УДК 004.82

Ю.Р. Валькман, А.Ю. Рыхальский

Модельно-параметрическое пространство – средство представления знаний исследователей сложных систем

Введено понятие модельно-параметрического пространства для исследования сложных систем в компьютерных технологиях. Построен соответствующий формальный аппарат. Определено понятие модельно-параметрической окрестности. Рассмотрены теоретико-множественные операции объединения и пересечения этих окрестностей в модельно-параметрическом пространстве. Введена метрика в этом пространстве. Исследованы свойства и характеристики построенных структур.

A concept of model-parametrical model parametrical spaces for the research of complex systems in computer technologies is introduced. The corresponding formal method is constructed. A notion of the model parametrical vicinities is defined. Set-theoretic operations of association and crossing of these vicinities in the model parametrical space are considered. A metric in this space is introduced. The properties and characteristics of the constructed structures are investigated.

Введено поняття модельно-параметричного простору для дослідження складних систем в комп’ютерних технологіях. Побудовано відповідний формальний апарат. Визначено поняття модельно-параметричного околу. Розглянуто теоретико-множинні операції об’єднання і перетину цих околів в модельно-параметричного просторі. Введено метрика у цьому просторі. Досліджено властивості і характеристики побудованих структур.

Введение. Авторы работают над проблемами исследований сложных систем в течение многих лет [1–8]. Ранее основным предметом наших научных интересов являлась автоматизация процессов исследования и проектирования сложных изделий новой техники (корабли, самолеты и др.). Теперь класс рассматриваемых объектов значительно расширен – это социально-экономические системы (города, предприятия, транспортные системы и пр.). Для представления этих объектов в компьютерных технологиях характерны мультимодельность, гетерогенность вычислительной среды, многопараметричность, сложноструктурированность, семантическая «насыщенность» информационного пространства. Ввиду изложенного весьма актуально решение проблемы реализации специального формального аппарата, обеспечивающего единообразное представление моделей, синтезированных посредством различных методов и средств, с целью унификации операций их обработки в вычислительной среде.

В данной статье введено понятие модельно-параметрического <*M*,*P*>-пространства для исследования сложных систем и рассмотрены его свойства и характеристики.

Определение <*M*,*P*>-пространства, его свойства и структура

Формальное изучение любого круга проблем, связанных с созданием или исследованием сложных систем и процессов, начинается с замены реальных объектов некоторыми, подходящим образом выбираемыми их абстрактными описаниями. В предметной области исследований сложных объектов давно определены категории таких абстракций: *параметры* и *модели.* При этом, под *параметром* понимается формальный образ моделируемого в вычислительной среде свойства, а под *моделью* – любое отношение между параметрами. Детально мотивация этих определений и соответствующая формализация рассмотрены в работе [4].

Заметим, что любая модель формально это: $M_j : R(P_{1j}, P_{2j}, ..., P_{ij})$, где: j – индекс (идентификатор) модели; P_{ij} – i-й параметр j-й модели; R – отношение между параметрами. Это отношение может быть представлено в любой форме.

На основе введенных, исследованных и обоснованных в монографии [4] определений и утверждений представляется целесообразным построить обобщенное пространство моделей знаний, используемых в анализе сложных систем.

В современной математике [9] пространство определяется как *множество однородных объектов* (предметов, явлений, состояний, переменных и пр.), между которыми имеются пространственно подобные отношения. Часто слова *однородные* и *пространственно подобные* опускают и определяют пространство как кортеж (M, A_1, A_2, ..., A_n), где M – некоторое множество, а A_1, A_2, ... A_n – отношения между его элементами. Иногда о пространстве говорят как о множестве M, между элементами которого подразумеваются некоторые отношения.

Поскольку все операции и процессы осуществляются на уровне моделей и параметров, такое пространство правомерно называть модельно-параметрическим. Обозначать и называть его далее будем $<M,P>$-пространством.

Определение 1. Под модельно-параметрическим пространством будем понимать множество всех моделей, параметров, отношений между ними, характеризующих свойства (проектируемого и/или исследуемого) объекта (системы).

С точки зрения авторов, наиболее подходящим аппаратом для описания и исследования структуры $<M,P>$-пространства является *теория графов* [10]. Элементами (атомарными составляющими) $<M,P>$ являются: модели (множество M), параметры (множество P) и отношения между ними, т.е. $M = \{M_j\}$, $j \in J$, $P = \{P_i\}$, $i \in I$, где множества индексов I и J определяются рассматриваемыми в каждом конкретном случае объектами, явно и неявно определяя их как целостные структуры. К объектам отнесем различные агрегаты, узлы, функциональные подсистемы, компоненты проектируемого сложного изделия, его в целом и систему, описывающую его поведение и функционирование во внешней среде. Таким образом в самом общем случае $<M,P>$-пространство определяется на множестве *прямого декартова произведения множеств* M и P, т.е. $<M,P> \subseteq M \times P$. Дугам-отношениям между моделями и параметрами, в зависимости от контекста рассмотрения, будем приписывать различный смысл. Но, по умолчанию предполагается, что стрелка, направленная от параметра к модели, означает, что данный параметр независим в данной модели, а стрелка, направленная от модели к параметру, соответствует зависимости параметра от модели.

Таким образом, $<M,P>$-пространство представимо в форме ориентированного графа, вершины которого соответствуют моделям и параметрам, а дуги – отношениям между ними.

Докажем фундаментальные для анализа структуры $<M,P>$ утверждения. Но сначала введем интуитивно ясное определение *непосредственной* (*прямой*) *связи*.

Определение 2. Под непосредственной (прямой) связью между элементами $<M,P>$-пространства будем понимать такое отношение между ними, когда они связаны какой-либо дугой орграфа $<M,P>$.

Утверждение 1. Параметры $<M,P>$-пространства не могут быть связаны непосредственно.

Это доказывается просто. Если какие-либо параметры связаны между собой, то вполне очевидно, что это отношение должно иметь какой-либо причинно-следственный характер. А это есть определение модели [4].

Утверждение 2 (обратное). Модели $<M,P>$-пространства не могут быть связаны непосредственно.

Это утверждение обратно по отношению к утверждению 1 по смыслу. Пусть имеется две различные модели M_1 и M_2. Если предположить, что они моделируют одно и то же свойство, построены на полностью идентичных параметрах, одним и тем же методом, то возникает вопрос: почему они различны? Очевидно, что для описания их различия необходимо ввести в рассмотрение еще один (а может, и не один) параметр, значения которого и будут отражать эти различия.

Таким образом, в терминологии теории графов [10] $<M,P>$-пространство представляет собой двудольный граф (или биграф):

$M \cap P = \varnothing$. Заметим, только в том случае, когда M и P – элементы орграфа $<M,P>$ и не существует ребер, соединяющих вершины одного и того же множества. Но и разделение на M и P достаточно условно, так как любая модель строится на параметрах, а параметры (формальные свойства объектов, т.е., фактически, модели свойств!) выделяются также в значительной мере искусственно.

Приведенные рассуждения мотивируют целесообразность исключения из рассмотрения *ненаправленных моделей*. Действительно, любая модель предназначена для моделирования каких-либо свойств, характеристик проектируемого изделия, т.е. у нее всегда должны быть входные и выходные параметры. Направленность орграфа и специфика $<M,P>$-пространства приводят к наличию следующих свойств его топологии:

- параметр может не иметь выходящих дуг; в этом случае он не используется в других моделях и, как правило, таким свойством обладают интегральные параметры;
- если он имеет несколько выходящих дуг, то его значения используются в соответствующем числе моделей;
- параметр может не иметь заходящих дуг; в этом случае во всех моделях он используется в качестве независимого, и его значения определяются только пользователем или измеряются каким-либо датчиком;
- если он имеет несколько заходящих дуг, то его значения могут быть получены на основе различных моделей, и в этом случае необходимо указывать контекст их использования;
- любая модель должна иметь хотя бы одну выходящую дугу, соответствующую вычисляемому параметру, иначе в причинно-следственном отношении (тексте модели) отсутствует следствие;
- если модель имеет несколько выходящих дуг, то можно говорить об интегрированной модели, так как с ее помощью вычисляется несколько параметров;
- любая модель должна иметь хотя бы одну заходящую дугу, соответствующую входному параметру, в противном случае в причинно-следственном отношении (тексте модели) отсутствует причина;
- если модель имеет несколько заходящих дуг, то значения выходных параметров вычисляются на основе значений соответствующего числа независимых (входных) параметров (аргументов).

После доказательства утверждений 1 и 2 можно исследовать структуру и свойства $<M,P>$-пространства с различных точек зрения, акцентируя внимание на его разных аспектах.

Так можно говорить о подпространстве параметров, связанных моделями, или о подпространстве моделей, связанных параметрами. И тогда получим *взвешенные орграфы* $<M,P>$. Можно в $<M,P>$-пространстве выделить и другие подпространства по различным признакам.

Для этого представляется целесообразным ввести в рассмотрение некоторые структуры большего порядка, чем отдельные элементы $<M,P>$ (модели, параметры, их отношения).

Примером таких структур является *методика определения различных свойств проектируемого сложного изделия*. На рис. 1 представлен графический образ фрагмента такой методики (реальной, для расчета амплитуды бортовой качки [4]) для определения значений (интегрального) параметра P_1 на основе значений P_5, P_9, P_{11}, P_{12}, P_{13}. Следующий иерархический уровень – *облики* (обобщенные модельно-параметрические пространства различных подсистем, агрегатов [4]).

Окрестности в $<M,P>$-пространстве

Слово *окрестность* имеет в обыденной речи такой смысл, что многие свойства, в которых упоминается названное тем же именем математическое понятие, выступают как математическое выражение интуитивно ясных свойств.

Определение 3. Окрестностью $<M,P>$-пространства первого порядка относительно модели M_j будем называть множество параметров P_i, непосредственно связанных с моделью M_j.

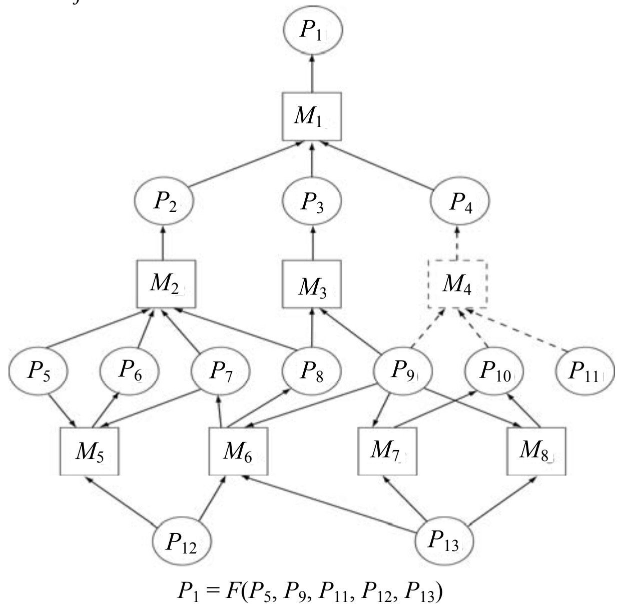

Рис. 1. Условный пример фрагмента методики определения интегрального показателя

Обозначим эту окрестность $[M_j]_1$. Все элементы окрестности модели ввиду утверждения 2 представляют собой параметры, и отделены M_j единичной длиной (в терминологии теории графов). Писать это формально будем так: $P_i \in [M_j]_1$. Введенное определение можно обобщить.

Определение 4. Окрестностью k-го порядка относительно модели M_j назовем множество всех элементов <M,P>-пространства, связанных с M_j путями длиной, меньше или равной k.

Формально, соответственно, это окрестность $[M_j]_k$. Целесообразно ввести интуитивно ясное понятие границы окрестности.

Определение 5. Границей окрестности k-го порядка модели M_j будем называть множество всех элементов <M,P>-пространства, связанных с M_j путем, равным k.

Обозначим границу – $[M_j]_k$. Приведенные определения представлены на рис. 2.

По аналогии с <M,P>-окрестностями моделей введем окрестности параметров.

Определение 6. Окрестностью k-го порядка относительно параметра P_i будем называть множество всех элементов <M,P>-пространства, связанных с P_i путями длиной меньше или равной k.

Обозначим эту окрестность $[P_i]_к$.

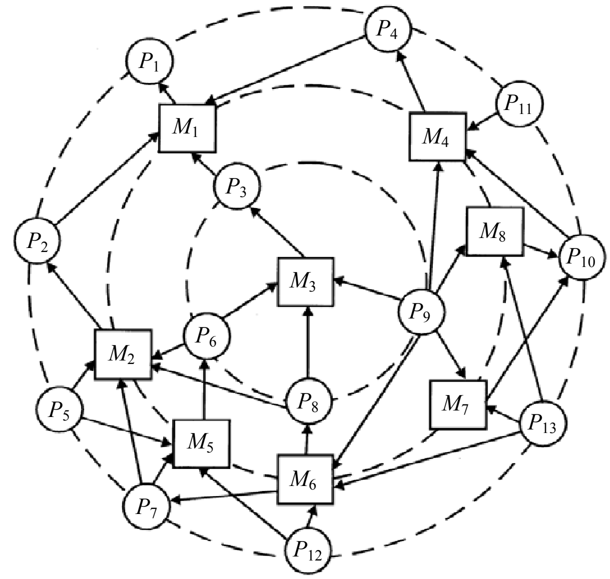

Рис. 2. Пример <M,P>-окрестностей первого, второго и третьего порядка относительно модели M_3

Определение 7. Границей окрестности k-го порядка параметра P_i будем считать множество всех элементов <M,P>-пространства, связанных с P_i путем, равным k.

Обозначим границу окрестности параметра P_i как $[P_i]_{(k)}$.

Определение 8. Соседними границами <M,P>-окрестностей данного элемента будем называть границы k-го и $(k + 1)$-го порядка, где $k = 1, 2, ...$.

Обратим внимание на интересную закономерность, характерную для введенных определений и утверждений относительно <M,P>-окрестностей, являющихся их следствием.

Следствие 1. В любых <M,P>-окрестностях данного элемента непосредственные связи возможны только между элементами границ соседних порядков.

Таким образом, при построении <M,P>-окрестностей на *логическом уровне* ставят в центр внимания какую-либо модель или некоторый параметр. Все остальное <M,P>-пространство рассматривается относительно данного элемента, т.е. проводится его *упорядочивание* (*сорти-*

ровка) по отношению к рассматриваемому параметру или исследуемой модели. Такое смещение точек зрения в <*M*,*P*>-пространстве можно сопоставить в *экзоцентрическими* и *эгоцентрическими* относительными системами отсчетов в пространственных (топологических и метрических) логиках [11]. Аналогия с эгоцентрической системой отсчета уместна, так как различные методики расчета параметров разрабатываются конкретными исследователями, проектировщиками, конструкторами; поэтому – субъективны. И любую методику, очевидно, можно считать <*M*,*P*>-окрестностью k-го порядка данного параметра (где k определяется максимальным числом уровней). Так, на рис. 2 представлена <*M*,*P*>-окрестность фрагмента методики, графический образ которой изображен на рис. 1.

Метрики в <*M*,*P*>-пространстве

Теперь введем *метрику* в <*M*,*P*>-пространстве. Поскольку пространство строится из элементов двух множеств (P и M), можно измерять расстояние трех классов:

- между моделями;
- между параметрами;
- между параметром и моделью.

Рассмотрим два элемента X и Y в <*M*,*P*>-пространстве. Построим <*M*,*P*>-окрестность элемента X такого порядка, что элемент Y будет принадлежать ее границе, т.е. $Y \in [X]_{(k)}$. Метрикой $d(X,Y)$ будем считать число $k-1$, т.е. при таком построении: $d(X,Y) = k-1$, если и только если, $Y \in [X]_{(k)}$. Таким образом можно ввести

Определение 9. Расстоянием между элементами X и Y в <*M*,*P*>-пространстве будем называть функцию $d(X,Y) = k-1$, где $Y = [X]_{(k)}$ и $X,Y \in$ <*M*,*P*>.

Можно доказать, что при таком определении справедливы все три свойства, которым должна удовлетворять метрика:

Свойство 1. $d(X,Y) \geq 0$, причем $d(X,Y) = 0$ тогда и только тогда, когда $X = Y$.

Очевидно, что $d(X,Y)$ для любых $X,Y \in$ <*M*,*P*> больше нуля, так как $k \geq 1$.

В тех случаях, когда $X = M_i$, а $Y = M_j$ и, в частном случае $X = Y = M_j$, $d(M_j,M_j) = 0$ (по определению).

Если $X = Y = P_i$, то $d(P_i,P_i) = 0$ (также будет считаться по определению).

Более сложный случай, когда $X = P_i$, $Y = M_j$.

Вполне логично считать, что если какой-либо параметр входит в некоторую модель, то расстояние между ними равно нулю. Таким образом, в этом случае, так как $P_i \in [M_j]_{(1)}$, $d(P_i,M_j) = 0$. И наоборот, если $d(P_i,M_j) = 0$, то $P_i \in [M_j]_{(1)}$.

Или, если $M_j \in [P_i]_{(1)}$, то $d(M_j,P_i) = О$ и, соответственно, если $d(M_j,P_i) = О$, то $M_j \in [P_i]_{(1)}$.

Легко доказать, что расстояние между параметрами, входящими в одну модель, равно единице, так как в этом случае $P_i \in [P_j]_{(2)}$.

Свойство 2. $d(X,Y) = d(Y,X)$ – симметричность.

Для доказательства этого свойства необходимо показать справедливость следующих трех утверждений:

а) из того, что $M_i \in [M_j]_{(к)}$ следует, что $M_j \in$ $\in [M_i]_{(к)}$ ($X = M_i$, $Y = M_j$);

б) если $X = P_i$, $Y = P_j$, то из $P_i \in [P_j]_{(к)}$ следует $P_j \in [P_i]_{(к)}$;

в) если $P_i \in [M_j]_{(к)}$, то $M_j \in [P_i]_{(к)}$ (в случае $X = P_i$, $Y = M_j$).

Свойство 3. $d(X,Z) \leq d(X,Y) + d(Y,Z)$ – неравенство треугольника.

В тех случаях, когда $X = P_i$, $Y = P_j$, $Z = P_k$, это неравенство доказывается легко.

Аналогично показывается справедливость неравенства треугольника для $X = M_i$, $Y = M_j$, $Z = M_k$.

Для третьего случая необходимо рассмотреть два варианта:

а) $X = P_i$, $Y = P_j$, $Z = M_k$,

б) $X = P_i$, $Y = M_j$, $Z = M_k$.

И неравенство треугольника доказывается для обоих вариантов, но из рассмотрения необходимо исключить случаи, когда $d(P_i,M_i) = 0$.

Рассмотрим, как определяется метрика в теории графов.

Маршрут длины m определяется как последовательность m ребер графа таких, что граничные вершины двух соседних ребер совпадают. Маршрут проходит через все вершины, инцидентные входящим в него ребрам.

Цепью называется последовательность ребер $(r_1,r_2, ..., r_n)$ вида $r_i = (X_i, X_{i+1})$, $i = 1, 2, ..., n$. Таким образом, цепь – маршрут, все ребра которого различны. Вершины X_1 и X_n называются концевыми. Обозначать цепь будем как $l(X_i,X_j)$. Число ребер цепи, соединяющей вершины X_i и X_j, называется ее длиной. *Минимальная длина цепи, соединяющей вершины X_i и X_j, называется расстоянием $r(X_i,X_j)$ между вершинами X_i,X_j*:

$$r(X_i,X_j)=\min_k l_k(X_i,X_j).$$

Введенная на множестве всех пар вершин (X_i,X_j) графа G функция $r(X_i,X_j)$ определяет его метрику. Действительно, эта функция $r(X_i,X_j)$ удовлетворяет следующим трем аксиомам:

$$\forall X_i,X_j\,(r(X_i,X_j) = 0 \leftrightarrow X_i = X_j),$$

$$\forall X_i,X_j\,(r(X_i,X_j) = r(X_j,X_i)),$$

$$\forall X_i,X_j,X_k\,(r(X_i,X_j) + r(X_j,X_k) > r(X_i,X_k)).$$

Очевидно, что при введенном определении расстояния между моделями и параметрами в <*M*,*P*>-пространстве $d(X,Y)=\min_k l_k(X,Y)$ для всех трех случаев: $X = P_i, Y = P_j$; $X = M_i$, $Y = M_j$ и $X = P_i$, $Y = M_j$.

Можно также показать, что $d(X,Z) = d(X,Y) + d(Y,Z)$ в том и только том случае, когда $Y \in l(X,Z)$.

Однако в общем случае <*M*,*P*>-пространство *нельзя считать метрическим*, *поскольку в нем возможны «фрагментарные образования»*, *не связанные между собой*. Тогда не для любых его элементов существует расстояние. Но в этом случае расстояние между соответствующими элементами можно считать бесконечным, т.е. $d(X,Y) = \infty$.

Безусловно, такое определение метрики имеет смысл. Оно в значительной степени аналогично определению *семантического расстояния между некоторыми понятиями в лингвистике*, *четко согласуется с определением ядра и оболочки в проблемно-ориентированном моделировании* [12].

Заметим, что часто анализируют окрестности в <*M*,*P*>-пространстве с минимизацией контекста (например, без учета параметра, метод характеризующего синтеза моделей и прочих аспектов *неявного контекста* [4]), оставляя только параметры, характеризующие модели непосредственно. Естественно, расстояние между моделями или параметрами при этом увеличивается, так как меньше информации их «связывающей», что полностью согласуется, опять таки, с лингвистической трактовкой текстов и контекстов. Последовательное уменьшение учитываемых факторов в пределе может привести к тому, что расстояние между компонентами в <*M*,*P*> станет *бесконечным*. Возможна и обратная ситуация: введем, например, параметр, характеризующий исследуемую систему глобально и «припишем» его формально в качестве неявного контекста каждой модели в <*M*,*P*>-пространстве. Тогда расстояние между любыми моделями будет всегда равно единице.

Можно измерять с помощью введенной метрики расстояния между точками зрения исследователей на исследуемую систему, между методиками, агрегатами сложной системы, рабочими местами исследователей или аналитиков. Обратим внимание и на вполне корректные формулировки: «расстояние данного параметра (свойства) до такой-то модели составляет три модели (или пять параметров)» или «между этими моделями находится пять моделей» и т.д. Интересно измерять, таким образом, расстояние между моделируемыми свойствами. Можно ввести понятие *соседних моделей*. Но можно определять семантическую близость моделей (и параметров) более тонко. Естественно стремление исследователей максимально интегрировать свои точки зрения на исследуемую систему.

Операции пересечения и объединения <*M*,*P*>-окрестностей

Теперь рассмотрим операции пересечения и объединения <*M*,*P*>-окрестностей.

Определение 10. Пересечением окрестностей элементов <*M*,*P*>-пространства будем называть элементы, принадлежащие каждой из окрестностей.

Пример пересечений <M,P>-окрестностей представлен на рис. 3.

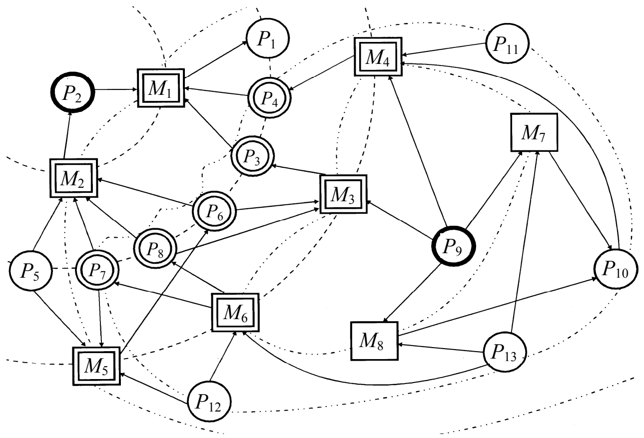

Рис. 3. Результаты операции пересечения <M,P>-окрестностей

Пересечение <M,P>-окрестностей третьего порядка параметров P_2 и P_9, построенное на основе рис. 2, в формальном виде можно записать

$$[P_2]_3 \cap [P_9]_3 = \{P_3,P_4,P_6,P_7,M_1,M_2,M_3,M_4,M_5,M_6\}.$$

Из этого примера можно сделать вывод о том, что результат пересечения окрестностей не является окрестностью. Такая *негомогенность* <M,P>-пространства обусловлена его *неоднородностью*. И вследствие этого, во-первых, нельзя говорить о его топологичности в смысле Н. Бурбаки [9] и, во-вторых, можно строить на нем решетки только искусственными способами.

Кроме того, некоторые параметры входят в пересечение полностью (со всеми «своими» моделями). Это – P_3,P_4,P_6,P_7,P_8. А «полной» модели в данном примере пересечения нет ни одной.

Определение 11. Полным вхождением параметра в <M,P>-окрестность будем называть такую ситуацию, при которой окрестность содержит все модели, с которыми он связан.

Определение 12. Полным вхождением модели в <M,P>-окрестность будем называть такую ситуацию, при которой окрестность содержит все параметры, с которыми модель связана.

Теперь легко доказать следующее следствие из утверждений 1 и 2 и определения <M,P>-окрестности.

Следствие 2. Для того, чтобы какой-либо элемент <M,P>-окрестности входил в нее полностью, достаточно, чтобы он не принадлежал границе.

В формальном виде $X \in [Y]_k$ и $X \notin [Y]_{(k)}$. Отметим прямую аналогию введенных понятий с открытыми и замкнутыми множествами топологических структур.

Определение 13. Соседними в <M,P>-пространстве моделями будем называть модели, пересечение окрестностей первого порядка которых не пусто.

Значит, M_j и M_k соседние, если $[M_j]_1 \cap [M_k]_1 \neq \neq \varnothing$, но $[M_j]_1 \cap [M_k]_1 = \{P_i\}$. Таким образом, можно говорить *о соседстве моделей* по определенным параметрам.

На рис. 4 представлен пример соседства моделей M_3 и M_6 по параметрам P_8 и P_9.

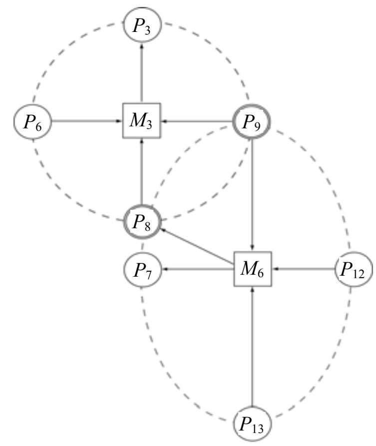

Рис. 4. Пересечение <M,P>-окрестностей первого порядка относительно моделей M_3 и M_6

Введем понятие касающихся окрестностей.

Далее рассмотрим более детально отношения между соседними моделями. Уместно будет говорить и об уровне соседства: сколько у моделей общих параметров, и каковы они. Естественно, что для получения всех соседних моделей по какому-либо параметру, достаточно построить его <M,P>-окрестность первого порядка. По аналогии можно было бы ввести соседние параметры, но вполне очевидно, что таковы параметры, между которыми (относительно данной модели) расстояние равно единице.

Введем понятие касающихся окрестностей.

Определение 14. *Касающимися* <*M*,*P*>-окрестностями называются окрестности, пересечение границ, и только границ, которых не пусто.

Можно ввести операцию вычитания окрестностей, но можно и из <*M*,*P*>-окрестности вычесть некоторые элементы, не являющиеся окрестностями. Тогда касающиеся <*M*,*P*>-окрестности в формальном выражении определятся как $[X]_n$ и $[Y]_k$ такие, что

$$[X]_{(n)}\cap[Y]_{(k)}\neq\varnothing \text{ и } ([X]_n-[X]_{(n)})\cap([Y]_k-[Y]_{(k)}) = \varnothing$$

или

$$[X]_n\cap[Y]_k\neq\varnothing \text{ и } ([X]_n-[X]_{(n)})\cap([Y]_k-[Y]_{(k)}) = \varnothing.$$

Условный пример пересечений <*M*,*P*>-окрестностей третьего порядка P_1, пятого порядка P_2 и шестого порядка M_1, представленный на рис. 5, иллюстрирует, во-первых, другой тип графического образа (когда контуры параметров и моделей, в предыдущих примерах отражаемые контурными окружностями, представлены в форме *круговых слоев*), во-вторых, – пересечение трех окрестностей, в третьих, – возможность пересечения окрестностей моделей и параметров.

Заметим, что интуитивно ясными являются понятия *соседних* и *касающихся* знаний. Поэтому, определение соответствующих окрестностей (см. рис. 4 и 5) можно считать экспликацией этих понятий.

Определение 15. Объединением <*M*,*P*>-окрестностей будем считать все элементы <*M*,*P*>-пространства, принадлежащие хотя бы одной из окрестностей.

Принципиальным отличием результатов операции объединения <*M*,*P*>-окрестностей от их пересечения является то, что они всегда приводятся к новой <*M*,*P*>-окрестности. Поэтому необходимо доказать фундаментальное утверждение.

Утверждение 3. Результат объединения <*M*,*P*>-окрестностей всегда приводится к <*M*,*P*>-окрестности.

Пример такого приведения для $[P_2]_3 \cup [P_9]_3$ (см. рис. 3) показан на рис. 6. В качестве *центра* этой окрестности выбран P_2. Таким образом, $[P_2]_3 \cup [P_9]_3 = [P_2]_5$.

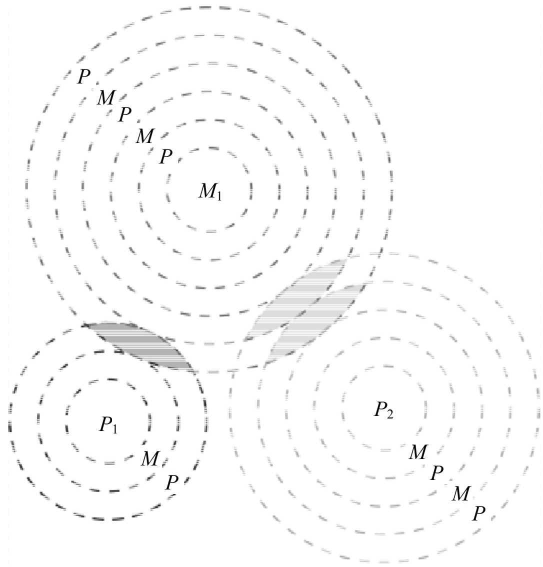

Рис. 5. Пересечение <*M*,*P*>-окрестностей третьего порядка P_1, пятого порядка P_2 и шестого порядка M_1

Здесь уместно рассмотреть *проблему центрирования* <*M*,*P*>-окрестностей.

Определение 16. Центром <*M*,*P*>-окрестности будем называть параметр или модель, относительно которых строится (или рассматривается) окрестность.

Теперь можно доказать

Утверждение 4. Любой элемент какой-либо <*M*,*P*>-окрестности может быть ее центром.

В окрестности собирают модели и параметры, находящиеся в сфере непосредственных интересов проектировщиков (исследователей) сложных систем. Центром <*M*,*P*>-окрестности является параметр или модель, ради которых строится окрестность. Остальные модели и параметры «сортируются» относительно центра. Очевидно, центр <*M*,*P*>-окрестности или всю окрестность (но тогда в <*M*,*P*>-пространстве) целесообразно сопоставить с *центром внимания* [13], а остальные модели и параметры считать *контекстом* соответствующего параметра (или, модели). В роли *текста* может выступать центр <*M*,*P*>-окрестности или вся окрестность в целом (в зависимости от целей построения или исследования <*M*,*P*>-пространства). Контекстное знание можно определить и как фоновое. В [13] рассмотрено понятие *центр внимания* по отношению к контексту. Теперь можно определить следующие свойства контекстов:

- контекст определен и структурирован относительно центра (фокуса) внимания,
- степень детализации контекста зависит от расстояния до центра внимания,
- структура контекста динамически меняется в соответствии с изменением центра внимания,
- контекст всегда субъективен (для каждого «писателя» и «читателя»).

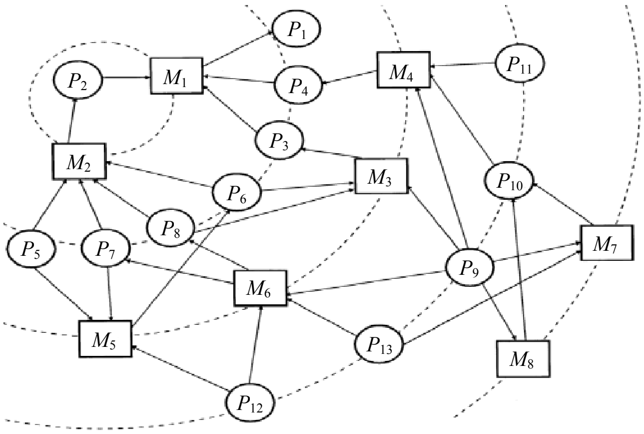

Рис. 6. Результаты операции объединения $<M,P>$-окрестностей

Далее рассмотрим более детально проблемы *центрирования* $<M,P>$-окрестностей и свойства их *изоморфизма*.

Отношения между $<M,P>$-окрестностями

Рассмотрим отношения между $<M,P>$-окрестностями.

Естественно считать, что $<M,P>$-окрестность «не меньше» другой окрестности, если все элементы и отношения между ними второй $<M,P>$-окрестности принадлежат и первой. Это отношение записывается так: $[X_i]_к \subset \subset [Y_j]_n$ или $[Y_j]_n \supset [X_i]_к$. Оно читается: *окрестность* $[X_i]_k$ *содержится в окрестности* $[Y_j]_n$ или *окрестность* $[Y_j]_n$ *содержит окрестность* $[X_i]_к$. Заметим, что в качестве X_i и Y_j могут использоваться и параметры, и модели, т.е. X_i, $Y_j \in <M,P>$.

Определение 17. Будем считать, что окрестность $[X_i]_k$ полностью содержится в окрестности $[Y_j]_n$, если все элементы и отношения первой являются элементами и отношениями второй.

По аналогии с теоретико-множественными операциями и отношениями легко показать справедливость для $<M,P>$-окрестностей трех аксиом отношений (частичного) порядка:

- *Рефлексивность*: $[X_i]_k \subseteq [X_i]_k$ для всех $[X_i]_k \in <M,P>$;
- *Антисимметричность*: если $[X_i]_k \subseteq [Y_j]_n$ и $[Y_j]_n \subseteq [X_i]_k$, то $[X_i]_k = [Y_j]_n$ для всех $[X_i]_k$, $[Y_j]_n \in <M,P>$;
- *Транзитивность*: если $[X_i]_k \subseteq [Y_j]_n$ и $[Y_j]_n \subseteq [Zr]_m$, то $[X_i]_k \subseteq [Zr]_m$ для всех $[X_i]_k$, $[Y_j]_n$, $[Zr]_m \in <M,P>$.

Здесь под равенством $<M,P>$-окрестностей будем понимать полное совпадение не только соответствующих элементов и структур, но и их центров.

Однако в данном случае достаточно и равенства с точностью до *изоморфизма* [11].

Определение 18. Окрестность $[X_i]_k$ будем называть изоморфной окрестности $[Y_j]_n$ в том, и только в том случае, когда элементы и отношения $<M,P>$-окрестностей совпадают.

Заметим, что при этом центры и порядки окрестностей могут не совпадать. Вполне очевидны следующие свойства отношения окрестностей $<M,P>$-пространства:

- $[X_i]_n \subset [X_i]_{n+j}$, где $j \geq 1$, $[X_i]_n$, $[X_i]_{n+j} \in <M,P>$;
- $[X_i]_n \subset ([X_i]_n \cup [Y_j]_k)$, где $[X_i]_n$, $[Y_j]_k \in <M,P>$;
- Если $[X_i]_n \subset [Y_j]_k$, то

  a) $[X_i]_n \cup [Y_j]_k = [Y_j]_k$,

  b) $[X_i]_n \subset [Y_j]_k = [X_i]_n$, для всех $[X_i]_n$, $[Y_j]_k \in$ $\in <M,P>$;
- Если $[X_i]_n \cap [Y_j]_k = [Zr]_m$, то $[Zr]_m \subset [X_i]_n$ и $[Zr]_m \subset [Y_j]_k$ для всех $[X_i]_n$, $[Y_j]_k$, $[Z_r]_m \in <M,P>$.

Можно ввести в рассмотрение окрестность нулевого порядка и, очевидно, что она будет содержать единственный элемент, т.е. $[X_i]_o = X_i$. И на основании свойства (1) возможно построение упорядоченных последовательностей входимости для любых $X_i \in <M,P>$, т.е. $\forall X_i$, $[X_i]_n \in <M,P>$ $X_i = [X_i]_o \subset [X_i]_1 \subset [X_i]_2 \subset \ldots \subset [X_i]_n$.

На основании рассмотренных схем можно строить иерархические структуры знаний, говорить о слоистости знаний, обсуждать уровни их глубины, понимания тех или иных процессов. Все эти свойства будут полезны при построении баз знаний исследователей и проектировщиков сложных систем.

Пересечение и объединение знаний исследователей

Очевидно, что целесообразно пересекать и объединять окрестности, имеющие общие элементы. Можно интерпретировать операции *объединения* окрестностей как интеграцию соответствующих знаний, а *пересечение* – определение общих областей знаний различных проектировщиков (исследователей) сложного изделия с целью их обобщения, совместного анализа, проверки корректности одних посредством других и т.п.

Базовыми средствами проведения проектных исследований являются методики расчета различных интегральных показателей функционирования, структуры, взаимодействия агрегатов и подсистем объекта. Приведем еще три графических интерпретации знаний, представленных в методиках и их «пересечениях и объединениях».

На рис. 7,*а* изображена *роза методики* (можно сопоставить данный тип графического образа с графиком Кивиата) расчета параметра P_1, построенная на соответствующей <*M*,*P*>-окрестности (границы окрестностей представлены пунктирными окружностями). На рис. 7,*б* – «*пересечение*» *двух методик* (P_1 и P_2), а на рис. 7,*в* –*объединение* (*с пересечениями*) *множества методик* в <*M*,*P*>-пространстве. Таким образом, методики можно графически представлять в форме «(*остроугольных*) *островков наших знаний*» о моделируемых процессах и объектах. Вершинами этих фигур (роз) являются наиболее удаленные параметры и модели. Изображать эти островки лучше на фоне более общих знаний, т.е. как *локальные* <*M*,*P*>-окрестности методик, так и их объединения или пересечения, целесообразно исследовать в *более полных* <*M*,*P*>-пространствах.

Проблемы построения окрестностей в задачах дискретной математики рассмотрены в [14]. В работе анализируется изоморфизм, вводится понятие метризуемости и графируемости окрестностей. В своих дальнейших исследованиях авторы данной статьи намерены предлагаемую в [14] теорию использовать и адаптировать в построении и практических приложениях <*M,P*>-пространства.

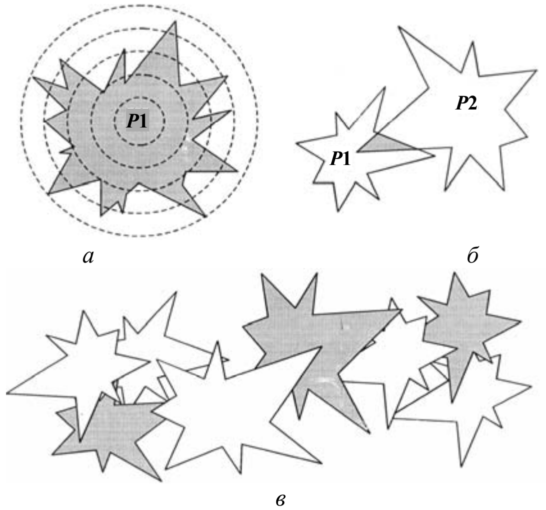

Рис. 7. Примеры графических интерпретаций *пересечения* и *объединения* знаний

Заключение. Данные исследования начаты и проводились в рамках создания системы исследовательского проектирования современных сложных изделий для Первого Центрального НИИ военного кораблестроения Министерства обороны Российской Федерации [15]. В соответствующих базах знаний поддерживаются характеристики шестисот параметров, тысячи моделей и отношений между ними.

В настоящее время заканчивается разработка математического аппарата модельно-параметрического пространства для построения алгебры и логики текстов и контекстов моделей для более широкого класса объектов и готовится к печати монография «Модельно-параметрическое пространство – аппарат представления знаний в исследовании сложных систем», где изложены теоретико-методологические основы построения исчисления моделей на основе <*M,P*>-пространства, в частности, вводятся и рассматриваются свойства целостности, непротиворечивости, связности, согласованности, сбалансированности, полноты, целесообразности этого пространства.

1. *Информационные* технологии в испытаниях сложных объектов: методы и средства / В.И. Скурихин, В.Г. Квачев, Ю.Р. Валькман Ю.Р. и др. – Киев: Наук. думка, 1990. – 320 с.
2. *Валькман Ю.Р.* Модельно-параметрическое пространство – представление знаний об исследуемых процессах и объектах // Сб. научн. тр. V Нац. конф. с междунар. участием «Искусственный интеллект – 96» (КИИ–96), Казань, 1996. – С. 229–304.
3. *Valkman Y.* Model calculus in concurrent engineering of complex products // Proc. IMACS Multiconf. «Computational Engineering in Systems Applications» (CESA`96), Lille-France, July 9–12, 1996. – P. 909–914.
4. *Валькман Ю.Р.* Интеллектуальные технологии исследовательского проектирования: формальные системы и семиотические модели. – К.: Port-Royal, 1998. – 250 с.
5. *Валькман Ю.Р.*, *Рыхальский А.Ю.* Исчисление моделей в исследовательском проектировании: цели построения, правомерность использования категорий формальных систем и терминов лингвистики // Сб. научн. тр. Междунар. конф. «Знания–диалог–решение» (KDS–95), в 2-х т. – Ялта, 1995. – Т. 2. – С. 324–333.
6. *Рыхальский А.Ю.* Методы и средства отчуждения знаний и исследовательском проектировании сложных систем // Сб. научн. работ «Моделирование и информационные технологии». – Львов, 2003. – № 18. – С. 60–72.
7. *Рыхальский А.Ю.* Модельно-параметрическое пространство в исследовании сложных систем // Там же. – 2004 – № 21. – С. 72–78.
8. *Валькман Ю.Р.*, *Рыхальский А.Ю.* Иерархические структуры знаний в интеллектуальных системах: тексты и контексты // Сб. тр. Междунар. конф. «Интеллектуальный анализ информации». – К.: Просвіта, 2008. – С. 122–133.
9. *Бурбаки Н.* Общая топология. Основные структуры. – М.: Наука, 1968. – 274 с.
10. *Харари Ф.* Теория графов. – М.: Мир, 1973. – 300 с.
11. *Кандрашина Е.Ю.*, *Литвинцева Л.В.*, *Поспелов Д.А.* Представление знаний о времени и пространстве в интеллектуальных системах. – М.: Наука, 1990. – 328 с.
12. *Захаров И.Г.* Теория компромиссных решений при проектировании корабля. – Л.: Судостроение, 1987. – 386 с.
13. *Валькман Ю.Р.*, *Быков В.С.* Контексты в процессах образного мышления: классификации, структуры, свойства // Тр. VII Междунар. конф. «Когнитивное моделирование в лингвистике», Варна, 2005. – С. 60–71.
14. *Журавлев Ю.И.*, *Лосев Г.Ф.* Окрестности в задачах дискретной математики. // Кибернетика и системный анализ. – 1995. – № 2. – С. 32–41.
15. *Чертеж*–3. Интегрированный программно-технический комплекс для системы автоматизированного исследовательского проектирования нового поколения (ОКР «Капустница»). Спец. прогр. обеспечение. Система управления базами данных математических моделей (СУБД МАМОД). Описание применения. 589.5417173. 00322–01 31 01–1.