу сопла (рис. 4а). Расчеты выполнены для совершенного газа с отношением удельных теплоемкостей $\gamma = 1,4$ при нерасчетности $n_a = 2$ и среднем по сечению среза одиночной секции сопла числе Маха $M_a = 4$.

Результаты, иллюстрирующие эволюцию составной струи в маршевом направлении и соответствующие сечениям $z = 10; 16; 20; 24$, показаны на рис. 4а – 4г. Следует отметить, что использованная в расчетах модель невязкого газа адекватно описывает течение лишь на начальном участке рассмотренной блочной струи. Для более точного описания течения в рассмотренной составной струе необходимо привлекать более сложную модель вязкого газа на основе параболизированных уравнений Навье-Стокса.

Взаимодействие сверхзвуковой струи с внешним потоком за дном ракеты с работающей двигательной установкой. Большой круг вопросов струйных течений возникает при определении давления и температуры в возвратно-циркуляционной области, образующейся при взаимодействии сверхзвукового внешнего потока с одиночной струей двигательной установки в кормовой области ракеты. При этом необходимо учитывать различные реаль-

ные процессы: неизоэнтермичность течения, наличие химических реакций, не-однофазность, пространственность течения и др. Вследствие сложности течений для расчета их параметров во внешнем потоке и струе используются методы численного решения уравнений течения невязкого газа.

Для определения параметров в рециркуляционной отрывной области ис-

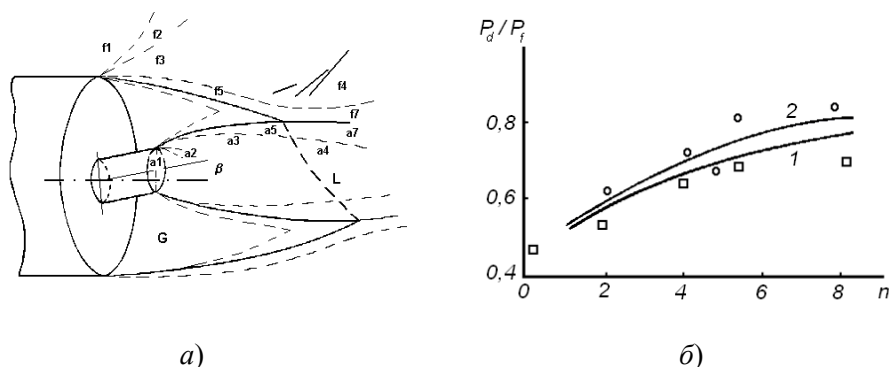


Рис. 5

пользуются различные приближенные методы, основанные на интегральных методах и методе разделяющей линии тока (РЛТ). Эти методы применялись в ИТМ НАНУ и НКАУ для расчетов течений в донной области в широком диапазоне изменения определяющих параметров: радиуса сопла, чисел Маха в струе и во внешнем потоке, нерасчетности струи, отношения температур торможения и показателей адиабаты в струе и потоке. Расчеты проводились и в условиях, когда точка отрыва потока перемещалась вдоль боковой поверхности ракеты-носителя вверх по потоку.

В [7] дано обобщение метода РЛТ на случай пространственных донных течений с учетом неравномерности внешнего потока на кромке донного уступа и поворота сопла в плоскости симметрии на некоторый угол относительно оси. На рис. 5 представлены идеализированная схема этого течения (а) и сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными влияния нерасчетности струи на относительное донное давление (б). Кривые 1 и 2 соответствуют значениям угла атаки $\alpha = 0^\circ$ и 8° при угле отклонения сопла $\beta = -4,25^\circ$, P_f – статическое давление в невозмущенном внешнем потоке.

Расчет параметров течения в двухфазных струях. Влияние массового содержания твердой фазы в выхлопной струе двигателя, а также теплофизических параметров и скорости истечения газа в струе на донное давление и температуру в режиме сверхзвукового обтекания рассмотрено в [8]. Эта задача возникает в связи с применением в ракетных топливах металлосодержащих добавок с целью увеличения их импульса, что особенно актуально для ракетных двигателей на твердом топливе.

В предположении равновесного расширения при постоянной массовой доле конденсата влияние твердой фазы на процесс расширения невязкой сверхзвуковой струи двигателя в первом приближении можно учесть, используя модель гомогенной двухфазной среды. Невязкое течение в такой гомогенной струе описывается уравнениями газовой динамики для фиктивной газовой среды с эффективными значениями удельных теплоемкостей, числа Маха на срезе сопла и газовой постоянной. На основании расчетов, приве-

денных в [8], можно заключить, что рост массовой доли твердой фазы приводит к значительному уменьшению донного давления и температуры при больших значениях нерасчетности струи, а влияние этого параметра при малой нерасчетности можно не учитывать.

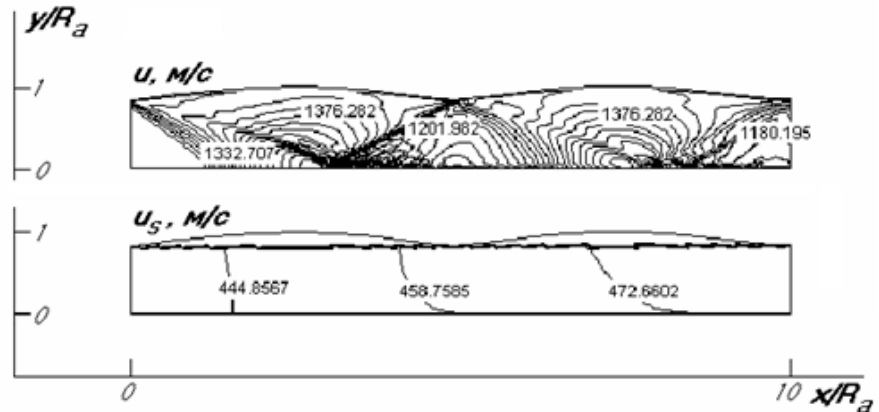


Рис. 6

Следующей по сложности моделью, позволяющей описать течение в двухфазной струе, является модель двухскоростной и двухтемпературной среды. В рамках этой модели в [9, 10] проведен расчет сверхзвуковой двухфазной струи, истекающей в затопленное пространство. Эта задача связана с выбором параметров горелочных устройств для высокоскоростного газопламенного напыления порошковых материалов [10, 11]. Типичная картина изолиний продольной составляющей скорости газа u и частиц u_s в невязкой двухфазной затопленной струе представлена на рис. 6. Результаты соответствуют разгону частиц меди диаметром $d_s = 50$ мкм струей продуктов сгорания топливной пары водород + воздух, истекающих из сопла. Отношение массового расхода частиц к расходу несущей фазы $k_p = 0,5$. При $x = 0$, что соответствует срезу сопла, $u = 1205,5$ м/с; $T = 1201$ К; $P = 0,159$ МПа; $u_s = 436,4$ м/с; $T_s = 1309$ К. В рассмотренном примере в силу относительно малой плотности горячего газа влияние струи на изменение скорости частиц незначительно.

Струйные течения при движении ракеты в пусковом контейнере стартовой установки. В этом течении сверхзвуковая струя двигателя взаимодействует со стенкой пускового устройства, что приводит к большим силовым и тепловым воздействиям на пусковое устройство вследствие взаимодействия формируемых при истечении струи ударных волн и волн разрежения со стенкой трубы и между собой. Принципиальные особенности течения в струе могут быть описаны в невязком приближении. Эффекты вязкости определяют только движение эжектируемого струей газа в кольцевом зазоре между ракетой и пусковой трубой, внося коррективы в величину нерасчетности струи. Подробно метод и результаты расчета для описанной выше задачи приведены в [12]. Параметры в области отрывного донного течения определяются при помощи одного из вариантов метода РЛТ [7].

В качестве примера на рис.7а представлены расчетное (сплошная кривая) и экспериментальное (значки) распределения относительного давления P/P_f

по поверхности пусковой трубы при истечении из конического сопла с углом конусности $\beta = 15^\circ$ сверхзвуковой нерасчетной холодной струи воздуха с числом Маха $M_a = 2,54$ и значением нерасчетности $n_f = 1,6$ в зависимости от относительной продольной координаты x/D , где P_f – статическое давление в невозмущенном спутном потоке, D – диаметр трубы. Отражение и переотражение ударных волн и волн разрежения от внутренней поверхности пусковой трубы и оси симметрии вызывает пилообразный периодический характер изменения давления с затухающей вдоль трубы амплитудой.

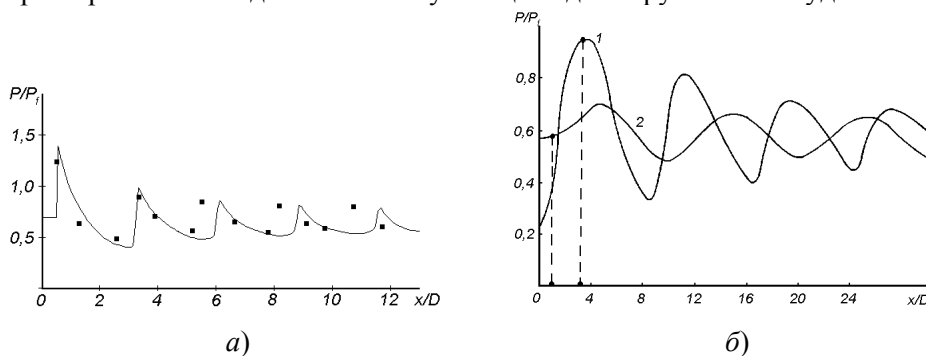


Рис. 7

Если граница сверхзвуковой струи не попадает на стенку трубы (например, при нерасчетности $n_f = 1$ и нулевом угле конусности сопла), то вся область между струей и поверхностью контейнера занята потоком газа, эжектируемого струей. Для определения параметров этого течения необходимо решить задачу об истечении сверхзвуковой струи в спутный дозвуковой поток в трубе. Метод решения такой задачи описан ниже. Типичные распределения давления на поверхности пусковой трубы для этого случая приведены на рис. 7б. Кривая 1 соответствует расчету при значении параметра $\bar{h} = 0,5$; кривая 2 – расчету при значении $\bar{h} = 0,25$, где \bar{h} – отношение диаметра сопла к диаметру пусковой трубы. Точками отмечены положения критических сечений в «горле» вязкой области. Вниз по потоку за этими сечениями вязкое течение в среднем становится сверхзвуковым.

Численное моделирование течения в изобарической турбулентной струе. Картина течения в струе, истекающей в затопленное пространство, существенным образом определяется эффектами молекулярной и турбулентной вязкости. Оценить изменение параметров в сверхзвуковой турбулентной изобарической затопленной струе в зависимости от расстояния от среза сопла можно в рамках упрощенной модели, согласно которой течение в струе описывается уравнениями пограничного слоя (приближение «узкого канала»). Для турбулентной вязкости ν_t можно использовать однопараметрическую модель турбулентности [13] в модификации, учитывающей влияние числа Маха на интенсивность смешения. Алгоритмы решения этих уравнений описаны в [14].

Влияние турбулентного перемешивания на характеристики осесимметричной струи иллюстрируют рис. 8, 9 [9]. На рис. 8 приведена расчетная зависимость длины начального участка осесимметричной затопленной струи от числа Маха струи. Там же значками нанесены экспериментальные данные работы [15].

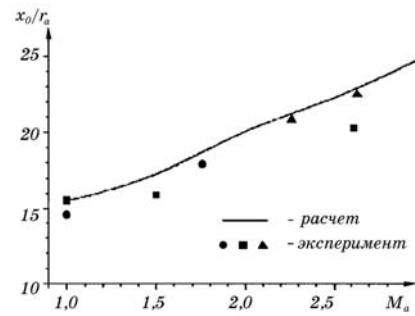


Рис. 8

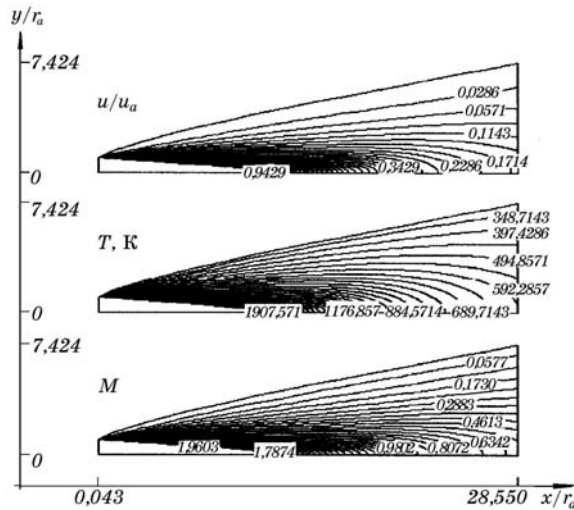


Рис. 9

Изолинии полей относительной продольной скорости и статической температуры для горячей турбулентной затопленной струи при значении $M_a = 2$ показаны на рис. 9. По поведению расчетных кривых и сгущению изолиний можно судить о степени влияния турбулентного перемешивания на скорость и температуру вязкой турбулентной струи. Видно характерное для автомобильных течений поведение

параметров на основном участке и в слоях смешения на начальном участке струи – на этих участках линии постоянной скорости практически прямые.

Применение модели вязко-невязкого взаимодействия к расчету неизобарических струйных течений. Основным недостатком модели «узкого канала» является отсутствие учета влияния поперечного градиента давления на структуру течения, что особенно важно при нерасчетном истечении сверхзвуковых струй. Модель вязко-невязкого взаимодействия, теоретические основы которой применительно к струйным течениям приведены в работах [16 – 18], лишена этого недостатка. Эта модель использована для расчета смешанных течений, которые играют важную роль в процессах турбулентного перемешивания и горения в трактах прямоточных воздушно-реактивных двигателей.

Для описания течения в рамках модели вязко-невязкого взаимодействия во вдуваемой дозвуковой струе используются уравнения пограничного слоя и уравнения невязкого течения (уравнения Эйлера) для внешнего сверхзвукового потока. Особенностью рассматриваемых задач является необходимость сопряженного решения уравнений пограничного слоя и невязкого течения – уравнений Эйлера, так как в этих течениях вязко-невязкое взаимодействие играет определяющую роль. При этом полагается, что невязкая струя обтекает некоторое эффективное тело, ограниченное поверхностями вытеснения. Уравнения вязко-невязкого взаимодействия для струйных течений вытекают

из проинтегрированного по ширине дозвуковой струи уравнения неразрывности, из которого исключаются производные от плотности и продольной составляющей скорости по маршевой координате с помощью уравнений сохранения количества движения, энергии и уравнения состояния [16, 17]. Уравнения вязко-невязкого взаимодействия имеют особую точку типа «седло», из условия прохождения через которую определяются недостающие параметры в начальном сечении: давление, расход и др. Этим учитывается механизм передачи возмущений вверх по потоку в дозвуковой области течения.

В общем случае решение задач в рамках этой модели сводится к совместному интегрированию маршевыми конечно-разностными методами системы уравнений, включающей уравнения Эйлера, пограничного слоя и уравнения вязко-невязкого взаимодействия, и к организации итерационного процесса для отбора нужного решения. Наряду с этим могут применяться различные приближенные методы. В частности, в отдельных задачах невязкое течение можно описывать решением Прандтля-Майера для простой волны, например [16], а для уравнений пограничного слоя применять интегральные параметрические методы [19, 20].

В рамках модели вязко-невязкого взаимодействия решен ряд задач струйных течений. Расчетные схемы этих течений представлены на рис. 10.

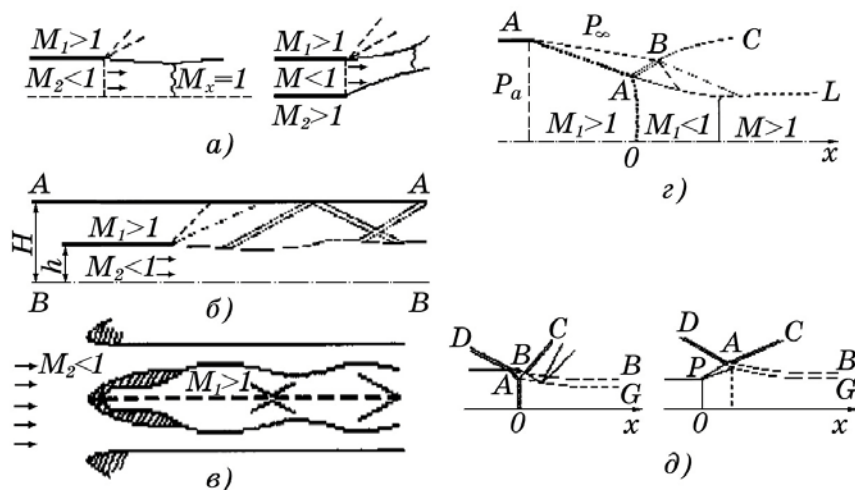


Рис. 10

На рис. 10а изображены картины симметричного и несимметричного течения за плоским торцом в сверхзвуковом потоке при наличии дозвукового вдува конечной интенсивности через проницаемую стенку донного среза [16]. Схемы течений на рис. 10б, 10в соответствуют течению в ограниченном пространстве – канале или трубе; на рис. 10б показана схема истечения дозвуковой вдуваемой струи в спутный сверхзвуковой поток; на рис. 10в – схема течения для задачи о взаимодействии сверхзвуковой вдуваемой струи с дозвуковым потоком [21]. Эти две задачи имеют прямое приложение к проблеме прямоточных воздушно-реактивных двигателей; кроме того, схема рис. 10в соответствует рассмотренной выше задаче о движении ракеты в пусковой трубе, когда граница сверхзвуковой струи ДУ прямо не попадает на стенки трубы. К классу задач о взаимодействии дозвуковой струи со спутным сверхзвуковым потоком относятся и задачи о дозвуковом течении в сверхзвуковом потоке в результате нерегулярного взаимодействия ударных волн при истечении перерасширенной сверхзвуковой струи (схема течения на рис. 10г) [22]

или при падении интенсивной ударной волны на сверхзвуковую струю, распространяющейся в сверхзвуковом потоке с большой сверхзвуковой скоростью [23]. В этом случае в сверхзвуковой струе может возникнуть прямой скачок уплотнения, за которым течение становится дозвуковым. В зависимости от значений определяющих параметров, возможны ситуации, когда прямой скачок возникает внутри струи вниз по потоку от места падения скачка и когда этот скачок перемещается вверх по потоку от места падения скачка (рис. 10д). Тогда во внешнем сверхзвуковом потоке возникает конфигурация λ -скачка. Положение λ -скачка, так же как и положение прямого скачка (маховской ножки) в течении по схеме 4, заранее неизвестно и определяется из условия прохождения особой точки обобщенных уравнений вязко-невязкого взаимодействия [23]. В рамках модели вязко-невязкого взаимодействия исследовано также влияние диффузионного горения на характеристики течения при взаимодействии водородосодержащей дозвуковой струи со спутным сверхзвуковым потоком воздуха [24] и проведен расчет характеристик эжектора при критическом режиме его работы [25]. Для вышеперечисленных задач проведены детальные исследования особенностей течений. Рассматривались ламинарные и турбулентные режимы течения в струе. В последнем случае использовалась алгебраическая и дифференциальная модели турбулентности.

В качестве иллюстрации результатов решения типичной задачи из рассматриваемого класса на рис.7б приведены расчетные распределения статического давления вдоль вязкой области для течения при вдуве сверхзвуковой струи в спутный дозвуковой поток. Для этого течения характерно образование сложной картины волн сжатия и разрежения, что является следствием отражения и переотражения волн от стенки канала и дозвуковой струи.

Струйные течения в сверхзвуковом эжекторе.

Модель вязко-невязкого взаимодействия оказывается эффективной при расчете параметров струйного течения в эжекторе при критическом режиме его работы [25]. Выяснено, что при определении коэффициента эжекции при критическом режиме работы эжектора могут быть использованы приведенные в [26] простейшие формулы, при получении которых не учитывались волны разрежения и скачки уплотнения в эжектирующей сверхзвуковой струе.

Модель «вязко-невязкого взаимодействия» позволяет наряду с этим определить положение сечения запирания эжектора и распределение параметров в поле потоков эжектируемого и эжектирующего газов. В качестве иллюстрации на рис. 11 приведены зависимость расстояния до сечения звукового запирания. Линии 1 и 2 относятся к результатам, полученным при числах Маха на срезе сопла эжектирующего потока 1 и 1,5. Сплошные и штрихпунктирные линии соответствуют отношениям температур в струе и в потоке $\theta = 1$ и $\theta = 2$.

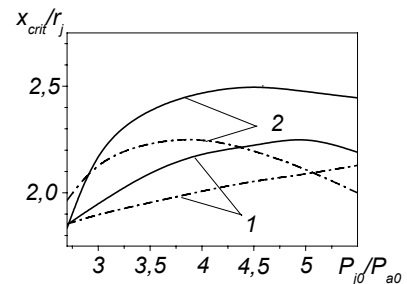


Рис. 11

Численное моделирование струйных течений в задачах внутренней газодинамики с использованием упрощенных уравнений Навье-Стокса.

Следующей по сложности реализации моделью, позволяющей учесть измене-

ние давления в поперечном к направлению основного течения направлении, является модель вязкого слоя. В рамках этой модели течение описывается уравнениями пограничного слоя, дополненными уравнением сохранения поперечного импульса из системы уравнений Эйлера. Однако при наличии областей дозвукового течения полный учет градиента давления в уравнении для продольного импульса обеспечивает передачу возмущений вверх по потоку, вследствие чего маршевый по продольной координате метод решения системы уравнений приводит к экспоненциально растущим решениям. Анализ различных способов регуляризации решения в дозвуковых областях течения проведен в [17]. Из многих методов подавления механизма распространения возмущений вверх по потоку в локальных областях дозвукового течения представляет интерес алгоритм, предложенный в [27]. В [28] приведена интерпретация этого маршевого алгоритма применительно к расчету течений в сверхзвуковой турбулентной струе, взаимодействующей со спутным ограниченным дозвуковым потоком. При этом следует отметить, что условием, определяющим некоторую оправданность использования маршевых методов, является условие $\Pi > 0$, где $\Pi = \int \frac{1}{\gamma} \left(1 - \frac{1}{M^2} \right) dy$ – интеграл Пирсона,

M – число Маха, интегрирование проводится в поперечном направлении в пределах расчетной области. Это ограничивает протяженность областей дозвукового течения выполнением условия, при котором среднеинтегральное течение остается сверхзвуковым. В случаях невыполнения этого условия практическая полезность результатов, полученных с использованием маршевых алгоритмов, сомнительна.

Регуляризация решения задачи в дозвуковых областях течения достигается тем, что система уравнений вязкого слоя считается состоящей из двух групп. К первой группе относятся уравнения для продольной составляющей импульса, энергии и характеристики турбулентности. Для течений многокомпонентного газа к этой группе относятся также уравнения переноса компонент. При заданном давлении эти уравнения являются уравнениями параболического типа, и их решение может быть получено маршевыми методами, например, по неявной абсолютно устойчивой итерационной схеме типа Кранка-Николсона с применением скалярной прогонки [14, 17]. Во вторую группу включаются уравнение неразрывности и уравнение сохранения для поперечной составляющей импульса.

Уравнения этой подсистемы рассматриваются как уравнения относительно функций давления P и поперечной составляющей скорости v , Особенностью этих уравнений является то, что это система уравнений первого порядка, которая должна удовлетворять краевым условиям для функции v на оси канала и на его стенке. При сделанных предположениях вторая подсистема уравнений имеет гиперболический тип и может быть решена маршевыми методами.

Некоторые результаты расчетов по предложенному в [28] маршевому алгоритму иллюстрируют графики, представленные ниже на рис. 12 – 14.

На рис. 12 показано распределение статического давления вдоль канала. Рассчитанные по модели вязкого слоя распределения статического давления вдоль оси канала и на его стенке показаны линиями 1 и 2, пунктиром – распределение вдоль канала среднего по площади значения статического давления. Там же показано распределение статического давления вдоль канала, соответствующее расчету по модели «узкого канала» (кривая 3). Отличия в

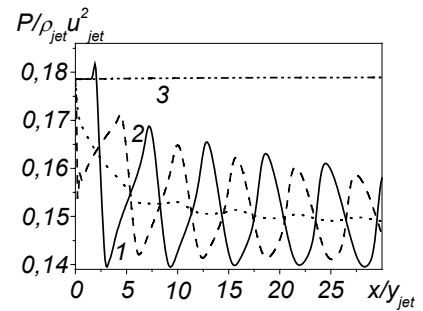
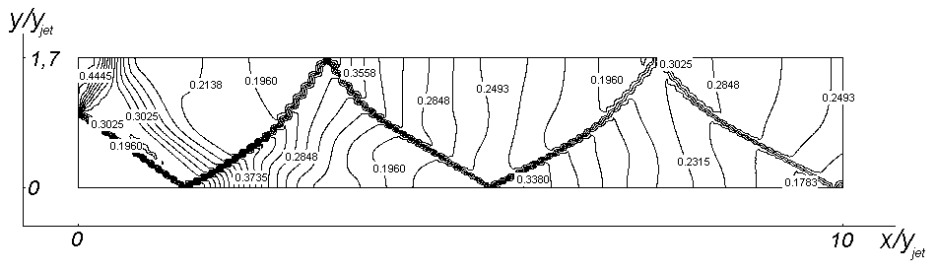


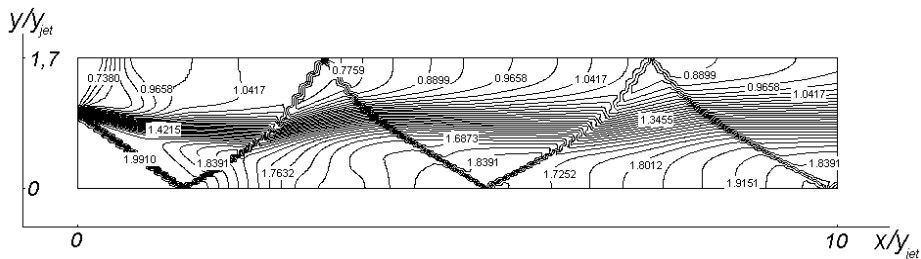
Рис. 12

распределении осредненного по сечению давления, рассчитанного по моделям вязкого слоя и «узкого канала», вызваны тем, что последняя модель не учитывает потери полного давления в сверхзвуковой части потока вследствие взаимодействия ударных волн в струе. Структура фрагмента течения при взаимодействии блока сверхзвуковых турбулентных струй со спутным дозвуковым потоком при разных нерасчетностях представлена на рис. 13, 14 для расстояния между осями сверхзвуковых струй, отнесенного к ширине струи, $\bar{y}_w = 1,7$. Приведены изолинии статического давления (а) и чисел Маха (б). Результаты соответствуют значению числа Маха в дозвуковом потоке $M_f = 0,7$ и в сверхзвуковой струе на срезе щелевого сопла $M_j = 2$, нерасчетности струи $n = 0,4; 2,0$. Во всех случаях хорошо прослеживается турбулентный слой смешения, имеет место периодическая волновая картина течения с уменьшением интенсивности волн сжатия и скачков уплотнения вниз по потоку. Вследствие эжектирующего влияния сверхзвукового потока дозвуковой поток ускоряется и переходит в сверхзвуковой.

Истечение перерасширенной и недорасширенной (рис. 13 и 14) сверхзвуковых струй сопровождается образованием ударных волн. При падении скачка на верхнюю плоскость симметрии, скорость потока на которой в окрестности падения скачка ненамного больше скорости звука, имеет место нерегулярное отражение с формированием ножки Маха, за которой образуется зона дозвукового течения. Течение за ножкой Маха затем опять ускоряется до сверхзвукового под влиянием эжекции. В области дозвуковых течений изобары расположены вертикально, следовательно, здесь $\partial P/\partial y \sim 0$. Это подтверждает обоснованность допущения об отсутствии поперечного градиента давления в дозвуковом течении при формулировке модели вязко-невязкого взаимодействия для истечения сверхзвуковой струи в спутный дозвуковой поток [16 – 18]. Представленные результаты показывают, что описанный алгоритм численного интегрирования уравнений вязкого слоя позволяет проводить расчеты прямооточных турбулентных сверхзвуковых течений с локальными дозвуковыми зонами маршевым методом при условии, что в каждом поперечном сечении среднеинтегральное по сечению число Маха больше единицы (интеграл Пирсона $\Pi > 0$).

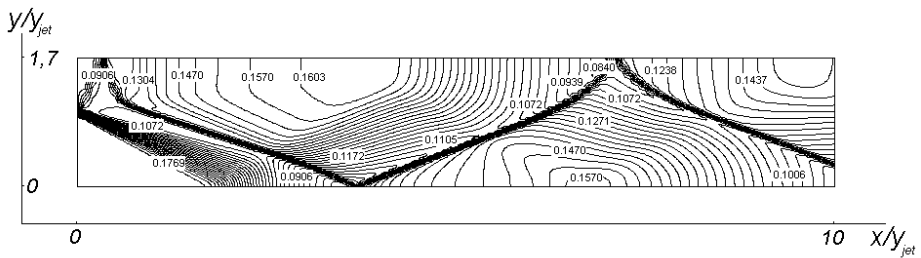


a)

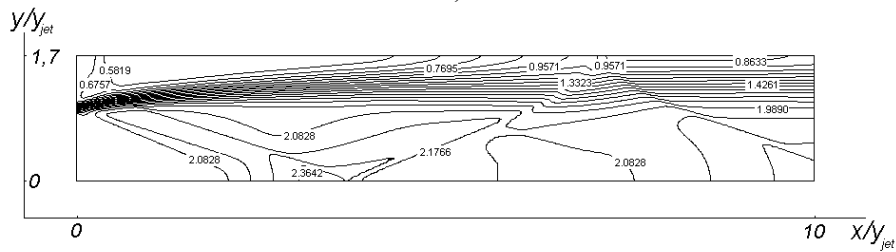


б)

Рис. 13



a)



б)

Рис. 14

Трудоемкость расчетов сравнима с трудоемкостью расчетов уравнений пограничного слоя с использованием стандартных программ.

Течение в турбулентных струях при наличии горения. Проблемы исследования струйных течений при наличии горения связаны как с неопределенностями в выборе моделей турбулентности и кинетических параметров для химических реакций, так и с проблемами взаимного влияния турбулентности и горения. В связи с этим, вопросы математического моделирования

течений в турбулентных струях при наличии горения представляют большой интерес как с методической, так и с практической точки зрения.

Процесс горения при вдуве струи горючего газа в спутный поток определяется как скоростью кинетического горения, так и скоростью конвективного и диффузионного переноса компонент смеси. Во многих случаях константы скоростей реакций настолько велики, что для струйных течений перемешанных компонентов скорость выгорания горючего лимитируется диффузионным переносом реагентов к фронту реакции. В этом случае может быть использована диффузионная модель горения, в рамках которой принимается, что горение осуществляется в одностадийной реакции, которая локализована в бесконечно тонком фронте пламени, на котором диффузионные потоки компонент находятся в стехиометрическом соотношении, а концентрации реагирующих компонент равны нулю. Математически такой фронт представляет собой поверхность разрыва производных концентраций и температуры. В ИТМ разработаны алгоритмы решения таких задач с явным выделением фронта пламени, которые подробно описаны в [29 – 31]. В этом случае постановка задачи существенно упрощается, т.к. не нужно рассчитывать константы скоростей химических реакций, уменьшается количество компонент смеси и отсутствуют проблемы решения «жесткой» неоднородной системы уравнений для концентраций компонент.

Комплекс вопросов, связанных с расчетом течения в турбулентных струях при кинетическом горении, рассмотрен в [31] на примере горения блока плоских сверхзвуковых метаносодержащих струй, истекающих в спутный дозвуковой поток воздуха в плоском канале. Для описания неравновесного течения используется модель, включающая уравнения «узкого» канала совместно с уравнениями для характеристик турбулентности в пограничном приближении. Кинетика горения метана описывается при помощи одностадийной стехиометрической брутто-реакции [32].

Для обоснования выбора такой простейшей кинетической модели горения метана были проведены по модели «идеального реактора» сравнительные расчеты с использованием данной кинетической модели и модели горения метана, содержащей до пятидесяти пяти простых одностадийных реакций [33]. В результате этих исследований выяснено, что при увеличении коэффициента избытка окислителя α_{ox}^0 относительная погрешность в значениях равновесной температуры при расчете кинетического горения метана с использованием брутто-реакции возрастает и при значении $\alpha_{ox}^0 = 1,0$ составляет порядка 6% от расчетной равновесной температуры, определенной по модели 55-ти реакций; модель одностадийной брутто-реакции горения метана в кислороде воздуха удовлетворительно отслеживает изменение массовых концентраций реагентов и продуктов реакции при выходе на равновесное состояние в исследованном диапазоне изменения параметра α_{ox}^0 независимо от выбора наборов значений констант реакции. Для оценки влияния модели турбулентности на характеристики неравновесного течения рассмотрены однопараметрическая модель турбулентности Секундова [13] для коэффициента кинематической вязкости и двухпараметрическая модель турбулентности Менера [34] для энергии турбулентности и диссипативной функции. Из сравнительного анализа распределения коэффициента динамической турбулентной вязкости в характерных поперечных сечениях канала, проведенного в [31], следует, что модель турбулентности оказывает значительное влияние

на распределение турбулентной динамической вязкости, причем это различие увеличивается вниз по потоку. Использование модели турбулентности Секундова приводит к генерации более сильной турбулентности по сравнению с моделью Менгера.

Согласно приведенным результатам, можно заключить, что выбор модели турбулентности существенно влияет на массовый состав смеси на основном участке и на распределение газодинамических параметров течения вдоль канала. Это следует учитывать при расчетном прогнозировании характеристики течения в области смешения и горения.

С использованием модели турбулентности Секундова, как более простой, были проведены численные параметрические исследования влияния горения на характеристики течения в канале. Численным путем установлено следующее: горение приводит к уменьшению статического давления на выходе из канала, где поток стал практически равномерным и закончился процесс горения. Это связано с тем, что тепло, которое выделяется в результате горения, подводится к дозвуковому потоку и, согласно условию обращенного воздействия [14, 26], приводит к ускорению потока в канале и снижению уровня давления на выходе из него. Коэффициент турбулентной динамической вязкости в поперечных сечениях канала при горении меньше, чем без горения. Горение приводит к уменьшению турбулентности течения, вследствие чего увеличивается протяженность зоны смешения потоков.

Выводы. Разнообразие струйных течений и их широкое распространение во многих технических устройствах требуют при решении практических задач формулировки достаточно простых математических моделей, которые отражают наиболее принципиальные особенности конкретного течения. В ИТМ НАНУ и НКАУ разработаны алгоритмы различной сложности, которые при решении широкого класса задач в области ракетно-космической техники и в различных технологических приложениях струйных течений показали достаточную для практических приложений эффективность.

1. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
2. Газодинамика сверхзвуковых неизобарических струй / В. С. Авдеевский, Э. А. Ашратов, А. В. Иванов, У. Г. Пирумов. – М.: Машиностроение, 1989. – 320 с.
3. Родионов А. В. Новый маршевый метод расчета струй продуктов сгорания / А. В. Родионов // ЖВМиМФ. – 2002. – Т. 42, № 9. – С. 1413 – 1424.
4. Галицкий К. Б. Моделирование догорания высокоскоростных турбулентных струй / К. Б. Галицкий // Физика горения и взрыва. – 2006. – Т. 42, № 2. – С. 3 – 9.
5. Белоцерковец И. С. Расчет сверхзвуковых составных затопленных струй идеального газа, взаимодействующих с поверхностью / И. С. Белоцерковец // Техническая механика. – 1998. – Вып. 8. – С. 15 – 18.
6. Белоцерковец И. С. Особенности течения в составной невязкой сверхзвуковой струе, истекающей из стесненного блока сопел типа «аэроспайка» в покоящуюся среду / И. С. Белоцерковец // Техническая механика. – 2003. – № 2. – С. 48 – 53.
7. Белоцерковец И. С. Влияние неравномерности внешнего сверхзвукового потока и угла отклонения сопла на донное давление за осесимметричным телом со сверхзвуковой струей / И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко, Л. М. Филипповская // Изв. вузов. Авиационная техника. – 1990. – № 1. – С. 34 – 36.
8. Белоцерковец И. С. Влияние твердой фазы и теплофизических характеристик центральной одиночной сверхзвуковой струи двигателя на донное давление и температуру / И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко // Косм. исслед. на Украине. – 1982. – Вып. 16. – С. 55 – 58.
9. Белоцерковец И. С. Влияние турбулентного перемешивания на параметры частиц в двухфазной сверхзвуковой затопленной струе / И. С. Белоцерковец // Техническая механика. – 2003. – № 1. – С. 66 – 73.
10. Моделирование высокотемпературных двухфазных потоков / В. И. Тимошенко, И. С. Белоцерковец, В. П. Галинский, В. Х. Кадыров, В. М. Кисель, Ю. И. Евдокименко // В кн. Материалы и покрытия в экстремальных условиях. Взгляд в будущее Т. 3 Экспериментальные исследования. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана. – 2002 г. – С. 113 – 155.

11. Исследование процессов в горелочных устройствах для высокоскоростного газопламенного напыления порошковых материалов с использованием расходного способа воздействия на поток / *В. И. Тимошенко, И. С. Белоцерковец, В. П. Галинский, В. Х. Кадыров, В. М. Кисель, Ю. И. Евдокименко* // Инженерно-физический журнал. – 2001. – Т. 74, № 6. – С.156 – 161.
12. Белоцерковец *И. С.* Истечение заглубленной сверхзвуковой струи в трубу или канал / *И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко* // Техническая механика. – 1995. – Вып. 4. – С.90 – 93.
13. Турбулентное смещение газовых струй / *Г. Н. Абрамович, С. Ю. Крашенинников, А. Н. Секундов, И. П. Смирнов.* – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1974. – 340 с.
14. Тимошенко *В. И.* Газовая динамика высокотемпературных технологических процессов / *В. И. Тимошенко.* – Днепропетровск : Институт технической механики НАНУ и НКАУ, 2003. – 460 с.
15. Сивиркин *В. Ф.* Влияние сжимаемости на закономерности распределения турбулентных струй / *В. Ф. Сивиркин* // Изв. Вузов. Авиационная техника. – 1982. – № 3. – С.42 – 49.
16. Белоцерковец *И. С.* К расчету характеристик течения при равномерном вдуве однородного газа в кормовой части тела / *И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко* // ПМТФ. – 1984. – № 1. – С.76 – 81.
17. Тимошенко *В. И.* Сверхзвуковые течения вязкого газа / *В. И. Тимошенко.* – Киев : Наук. думка, 1987. – 184 с.
18. Тимошенко *В. И.* Обобщенные уравнения вязко-невязкого взаимодействия и их применение в задачах типа пограничного слоя / *В. И. Тимошенко, И. С. Белоцерковец* // Прикладная гидромеханика. – 2005. – 7(79), № 3 – 4. – С.19 – 34.
19. Белоцерковец *И. С.* Использование интегральных законов смещения для расчета донного давления за клином под углом атаки в сверхзвуковом потоке / *И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко* // Космические исследования на Украине. – 1981. – Вып. 15. – С.83 – 89.
20. Белоцерковец *И. С.* Применение интегрального метода к расчету сверхзвукового обтекания донного уступа при наличии истекающей струи / *И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко* – В кн.: Аэрогазодинамика и нестационарный теплообмен – Киев : Наук. думка, 1983. – С.3 – 10.
21. Белоцерковец *И. С.* Влияние волновых процессов на вязко-невязкое взаимодействие до- и сверхзвуковой струи со сверх- и дозвуковым спутным потоком в канале и трубе / *И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко* // ПМТФ. – 1990. – № 4. – С.112 – 117.
22. Белоцерковец *И. С.* К расчету нерегулярного взаимодействия ударных волн / *И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко* // ПМТФ. – 1992. – № 6. – С.9 – 14.
23. Белоцерковец *И. С.* Взаимодействие ударной волны со струей, истекающей в спутный сверхзвуковой поток с меньшей сверхзвуковой скоростью / *И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко* // ПМТФ. – 1993. – № 5. – С.10 – 15.
24. Белоцерковец *И. С.* К расчету диффузионного горения дозвуковой струи в спутном сверхзвуковом потоке / *И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко* // ПМТФ. – 1988. – № 1. – С.91 – 95.
25. Тимошенко *В. И.* Расчетные модели газоструйного эжектора при сверхзвуковой скорости эжектирующего потока / *В. И. Тимошенко, И. С. Белоцерковец* // Техническая механика. – 2008. – № 1. – С.50 – 63.
26. Абрамович *Г. Н.* Прикладная газовая динамика. / *Г. Н. Абрамович.* – М. : Наука, 1969. – 824 с.
27. Сриваставе *Б. Н.* Решение уравнений вязкого ударного слоя для гиперзвукового течения около сферически затупленных конусов / *Б. Н. Сриваставе, М. Дж. Варле, Р.Т. Девис* // Ракетная техника и космонавтика. – 1978. – Т.16, № 2. – С.55 – 65.
28. Тимошенко *В. И.* Маршевый расчет течения при взаимодействии сверхзвуковой турбулентной струи со спутным ограниченным дозвуковым потоком / *В. И. Тимошенко, И. С. Белоцерковец* // Вісник Дніпропетровського університету. – 2008. – Вып. 1, Т. 1, Механика. – С.30 – 41.
29. Белоцерковец *И.С.* Математическое моделирование турбулентного перемешивания и горения дозвуковых струй в спутном сверхзвуковом потоке / *И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко* // Турбулентный пограничный слой. Механика жидкости и газа. Часть II. Сб. докладов ежегодной научной Школы-семинара ЦАГИ. 29.01 – 3.02. 1992, – М. : ЦАГИ, 1992. – С.29 – 34.
30. Белоцерковец *И. С.* К расчету диффузионного горения дозвуковой струи в спутном сверхзвуковом потоке / *И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко* // ПМТФ. – 1988. – № 1. – С.91 – 95.
31. Тимошенко *В. И.* Кинетическое горение при турбулентном смешении метаносодержащих струй со спутным дозвуковым потоком воздуха / *В. И. Тимошенко, И. С. Белоцерковец* // Техническая механика. – 2007. – № 2. – С.8 – 24.
32. Физико-химические процессы в газовой динамике. Справочник. Том 2. Физико-химическая кинетика и термодинамика / Под ред. *Г. Г. Черного и С. А. Лосева* – М. : Научно-издательский центр механики. – 2002. – 368 с.
33. Горение в сверхзвуковом потоке / *В. К. Баев, В. И. Головичев, П. К. Третьяков и др.* – Новосибирск : Наука, 1986. – 301 с.
34. Menter *F. R.* Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications / *F. R. Menter* // AIAA Journal. – 1994. – Vol. 32, N 8. – P.1598 – 1605.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 03.09.08,
в окончательном варианте 17.09.08