

Булат А.Ф., Дырда В.И., Лисица Н.И., Новикова А.В.,
Козуб Ю.Г., Гребенюк С.Н.

РАСЧЁТ РЕЗИНОВЫХ ВИБРО-СЕЙСМОБЛОКОВ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ТЯЖЕЛЫХ МАШИН И СООРУЖЕНИЙ

Розглянуто метод розрахунку суцільного гумового сейсмоізолятора на стиск при великих деформаціях. Нелінійність при великих деформаціях враховано за допомогою оригінального пружного потенціалу. Проведене порівняння результатів розрахунку, отриманих наближеними аналітичними методами, методом скінченних елементів, з експериментальними даними для зразків сейсмічних опор.

CALCULATION OF RUBBER VIBRO-SEISMOBLOCKS FOR DEFENCE OF HEAVY MACHINES AND CONSTRUCTIONS

The method for calculating the solid rubber seismoinulator compression at large strains is considered in the paper. The nonlinearity at large strains is taken in account by the original elastic potential. The comparison is made between calculation results, obtained by analytical methods, finite elements method, and experimental data for seismic support specimens.

Постановка проблеми и её связь с важными научными и практическими задачами. Ниже рассматривается расчёт резиновых виброизоляторов, предназначенных в качестве элементов вибро-сейсмозащиты тяжёлых машин и сооружений. Вибро-сейсмоизоляторы такого типа отличаются большими геометрическими размерами (например, диаметр сейсмоблока для жилых зданий 400 мм, высота – 70-120 мм) и большими деформациями (для массивных резинотехнических изделий большими считаются деформации:



Рис. 1 – Общий вид (а) и расчётная схема (б) амортизатора

сжатия – $\varepsilon_6 > 0,1$, сдвига – $\gamma_6 = 0,2 \div 0,25$).

Анализ исследований и публикаций. Задача определения осадки резиновых элементов, работающих на сжатие, решалась в разное время такими авторами, как Э.Э. Лавендел [2], С.И. Дымников [3], В.Л. Бидерман, Н.А. Сухова [4, 5] и др. Также ранее рассматривались различные конструкции, позволяющие снизить риск от разрушения при вибрационных и сейсмических воздействиях [6-8]. Наиболее прогрессивным оказался метод использования в качестве вибро-сейсмоизоляторов резинометаллических блоков. Одной из нерешённых проблем этой сложной задачи является расчёт резинового элемента при действии длительных статических нагрузок. Этому вопросу и посвящена настоящая статья.

Цель статьи – решить задачу о сжатии цилиндрического резинового элемента при больших деформациях (рис. 1).

Изложение основного материала. Авторы данной статьи предлагают использовать для удельной потенциальной энергии деформации (упругого потенциала) следующее выражение:

$$W = C_1 J_1 + C_2 J_1^2 + F(J_2), \quad (1)$$

где J_1, J_2 – первый и второй инварианты тензора конечной деформации, в нашем случае равные

$$J_1 = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z; \quad J_2 = \varepsilon_r \varepsilon_\theta + \varepsilon_r \varepsilon_z + \varepsilon_\theta \varepsilon_z - \varepsilon_{zr}^2, \quad (2)$$

C_1, C_2 – константы материала;

$F(J_2)$ – функция, принимающая различный вид для разных материалов.

Примем, что функция $F(J_2)$ линейна, т.е.

$$F(J_2) = C_3 J_2, \quad (3)$$

где C_3 – постоянная материала.

Примем, что сечения остаются плоскими и осевые перемещения являются функциями только координаты z . Радиальные перемещения представим в виде

$$u_r = rf(z). \quad (4)$$

Соотношения Коши для случая конечных деформаций записываются так:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right]; \quad \varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2;$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{u_r}{r} \right)^2; \quad \varepsilon_{zr} = \frac{\partial u_r}{\partial z} \left(1 + \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)$$

или, после преобразований,

$$\varepsilon_z = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 - 1 \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2; \quad \varepsilon_r = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 - 1 \right];$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{u_r}{r} \right)^2 - 1 \right]; \quad \varepsilon_{zr} = \frac{\partial u_r}{\partial z} \left(1 + \frac{\partial u_r}{\partial r} \right).$$

Подставляя в последние соотношения выражение (4), имеем

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \left\{ [1 + f(z)]^2 - 1 \right\} / 2; \quad \varepsilon_{zr} = rf'(z)[1 + f(z)];$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 - 1 \right] + \frac{1}{2} [rf'(z)]^2.$$

Условие несжимаемости для конечных деформаций

$$(1 + 2\varepsilon_z)(1 + 2\varepsilon_r)(1 + 2\varepsilon_\theta) - \varepsilon_{zr}^2(1 + 2\varepsilon_\theta) = 1$$

после подстановки (4) принимает вид:

$$(1 + f)^2 (1 + f)^2 \left[\left(1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + (rf')^2 \right] - r^2 f'^2 (1 + f)^2 (1 + f)^2 = 1,$$

или, после упрощения,

$$(1 + f)^2 \left(1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 1,$$

откуда получаем

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{1}{(1 + f)^2} - 1. \quad (5)$$

Потенциальная энергия деформации резинового элемента равна

$$\Pi = 2\pi \int_h^r W r dr dz, \quad (6)$$

где W – удельная потенциальная энергия деформации, которую вычисляют по формуле (1).

Подставляя в (1) выражения для компонент деформации, с учётом (5) получаем:

$$\begin{aligned}
 W = & \psi^2 \left(C_1 - 3C_2 - \frac{3}{4}C_3 \right) - \frac{3}{2}C_1 + \frac{9}{4}C_2 + \frac{1}{2}C_3 + \frac{1}{4}C_2 \frac{1}{\psi^8} + \frac{1}{2}C_2 r^2 \frac{\psi'^2}{\psi^4} + \\
 & + \frac{1}{\psi^4} \left(\frac{1}{2}C_1 - \frac{3}{2}C_2 - \frac{1}{4}C_3 \right) + \psi^4 \left(C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) + \frac{1}{\psi^2} \left(C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) + \\
 & + r^2 \psi'^2 \left(\frac{1}{2}C_1 - \frac{3}{2}C_2 - \frac{1}{4}C_3 \right) + \frac{1}{4}C_2 r^4 \psi'^4 + r^2 \psi^2 \psi'^2 \left(C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right),
 \end{aligned} \quad (7)$$

где введено обозначение

$$\psi = 1 + f.$$

Формула для энергии деформации всего резинового элемента (6) после подстановки выражения (7) может быть приведена к виду

$$\begin{aligned}
 \Pi = & \pi R^2 \int_0^h \left[\psi^2 \left(C_1 - 3C_2 - \frac{3}{4}C_3 \right) - \frac{3}{2}C_1 + \frac{9}{4}C_2 + \frac{1}{2}C_3 \right] dz + \frac{\pi R^6}{12} \int_0^h C_2 \psi'^4 dz + \\
 & + \frac{\pi R^2}{2} \int_0^h \left[\frac{1}{\psi^4} \left(C_1 - 3C_2 - \frac{1}{2}C_3 \right) \right] dz + \frac{\pi R^4}{4} \int_0^h \left\{ C_2 \frac{\psi'^2}{\psi^4} + \frac{R^2}{3} C_2 \psi'^4 \right\} dz + \\
 & + \frac{\pi R^2}{4} \int_0^h \left[C_2 \frac{1}{\psi^8} + \psi^4 (4C_2 + C_3) + \frac{1}{\psi^2} (4C_2 + C_3) \right] dz + \\
 & + \frac{\pi R^4}{4} \int_0^h \left\{ \psi'^2 \left(C_1 - 3C_2 - \frac{1}{2}C_3 \right) + \psi^2 \psi'^2 \left(2C_2 + \frac{1}{2}C_3 \right) \right\} dz.
 \end{aligned} \quad (8)$$

Потенциал внешней сжимающей силы равен

$$V = -P\Delta = P \int_0^h \frac{\partial u_z}{\partial z} dz$$

или, с учётом (5),

$$V = P \int_0^h \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) dz.$$

Для полной энергии системы имеем выражение вида

$$U = \Pi + V = \int_h \Phi(\psi; \psi'; z) dz, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned}
 \Phi(\psi; \psi'; z) = & \pi R^2 \left\{ \psi \left(C_1 - 3C_2 - \frac{3}{4}C_3 \right) - \frac{3}{2}C_1 + \frac{9}{4}C_2 + \frac{1}{2}C_3 + \frac{1}{4}C_2 \frac{1}{\psi^8} + \right. \\
 & + \frac{1}{\psi^4} \left(\frac{1}{2}C_1 - \frac{3}{2}C_2 - \frac{1}{4}C_3 \right) + \psi^4 \left(C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) \left. \right\} + \frac{\pi R^4}{2} \left\{ \psi^2 \psi'^2 \left(C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) + \right. \\
 & + \psi'^2 \left(\frac{1}{2}C_1 - \frac{3}{2}C_2 - \frac{1}{4}C_3 \right) + \frac{1}{2}C_2 \frac{\psi'^2}{\psi^4} \left. \right\} + \frac{\pi R^6}{12} C_2 \psi'^4 + P \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right).
 \end{aligned} \quad (10)$$

Условие минимума полной энергии системы (9) запишется в виде

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \psi} - \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \psi'} \right) = 0.$$

После несложных преобразований приходим к дифференциальному уравнению второго порядка

$$\psi'' = \frac{\frac{4}{R^2} \left[\psi \left(C_1 - 3C_2 - \frac{3}{4}C_3 \right) - \frac{1}{\psi^5} \left(C_1 - 3C_2 - \frac{1}{2}C_3 \right) \right] + \frac{4P}{\pi R^4 \psi^3}}{C_1 - 3C_2 - \frac{1}{2}C_3 + 2\psi^2 \left(C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) + C_2 \frac{1}{\psi^4} + 2R^2 C_2 \psi'^2} - \frac{2\psi'^2 \left\{ \psi \left(C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) - C_2 \frac{1}{\psi^5} \right\} - 2\psi^3 \left(C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) - C_2 \frac{1}{\psi^9}}{C_1 - 3C_2 - \frac{1}{2}C_3 + 2\psi^2 \left(C_2 + \frac{1}{4}C_3 \right) + C_2 \frac{1}{\psi^4} + 2R^2 C_2 \psi'^2}. \quad (11)$$

Итак, приходим к задаче Коши для уравнения (11) с начальными условиями:
при $z=0$ $\psi=1, \psi'=1$. (12)

После решения задачи Коши осадка сейсмоизолятора определяется по формуле

$$\Delta = - \int_0^h \frac{\partial u_z}{\partial z} dz = - \int_0^h \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) dz.$$

Приведенный метод расчёта был применён для вычисления осадки сейсмоизолятора диаметром $d = 400$ мм, высотой $h = 240$ мм и модулем упругости $G = 6,3$ кгс/см² от действия нагрузки $P = 50$ кН [6]. Полученное значение осадки хорошо согласуется с данными экспериментов, проведенных для натуральных вибро-сейсмоблоков [9].

Для представленных выше сейсмоопор в ходе статических испытаний была определена жёсткость на сжатие при различной величине нагрузки [10]. В результате несложных пересчётов можно определить зависимость между осадкой опоры и прикладываемой нагрузкой (весом строительной конструкции), используя формулу:

$$\Delta = \frac{P}{C_{ст.в}},$$

где Δ – осадка сейсмоопоры;
 P – сжимающая нагрузка;
 $C_{ст.в}$ – вертикальная жёсткость сейсмоопоры.

В работе [4] для малых деформаций ($\varepsilon < 0,1$) методом Ритца получена аналитическая зависимость между осадкой цилиндрического резинового слоя со свободными торцами и прикладываемой нагрузкой:

$$\Delta = \frac{P_0 h}{3\pi R^2 G} \left[1 - \frac{R}{h\sqrt{6}} \operatorname{th} \frac{h\sqrt{6}}{R} \right], \quad (13)$$

где P_0 – сжимающая нагрузка для резинового слоя со свободными торцами;
 h – высота резинового слоя;
 R – радиус резинового слоя;
 G – модуль сдвига резины.

При одноосном сжатии для малых деформаций ($\varepsilon < 0,1$) зависимость между осадкой резинового слоя и прикладываемой нагрузкой определяется формулой:

$$\Delta = \frac{P_0 h}{3\pi R^2 G}. \quad (14)$$

При расчёте сейсмоопор необходимо учитывать, что торцы резинового слоя привулканизированы к металлическим пластинам, тогда в формулы (13) и (14) вместо нагрузки P_0 необходимо подставить скорректированное значение реальной нагрузки P , которое учитывает увеличение жёсткости за счёт закрепления торцов:

$$P_0 = \frac{P}{\beta}, \quad (15)$$

где $\beta = 1 + 0,413\rho^2$ – по Пейну;

$\beta = 0,92 + 0,5\rho^2$ – по Лавенделу.

В работе [6] предложено вычислять β по формуле:

$$\beta = 1 + 0,83\rho^2, \quad (16)$$

где $\rho = \frac{R}{h}$;

β – коэффициент увеличения жёсткости за счёт закрепления торцов.

Универсальным численным методом расчёта резиновых виброисоляторов, который позволяет учитывать несимметричность нагрузок и закреплений, а также получать полную картину напряжённо-деформированного состояния является метод конечных элементов (МКЭ). При этом традиционный МКЭ не позволяет учесть такое свойство резины как слабая сжимаемость материала, поэтому воспользуемся специально разработанной схемой МКЭ – моментной схемой конечного элемента (МСКЭ) для слабосжимаемых материалов [11]. Данная схема заключается в тройной аппроксимации компонент вектора перемещений, компонент тензора деформаций и функции изменения объёма, и удержании ряда слагаемых согласно определённым правилам. Для призматического конечного элемента треугольной формы эти аппроксимации принимают вид [12]:

$$\begin{aligned} u_{k'} = \sum_{pqr}^{lmn} \omega_{k'}^{(pqr)} \psi^{(pqr)} &= \omega_{k'}^{(000)} + \omega_{k'}^{(100)} \psi^{(100)} + \omega_{k'}^{(010)} \psi^{(010)} \\ &+ \omega_{k'}^{(110)} \psi^{(110)} + \omega_{k'}^{(001)} \psi^{(001)} + \omega_{k'}^{(101)} \psi^{(101)}; \\ \varepsilon_{11} &= e_{11}^{(000)} + e_{11}^{(010)} \psi^{(010)} + e_{11}^{(001)} \psi^{(001)}; \varepsilon_{22} = e_{22}^{(000)} + e_{22}^{(100)} \psi^{(100)}; \\ \varepsilon_{33} &= e_{33}^{(000)} + e_{33}^{(100)} \psi^{(100)}; \varepsilon_{12} = e_{12}^{(000)}; \\ \varepsilon_{13} &= e_{13}^{(000)}; \varepsilon_{23} = e_{23}^{(000)} + e_{23}^{(100)} \psi^{(100)}; \theta = e_{11}^{(000)} g^{11} + e_{22}^{(000)} g^{22} + e_{33}^{(000)} g^{33}, \end{aligned}$$

где $u_{k'}$ – компоненты вектора перемещений по направлению оси k' базисной системы координат;

ε_{ij} – компоненты тензора деформаций;

θ – функция изменения объёма;

l, m, n – максимальные степени аппроксимирующих полиномов относительно осей местной системы координат x_1, x_2, x_3 ;

g^{ij} – компоненты метрического тензора;

$\omega_{k'}^{(pqr)}$ – коэффициенты разложения перемещений;

$e_{ij}^{(pqr)}$ – коэффициенты разложения деформаций;

$\psi^{(pqr)}$ – набор степенных координатных функций вида:

$$\psi^{(pqr)} = \frac{(x_1)^p (x_2)^q (x_3)^r}{p! q! r!}.$$

Для повышения точности расчётов используют уточнённые схемы МСКЭ [13].

Найдём осадку Δ для двухслойной сейсмоопоры диаметром $d = 400$ мм, высотой резинового слоя $h = 240$ мм и модулем упругости $G = 0,63$ МПа от действия нагрузки $P = 50$ кН.

В работе [6] решение нелинейной задачи осадки сплошного цилиндра с учётом особенностей ужесточения на торцах было найдено численно методом Рунге-Кутты четвёртого порядка точности. Для этого необходимо было решить задачу Коши при определённых граничных условиях. В результате расчётов было получено значение осадки сейсмоизолятора $\Delta = 0,0127$ м, что хорошо совпадает с экспериментальными исследованиями [9].

Поставленная задача также была численно реализована на основе моментной схемы конечных элементов в рамках вычислительного комплекса «МИРЕЛА+».

На рис. 2 приведено распределение компонент тензора напряжений в сейсмоопоре.

Проведём расчёт осадки, используя формулы (13) и (14), с коэффициентом ужесточения β , определяемым по формуле (16). В рассматриваемом случае

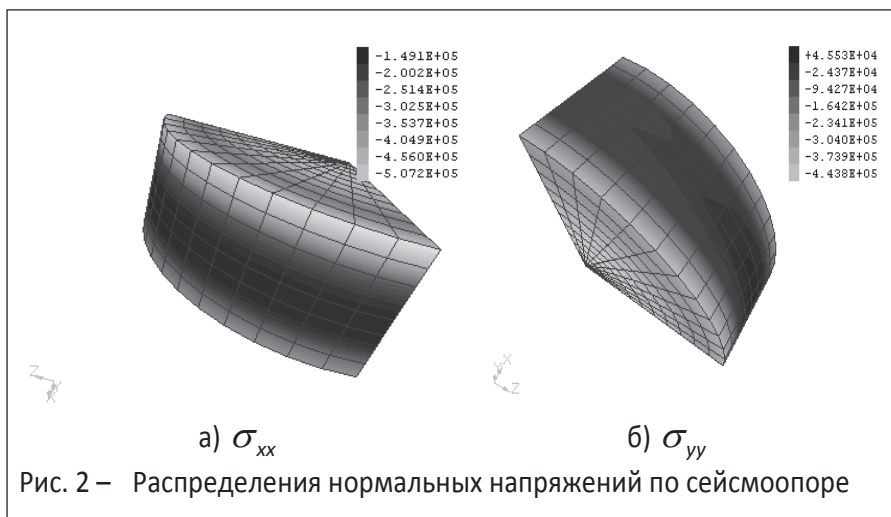


Рис. 2 – Распределения нормальных напряжений по сейсмоопоре

$$\beta = 1 + 0,83 \left(\frac{R}{h} \right)^2 = 1 + 0,83 \cdot \left(\frac{200 \cdot 10^{-3}}{120 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \approx 2,38.$$

Подставим полученное значение в формулу (15):

$$P_0 = \frac{P}{\beta} = \frac{50 \cdot 10^3}{2,38} \approx 21 \text{ кН.}$$

Найдём осадку одного слоя сейсмоопоры по формуле (13):

$$\Delta = \frac{21 \cdot 10^3 \cdot 0,12}{3 \cdot 3,14 \cdot (0,2)^2 \cdot 6,3 \cdot 10^5} \cdot \left[1 - \frac{0,2}{0,12\sqrt{6}} \operatorname{th} \frac{0,12\sqrt{6}}{0,2} \right] \approx 0,0042 \text{ м.}$$

Далее рассчитаем осадку одного слоя сейсмоопоры по формуле (14):

$$\Delta = \frac{P_0 h}{3\pi R^2 G} \approx \frac{0,0126 \cdot (120 \cdot 10^{-3})}{3 \cdot 3,14 \cdot (200 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 6,3} \approx 0,0064 \text{ м.}$$

Все полученные результаты расчёта осадки рассматриваемого виброизолятора приведены в табл. 1.

Таблиця 1 – Результати расчёта осадки сейсмоопоры

Показатель	Способ расчёта осадки			
	экспериментальные исследования	формулы		численная реализация
		(13)	(14)	
Осадка (максимальный прогиб резинового элемента), м	0,0127	0,0084	0,0128	0,01128

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Немчинов Ю.И. Сейсмостойкость зданий и сооружений: в двух частях. – Киев, 2008. – 480 с.
2. Лавендел Э.Э. Расчёт резинотехнических изделий. – М.: Машиностроение, 1976. – 232 с.
3. Дымников С.И. Расчёт резино-технических деталей при средних деформациях // Механика полимеров. – 1968. – № 2. – С. 271-275.
4. Сухова Н.А., Бидерман В.Л. К расчёту резиновых амортизаторов, работающих на сжатие // Расчёты на прочность. – 1962. – № 8. – С. 200-211.
5. Бидерман В.Л., Сухова Н.А. Расчёт цилиндрических и прямоугольных длинных резиновых амортизаторов сжатия // Расчёты на прочность. – 1968. – № 13. – С. 55-72.
6. Решение задачи о сжатии вязкоупругого цилиндра методом Ритца / Дырда В.И., Гончаренко А.В., Жарко Л.А. // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. – 2010. – Вып. 86. – С. 113-124.
7. Вибросейсмозащита машин и сооружений с помощью резиновых блоков / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Ю.И. Немчинов, Н.И. Лисица, Н.Н. Лисица, Н.В. Тымко // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. трудов / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2010. – Вып. 85. – С. 128-132.
8. Применение β -метода для расчёта резинометаллических вибросейсмоблоков / Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е., Лисица Н.И., Лисица Н.Н. // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. – 2010. – Вып. 86. – С. 144-158.
9. Обосновать параметры, разработать конструкцию, изготовить и испытать в лабораторных условиях виброзащитные опоры для сейсмозащиты многоэтажного дома (г. Ялта): Информационный отчет о НИР ИГТМ НАН Украины; рук. Дырда В.И., исполн. Лисица Н.И. [и др.]. – Днепропетровск, 2008. – 44 с. – Инв. № 6875.
10. Дырда В.И. Обоснование и выбор параметров резинометаллических сейсмоопор / В.И. Дырда, Н.И. Лисица, Н.Г. Марьенков и др. // Геотехническая механика. – 2009. – Вып. 84. – С. 17-23.
11. Киричевский В.В. Метод конечных элементов в механике эластомеров: [монография] / В.В. Киричевский. – К.: Наук. думка, 2002. – 655 с.
12. Дырда В.И. Аналитические и численные методы расчёта резиновых изделий / В.И. Дырда, С.Н. Гребенюк, С.И. Гоменюк. – Днепропетровск-Запорожье: Запорожский национальный университет, 2012. – 370 с.
13. Гребенюк С.Н. Повышение точности моментной схемы конечного элемента для слабосжимаемых материалов / С.Н. Гребенюк, А.А. Бова // Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании. – 2009. – Т. 22. – С. 55-64.

 УДК 94.579: 378.4 (477.74)

Кобець А.С., Грицан Ю.І., Дирда В.І., Мареніченко В.В.

СТАНОВЛЕННЯ ТА ФУНКЦІОНУВАННЯ СУЧАСНИХ НАУКОВИХ ШКІЛ

Організаційні форми наукових досліджень при переході від індивідуальних протягом ХІХ ст. до переважно групових протягом ХХ ст. привели до формування науково-дослідних груп та поняттю «наукова школа», яке стало структурно-функціональною одиницею науки та забезпечує отримання нового знання, виробляє засоби відновлення і розвитку пізнавального процесу, здійснює перевірку, систематизацію і розповсюдження його результатів.

Однак і на сьогодні це мало вивчене явище зі складним визначенням і при виділенні школи слід дотримуватись визначених критеріїв. Незаперечно, що для наукової школи необхідна наявність лідера з творчим потенціалом, певними особистісними якостями, а також учнями та послідовниками, що беруть участь в реалізації ідей.

Авторитет лідера визначається внеском у науку, досвідом, культурою, ерудицією, здатністю прийняти оптимальне рішення у визначенні напрямку досліджень і людськими якостями, оскільки останній є мотиватором діяльності вчених наукової школи.