

ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЦИРКУЛИРУЮЩЕГО ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА

Abstract. Computer simulation of a biphasic circulating air flow was considered. The questions of influence of chaotic level and persistence of the flow on the structure of model clusters are studied. The restoring method of the flow properties by the structure of particles imprints on the walls of channel and the methodic of quantitative estimation of degree of chaotic tracks ordering are offered.

Key words: biphasic flow, cluster, intermediate asymptotic, multifractality, Renyi dimensions, persistence, ranking.

Анотація. Розглянута імітаційна комп'ютерна модель циркулюючого повітряного потоку, що містить частки, які коагулюють. Вивчені питання впливу рівня хаотичності і персистентності потоку на структуру модельних кластерів. Запропоновані спосіб відновлення властивостей потоку за структурою відбитків часток твердої фази на стінках каналу і методика кількісної оцінки ступеня впорядкованості слідів.

Ключові слова: двофазний потік, кластер, проміжна асимптотика, мультифрактальність, спектр розмірностей Реньї, персистентність, упорядкованість.

Аннотация. Рассмотрена имитационная компьютерная модель циркулирующего воздушного потока, содержащего коагулирующие частицы. Изучены вопросы влияния уровня хаотичности и персистентности потока на структуру модельных кластеров. Предложены способ восстановления свойств потока по структуре отпечатков частиц твердой фазы на стенках канала и методика количественной оценки степени упорядоченности следов.

Ключевые слова: двухфазный поток, кластер, промежуточная асимптотика, мультифрактальность, спектр размерностей Реньи, персистентность, упорядоченность.

1. Введение

В дисперсной системе, как известно, коагуляция происходит под действием электромагнитных и гравитационных сил [1–5]. На процесс влияют величина концентрации, размеры и форма частиц, степень полидисперсности состава, интенсивность перемешивания частиц в потоке, взаимодействие со стенками конструкции и др. Это делает экспериментальное изучение кластеров, образующихся в газе, достаточно сложным: исследователи сталкиваются с невозможностью получения необходимого диапазона структурных параметров, а также с отсутствием надёжной методики их диагностики [6].

Аналитически описать столь многофакторный процесс тоже непросто. Например, если в некотором приближении кинетическое уравнение, описывающее коагуляцию, имеет вид

$$\frac{dn}{dt} = -(Kn^2 + \beta n), \quad (1)$$

где n – концентрация, K – константа коагуляции, связанная с известной постоянной Ван-дер-Ваальса – Гамакера, β – постоянная, описывающая взаимодействие твёрдых частиц потока со стенками конструкции [4], то определение этих констант для хаотического потока в каналах заданной формы [7, 8] аналитическими методами практически невозможно.

Современные сведения о фрактальных агрегатах, во многом базирующиеся на теоретических моделях, не всегда согласуются с экспериментом [6, 9–11]. Одной из причин является то, что в аналитических и численных исследованиях заранее фиксируют характер процесса агрегации, тип движения кластеров и частиц, вероятность коагуляции при взаимодействии [6], а также максимально упрощают или игнорируют описание взаимодействия с конструкцией.

В предлагаемой модели, во многом обобщающей работы [12–15], последовательно устранены описанные выше ограничения.

2. Описание модели

В статье рассматривается имитационно-статистическая модель, созданная для изучения комплекса вопросов, связанных с кластерообразованием в двухфазном потоке, циркулирующем в тороидальном канале, в частности, корреляции между характеристиками потока кластеров, а также возможности влияния на их структуру и свойства.

В основу модели положены максимально общие положения, основанные на анализе физической ситуации, учёте особенностей движения и взаимодействия двухфазного потока со стенками тороидального канала. Модель представляет собой алгоритм перемещения и взаимодействия твёрдых частиц между собой и со стенками конструкции. Она базируется на физических представлениях о движении и взаимодействии, но имеет, преимущественно, геометрический характер.

Основные положения модели: частицы движутся в тороидальном канале; имеют нормальное распределение по размерам, скорости частиц и образующихся кластерах, обладают детерминированной и случайной составляющими; притяжение между телами возникает на расстоянии, зависящем от их массы; при взаимодействии со стенками канала частицы и кластеры ведут себя как абсолютно твёрдые тела.

В каждом модельном эксперименте в канал вводится до 5000 частиц. Предполагается, что компоненты твёрдой фазы объединяются в кластеры, когда расстояние между ними становится меньше некоторого значения. Это относится к любым образованиям потока – частицам, кластерам и к паре частица-кластер – что способствует более последовательному описанию реальных процессов.

3. Модельные кластеры

В компьютерную модель, перед которой стоят описанные задачи, естественно заложить возможность визуализации. Изображения полученных в модельных экспериментах кластеров позволяют подразделять их на два типа: квазисимметричные и асимметричные (рис. 1). Если

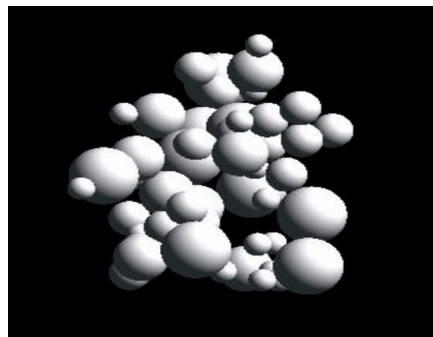
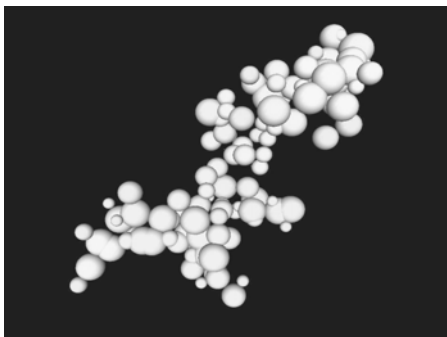


Рис. 1. Образцы модельных кластеров

ввести в рассмотрение число Ξ – отношение средних значений переносной V_{trans} и случайной V_{chaot} составляющих скорости газового потока, которые задаются в каждом

реализуемом в модели режиме,

$$\Xi = V_{trans} / V_{chaot}, \quad (2)$$

то оказывается, что при $\Xi < 0,425$ вероятность появления асимметричных модельных кластеров стремится к нулю, а при $\Xi > 0,575$ практически все образующиеся в системе кластеры асимметричны.

Это имеет простое качественное объяснение: относительно малые значения переносной скорости дают возможность частицам достаточно глубоко проникать в полости кластера. Очевидно, что в данном случае интерес представляет лишь количественная составляющая результата (граничные значения числа Ξ), т.к. преобладание одного из типов кластеров в крайних значениях отношения между составляющими скорости легко предсказуемо.

Расчёт значений спектра размерностей Реньи показал, что модельные кластеры – мультифракталы [16]. В модели рассчитаны клеточные размерности. Для их определения использован объёмный аналог палетки, реализованный программно. Расчёт старших размерностей спектра Реньи, требующий определения вероятности того, что в ячейке палетки содержится исследуемый объект, осуществлён с использованием метода Монте-Карло.

Если коагулянт не проявляет мультифрактальных свойств (в модели такое возможно по двум причинам: кластер мал и статистическое самоподобие ещё не проявляется или кластер очень вытянут), это видно при определении размерностей Реньи: экспериментальные точки в промежуточной асимптотике графика зависимости количества содержащихся объектов ячеек палетки от

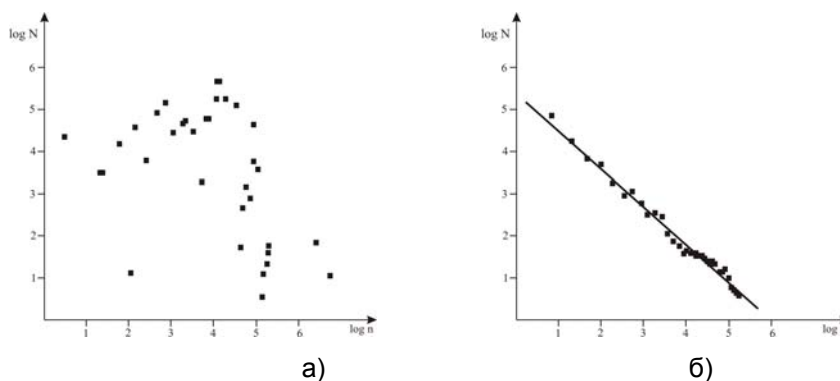


Рис. 2. Характерное расположение экспериментальных точек в промежуточной асимптотике для нефрактального (а) и мультифрактального (б) модельных кластеров на примере построения графика для определения информационной размерности

величины её ребра (в двойном логарифмическом масштабе) представляют собой «облако», и не аппроксимируются прямой (рис. 2).

В работе специально исследовался вопрос определения границ промежуточной асимптотики. Выяснилось, что границы мезо-

скопической области для различных размерностей спектра неодинаковы: наиболее узкой обладают информационная D_{inf} и максимальная D_{max} размерности, именно в их границах рассчитывались остальные пять размерностей [17].

В табл. 1 представлены результаты статистической обработки полученных значений спектра размерностей Реньи модельных кластеров, состоящих из не менее, чем ста частиц.

4. Взаимодействие потока и канала

Взаимодействие двухфазного потока со стенками конструкции – не только существенная часть движения, но и фактор, позволяющий определить некоторые характеристики потока. Это возможно благодаря наличию (при определённых условиях) корреляции между характеристиками следов и

потока, которая, в частности, выражается в связи между фрактальностью первых и персистентностью второго, и восходит к методу нормированного размаха Г. Хёрста.

Таблица 1. Спектр размерностей А. Реньи модельных кластеров

Размерность	Квазисимметричные кластеры	Асимметричные кластеры
D_{\max}	$2,98 \pm 0,05$ $\varepsilon = 0,017$	$2,75 \pm 0,06$ $\varepsilon = 0,022$
D_{fract}	$2,90 \pm 0,03$ $\varepsilon = 0,010$	$2,67 \pm 0,08$ $\varepsilon = 0,030$
D_{inf}	$2,73 \pm 0,04$ $\varepsilon = 0,014$	$2,54 \pm 0,40$ $\varepsilon = 0,157$
D_{corr}	$2,67 \pm 0,02$ $\varepsilon = 0,007$	$2,47 \pm 0,09$ $\varepsilon = 0,036$
D_{third}	$2,59 \pm 0,03$ $\varepsilon = 0,012$	$2,34 \pm 0,02$ $\varepsilon = 0,009$
D_{fourth}	$2,50 \pm 0,05$ $\varepsilon = 0,020$	$2,29 \pm 0,04$ $\varepsilon = 0,017$
D_{\min}	$2,31 \pm 0,02$ $\varepsilon = 0,009$	$2,11 \pm 0,05$ $\varepsilon = 0,024$

Как известно, для нормированного размаха случайного ряда событий $f(t)$ выполняется закон Хёрста [16, 18]:

$$R / S \sim (\tau / 2)^H,$$

$$R(\tau) = \max_{1 \leq t \leq \tau} h(t, \tau) - \min_{1 \leq t \leq \tau} h(t, \tau),$$

$$h(t, \tau) = \sum_{u=1}^t \{f(u) - \langle f \rangle_{\tau}\},$$

где S – стандартное отклонение, τ – длительность рассматриваемого промежутка времени, H – показатель Хёрста. Если $H \neq 0,5$, то в процессе присутствуют корреляции между случайными величинами, причём, при $H > 0,5$ – процесс персистентный, в противном случае – антиперсистентный. Значение H может быть восстановлено по фрактальной размерности пятна D и размерности пространства d :

$$H = d - D. \quad (3)$$

По сути, такой подход – это попытка воссоздания процесса по его «теням». Обычно зависимостью (3) пользуются при одноразовом взаимодействии потока и поверхности [19, 20]. Особенностью рассматриваемой модели является многократное взаимодействие потока с ограничивающей поверхностью и, следовательно, эволюция следа. При этом изменяется уровень

информативности его характеристик, а значит, и качество восстановления свойств порождающего потока. Это делает алгоритм построения следа одним из ключевых в модели.

Естественное предположение, что при моделировании следа следует учитывать размеры кластеров, взаимодействующих со стенками канала, в данном случае является ошибочным: следы взаимодействия, имеющие конечные размеры, ускоряют «забывание истории» явления, способствуют стиранию индивидуальности взаимодействия. Модельные эксперименты подтвердили, что максимальным дискриминирующим действием обладают «рисунки» следа, оставленные центрами масс кластеров. Величину этих «точечных» отпечатков несложно подобрать в тестовом режиме.

Понятно, что при использовании закона Хёрста критерием «готовности» модельного пятна для анализа является не только возникновение у него статистического самоподобия, приобретение

Таблица 2. Пример значений размерностей Реньи следа твёрдой фазы на стенах конструкции в случае антиперсистентного потока

Размерность	Значение
D_{max}	$1,93 \pm 0,05, \varepsilon = 2,6 \%$
D_{fract}	$1,90 \pm 0,03, \varepsilon = 1,6 \%$
D_{inf}	$1,71 \pm 0,06, \varepsilon = 3,5 \%$
D_{corr}	$1,69 \pm 0,09, \varepsilon = 5,3 \%$
D_{third}	$1,51 \pm 0,09, \varepsilon = 6,0 \%$
D_{fourth}	$1,47 \pm 0,02, \varepsilon = 1,4 \%$
D_{min}	$1,36 \pm 0,06, \varepsilon = 4,4 \%$

им мультифрактальных свойств, а и максимальная ширина области определения информационной размерности. Компьютерные эксперименты показали, что доля заполнения стенки конструкции при этом составляет $25 \div 45\%$ площади, а параметром, делающим величину показателя Хёрста больше или меньше критического, может служить определённая формулой (2) величина: при $\Xi < 0,425$ показатель Хёрста $H > 0,5$, а при $\Xi > 0,575$ – меньше [17].

Данные в табл. 2 – пример реализации антиперсистентного случая, когда в эволюции потока нет устойчивой тенденции, а след покрывает достаточно большую площадь, и его рисунок минимально структурирован [16, 20].

5. Упорядоченность vs. структурированности

Смысловое и визуальное содержание изображения, как известно, существенно зависит от субъекта и способа рассмотрения.

На рис. 3 представлены фрагменты развёртки характерной картины следа, возникающей в компьютерных экспериментах на стенках тороидального канала. Принято считать, что левый рисунок структурирован в большей мере в том смысле, что дальше отстоит от сплошного белого пятна [20]. Но есть основания предположить обратное и более структурированным считать след на рис. 3б. А если рассмотреть любой из рисунков и его негатив, придётся признать, что структурированы они одинаково вне зависимости от степени приближения к сплошному белому пятну. Это ставит вопрос о необходимости перехода от структурированности, произвольно определяемой, не имеющей строгой формулировки, к упорядоченности – объективной характеристике, пригодной для корректного сравнения изображений.

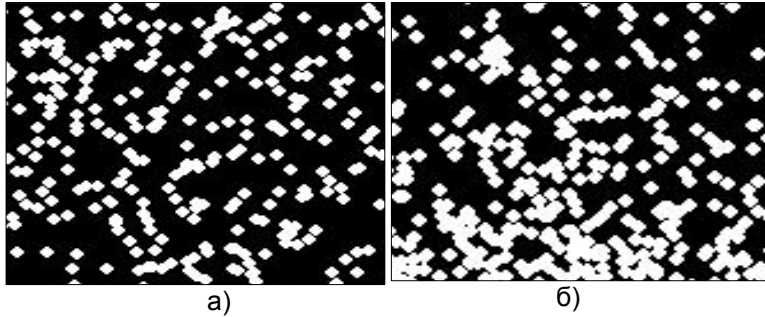


Рис. 3. След персистентного (а) и антиперсистентного (б) потоков

Ниже описан метод расчёта относительной степени упорядоченности, основанный на сравнении энтропии изображений, и идеологически связанный с S-теоремой Ю. Климонтовича [21, 22].

6. Относительная степень упорядоченности изображений

Расчёт относительной характеристики дополнительно ставит вопрос о корректности сравнения. С учётом этого обстоятельства прежде, чем рассчитать разницу энтропий, представленных в электронном виде изображений, их приводят к одинаковому размеру, представляют в градациях серого цвета по шкале, содержащей 256 оттенков, и одно из них освещают или затемняют для выравнивания интегрального уровня серого (УС) в обоих изображениях.

Алгоритм выравнивания такой: создаются матрицы значений УС в пикселях сравниваемых изображений; по этим значениям численно определяют функции распределения уровня серого $f_1(i)$ и $f_2(i)$, затем проводится перенормировка одной из них для выравнивания интегрального УС по формуле

$$\check{f}_2(i) = f_2(i) \frac{\sum_{i=0}^{255} f_1(i)}{\sum_{i=0}^{255} f_2(i)}$$

Рис. 4 иллюстрирует процесс выравнивания интегрального УС двух фотографий. На гистограммах по оси абсцисс отложены величины уровня серого, по оси ординат – количества пикселей с этим УС. Первый рисунок освещался, на гистограмме (б) его график сместился вправо, в сторону уменьшения УС.

Разность энтропий ΔS можно рассчитать с помощью полученных по экспериментальным данным функций распределения $f_1(i)$ и $f_2(i)$:

$$\sum [f_1(i) - \check{f}_2(i)] = \sum f_1 \left(1 - \frac{\check{f}_2(i)}{f_1(i)} \right) \leq \sum f_1 \ln \left(\frac{f_1}{\check{f}_2} \right) = S_1 - \check{S}_2 = \Delta S \quad (4)$$

(при выводе соотношения использовано известное неравенство $\ln x \geq 1 - 1/x$).

Возможно, уместно напомнить, что в теории информации выражение ΔS называется расстоянием Кульбака-Лейблера [23] и является мерой различия двух вероятностных распределений.

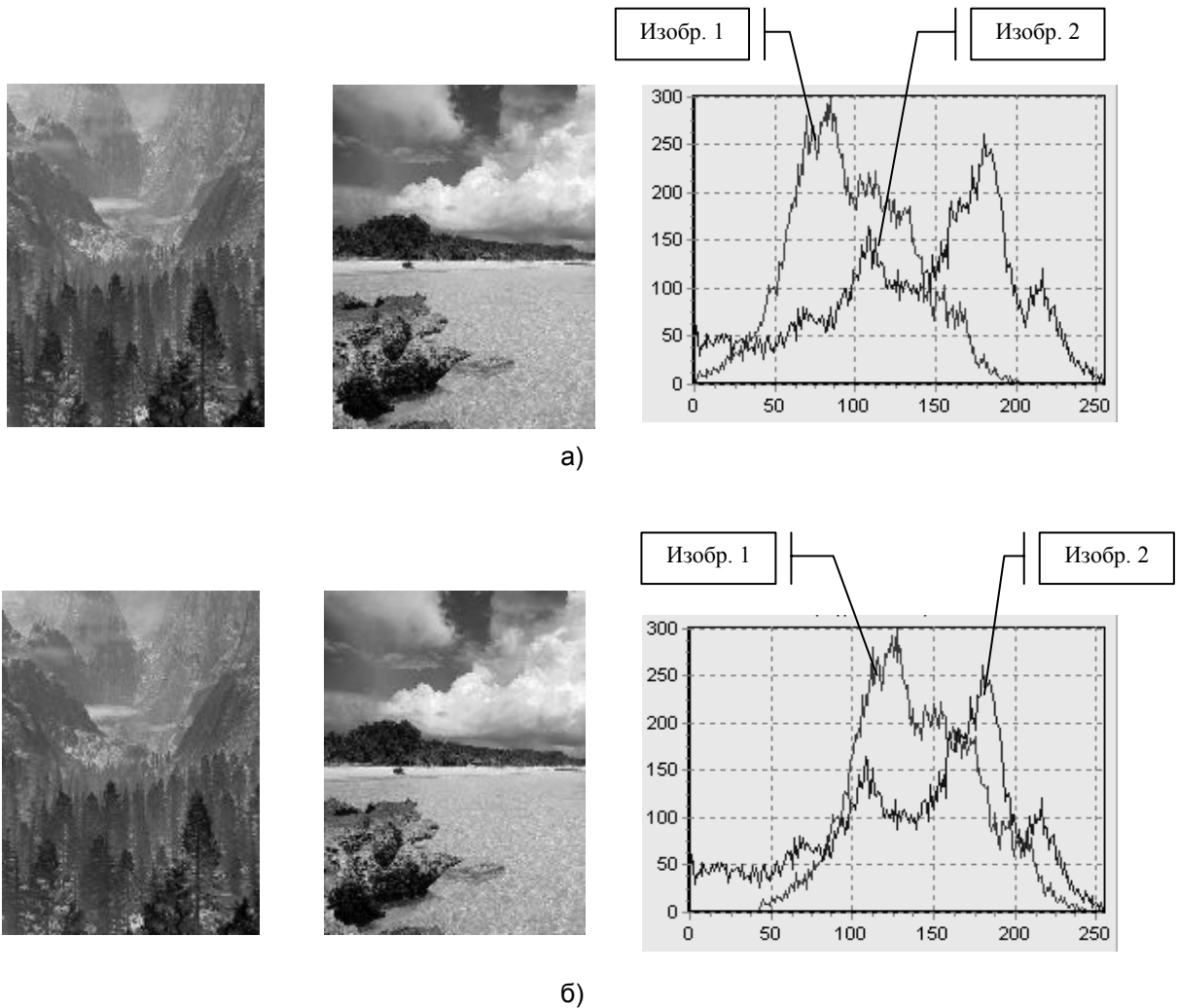


Рис. 4. Изображения и гистограммы до и после перенормировки

Разность энтропий для изображений на рис. 4 равна $\Delta S = 5,2598 - 4,9782 = 0,2816$, т.е. в указанном смысле второе изображение – более упорядоченное.

8. Выводы

Предложен безразмерный Ξ -критерий – число, позволяющее в рамках модели а priori определять наличие тенденций в развитии потока и преобладающий тип образующихся кластеров.

Показано, что среди первых шести размерностей спектра Реньи минимальными размерами мезоскопической области обладает информационная размерность, и что именно в её границах следует говорить о мультифрактальности изучаемого объекта.

На базе представления об энтропии изображений предложен метод расчёта относительной степени их упорядоченности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грин Х. Аэрозоли – пыли, дымы и туманы / Х. Грин, В. Лени. – Л.: Химия, 1972. – 428 с.
2. Коваленко І.В. Основні процеси, машини та апарати хімічних виробництв / І.В. Коваленко, В.В. Маліновський. – Київ: Інрес, 2006. – 267 с.
3. Зонтаг Г. Коагуляция и устойчивость дисперсных систем / Г. Зонтаг, К. Штенге. – Л.: Химия, 1973. – 152 с.
4. Яворский Б.М. Справочник по физике / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. – М.: Наука, 1974. – 942 с.
5. Левич В.Г. Курс теоретической физики / В.Г. Левич, Ю.А. Вдовин, В.А. Мямлин. – М.: Наука, 1971. – Т. 2. – 936 с.

6. Михайлов Е.Ф. Образование фрактальных структур в газовой фазе / Е.Ф. Михайлов, С.С. Власенко // УФН. – 1995. – Т. 165, Вып. 3. – С. 263 – 283.
7. Герега А.Н. Моделирование самоорганизации динамических дисперсных систем (I). Сценарии эволюции двухфазного потока / А.Н. Герега, Т.Л. Лозовский // Электронное моделирование. – 2008. – Т. 30, № 3. – С. 3 – 12.
8. Буров А.И. Гидравлика стратифицированных криволинейных течений в аппаратах с обратными связями: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук. – Л., 1991. – 36 с.
9. Жюльен Р. Фрактальные агрегаты / Р. Жюльен // УФН. – 1989. – Т. 157, Вып. 2. – С. 339 – 357.
10. Смирнов Б.М. Свойства фрактального агрегата / Б.М. Смирнов // УФН. – 1989. – Т. 157, Вып. 2. – С. 357 – 360.
11. Смирнов Б.М. Фрактальные кластеры / Б.М. Смирнов // УФН. – 1986. – Т. 149, Вып. 2. – С. 177 – 200.
12. Герега А.Н. Модель коагуляции в циркулирующем потоке / А.Н. Герега // IV Сибирский конгресс по индустриальной и прикладной математике (ИНПРИМ–2000). – Новосибирск, 2000. – Режим доступа: www.math.nsc.ru/conference/inprim2000.
13. Герега А.Н. Иерархическая модель кластерообразования в многоуровневой системе / А.Н. Герега // Вестник ОГАСА. – 2003. – № 12. – С. 88 – 91.
14. Асланов А.М. Две модели стохастических процессов в центробежных фильтрах с обратными связями / А.М. Асланов, А.Н. Герега, Т.Л. Лозовский // ЖТФ. – 2006. – Т. 76, Вып. 6. – С. 134 – 135.
15. Имитационная модель синергетических процессов в динамических дисперсных системах. Ξ - критерий / А.М. Асланов, М.Б. Беккер, В.Н. Выровой [и др.] // ЖТФ. – 2010. – Т. 80, Вып. 1. – С. 148 – 151.
16. Федер Е. Фракталы / Федер Е. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
17. Асланов А.М. О корреляции свойств потока и кластеров в модели агрегации частиц / А.М. Асланов, К.В. Ботнар, А.Н. Герега // Сборник трудов IV семинара «Информационные системы и технологии». – Одесса, 2006. – С. 105 – 109.
18. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Мандельброт Б. – М.: ИКИ, 2002. – 656 с.
19. Кузнецов В.Р. Турбулентность и горение / В.Р. Кузнецов, В.А. Сабельников. – М.: Наука, 1986. – 270 с.
20. Барьяхтар В.Г. Природа сложной структуры пятна загрязнений / В.Г. Барьяхтар, В.Ю. Гончар, В.В. Яновский // Украинский физический журнал. – 1993. – Т. 38, № 15. – С. 967 – 975.
21. Климонтович Ю.Л. Критерий относительной степени упорядоченности открытых систем / Ю.Л. Климонтович // УФН. – 1996. – Т. 166, № 11. – С. 1231 – 1243.
22. Климонтович Ю. Л. Турбулентное движение и структура хаоса / Климонтович Ю.Л. – М.: Наука, 1990. – 317 с.
23. Кульбак С. Теория информации и статистика / Кульбак С. – М.: Наука, 1967. – 480 с.

Стаття надійшла до редакції 09.09.2009