УДК 621.513

С.Н. Ефименко, В.С. Степашко

Имитационный эксперимент как средство для исследования эффективности методов моделирования по данным наблюдений

Разработана комплексная методология исследования эффективности алгоритмов структурно-параметрической идентификации с помощью статистических испытаний. Описан комплекс инструментальных средств, реализующий предложенную методологию. Разработанные программные средства использованы для сравнительного тестирования методов моделирования и для решения реальных экономических задач.

A comprehensive methodology for investigating the efficiency of the algorithms of structural and parametric identification with the use of statistical tests is developed. A complex of software tools realizing the suggested methodology is described. The developed software tools are used for the comparative testing of the modelling methods and for the solution of real economic problems.

Розроблено комплексну методологію дослідження ефективності алгоритмів структурно-параметричної ідентифікації за допомогою статистичних випробувань. Описано комплекс інструментальних засобів, який реалізує запропоновану методологію. Розроблені програмні засоби використано для порівняльного тестування методів моделювання та розв'язання реальних економічних задач.

Введение. Задача моделирования по экспериментальным данным состоит в построении зависимости между входными и выходными параметрами. В связи с большим количеством различных методов моделирования, а также способов их программной реализации, возникает проблема выбора наиболее эффективного из них для конкретной задачи.

Рост уровня вычислительной техники и разнообразие информационных систем позволяет разработку методологии и средств выполнения имитационных экспериментов использовать как мощный инструмент исследования эффективности методов структурно-параметрической идентификации. Такой инструмент применяется многими отечественными и зарубежными учеными.

Комплексные вычислительные эксперименты выполнены в [1–2]. Здесь исследуются как критерии качеств идентификации, так и алгоритмы в целом. В [3–4] предложены комбинаторно-селекционные алгоритмы с сокращением полного перебора моделей, с помощью численного эксперимента показана эффективность алгоритмов и выполнено сравнение разных вариантов одно- и двухкритериального выбора моделей с определением предельной помехоустойчивости идентификации.

Новые критерии оптимальности плана эксперимента для определения качества построенных регрессионных моделей в условиях структурной неопределенности модели и наличия в ней случайных регрессоров предложены в [5–7]. Авторы сравнивают эффективность разных методов построения моделей не во всей области возможных значений параметров, а в специальных точках. В [8] рассмотрена задача выбора сложности модели, дающей минимальную ошибку прогноза, и предложена модификация критерия Маллоуза-Акаике. Результаты тестовых экспериментов показали, что критерий является самым эффективным из сравниваемых при моделировании по коротким выборкам.

Из анализа научных трудов, в которых для исследования методов моделирования используются статистические испытания, можно сделать вывод, что разные компоненты методов моделирования исследованы с помощью эксперимента неодинаково. Больше внимания уделяется тестированию критериев качества, планов эксперимента, в целом алгоритмов. Наблюдается недостаточное внимание или отсутствие экспериментов, касающихся тестирования таких компонентов методов моделирования, как генераторы структур и методы оценивания параметров. Анализ результатов исследований в области проведения численных испытаний показал, что такие исследования не имеют систематизированного характера, а сам подход нуждается в дополнительном изучении.

Постановка задачи тестирования методов моделирования

Каждый метод структурной идентификации в явном или неявном виде содержит четыре компонента [9]: класс моделей, генератор структур, метод оценивания параметров, критерий селекции моделей.

Пусть F – множество классов моделей $F=\{f_k\}, k=\overline{1,K}$; G – множество генераторов структур моделей $G=\{g_h\}, h=\overline{1,H}$; P – множество методов оценивания параметров структур $P=\{p_l\}, l=\overline{1,L}$; C – множество критериев качества моделей $C=\{c_t\}, t=\overline{1,T}$.

Тогда множество методов структурной идентификации S можно представить как $S=F\times$ $\times G\times M\times CR$. В качестве алгоритма моделирования будем рассматривать некоторый элемент множества S, определенный так:

$$s_j=\{f_k,\,g_h,\,p_e,\,c_t\},\quad k=\overline{1,K},\,h=$$
$$=\overline{1,H},\,l=\overline{1,L},\,t=\overline{1,T},\quad j=\overline{1,K\cdot H\cdot L\cdot T}.$$

Сформировав в таком виде множество алгоритмов, сформулируем задачу тестирования методов моделирования.

Пусть качество каждого алгоритма $s\in S$ характеризуются значением некоторого критерия $C(s)$. Тогда наилучшим алгоритмом (в смысле данного критерия C) будет тот, который определяется из условия:

$$s^*=\arg\min_{s\in S} C(s)\,.$$

Возможными критериями эффективности вычислительного алгоритма могут быть: быстродействие алгоритма, экономия машинной памяти, ошибка модели на независимых данных, эффективность использования полученной модели при принятии решений и др. Выбор критерия, главным образом, зависит от требований, предъявляемых к полученной в результате модели. В случае использования нескольких критериев определения качества алгоритма необходимо соблюдение некоторого компромисса между критериями.

Проанализируем каждый из элементов метода моделирования с учетом их влияния на значение заданного критерия эффективности. С целью исследования влияния выбора метода моделирования на значение критерия эффективности возникает необходимость сравнения разных методов моделирования в целом и их структурных элементов.

Методика проведения экспериментов

Цель проведения экспериментов – с помощью статистических испытаний выполнить сравнительное тестирование классов моделей, генераторов структур моделей, методов оценивания параметров, критериев качества моделей для определения их эффективности и выработки рекомендаций относительно их применения при моделировании по данным наблюдений. Исходя из этого, имеем следующие варианты методики проведения экспериментов в соответствии с количеством основных компонентов методов моделирования.

Тестирование классов моделей. Возможной целью тестирования классов моделей является определение эффективности моделирования (выраженное в экстраполяционной или прогнозирующей способностях) с помощью классов моделей, отличающихся от соответствующих истинному (используемому при формировании тестовой задачи) и от него.

Для тестирования можно применять, например, такие классы моделей:

- класс полиномов с базисной функцией вида: $$y=\sum_{j=1}^{m} b_j \prod_{v=1}^{MX} x_v^{c_{jv}}\,,$$

число членов которого равняется $m=\prod_{v=1}^{MX}\dfrac{ST+j}{j}$,

где ST – степень полинома;

- класс тригонометрических моделей, базисные функции которого имеют вид:

$$y=a_o+\sum_{j=1}^{m} b_j \sin(\omega_j x+\varphi_j)\,;$$

- класс авторегрессионных моделей с базисными функциями:

$$y_k=\sum_{i=1}^{LY} a_i\, y_{k-1}\,,$$

где LY – порядок авторегрессии (число запаздываний).

С помощью одного из упомянутых классов моделей (он будет истинным) из комбинации сгенерированных векторов-столбцов матрицы плана формируется вектор выхода y с возможным добавлением реализации вектора шума. Моделирование выполняется во всех указанных классах моделей, в том числе отличающихся от истинного.

Тестирование генераторов структур моделей. Цель тестирования генераторов структур моделей – с помощью статистических испытаний определить, каким образом на критерий эффективности моделирования влияют такие параметры, как количество аргументов, способы наращивания сложности моделей, вычислительная мощность ЭВМ и др.

Генераторы структур переборного типа, используемые в регрессионных методах и методах самоорганизации, можно расположить в зависимости от их вычислительных затрат [10–11]:

• метод вложенных структур: регрессоры в модель включаются последовательно в заранее заданном порядке, т.е. рассматриваются структуры $y_1 = \theta_1 x_1$, $y_2 = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2$, ..., $y_m = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \ldots + \theta_{m-1} x_{m-1} + \theta_m x_m$;

• метод включения (регрессоры включаются в модель по одному, максимально уменьшающему значение критерия), исключения регрессоров по одному из полной модели и их комбинация (включение-исключение);

• направленного усложнения (используется принцип неокончательных решений);

• полный перебор.

Поскольку результаты экспериментов показывают, что методы направленного перебора (т.е. некомбинаторные) не гарантируют результата полного перебора, то далее детально рассмотрим полный перебор с учетом влияния его организации на значение критерия эффективности моделирования.

В процессе полного перебора сравниваются модели вида $\hat{y}_v = X_v \hat{\theta}_v$, $v = 1, \ldots, 2^m - 1$, где десятичному числу v ставится в соответствие двоичное число d_v.

Для комбинаторного алгоритма изменение состояний двоичного структурного вектора $d = \{d_i\}$, $i = \overline{1,\ n}$, каждый элемент которого принимает значение единица или ноль (включение или невключение в модель соответствующего аргумента), можно организовать с помощью двоичного счетчика следующим способом. Для вектора d отводится одномерный массив из n элементов, которые имеют булевый тип. Следующее значение этого вектора определяется согласно порядку следования двоичных чисел, соответствующих последовательным десятичным числам, и программируется специальной функцией.

Модификацией изменения состояний структурного вектора с помощью двоичного счетчика является использование двоичного представления десятичного числа и побитовых операций без программирования процедуры определения следующего двоичного числа.

Часто при использовании комбинаторного алгоритма достаточно удобна схема генерации двоичных чисел с последовательным наращиванием сложности. Эта схема использует такую последовательность генерации, при которой сначала образуются все соединения с одной единицей в составе двоичного структурного вектора, затем – с двумя единицами, и – до единственно возможного варианта всех единиц. Реализация такого подхода возможна, в частности, в таких вариантах: стандартный последовательный счетчик, представленный в [12] в качестве алгоритма 94*б*, и оптимизированный вариант последовательного счетчика, предложенный в [4].

Иным способом изменения состояний двоичного структурного вектора есть счетчик Гарсайда [10] – одна из наиболее известных непозиционных систем исчисления, применяемых в вычислительной технике. Этот счетчик строится из двоичных цифр таким образом, что соседние числа в нем отличаются всегда только в одном разряде. Для перевода десятичного числа в прямом направлении необходимо перевести его сначала в двоичный код, а затем к полученному результату дописать слева нуль (незначащий) и сравнивать соседние биты, записывая в соответствующие биты результата нуль, если они равны, и единицу в противном случае.

Тестировать генераторы структур (при выбранном критерии селекции моделей) целесообразно по таким критериям эффективности:

- получение результата полного перебора (для некомбинаторных генераторов);
- время работы алгоритма (при использовании разных схем и программных реализаций комбинаторного алгоритма).

При тестировании комбинаторного генератора структур необходимо определить, каково влияние способов изменения двоичного структурного вектора и различных реализаций одного и того же способа на быстродействие программной реализации алгоритма.

Тестирование методов решения систем линейных уравнений для задачи оценивания параметров по методу наименьших квадратов (МНК). В частном случае применения МНК задача оценивания параметров сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений. Цель тестирования при этом состоит в определении и сравнении эффективности методов решения таких систем. Поскольку в рамках этой статьи рассматриваются алгоритмы комбинаторного типа, решающие задачу полного перебора всех возможных вариантов (т.е. *NP*-полную задачу) и имеющие экспоненциальную сложность по количеству аргументов, то главным критерием эффективности методов решения систем уравнений целесообразно выбрать быстродействие (время выполнения структурной идентификации).

Здесь необходимо исследовать влияние на быстродействие таких параметров, как: количество аргументов, количество точек наблюдений, способы наращивания сложности строящихся моделей, вычислительная мощность ЭВМ и др.

Ставится также цель показать, что применение рекуррентных алгоритмов для оценивания параметров при последовательном усложнении структур значительно сокращает время структурно-параметрической идентификации.

При формировании тестовых задач матрица плана генерируется с помощью генератора случайных чисел с равномерным распределением. Вектор выхода формируется как линейная комбинация нескольких входных параметров с возможным добавлением шума. Определяется время структурно-параметрической идентификации для выбранных генератора структур моделей и метод решения систем линейных уравнений при оценивании параметров по МНК.

Тестирование критериев селекции моделей. Целью тестирования критериев селекции моделей может быть:

- исследование зависимости значения заданного критерия качества оптимальной модели (соответствующей минимуму критерия) от ее сложности (количества аргументов) при разных значениях дисперсии шума;
- исследование точности на контрольной части выборки моделей, полученных по разным критериям, при варьировании количества точек обучения и уровня шума.

Также важной целью тестирования критериев селекции есть исследование характера изменения сложности оптимальных моделей, полученных по минимуму заданных критериев, с ростом дисперсии шума. Для однозначного сравнения следует, насколько это возможно, ориентироваться на результаты, получаемые с помощью идеального критерия, минимизирующие дисперсию ошибки восстановления истинного вектора выхода объекта. Только в этом случае можно точно определить, насколько адекватными или неадекватными являются критерии, сравниваемые с идеальным.

Отметим, что характерным для современного подхода к моделированию по данным наблюдений является необходимость соблюдения принципа компромисса между точностью и сложностью модели. В зависимости от способа достижения этого компромисса критерии, тестируемые в рамках этой работы, относятся к двум группам:

• Критерии, построенные на коррекции остаточной суммы квадратов. В эту группу, в частности, входят критерии с явным штрафом за сложность Акаике и Маллоуза, в которых к ошибке модели добавляются штрафные члены, зависящие от количества точек в выборке и от числа параметров модели, по таким вычислительным формулам:

– финальная ошибка предсказания Акаике [13]: $FPE(s)=\frac{n+s}{n-s}RSS(s)$, где $RSS(s)=\|y-\hat{y}_s\|^2$ – остаточная сумма квадратов, n – число точек, s – сложность модели;

– критерий Маллоуза [14]: $C_p(s)=RSS(s)+2\sigma^2 s$, где σ^2 – дисперсия шума. К этой группе критериев относятся также критерий «предвиденной квадратичной ошибки» Баррона $PSE(s)$, критерии $AIC(s)$, $AIC^*(s)$ и некоторые другие [15].

• Внешние критерии, применяемые в МГУА. Здесь принцип компромисса (в неявном виде) достигается путем разбиения выборки на две части. По одной части – «внутренней» – осуществляется оценивание параметров, по другой – «внешней» – определяется прогнозирующая способность моделей. К этой группе относится критерий регулярности: $Ar(s)=\|y_B-X_B\hat{\theta}_{As}\|^2$, где A и B – соответственно обучающая и проверочная части выборки, $\hat{\theta}_{As}$ – оценка параметров модели сложности s по МНК на подвыборке A. Кроме отмеченных, к группе критериев, базирующихся на разбиении выборки на две части, относятся усредненный критерий регулярности $УКР(s)$, критерий минимума смещения $CB(s)$ и др. [15].

Для тестирования критериев селекции моделей задача формируется таким образом. Генерируется матрица плана X и образуется вектор выхода y как линейная комбинация нескольких регрессоров с добавлением шума. В выбранном классе структур определяется лучшая модель с помощью каждого из тестируемых критериев с достаточно большим количеством повторений и усреднением результатов. При этом при применении комбинаторного генератора структур и метода включения отбирается одна лучшая модель, а при использовании вложенных структур – лучшая модель для каждой сложности.

Комплекс инструментальных средств для исследования и применения методов моделирования по данным наблюдений

Для реализации изложенной методики проведения тестовых экспериментов разработан комплекс инструментальных средств, который применялся для исследования и применения методов моделирования.

На рис. 1 представлена структурная схема комплекса, где показаны его основные функциональные блоки. Такой комплекс дает возможность:

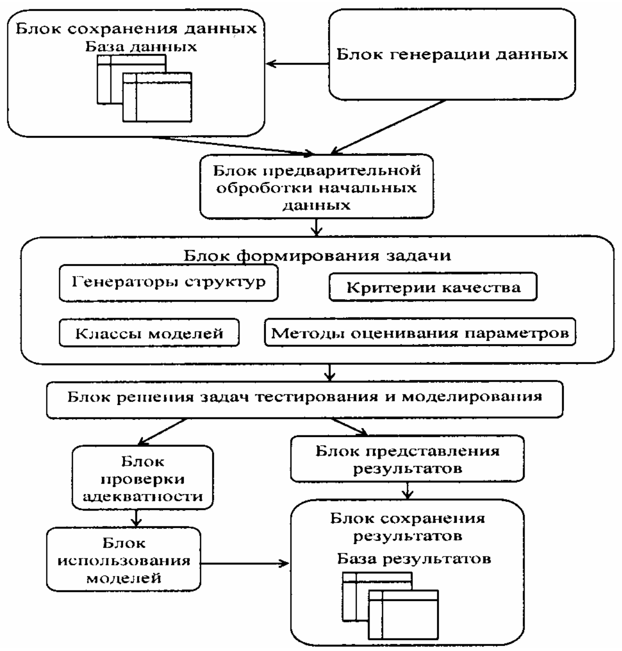

Рис. 1

• самостоятельно конструировать методы моделирования по данным наблюдений;

• сравнивать имеющиеся методы по заданным критериям;

• тестировать разные методы моделирования и их компоненты;

• разрабатывать методики и планировать статистические испытания;

• решать задачи моделирования;

• проводить имитационные эксперименты (экстраполяцию, прогнозирование) с моделями, построенными по разным методам моделирования;

• пополнять свои знания о методах моделирования во время работы с комплексом.

В этом комплексе реализованы все описанные в предыдущем параграфе возможности, позволяющие целенаправленно проводить тестовые эксперименты.

С помощью блока предварительной обработки данных, имея начальную выборку (сгенерированную или полученную из существующего файла), есть возможность автоматически преобразовывать данные в соответствии с заданным классом моделей (полиномиальных, тригонометрических, авторегрессионных).

При генерировании выборки данных есть возможность задавать: количество точек измерений; диапазон изменения значений измерений и коэффициентов регрессии; количество аргументов; вид генератора шума и уровень шума; количество истинных аргументов.

В инструментальном комплексе реализованы генераторы структур с полным и направленным перебором.

Выбор алгоритма решения систем уравнений для оценивания параметров по МНК возможен из таких вариантов:

• нерекуррентные алгоритмы: Гаусса, Грамма-Шмидта, Краута, квадратного корня;

• рекуррентные алгоритмы: МНКО; Гаусса; Грамма–Шмидта.

Блок критериев качества моделей содержит такие опции: критерий Акаике, критерий Маллоуза, критерий регулярности.

Блок проверки адекватности моделей, полученных в результате работы с комплексом, предусматривает применение критерия Фишера и экзаменационной части выборки.

С помощью блока применения моделей можно проверить, как ведет себя модель на новых данных, выполнить имитационное моделирование и использовать построенные модели для принятия решений.

Разработанный комплекс инструментальных средств применялся для решения практических задач автоматизированного построения моделей сложных объектов и процессов. В частности, выполнено моделирование плотности верхнего осадочного слоя дна по результатам гидроакустического мониторинга естественных и техногенных аномалий Каспийского моря, что имеет существенное значение для поиска месторождений нефти [16]. При моделировании применялся рекуррентный алгоритм окаймления, причем включение аргументов в модель определялось минимальным значением коэффициента множественной корреляции [17]. В результате моделирования получена достаточно простая математическая зависимость плотности от одного фактора – интенсивности эхосигнала. Полученная модель имеет высокую точность и наглядную интерпретацию.

Проведено также моделирование процесса изменения цены на ферромолибден на мировом рынке. Важность задачи связана с тем, что стоимость ферромолибдена для каждого машиностроительного завода составляет почти треть от суммарной стоимости всех заказов. С применением разных подходов построены модели зависимости цены от девяти входных переменных, характеризующих производство и потребление ферромолибдена. Модель, построенная с применением критерия регулярности, показала более высокую точность на контрольной части выборки в сравнении с моделью, полученной по критерию Акаике.

Повышение эффективности методов моделирования на основе рекуррентных алгоритмов оценивания параметров

Для оценивания параметров последовательно усложняемых структур моделей в задаче структурной идентификации эффективны рекуррентные по числу параметров алгоритмы. Неэффективность нерекуррентных методов объясняется необходимостью каждый раз при добавлении нового регрессора перевычислять расширенную матрицу нормальной системы (в методе Гаусса) или ортогонализировать новую матрицу плана (в методе Грамма-Шмидта).

Рекуррентный алгоритм окаймления и его свойства. Традиционным рекуррентным методом является метод окаймления [10]. Идея алгоритма – модификации МНК – состоит в пошаговом уточнении оценок параметров с рекуррентным вычислением элементов обратной матрицы в процессе оценивания. Алгоритм в виде, предложенном в [18], имеет ряд полезных свойств, позволяющих дополнительно использовать информацию, получаемую во время работы алгоритма каких-либо дополнительных вычислений [17].

Этот метод все же имеет недостаток: исследования показали, что он не является численно устойчивым в задачах с плохо обусловленной матрицей плана.

Рекуррентные модификации алгоритмов Гаусса и Грамма–Шмидта, базирующиеся на классических численно устойчивых методах, предложены в [19].

На рис. 2 в графическом виде представлено сравнение показателей трудоемкости (количества элементарных арифметических операций) вычисления параметров при включении в модель, содержащую $s-1$ аргументов, s-го аргумента. Такая зависимость трудоемкости, пропорциональная второй степени сложности модели для рекуррентного алгоритма и третьей степени – для нерекуррентного, подобна для алгоритмов Гаусса и Грамма–Шмидта.

Результаты экспериментов

С помощью разработанного инструментального комплекса выполнено сравнительное тестирование классов моделей, генераторов структур моделей, методов решения систем линейных уравнений для задачи оценивания параметров, критериев качеств моделей.

Тестирование классов моделей. В экспериментах выполнено моделирование колебательного процесса в виде отрезка синусоиды от времени в таких классах моделей: полином, авторегрессия и тригонометрический ряд.

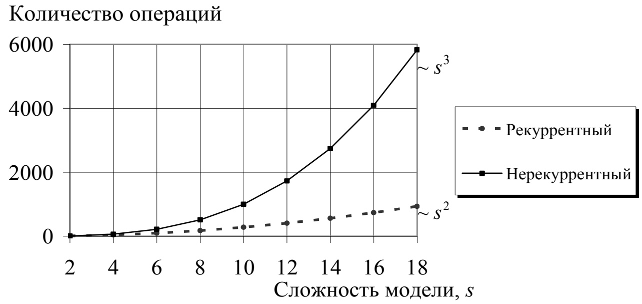

Рис. 2

Переменная t варьировалась в границах от ноля до 10 (всего 81 точка с шагом 0,125). Вектор ξ генерировался равномерно распределенным с уровнем 10% от значения $\sin \pi t$. Шум генерировался с помощью генератора случайных чисел по формуле:

$$y = \overset{\circ}{y} + \xi, \; \overset{\circ}{y} = \sin \pi t, \; \xi = \alpha(2\varepsilon - 1)\frac{\overset{\circ}{y}_{\max} - \overset{\circ}{y}_{\min}}{200},$$

где $\overset{\circ}{y}$ – точное значение исходной величины; ξ – реализация вектора шума; α – уровень шума (в процентах); ε – равномерно распределенная случайная величина на интервале [0; 1].

Для моделирования были выбраны: авторегрессионные модели $y_t = \sum_{i=1}^{L} \theta_i y_{t-i}, \; L = 10$; полиномы $y = \sum_{i=1}^{L} \theta_i t^i, \; L = 10$; тригонометрические функции $y = \sum_{i=1}^{L} \theta_i \sin(0,25\pi i t), \; L = 10$.

Моделирование в классе авторегрессионных моделей. По минимуму критерия регулярности (для оценивания параметров использованы два периода синусоиды: для выбора лучшей модели – один период и два периода для проверки качества) получена модель

$$y = 0{,}752 y_{-1} + 0{,}316 y_{-3} - 0{,}152 y_{-4} - 0{,}45 y_{-5},$$

показавшая высокую точность на экзаменационной части выборки (табл. 1).

Моделирование в классе полиномиальных моделей. В этом эксперименте использованы критерии Маллоуза и регулярности для выбора лучших моделей. Согласно результатам, прогнозирующие свойства лучших полиномиальных моделей очень низки.

Моделирование в классе тригонометрических моделей. Лучшая модель

$$y = -0,0016\sin 0,25\pi t + 0,994\sin \pi t - 0,016\sin 2\pi t,$$

полученная по минимуму критерия регулярности, показала на экзаменационной части выборки более высокую точность, нежели лучшая авторегрессионная модель.

Согласно результатам, представленным в табл. 1, все выбранные для тестирования классы моделей пригодны для аппроксимации синусоиды. Высокие экстраполяционные свойства имеют только авторегрессионные и тригонометрические функции.

Таблица 1

Класс моделей	Точность лучшей модели на учебной выборке	Точность лучшей модели на экзаменационной выборке
Авторегрессионные	$\Delta_W = 0,374$	$\Delta_C = 0,237$
Полиномиальные	$\Delta_W = 0,15$	$\Delta_C = 22,8$
Тригонометрические	$\Delta_W = 0,186$	$\Delta_C = 0,125$

Тестирование комбинаторного генератора структур. Цель тестирования состояла в исследовании эффективности (быстродействия) различных способов и программных реализаций генераторов двоичных структурных векторов для комбинаторного алгоритма.

Во время тестирования измерялось время генерации двоичного структурного вектора всех возможных структур при варьировании количества аргументов от 20 до 25. Использованы следующие генераторы: стандартный двоичный, модифицированный двоичный, стандартный последовательный, модифицированный последовательный.

Как показывают результаты тестирования, представленные на рис. 3, модифицированный последовательный генератор наиболее быстродействующий.

Тестирование методов решения систем уравнений для задачи оценивания параметров. Для проверки эффективности использования рекуррентных алгоритмов при последовательном усложнении структур во время структурно-параметрической идентификации проведено сравнительное тестирование рекуррентных алгоритмов Грамма-Шмидта и Гаусса с соответствующими классическими нерекуррентными методами. Матрица плана X генерировалась размером 450×500 (500 уравнений с 450 неизвестными). Измерялось время структурной идентификации для модели, содержащей первые 50 аргументов, потом первые 100 аргументов, и далее до модели, содержащей все 450 аргументов.

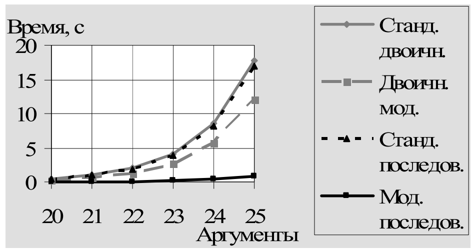

Рис. 4

На рис. 5 представлены результаты тестирования рекуррентного и нерекуррентного алгоритмов Грамма-Шмидта при переборе в классе вложенных структур. Результаты экспериментов подтверждают теоретические оценки, изложенные выше.

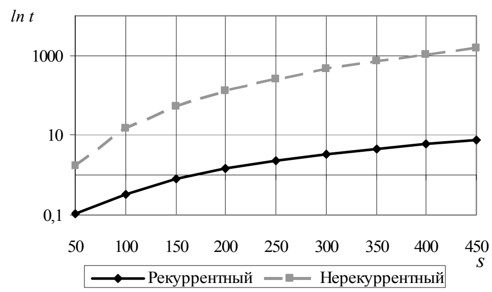

Рис. 5

Тестирование критериев селекции моделей. При *тестировании критерия регулярности* эксперимент проводился так: генерировалась матрица X размером 8×12 для системы условных уравнений. Вектор y формировался как линейная комбинация первых пяти регрессоров, т.е. истинная модель имела вид $y = 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5$ с добавлением шума. В классе вложенных структур выполнялась структурная идентификация и определялась сложность модели, дающей минимум соответствующего критерия, и вычислялось значение этого критерия. Результаты, полученные для 500 повторов, усреднялись.

На рис. 6 показана зависимость значения критерия от сложности модели при разных значениях дисперсии шума. Если за отсутствием шума (нижняя кривая) минимум критерия дает модель, содержащая пять истинных регрессоров, то с ростом дисперсии шума минимум критерия смещается в сторону более простых моделей, содержащих меньшее количество аргументов, чем истинная модель. При уровне шума, составляющем 100% от уровня сигнала, наилучшей по значению критерия является модель, содержащая один истинный аргумент. Отдельными точками выделены минимумы каждой кривой.

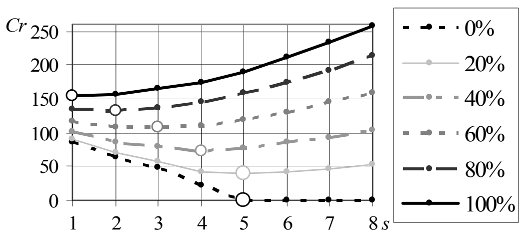

Рис. 6

При *сравнительном тестировании критериев* регулярности *AR*, Маллоуза C_p и Акаике *FPE* матрица плана *X* генерировалась размером 12×15. Вектор выхода формировался как линейная комбинация первых десяти регрессоров с добавлением шума. В классе вложенных структур выполнен отбор лучшей модели с 500 повторениями и усреднением результатов. Поскольку критерий Маллоуза содержит истинное значение дисперсии шума, его в данном случае можно считать идеальным. Следовательно, два других критерия в эксперименте можно сравнивать относительно этого критерия, который показывает, каким образом должна изменяться сложность модели с ростом шума. Согласно результатам, представленным на рис. 7, критерий регулярности (в отличие от критерия *FPE*) можно считать эффективным, поскольку он не переусложняет модель (кривая, соответствующая этому критерию находится ниже кривой, соответствующей критерию Маллоуза).

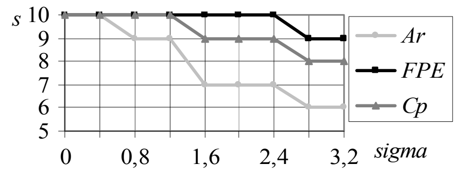

Рис. 7

В эксперименте по *сравнительному тестированию критериев регулярности и Маллоуза* эффективность моделей, полученных по этим критериям, сравнивалась при варьировании количества точек от 10 до 40 и уровня шума от ноля до 80%. Точность моделей определялась по ошибке на контрольной выборке из десяти точек:

$$Q = \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (y_i - \hat{y}_i(s^*))^2} \,.$$

Согласно результатам, представленными в табл. 2, при малом уровне шума и большом количестве точек обе оптимальные модели имеют приблизительно одинаковую точность. При уменьшении количества точек и повышения уровня шума критерий регулярности дает все более точные модели.

Т а б л и ц а 2

Уровень шума, %	Число точек							
	10		20		30		40	
	C_p	*AR*	C_p	*AR*	C_p	*AR*	C_p	*AR*
0	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0012	0,0008	0,001
40	94,2	75,7	80,6	69,98	59,6	60,9	45,9	50,6
80	189,6	121,3	166,6	105,4	118,9	82,3	80,6	62,99

Заключение. Предложенная процедура формирования множества методов структурной идентификации в виде прямого произведения множеств классов моделей, генераторов структур, методов оценивания параметров и критериев качества моделей позволила выполнить постановку задачи тестирования методов моделирования как задачу минимизации значения заданного критерия качества каждого алгоритма или его компонентов.

На основании предложенной методики комплексного тестирования различных методов моделирования и их компонентов разработан комплекс инструментальных средств для численного исследования и моделирования по данным наблюдений с использованием различных методов.

Результаты тестовых испытаний, выполненных с помощью инструментального комплекса, дали возможность сформулировать рекомендации относительно сравнительной эффективности применения алгоритмов структурно-параметрической идентификации. Разработанный комплекс применен для решения ряда практических задач моделирования.

1. *Иванченко В.Н., Лябах Н.Н., Гуда А.Н.* Исследование свойств алгоритмов идентификации сложных процессов с помощью моделирования на ЭВМ // Автоматика. – 1992. – № 3. – С. 82–88.
2. *Качала В.В.* Сравнительный анализ алгоритмов структурной идентификации // Тр. Междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'2000, Москва, ИПУ, 26–29 сентября 2000 г. – М.: ИПУ РАН. – 2000. – С. 133–143.
3. *Степашко В.С.* Конечная селекционная процедура сокращения полного перебора моделей // Автоматика. – 1983. – № 4. – С. 84–88.
4. *Ивахненко А.Г., Степашко В.С.* Помехоустойчивость моделирования. – Киев: Наук. думка, 1985. – 216 с.
5. *Herzberg A.M., Tsukanov A.V.* The Monte–Carlo Comparison of two Criteria for the Selection of Models // J. Statist. Comput. Simul. – 1985. – **22**. – P. 113–126.
6. *Herzberg A.M., Tsukanov A.V.* The design of Experiments for Model Selection with the Jackknife Criterion // Utilitus Mathematica – 1985. – **28**. – P. 243–253.
7. *Herzberg A.M., Tsukanov A.V.* A note on Modifications of the Jackknife Criterion for Model Selection // Ibid – 1986. – **29**. – P. 209–216.
8. *Стадник М.П.* Модификация критерия Мэллоуза–Акаике для подбора порядка регрессионной модели // Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 4. – С. 98–108. с.
9. *Степашко В.С.* Алгоритмы МГУА как основа автоматизации процесса моделирования по экспериментальным данным // Автоматика. – 1988. – № 4. – С. 44–55.
10. *Себер Дж.* Линейный регрессионный анализ. – М.: Мир, 1980. – 456 с.
11. *Степашко В.С.* Конечная селекционная процедура сокращения полного перебора моделей // Автоматика.– 1983. – № 4. – С. 84–88.
12. *Агеев М.И., Алик В.П. Марков Ю.И.* Библиотека алгоритмов 51б–100б: Справ. пособие. – Вып. 2. – М.: Сов. радио, 1976. – 136 с.
13. *Akaike H.* Fitting autoregressive model for prediction // Ann. Stat. – 1969. – **21**. – P. 243–247.
14. *Mallows C.L.* Some comments on Cp // Technometrics. – 1973. – **15**. – P. 661–667.
15. *Степашко В.С., Кочерга Ю.Л.* Методы и критерии решения задач структурной идентификации // Автоматика. – 1985. – № 5. – С. 29–37.
16. *Hydro-acoustic* monitoring of water environment / T.I. Nizamov, S.R. Ibrahimova, R.K. Quluzade et al. // Proc. of 3d Int. Conf. on Technical and Physical Problems in Power Engineering. – Ankara, Turkey, May 29–31, 2006. – P. 1108–1110.
17. *Stepashko V.S., Yefimenko S.M.* On the Effectiveness of Recurrent Methods of Parameter Estimation in Macromodeling Problems // Proc. of V International Workshop «Computational Problems of Electrical Engineering», Jazleevets, Ukraine, Aug. 26–29, 2003. – P. 106–107.
18. *Степашко В.С.* Оптимизация и обобщение схем перебора моделей в алгоритмах МГУА // Автоматика. – 1979. – № 4. – С. 36–43.
19. *Степашко В.С., Ефименко С.Н.* О последовательном оценивании параметров регрессионных моделей // Кибернетика и системный анализ. 2005. – N 4. – С. 184–187.