ISSN 1561-9087 *Прикладна гідромеханіка. 1999. Том 1 (73), N 4. С. 19 – 25*

УДК 696.129

КРИТЕРИЙ РЕЙНОЛЬДСА И ЭНЕРГИЯ ТЕЧЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТРУБАХ

О. Ю. ЛУКАШ

Государственный НИИСТ, Киев

Получено 20.09.99 ⋄ Пересмотрено 11.11.99

Теория гидродинамической неустойчивости позволила решить некоторые вопросы перехода к турбулентности ламинарных течений. Несмотря на развитие этой теории с привлечением новых идей и методов ряд задач остается не решенным. К ним относится и течение в трубе круглого сечения. Автор рассмотрел энергию и диссипацию в круглой трубе и пришел к выводу, что их отношение оказывает большое влияние на переход к турбулентности. На этой основе оказалось возможным вычислить критическое число Рейнольдса для перехода к турбулентности в круглой трубе. Для других течений критическое значение упомянутого отношения является только первым шагом к возникновению возмущений.

Теорія гідродинамічної нестійкості дозволила вирішити деякі питання переходу до турбулентності ламінарних течій. Не зважаючи на розвиток цієї теорії з залученням нових ідей та методів, деякі задачі залишаються не вирішеними. До них належить і течія в трубі круглого перетину. Автор розглянув енергію та дисипацію в круглій трубі і дійшов висновку, що їх відношення істотно впливає на перехід до турбулентності. На цій основі стало можливим вичислити критичне число Рейнольдса для переходу до турбулентності в круглій трубі. Для інших течій критичне значення згаданого відношення є лише першим кроком до виникнення збурень.

The theory of hydrodynamical instability has allowed to solve some questions of the transition to the turbulence of laminar flows. Despite of this theory development with the attraction of new ideas and methods a number of tasks remains not solved. The flopw in a round section pipe concerns also to them. Author has considered the energy and the dissipation in a round pipe and has come to conclusion that their relation renders the large influence on the transition to the turbulence. On this basis it has appeared possible to calculate Reinolds' critical number for the transition to the turbulence in a round pipe. For other flows the critical value of the mentioned relation is only the first step to disturbance occurrences.

ВВЕДЕНИЕ

В гидродинамике уделяется большое внимание переходу ламинарного течения жидкости в турбулентное, поскольку это вызывает изменения характера гидравлического сопротивления и тепломассообмена. Изменение режима течения связывают с возникновением неустойчивости течений Паузейля, Куэтта и других [1–3].

Методом малых колебаний линейной теории гидродинамической неустойчивости удовлетворительно решена потеря устойчивости при обтекании пластины параллельным потоком (Прандтль, Драйден [4], Скремстед и Шубауэр, Шень, Линь [1]).

Критическое число Рейнольдса потери устойчивости по скорости набегающего потока и толщине пограничного слоя на плоской пластине по расчетам разных авторов [1–3, 5] $\mathrm{Re}_\text{к} =$ 1150...1900.

Это направление исследований, благодаря его значимости для авиации и других областей, получило развитие и имеет широкое освещение [1–10].

Для плоского течения Пуазейля методом малых колебаний определено критическое число Рейнольдса по максимальной скорости и полуширине канала, по расчетам разных авторов $\mathrm{Re}_\text{к} =$ 5314...6000 [1-3, 10]. Это число примерно в 5 раз больше экспериментального $\mathrm{Re}_\text{к} = 1050$ [11]. На несоответствие результатов линейной теории и экспериментов указано в [8], где авторы ссылаются на опыты Вайта и Дэвиса. Подобное упоминание есть также в [5], где другим методом получено $\mathrm{Re}_\text{к} =$ 1077 (в пересчете на те же параметры). Для течения Паузейля между двумя цилиндрами отмечают различие результатов теории и эксперимента [10], полагая, что наблюдаемый в естественных условиях предел устойчивости мало зависит от отношения радиусов кольцевого зазора и находится в пределах $\mathrm{Re}_\text{к} = U_\text{max}(b-a)/2\nu$ = 1000...1500 (по Джозефу).

Относительно плоского течения Куэтта и течения Пуазейля в цилиндрической трубе расчеты показали их устойчивость по отношению к малым колебаниям при любых значениях числа Рейнольдса [1, 2, 10].

Поскольку эксперименты показывают возникновение турбулентности в цилиндрических трубах при $\mathrm{Re} \cong 2300$, продолжаются поиски теоретических решений, объсняющих переход к турбулентности в трубах.

Новые направления теории перехода к турбулентности, получившие развитие в семидесятые годы, такие как нелинейная теория устойчивости, теория бифуркаций, теория странного аттрактора и другие не привели к конкретным результатам [7–10, 12, 13]. Ученые приходят к выводу [10], что обычные аналитические методы нелинейной теории устойчивости и теории бифуркаций неприменимы для решения перехода к турбулентности в сдвиговых течениях, а численные методы недостаточно эффективны (Джозеф).

Применив спектральный метод Галеркина нелинейной теории устойчивости в сочетании с численным способом расчета нелинейных членов, Орзаг и Келлс [14] нашли, что трехмерные возмущения большой амплитуды приводят к турбулентности течение Куэтта при $\mathrm{Re} = 1000$.

Здесь следовало ожидать, как в опытах Тейлора [2, 15] для течения Куэтта между концентрическими цилиндрами, когда внешний цилиндр вращается с окружной скоростью U_o, а внутренний – неподвижен (при экстраполяции до $S/R = 0.01$), $\mathrm{Re}_к = U_o S/\nu$ =1750–1990. В [5] для этого случая получено $\mathrm{Re}_к$ =1720.

Другой результат [14]: трехмерные возмущения в плоском течении Пуазейля приводят к турбулентности при $\mathrm{Re} = U_{max} B/\nu = 1000$, что близко к 1050 [11].

В работах 80 – 90-ых годов заметны тенденции к расширению круга объектов, исследуемых на переход к турбулентности, и к систематизации методов теории с целью вывода ее из полуэмпирического состояния [10, 16–18].

Уместно вспомнить некоторые оценки теории гидродинамической устойчивости. Авторы [3] признают, что хотя линейная теория позволяет получить собственные значения и собственные функции, близкие к экспериментальным, но, в целом, переход к турбулентности остается не понятым.

Высказывается предположение [10] о возможности качественного объяснения перехода к турбулентности с помощью моделей, гораздо более простых, чем полные уравнения гидродинамики (Суиньи и Голлаб).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

До настоящего времени не нашлось объяснения, почему именно критерий, включающий три параметра – среднюю скорость жидкости, диаметр трубы и кинематическую вязкость, предопределяет режим течения жидкости.

Принятое теперь определение критерия Рейнольдса как отношение сил инерции к силам вязкости недостаточно конкретно, чтобы анализировать эти силы. Требуется более определенная формулировка физического смысла критерия Рейнольдса.

Попытка найти такую формулировку предпринимается здесь посредством анализа течения в цилиндрической трубе, послужившего в 1883 году открытию критерия Рейнольдса.

Нормальным продолжением будет определение расчетным путем критической величины числа Рейнольдса, которую не удалось получить известными методами теории гидродинамической неустойчивости.

2. ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ КРИТЕРИЯ РЕЙНОЛЬДСА

В [5, 19, 20] установлено, что критерий Рейнольдса можно рассчитать как отношение средней кинетической энергии к среднему касательному напряжению. Критическая величина этого отношения одинакова для многих видов течения. Это позволило рассчетным путем определить критические числа Рейнольдса для плоского течения Пуазейля, для плоского и между концентрическими цилиндрами течения Куэтта, при вынужденном обтекании плоской пластины параллельным потоком, используя значение критического числа Рейнольдса для круглой трубы, установленное экспериментально.

В [21–25] установлено, что критерий Рейнольдса может быть получен из отношения энергии движения жидкости к диссипации энергии.

В данной работе последовательно изложено расчетное определение критического числа Рейнольдса для цилиндрической трубы.

Профиль скоростей для ламинарного течения в цилиндрической трубе представлен квадратичной параболой

$$U = 2U_с \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right). \qquad (1)$$

Энергию течения, протекающего через поперечное сечение трубы в единицу времени, представим в виде

$$E = \int_0^{r_0} 2\pi r dr \frac{\rho U^3}{2}. \qquad (2)$$

Интегрируя выражение (2) и деля на расход жидкости в единицу времени, получаем удельную энергию жидкости, протекающей в единицу времени через поперечное сечение трубы:

$$E_у = \alpha\rho U_с^2/2. \qquad (3)$$

Для одномерного течения диссипация механической энергии в теплоту для единицы объема, отнесенная к единице времени, равна:

$$Д_1 = \mu \left(\frac{dU}{dr}\right)^2. \tag{4}$$

Используя производную профиля скоростей (1), получаем распределение диссипации по радиусу трубы:

$$Д_1 = 16\mu U_c^2 r^2 / r_0^4. \tag{5}$$

Интегрируя выражене (5) по радиусу трубы, находим диссипацию в трубе единичной длины в единицу времени:

$$Д_с = 8\pi\mu U_с^2. \tag{6}$$

Отношение выражения (6) к расходу в единицу времени дает удельную диссипацию, равную потере давления в трубе единичной длины:

$$Д_у = \frac{8\mu U_с}{r_0^2} = \Delta P_{1Л}. \tag{7}$$

В трубе длиною d_0 удельная диссипация будет:

$$Д_{у\,d} = \frac{32\mu U_с}{d_0} = \Delta P_d. \tag{8}$$

Отношение выражения (3) к (8) раскрывает энергетический смысл критерия Рейнольдса:

$$\frac{Е_у}{Д_{у\,d}} = \frac{\alpha\rho U_c^2/2}{32\mu U_c/d_0} = \frac{U_c d_0}{32\nu} = \frac{\mathrm{Re}}{32}, \tag{9}$$

т.е. критерий Рейнольдса может быть вычислен как отношение удельной кинетической энергии к удельной мощности диссипации с постоянным множителем, равным 32.

3. ДИССИПАЦИЯ И КОЭФФИЦИЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Уравнение (8), определяющее гидравлическое сопротивление для ламинарного течения, приводится к применимой для любого вида течения формуле Дарси путем замены $\mu = \nu\rho$ и умножения числителя и знаменателя на $2U_c$:

$$Д_{у\,d} = \frac{32\nu\rho U_c \cdot 2U_c}{d_0 \cdot 2U_c} = \frac{64\rho U_c^2}{\frac{U_c d_0}{\nu} \cdot 2} = \lambda\frac{\rho U_c^2}{2} = \Delta P_d. \tag{10}$$

Здесь:

$$\frac{64}{\frac{U_0 d_0}{\nu}} = \frac{64}{\mathrm{Re}} = \lambda_л.$$

Из уравнения (10) следует

$$\lambda = \frac{Д_{у\,d}}{\rho U_c^2/2}, \tag{11}$$

т.е. коэффициент сопротивления λ есть диссипирующая доля рассчитанной по средней скорости удельной энергии в трубе, длина которой равна d_0,

Если уравнение (11) разделить на α_0, то получим приведенный коэффициент сопротивления:

$$\frac{Д_{у\,d}}{\alpha_0\rho U_0^2/2} = \frac{\lambda}{\alpha_0} = \Lambda, \tag{12}$$

показывающий, какая доля энергии жидкости, протекающей через поперечное сечение трубы в единицу времени, диссипирует за то же время в трубе длиной d_0.

Приведенный коэффициент сопротивления (12) является критерием подобия. Для ламинарного течения он равен

$$\Lambda = \frac{32}{\mathrm{Re}}. \tag{13}$$

Для приведенного коэффициента сопротивления в турбулентном течении предложена [23] следующая зависимость:

$$\Lambda_т = \beta_0 - 1. \tag{14}$$

Следовательно, из (12) и (14) видно, что коэффициент сопротивления Дарси представляет произведение коэффициента Кориолиса на избыток над единицей коэффициента Буссинеска:

$$\lambda_т = \alpha_0(\beta_0 - 1). \tag{15}$$

4. ПЕРЕХОД К ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Турбулентность начинается с перемещающегося течения, в котором часть ламинарного течения заменяется турбулентными возмущениями, перемежающимися с ламинарным течением [26]. Турбулентные возмущения, перемещаясь по трубе со средней скоростью, постепенно увеличиваются в размерах, что свидетельствует о развитии турбулентности. Этот процесс идет без привлечения энергии из вне, за счет преобразования кинетической энергии ламинарного течения в энергию пульсаций, которая здесь же расходуется на увеличение гидравлического сопротивления в турбулентном возмущении. В перемежающемся течении в силу неразрывности сохраняется одна и та же средняя скорость для обоих видов течения, поэтому разница кинетической энергии проявляется в различии коэффициента Кориолиса. Для ламинарного течения $\alpha_{\text{л}} = 2$, а для турбулентного, как показали расчеты, при $\text{Re} = 2310$ $\alpha_{\text{т}} = 1.17$ (табл. 1). Отношение $\alpha_{\text{л}}/\alpha_{\text{т}} = 1.71$ совпадает с величиной отношения $\lambda_{\text{т}}/\lambda_{\text{л}}$. Это позволяет утверждать, что турбулентность может наступить только тогда, когда отношение энергий ламинарного и турбулентного течения обратно пропорционально отношению их диссипаций, что согласуется с принципом наименьшего действия в форме Гамильтона–Остроградского и с законом сохранения энергии и запишется так:

$$\frac{\dfrac{\alpha_{\text{л}}\rho U_{\text{сл}}^2}{2}}{\dfrac{\alpha_{\text{т}}\rho U_{\text{ст}}^2}{2}} = \frac{\dfrac{\lambda_{\text{т}}\rho U_{\text{ст}}^2}{2}}{\dfrac{\lambda_{\text{л}}\rho U_{\text{сл}}^2}{2}}. \tag{16}$$

В силу равенства средних скоростей и плотности динамические давления обоих видов течения одинаковы, потому взаимно сокращаются:

$$\alpha_{\text{л}}\lambda_{\text{л}} = \alpha_{\text{т}}\lambda_{\text{т}}. \tag{17}$$

5. КРИТИЧЕСКОЕ ЧИСЛО РЕЙНОЛЬДСА

Уравнение (17) является исходным для определения критического числа Рейнольдса. Необходимо только определить входящие в него величины через критерий Рейнольдса.

Множители левой части (17) определены однозначно теоретически и подтверждены экспериментально, т.е. $\alpha_{\text{л}} = 2, \lambda_{\text{л}} = 64/\text{Re}$. Множители правой части (17) менее однозначны. Поскольку $\lambda_{\text{т}}$ зависит только от числа Рейнольдса в режиме гладких труб, нужно выбрать формулу $\lambda_{\text{т}}$ для этого режима. Предложено много формул, результаты расчета по которым различаются до 10% и более.

Проанализировав ряд формул $\lambda_{\text{т}}$ в гладких трубах, автор пришел к выводу, что пользоваться следует формулой Прандтля–Кармана, поскольку она определена теоретически и подтверждена экспериментальными данными, позволившими небольшую корректировку ее констант:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg(\text{Re}\sqrt{\lambda}) - 0.8. \tag{18}$$

Недостаток этой формулы – неявный вид функции λ, приводящий к повторным перерасчетам.

Известно несколько формул, подобных (18), но с явным видом зависимости λ от Re. Наибольшее применение получили формулы Блазиуса, Кольбрука и Конакова.

Сохранив структуру формулы Кольбрука и проанализировав ее константы с помощью ЭВМ, автор получил лучшее приближение к результатам Прандтля–Кармана, отклонения от которых в диапазоне $\text{Re} = 2000 \ldots 1 \cdot 10^7$ не превышают 2.3%.

$$\lambda_{\text{т}} = \frac{1}{(1.8\lg\text{Re} - 1.46)^2}. \tag{19}$$

Формула (19) применима при анализе возникновения турбулентности благодаря идентичности с (18) в диапазоне $\text{Re} = 2000 \ldots 2500$.

Относительно $\alpha_{\text{т}}$ мало сведений и нет однозначности. Необходимо определить коэффициент Кориолиса турбулентного течения как функцию коэффициента сопротивления $\lambda_{\text{т}}$.

По аналогии с представлением скорости турбулентного течения в виде суммы осредненных и пульсационных составляющих автор предлагает коэффициент Кориолиса турбулентного течения представить в виде суммы коэффициентов Кориолиса осредненного течения и пульсаций:

$$\alpha_{\text{т}} = \alpha_0 + \bar{\alpha_{\text{п}}}. \tag{20}$$

Коэффициент Кориолиса осредненных скоростей можно получить интегрированием профиля осредненных скоростей Нуннера [27]:

$$\frac{U}{U_{max}} = \left(\frac{\text{y}}{r_0}\right)^{\sqrt{\lambda}}. \tag{21}$$

Проинтегрировав (21), вначале получим относительную величину средней скорости U_c/U_{max}:

$$\frac{U_c}{U_{max}} = \int_0^1 \frac{2\pi r dr U}{\pi r_0^2 U_{max}} = \frac{2}{1+\sqrt{\lambda}} - \frac{2}{2+\sqrt{\lambda}}. \tag{22}$$

Коэффициент Кориолиса осредненных скоростей будет

$$\alpha_0 = \int\limits_0^1 \frac{2\pi r dr U^3/U_{max}^3}{\pi r_0^2 U_c^3/U_{max}^3} = \frac{2\left(\dfrac{1}{1+3\sqrt{\lambda}} - \dfrac{1}{2+3\sqrt{\lambda}}\right)}{\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{\lambda}} - \dfrac{2}{2+\sqrt{\lambda}}\right)^3}. \tag{23}$$

Принимая во внимание [27, 28], введем понятие коэффициента Кориолиса пульсаций:

$$\bar{\alpha}_{\text{п}} = \frac{3\bar{U'}_i^2}{U_c^2} = \frac{\bar{U'}_x^2 + \bar{U'}_\varphi^2 + \bar{U'}_r^2}{U_c^2}. \tag{24}$$

Зависимость $\alpha\lambda$ от числа Рейнольдса

Re	$\lambda_л$	$\alpha_л\lambda_л$	$\lambda_т$	α_0	$\alpha_т$	$\alpha_т\lambda_т$
2000	0.0320	0.0640	0.0498	1.128	1.178	0.0587
2100	0.0305	0.0610	0.0490	1.126	1.175	0.0576
2200	0.0291	0.0582	0.0482	1.125	1.173	0.0565
2300	0.0278	0.0557	0.0474	1.123	1.170	0.0555
2310	0.0277	0.0554	0.0474	1.123	1.170	0.0555
2400	0.0267	0.0533	0.0468	1.121	1.168	0.0547
2500	0.0256	0.0512	0.0461	1.120	1.166	0.0538

Он представляет отношение пульсационной энергии трех, средневзвешенных по сечению трубы компонент среднеквадратичных пульсаций $\bar{U'}^2_x, \bar{U'}^2_\varphi, \bar{U'}^2_r$ к энергии средней скорости.

Поскольку практически вся диссипация в турбулентном течении жидкости происходит путем конвективного переноса энергии осредненного течения в вихревые структуры, которые диссипируют в теплоту, можно предположить, что коэффициент Кориолиса турбулентных пульсаций равен коэффициенту гидравлического сопротивления $\lambda_т$. Это становится очевидным из следующих соображений. Разница удельной кинетической энергии при переходе к турбулентности

$$\triangle E_{уп} = (\alpha_л - \alpha_т)\rho U_c^2/2.$$

расходуется на увеличение диссипации на некоторой длине трубы l/d_o. Доля этой энергии, приходящаяся на длину d_o, равна разнице диссипации на этой длине, выраженной через потерю давления:

$$\frac{\triangle E_{уп}}{l/d_o} = \frac{(\alpha_л - \alpha_т)}{l/d_o}\frac{\rho U_c^2}{2} = (\lambda_т - \lambda_л)\frac{\rho U_c^2}{2}.$$

Откуда $l/d_o = (\alpha_л - \alpha_т)/(\lambda_т - \lambda_л)$ [25], где l/d_o, по-видимому, определяет начальную длину турбулентного возмущения.

Вследствие уплощения профиля скоростей при переходе к турбулентности уменьшается dU/dr, за исключением вязкого подслоя, при одновременном увеличении сопротивления. Поэтому действие молекулярной вязкости, в основном, заменяется действием турбулентной вязкости, зависящей от интенсивности и масштаба пульсаций. Часть энергии этих пульсаций заменяет прежнюю вязкую диссипацию:

$$\triangle E_{у\lambda} = \lambda_л \rho U_c^2/2.$$

Общая энергия пульсаций, очевидно, равна сумме двух этих составляющих:

$$\mathrm{E}_{уп\lambda} = \frac{\triangle E_{уп}}{l/d_o} + \triangle E_{у\lambda} = \bar{\alpha_п}\frac{\rho U_c^2}{2} = \lambda_т\frac{\rho U_c^2}{2}.$$

Откуда

$$\bar{\alpha_п} = \lambda_т.$$

Это подтверждается расчетами автора по результатам измерений пульсационных скоростей Лауфера и по их обработке Хинце [27]:

$$\bar{\alpha}_п = \lambda_т(- \sim 1.5\%). \qquad (25)$$

Коэффициент Кориолиса турбулентного течения в соответствии с выражением (20) будет представлен суммой (23) и (25):

$$\alpha_т = \frac{2\left(\dfrac{1}{1+3\sqrt{\lambda_т}} - \dfrac{1}{2+3\sqrt{\lambda_т}}\right)}{\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{\lambda_т}} - \dfrac{2}{2+\sqrt{\lambda_т}}\right)^3} + \lambda_т. \qquad (26)$$

Исходя из (17), получено уравнение для определения критического числа Рейнольдса:

$$\alpha_л\lambda_л = \left[\frac{2\left(\dfrac{1}{1+3\sqrt{\lambda_т}} - \dfrac{1}{2+3\sqrt{\lambda_т}}\right)}{\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{\lambda_т}} - \dfrac{2}{2+\sqrt{\lambda_т}}\right)^3} + \lambda_т\right]\lambda_т. \qquad (27)$$

Задавая Re от 2000 до 2500 через каждые 100 единиц, вычисляем отдельно левую и правую части (27). Результаты вычислений приведены в таблице и показаны на рис. 1.

Точка пересечения кривых ламинарного и турбулентного $\alpha\lambda$ дает критическое число Рейнольдса 2310 ± 4.5 %. В табл. 1 приведена строка, подтверждающая, что при $\mathrm{Re}_к = 2310$ $\alpha_л\lambda_л = \alpha_т\lambda_т$.

Чтобы лучше понять условия перехода к турбулентности, найдем совместное решение уравнения перехода (17) и относительной длины турбулентного возмущения:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_л\lambda_л &= \alpha_т\lambda_т, \\ \frac{l}{d_o} &= \frac{\alpha_л - \alpha_т}{\lambda_т - \lambda_л}. \end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

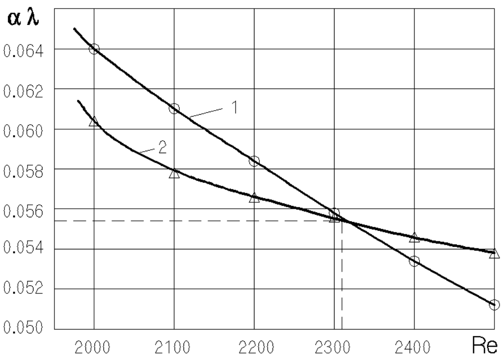

Рис. 1. Зависимость $\alpha\lambda$ от числа Рейнольдса:
1 – ламинарное течение;
2 – турбулентное течение

Умножим (17) на -1 и прибавим к обеим его сторонам произведение $\alpha_л \lambda_т$:

$$\alpha_л \lambda_т - \alpha_л \lambda_л = \alpha_л \lambda_т - \alpha_т \lambda_т .$$

Откуда

$$\alpha_л (\lambda_т - \lambda_л) = \lambda_т (\alpha_л - \alpha_т),$$

поэтому

$$\alpha_л = \lambda_т \frac{\alpha_л - \alpha_т}{\lambda_т - \lambda_л}$$

или, учитывая (28),

$$\alpha_л = \lambda_т \frac{l}{d_o}. \qquad (29)$$

Умножая обе стороны (29) на $\rho U_c^2/2$, получим

$$\alpha_л \frac{\rho U_c^2}{2} = \lambda_т \frac{\rho U_c^2 l}{2 d_o}. \qquad (30)$$

То есть, для перехода к турбулентности необходимо, чтобы удельная кинетическая энергия ламинарного течения жидкости была достаточна для удельной диссипации на длине турбулентного возмущения. Если энергия больше диссипации, турбулентность будет развиваться, если же диссипация больше, турбулентность будет затухать.

Уравнение (17) действительно вблизи критического числа Рейнольдса, (29) и (30) также действительны в этой зоне. Расчеты по (29) показали, что для $\mathrm{Re} = 2200$ правая часть (29) равна $2.09 > 2.0$, значит, турбулентность будет затухать, а при $\mathrm{Re} = 2400$ $\lambda_т l/d_o = 1.95 < 2.0$, поэтому турбулентность будет развиваться, хотя и не очень интенсивно. Это подтверждается опытами Линдгрена [26] и Ротта [2].

ВЫВОДЫ

1. Для ламинарного течения критерий Рейнольдса может быть определен из отношения (9) средней кинетической энергии единицы объема жидкости к диссипирующей ее доле в трубе длиною один диаметр в единицу времени с постоянным множителем 32.

2. Коэффициент сопротивления λ представляет диссипирующую в единицу времени долю кинетической энергии единицы объема жидкости, движущейся со средней скоростью в трубе длиною один диаметр. Для турбулентного течения $\lambda_т$ равен произведению коэффициента Кориолиса осредненного течения на избыток над единицей коэффициента Буссинеска (15).

3. Существование математического перехода (10) от теоретической формулы (8) потери давления для ламинарного течения к универсальной, применимой при любом режиме течения жидкости, формуле Дарси, означает, что формула Дарси является объектом теоретической гидромеханики в той же мере, что и формула (8). Она применима для расчета диссипации энергии при любом режиме течения жидкости.

4. Коэффициент Кориолиса турбулентного течения может быть представлен суммой коэффициентов Кориолиса осредненных скоростей и средневзвешенных пульсаций (20). Коэффициент Кориолиса пульсаций практически равен коэффициенту сопротивления $\lambda_т$.

5. Переход ламинарного течения в турбулентное происходит без дополнительного потребления энергии из вне. При переходе часть энергии ламинарного течения выделяется на увеличение сопротивления турбулентного течения. Условием перехода есть равенство произведений коэффициентов Кориолиса на коэффициенты Дарси обоих видов течения (17).

Ламинарное течение сохраняется, если $\alpha_л \lambda_л / \alpha_т \lambda_т > 1$.

6. Расчетом определено критическое число Рейнольдса для цилиндрической трубы, равное 2310 ± 4.5 %, совпадающее с экспериментальным его значением.

Выражаю признательность заведующему кафедрой, докт. техн. наук, пофессору О.М.Яхно, организовавшему в 1996 году обсуждение доклада автора по теме этой статьи в Национальном техническом университете Украины "КПИ", директору Института гидромеханики НАН Украины, академику НАН Украины Гринченко В.Т., заместителю директора, докт. физ.-мат. наук Никишову В.И., заведующему отделом, докт. техн. наук Крилю С.И. за обсуждение статьи и ценные советы, позволившие улучшить ее содержание.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

U, U_c, U_{max} – соответственно скорость жидкости текущая, средняя, осевая, м/с;
$\bar{U'}_i$ – пульсационная скорость, среднеквадратичная, средневзвешенная по сечению трубы, $i = x, \varphi, r$;
d_0, r_0, r – диаметр и радиус трубы, радиус текущий, м;
r_0, у – расстояние от стенки до оси и текущее, м;
ρ – плотность жидкости, кг/м^3;
μ – динамическая вязкость, Нс/м^2;
ν – кинематическая вязкость, м^2/с;
$E, E_у$ – кинетическая энергия в единицу времени, Дж/с; удельная Дж/(с · м^3);
$Д_1$ – диссипация удельная в единицу времени, Дж/(с · м^3);
$Д_c, Д_у, Д_{уd}$ – диссипация в объеме единичной длины трубы, Дж/(с · м);
то же, удельная, Дж/(с · м^4); то же $1d_0$, Дж/(с · м^3);
α – коэффициент кинетической энергии;
β – коэффициент количества движения;
λ – коэффициент гидравлического сопротивления;
Λ – приведенный коэффициент сопротивления;
x, φ, r – направления координатных осей.

Индексы: л – ламинарный, т – турбулентный, с – средний, о – осредненный, п – пульсационный, у – удельный, d – для длины d_0.

1. *Линь Ц.Ц.* Теория гидродинамической устойчивости.– М.: ИЛ, 1953.– 192 с.
2. *Шлихтинг Г.* Возникновение турбулентности.– М.: ИЛ, 1962.– 204 с.
3. *Бетчов Р., Криминале В.* Вопросы гидродинамической устойчивости.– М.: Мир, 1971.– 352 с.
4. *Дайден Х.Л.* Современное развитие механики пограничного слоя // Проблемы механики. Под ред. Р.Мизеева и Т.Кармана.– М.: ИЛ, 1955.– С. 15–20.
5. *Лукаш А.Ю.* О возникновении турбулентности // Санитарная техника.– Киев:.– Будівельник, 1965.– С. 132–143.
6. *Жигулев В.Н., Тумин А.М.* Возникновение турбулентности.– Новосибирск: Наука, 1987.– 282 с.
7. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. Ч.1.– М.: Наука, 1965.– 736 с.
8. *Монин Л.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Ч.1.– М.: ФМЛ, 1965.– 640 с.
9. *Козлов Л.Ф., Цыганюк А.И., Бабенко В.В. и др.* Формиование турбулентности в сдвиговых течениях.– Киев: Наук. думка, 1985.– 284 с.
10. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности. // Под ред. Х.Суинни и Дж.Голлаба.– М.: Мир, 1984.– 344 с.
11. *Шиллер Л.* Движение жидкости в трубах.– М.–Л.: НКТП, 1936.– 230 с.
12. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа.– М.: Наука, 1978.– 736 с.
13. *Линь Ц.Ц., Бинни Д.Дж.* О неустойчивости течений с градиентом скорости // Гидродинамическая неустойчивость. Под ред.Г.Биркгофа, Р. Беллмана и Линь Ц.Ц.– М.: Мир, 1964.– С. 9-36.
14. *Orszag S.A., Kolls L.C.* Transition to turbulence in plane Poiseuille and plane Couette flow // J.Fluid Mech.– 1980.– **v. 96 N1**.– P. 159–205.
15. *Taylor G.I* Stability of a viscous liqid contained between two rotating cylinders // Proc. Roy.Soc.– 1935.– Ser. **A 151**.– P. 494–512.
16. *Frisch U.* Turbulence. The legari of A.N.Kolmogorov.– Kambrig: University Press, 1995.– 206 p.
17. *Mamun C.K., Tuckerman L.S.* Asymetry and Hopf bifurcation in spherical Couette flow // Physics of fluids.– 1995.– **1, AIP**.– P. 80–91.
18. *Никифорович Е. И.* Асимптотические пространственно–временные свойства ламинарных пограничных слоев над искривленными поверхностями // Прикладная гидродинамика.– 1999.– **1, 73**.– С. 38–51.
19. *Лукаш А.Ю.* Переход ламинарного течения в турбулентное // Вопросы современного строительства и архитектуры.– Киев: Будівельник.– 1964.– С. 373–380.
20. *Лукаш А.Ю* Об устойчивости ламинарного пограничного слоя при свободной конвекции вдоль вертикальной поверхности // Санитарная техника.– 1971.– **11**.– С. 43–51.
21. *Лукаш А.Ю.* Энергетическая сущность критерия Рейнольдса // Санитарная техника. – Киев: Будівельник.– 1968.– **в. VI**.– С. 98–101.
22. *Лукаш А.Ю.* Определение расчетным путем критического числа Рейнольдса при переходе ламинарного течения в турбулентное // Промышленность отопительного и санитарно–технического оборудования. – ВНИИЭСМ, М.–Киев.– 1992.– **10**.– С. 11–17.
23. *Лукаш А.Ю.* Энергия турбулентного течения в круглой трубе // Промышленность отопительного и санитарно–технического оборудования.– Киев, 1995.– С. 44–50.
24. *Лукаш А.Ю* Энергия и диссипация в круглой трубе // Тез. докл. научно–техн. конф. КПИ "Гидромеханика в инженерной практике".– Киев: ВІПОЛ, 1996.– С. 47–48.
25. *Лукаш А.Ю* Определение критического числа Рейнольдса для круглой трубы с помощью уравнения Бернулли // Праці II Української науково–технічної конференції "Гідроаеромеханіка в інженерній практиці".– Київ-Черкаси: ЧПІ, 1998.– С. 114–117.
26. *Lindgren E.P.* Transition prozess and other phenomena in viscons flow // Ark. Physik.– 1957.– **v.12, N1**.– P. 1-169.
27. *Хинце И.О* Турбулентность.– М.: ИЛ, ФМЛ, 1963.– 680 с.
28. *Таундсенд А.А.* Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом.– М.: ИЛ, 1959.– 400 с.