УДК 681.3

И. А. Пилькевич
Институт проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины
ул. Генерала Наумова, 15, 03164 Киев, Украина
тел. (0412) 41-56-86; e-mail: office@eu.zt.ua

Использование пространственно-скоростной модели объемно-распределенного объекта для создания гибридного каталога космического мусора

Проведен обзор состояния работ по исследованию космического мусора. Сделан вывод о необходимости создания каталога мелких осколков космического мусора. Разработана структурная схема гибридного каталога, основным элементом которого является пространственно-скоростная модель объемно-распределенного объекта. Приведен алгоритм расчета пространственно-скоростного распределения осколков космического мусора.

Ключевые слова: *экология космического пространства, космический мусор, гибридный каталог.*

Введение

В настоящее время вокруг Земли скопилось свыше 110 тыс. «мусорных» предметов размером свыше 1 см в диаметре и 40 млн. предметов, размер которых превышает 1 мм (космический мусор).

Космический мусор — это отработавшие ступени ракет-носителей, части разгонных блоков, спутники с истекшим сроком службы и прочие объекты, которые остаются на орбите [1]. Эти предметы постоянно продолжают взрываться, так как в них остается топливо, которое может детонировать. В результате чего (взрыва) образуется множество осколков, которые со временем «размазываются» по орбите, и вокруг Земли образуется оболочка из этого мусора. За последние 50 лет зафиксировано 182 взрыва на орбитах, два из них произошли на геостационарных орбитах [2].

Количество космического мусора постоянно увеличивается не только от все возрастающего количества запусков, но и от постоянных столкновений осколков мусора между собой. Сталкиваясь друг с другом, осколки распадаются на множество мелких осколков, и это еще больше загрязняет орбиты [3].

По мнению зарубежных специалистов [4], увеличение на околоземных орбитах разнообразных фрагментов — от мельчайших кусочков краски до прекративших свое активное существование спутников и ракет — может привести в течение ближайших десятилетий к прекращению космических полетов.

Космическое командование США, в состав которого входят 29 комплексов с радиолокационно-оптическими средствами наблюдения за космическим пространством, отслеживает около 7 тыс. объектов. Из них только 5 % составляют действующие спутники. Задачи служб контроля состоят в обнаружении, сопровождении, получении координатной информации и изображений объектов, их идентификации, анализе и отображении космической обстановки. Всего службами контроля космоса зафиксировано и непрерывно отслеживается чуть более 10 тыс. объектов, находящихся на околоземных орбитах [5]. Это в основном довольно крупные тела размером более 10 см. Около 8 тыс. объектов занесены в официальные каталоги.

Число объектов размером 1–10 см можно оценить лишь статистически (это примерно 70000–150000 объектов), поскольку они не наблюдаются ни телескопами, ни радарами, и не могут быть занесены ни в какие каталоги. Столкновение любого фрагмента мусора размером более 1 см с действующим спутником опасно для последнего из-за большой кинетической энергии осколка и может стать причиной прекращения его функциональной деятельности (это еще не самое худшее последствие, если учесть, что на спутнике может находиться ядерный реактор).

Таким образом, для оценки реального риска столкновения действующих спутников с фрагментами космического мусора необходимо учитывать и некаталогизированные объекты, что подразумевает знание их пространственного распределения.

Моделирование некаталогизированных популяций — единственный путь получения информации о космическом мусоре

В настоящее время математические модели космического мусора созданы в ведущих космических странах — в США, государствах Западной Европы и в России [2]. Они описывают распределение осколков космического мусора в пространстве объекта, их движение и физические характеристики (размер, массу, плотность и др.) Разрабатываемые модели делятся на два класса: краткосрочные (период до 10 лет) и долгосрочные (до 100 лет). Эти модели учитывают увеличение числа орбитальных объектов в результате запусков, маневрирования (засоренность, связанная с включением ракетных двигателей твердого топлива), разрушения (взрывы и столкновения) и т.д. Кроме того, целью долгосрочного моделирования есть составление прогнозов количества объектов как функции времени.

Единственной доступной для пользователей моделью осколков космического мусора является модель, разработанная сотрудниками Национального космического агентства США (НАСА) [6]. В ней учтены следующие особенности:

1) вид источника образования осколков космического мусора (прямо связано с темпом запуска космического аппарата);

2) факторы неустойчивости (ограниченность средств наблюдения, немоделированные источники и непредсказуемость солнечной активности);

3) соударения различных осколков на гиперскорости.

С целью проверки согласования параметров модели [6] с экспериментальными данными сотрудниками НАСА на Земле моделировалось соударение различных частиц с помощью гиперскоростной пушки (ствол 200 м) с последующим анализом компонентов соударения [7].

Таким образом, наблюдаемые осколки (более 10 см) составляют лишь очень небольшую часть из общего числа частиц, находящихся в околоземном пространстве. Источником некаталогизированных объектов являются разрушения космических аппаратов и ракет-носителей вследствие взрывов или высокоскоростных соударений. При этом, чем меньше размер фрагмента, тем большее количество осколков такого размера образуется. Поэтому при проведении наблюдений представительных выборок объектов искусственного и естественного происхождения, особое внимание необходимо уделять исследованию взорвавшихся объектов.

В настоящее время наиболее засорены часто используемые области околоземных орбит: на высотах 850–1200 км и в зоне геостационарных орбит. Здесь же концентрируется и космический мусор. На высотах 850–1200 км летают метеорологические спутники и спутники дистанционного зондирования Земли, а также большая часть спутников с ядерными энергетическими устройствами. Последние на этих высотах могут существовать сотни лет до полного исчезновения радиационной опасности. Случаи досрочного разрушения возможны вследствие соударения с частицей размером менее 0,1 см летящей со скоростью пули — 10 км/с.

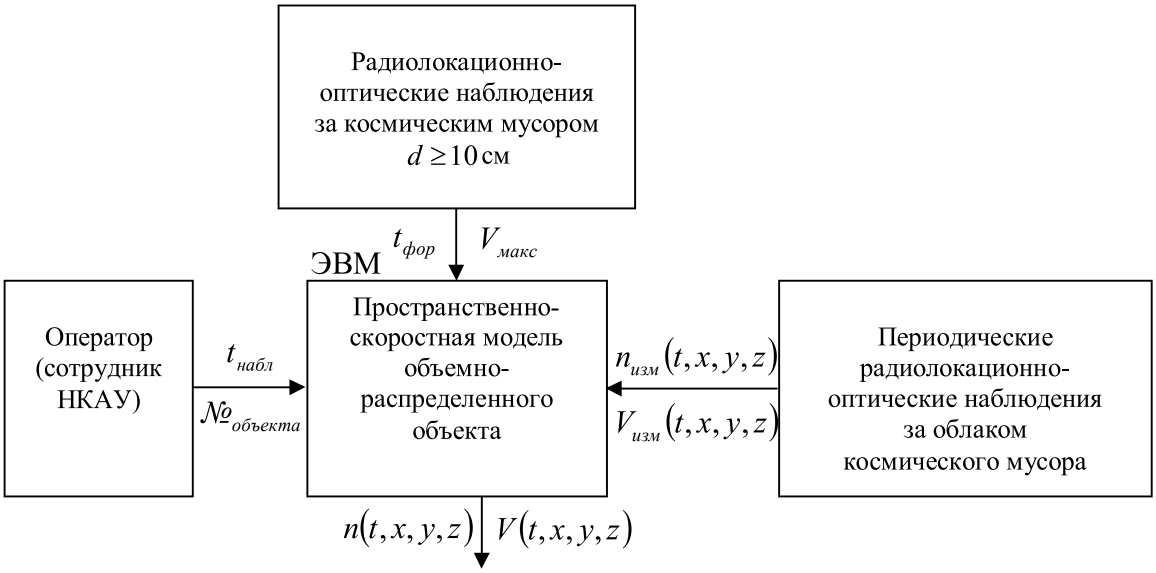
Поэтому возникла необходимость занесения в официальные каталоги объектов (осколков космического мусора) размерами менее 10 см.

Каталог осколков космического мусора диаметром менее 10 см

В настоящее время НАСА создало собственную группу контроля за орбитальными осколками для исследования потенциальной политики и характера деятельности НАСА с целью выработки рекомендаций руководству (НАСА) в отношении осколков. В связи с этим, Министерством обороны США и НАСА ведется работа над каталогом для определения обстановки с орбитальными осколками космического мусора. В результате этой работы составляется интеллектуальный каталог, который комбинирует наблюдаемые и моделируемые осколки космического мусора в одну гибридную базу данных. Однако данный каталог имеет низкий уровень достоверности определения параметров осколков на низких орбитах размером от 0,1 до 10 см [7].

Структурная схема гибридного каталога, использующего пространственно-скоростную модель объемно-распределенного объекта, представлена на рисунке.
Исходными данными каталога являются данные радиолокационно-оптического наблюдения за крупными осколками космического мусора (более 10 см): $t_{форм}$ — время формирования облака осколков космического мусора (время взрыва или столкновения); $V_{макс}$ — максимальная скорость разлета осколков (определяется мощностью взрыва или взаимной скоростью столкновения крупных осколков). При необходимости получения информации об облаке космического мусора оператор ЭВМ (сотрудник Национального космического агентства Украины или оператор Центра контроля космического пространства) задает время наблюдения

($t_{набл}$) и номер группового объекта, который присваивается объекту непосредственно после взрыва (столкновения). По заданным параметрам ЭВМ по алгоритму пространственно-скоростной модели рассчитывает поле плотностей $n(t,x,y,z)$ и поле скоростей $\vec{V}(t,x,y,z)$ заданного облака космического мусора. При необходимости уточнения информации для долгосрочной модели (адаптации модели) можно использовать данные промежуточных наблюдений за облаком космического мусора $\left(n_{изм}(t,x,y,z); \vec{V}_{изм}(t,x,y,z)\right)$. Алгоритм адаптации разработан и детально рассмотрен в [8].



Достоинством данного гибридного каталога является то, что для получения оперативной информации об облаке космического мусора нет необходимости постоянного его сопровождения в целом, а также его отдельных осколков. (Да это технически и не возможно). Для упрощения каталога из всего множества параметров, характеризующих облако осколков космического мусора, выбраны только два: распределение осколков по скоростям и их плотность в каждой точке пространства и в каждый момент времени. Про необходимость знания плотности распределения осколков было отмечено выше, а распределение осколков по скоростям необходимо из-за того, что оно задает всю историю развития облака космического мусора (определяет форму и размеры облака).

Недостатком каталога является то, что пространственно-скоростная модель не учитывает размеры осколков. Однако опыты НАСА на Земле показали, что столкновение крупных объектов на гиперскорости приводит к образованию осколков в виде «пыли» [7]. Поэтому при начальном приближении будем считать осколки одинаковыми, а в дальнейшем эта погрешность может быть устранена адаптацией модели с помощью результатов радиолокационно-оптического наблюдения за реальным облаком (объектом №….).

Пространственно-скоростная модель объемно-распределенного объекта в космосе

Для удобства вместо понятия «вектор $\vec{V}$» иногда будем использовать адекватное для евклидового пространства понятие одновалентного тензора V_i (индексы контравариантной валентности пишем сверху, ковариантной — снизу), которое является более общим и имеет смысл (в отличие от вектора) на произвольных многообразиях.

Воспользуемся уравнением поля скоростей объемно-распределенного объекта в контравариантных координатах [9]:

$$DV_i = dV_i - \Gamma_{ki}^{p} V_p dx^k . \tag{1}$$

В формуле (1), как и в дальнейшем, знаки сумм в членах, где один индекс встречается дважды (один раз сверху и один раз снизу), по соглашению о суммировании опускается, сумма подразумевается.

Будем считать, что система координат q^1, q^2, q^3 такова, что вектор скорости $\vec{V}$ в любой момент времени и в любой точке области определения поля $\vec{V}(t, q^1, q^2, q^3)$ коллинеарен первому вектору репера системы координат, благодаря чему все компоненты V^i, кроме первой, всегда и всюду равны нулю. Пренебрежем неоднородностью гравитационного поля Земли в пределах объема, занимаемого объемно-распределенным объектом (облаком космического мусора, в частности). Это будет означать, что, поместив начало координат в центр объекта и «заставив» его тем самым ускоряться «дружно» со всеми элементами объекта (осколками облака), мы избавляемся от гравитации в выбранной таким образом подвижной системе отсчета.

Уравнение (1) приобретает вид:

$$\frac{\partial V^1}{\partial t} + V^1 \frac{\partial V^1}{\partial q^1} - g^{i1}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial g_{11}}{\partial q^i} - \frac{\partial g_{i1}}{\partial q^1}\right)\left(V^1\right)^2 = 0 . \tag{2}$$

Уравнение (2) представляет собой уравнение поля скоростей в специальной системе координат. Оно является квазилинейным уравнением 1-го порядка относительно функции $V^1(t, q^1, q^2, q^3)$ четырех аргументов. Известно [10], что решением такого уравнения являются векторные поверхности поля:

$$\vec{F} = 1\vec{e}_1 + V^1\vec{e}_2 + g^{i1}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial g_{11}}{\partial q^i} - \frac{\partial g_{i1}}{\partial q^1}\right)\vec{e}_3 , \tag{3}$$

где $\vec{e}_i$ — i-й орт базиса трехмерного линейного пространства векторов $\vec{F}$.

Эти векторные поверхности состоят из векторных линий, удовлетворяющих системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dt}{1}=\frac{dq^1}{V^1}=\left(\frac{1}{2}g^{i1}\frac{\partial g_{11}}{\partial q^i}-g^{i1}\frac{\partial g_{i1}}{\partial q^1}\right)^{-1}dV^1. \tag{4}$$

Для удобства обозначим

$$b(\vec{q})=-g^{i1}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial g_{11}}{\partial q^i}-\frac{\partial g_{i1}}{\partial q^1}\right), \tag{5}$$

где вектор $\vec{q}$ — символическое обозначение совокупности координат q^1, q^2, q^3 (сумма по i по-прежнему подразумевается).

Решение системы (4) приводит к двум характеристикам исходного уравнения (2):

$$\begin{aligned} bt+\frac{1}{V^1}&=C_1,\\ V_1e^{bq^1}&=C_2. \end{aligned} \tag{6}$$

Общее решение уравнения (2) получаем [10] путем связывания с помощью произвольной дифференцируемой по каждому аргументу функции $\Phi(C_1, C_2)$ констант C_1 и C_2 уравнением $\Phi=0$. Путем задания функции Φ с подстановкой в нее в качестве аргументов характеристик (6) обеспечивается задание искомой векторной поверхности. В трехмерном пространстве с координатами t, q^1, V^1 векторными поверхностями являются двумерные поверхности, имеющие в общем случае параметрическое описание:

$$\begin{aligned} t&=t(C_1,C_2),\\ q&=q(C_1,C_2),\\ V^1&=V^1(C_1,C_2). \end{aligned} \tag{7}$$

Для возможности разрешения системы характеристик (6) в виде (7) необходимо число уравнений (6) дополнить до трех (по числу разрешаемых координат). Эту роль и выполняет связующее уравнение $\Phi(C_1, C_2)=0$.

Общее решение уравнения поля скоростей (4) в обобщенных координатах имеет вид:

$$\begin{aligned} \Phi\left(bt+\frac{1}{V^1}, V_1e^{bq^1}\right)&=0,\\ V^2=V^3&\equiv 0. \end{aligned} \tag{8}$$

В частной задаче моделирования процесса формирования объекта путем единовременного разлета элементов (осколков мусора) во всех направлениях из общего множества решений (8) следует выбрать лишь решение, описывающее именно такой моделируемый процесс. Сделать это можно путем конкретизации произвольной функции Φ с помощью начальных условий. Начальные условия сводятся к требованию, чтобы в начальный момент времени вся субстанция, образующая в последствии непрерывную среду, была сконцентрирована в одной точке. Роль специальной системы координат для такого объекта играет обобщенная сферическая система координат, в которой координата q^1 характеризует пространственное отдаление точки от центра объекта. В частности, если кривизной траектории на малых удалениях от центра объекта (облака) можно пренебречь, то в качестве специальной годится обычная сферическая система координат, в которой q^1 выполняет роль модуля радиус-вектора точки r.

Начальные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} &t = 0, \\ &q^1 = 0, \\ &q^2, q^3 - \textit{произвольные.} \end{aligned} \tag{9}$$

Используя начальные условия (9), из характеристик (6) получаем окончательное частное решение:

$$\begin{aligned} &V^1(t,\vec{q}) = \frac{e^{b(\vec{q})q^1} - 1}{b(\vec{q})t}, \\ &V^2(t,\vec{q}) = V^3(t,\vec{q}) \equiv 0, \end{aligned} \tag{10}$$

где $b(\vec{q})$ вычисляется по формуле (5).

Если специальная система координат такова, что ее репер всюду ортогонален, то метрический тензор всюду имеет диагональный вид $g_{ij} = 0,\ i \neq j$ (примерами таких криволинейных систем координат могут служить обычная сферическая и цилиндрическая системы координат). В специальной системе координат со всюду ортогональным репером параметр $b(\vec{q})$ упрощается за счет сокращения количества слагаемых до одного:

$$b(\vec{q}) = \frac{1}{2} g^{11}(\vec{q}) \frac{\partial g_{11}(\vec{q})}{\partial q^1}. \tag{11}$$

При описании объемно-распределенных объектов ограниченной протяженности удобно экспоненту в числителе (10) разложить в ряд и ограничиться линейным членом и квадратичным, который играет основную роль в учете нелинейности. Приближение формулы (10) имеет вид:

$$V^1(t,\vec{q}) \approx \frac{q^1}{t}\left(1+\frac{1}{2}bq^1\right),$$
$$V^2(t,\vec{q}) = V^3(t,\vec{q}) \equiv 0. \tag{12}$$

Переход к ковариантным координатам скорости V_i с помощью метрического тензора прост:

$$V_i = g_{ij}V^j,$$

однако, ковариантные координаты V_i менее интересны, так как имеют смысл только при наличии метрики g_{ij}.

Воспользуемся уравнением непрерывности (уравнением связи поля скоростей (ПС) и поля плотностей (ПП) в произвольных обобщенных координатах) [11]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\nabla_i \rho)V^i + \rho(\nabla_i V^i) = 0. \tag{13}$$

Запишем уравнение непрерывности (13) в координатах:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V^i \frac{\partial \rho}{\partial q^i} + \rho\left(\frac{\partial V^i}{\partial q^i} + \Gamma^i_{ip}V^p\right) = 0. \tag{14}$$

В специальной системе координат $V^i = 0$, $i \neq 1$. Поэтому в специальной системе q^1, q^2, q^3:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V^1 \frac{\partial \rho}{\partial q^1} + \rho\left(\frac{\partial V^1}{\partial q^1} + \Gamma^1_{11}V^1\right) = 0. \tag{15}$$

Уравнение (15) является уравнением связи ПС и ПП в специальной системе координат.

Будем пользоваться независящей от времени (согласно (10)) величиной:

$$V_0^1(\vec{q}) = V^1(t,\vec{q})\,t. \tag{16}$$

Уравнение (15) примет вид:

$$\frac{1}{t}\frac{\partial \rho}{\partial t} + V_0^1 \frac{\partial \rho}{\partial q^1} + \rho\left(\frac{\partial V_0^1}{\partial q^1} + \Gamma^1_{11}V_0^1\right) = 0. \tag{17}$$

Уравнение (17) является квазилинейным 1-го порядка относительно функции $\rho(t,q^1,q^2,q^3)$. Его решением являются двумерные поверхности в виде однопараметрического семейства линий, удовлетворяющих системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$t\,dt = \frac{dq^1}{V_0^1} = -\left(\frac{\partial V_0^1}{\partial q^1} + \Gamma_{11}^1 V_0^1\right)^{-1} d\rho\,. \tag{18}$$

Решение системы (18) дает характеристики уравнения (17):

$$\begin{aligned} &\frac{1}{t} e^{\int \frac{dq^1}{V_0^1}} = C_1\left(q^2,q^3\right), \\ &\rho V_0^1 e^{\int \Gamma_{11}^1 dq^1} = C_2\left(q^2,q^3\right). \end{aligned} \tag{19}$$

В уравнение (17) входят лишь переменные t, q^1, ρ. Поэтому величины C_1 и C_2 есть константы постольку, поскольку они не зависят от t, q^1 и ρ. Но это не исключает их зависимости от других величин, в частности, от оставшихся координат q^2, q^3, что и отражено в (19).

Общее решение уравнения связи ПС и ПП (19) находим путем связывания констант C_1 и C_2 с помощью уравнения $\Phi(C_1, C_2) = 0$, причем равенство нулю функции Φ должно обеспечиваться независимо от параметров q^2, q^3. А так как C_1 и C_2 от них зависят, то должна от них зависеть (в общем случае) и связующая функция Φ, то есть:

$$\Phi\left(\frac{1}{t} e^{\int \frac{dq^1}{V_0^1}}, \rho V_0^1 e^{\int \Gamma_{11}^1 dq^1}, q^2, q^3\right) = 0\,. \tag{20}$$

Аналитическое выражение для искомого поля плотности элементов в объемно-распределенном объекте (осколков в облаке космического мусора) получаем путем разрешения (20) относительно плотности ρ при обратной замене обозначений с помощью (16):

$$\rho\left(t,q^1,q^2,q^3\right) = \frac{1}{V^1 t} e^{-\int \Gamma_{11}^1 dq^1} f\left(\frac{1}{t} e^{\int \frac{dq^1}{V^1 t}}, q^2, q^3\right), \tag{21}$$

где $f(x)$ — произвольная дифференцируемая по первому аргументу, по крайней мере один раз, функция; функция $V^1 = V^1\left(t,q^1,q^2,q^3\right)$ отвечает (10).

Плотность ρ (21) отнесена к обобщенным координатам, то есть:

$$\rho = \frac{\partial^3 N}{\partial q^1 \partial q^2 \partial q^3}, \tag{22}$$

где N — количество элементов (осколков мусора), пополняющих некоторый объем υ_0 при его увеличении до $\upsilon = \upsilon_0 + dq^1 dq^2 dq^3$.

Практический же интерес представляет плотность элементов *n*, отнесенная к физическим декартовым координатам:

$$n = \frac{\partial^3 N}{\partial x^1 \partial x^2 \partial x^3}. \tag{23}$$

Элементы объема в различных системах координат связываются якобианом преобразования

$$dx^1 dx^2 dx^3 = \left| \frac{D(x^1, x,^2 x^3)}{D(q^1, q^2, q^3)} \right| dq^1 dq^2 dq^3, \tag{24}$$

что приводит к плотности n с размерностью $\left[1 / м^3 \right]$:

$$n(t, q^1, q^2, q^3) = \frac{1}{V^1 t \Im} e^{-\int \Gamma_{11}^1 dq^1} f\left(\frac{1}{t} e^{\int \frac{dq^1}{V^1 t}}, q^2, q^3 \right), \tag{25}$$

где $\Im = \left| D(x^1, x,^2 x^3) \big/ D(q^1, q^2, q^3) \right|$ — якобиан преобразования обобщенной системы координат в декартову.

Аналитические выражения для компонентов вектора поля скоростей (10) (или (12) в упрощенном варианте) и аналитическое выражение для поля плотностей концентрации осколков в облаке (25) являются окончательными решениями уравнений ПС и связи ПС и ПП, описывающими распределение осколков космического мусора по пространству и по скорости.

В специальной системе координат формула (25) упрощается. Прежде всего, заметим, что на геодезических кривых, являющихся траекториями, имеет место равенство:

$$e^{-\int \Gamma_{11}^1 dq^1} = e^{\int \frac{dq^1}{\upsilon t}}. \tag{26}$$

Докажем это. Дифференциал вектора скорости в общем случае на многообразии с координатами q^i выражается общеизвестной формулой [12]:

$$dV^k = -\Gamma_{ij}^k V^j dq^i. \tag{27}$$

Поскольку рассматриваем дифференциалы по траекториям, вдоль которых в силу специального выбора системы координат $V^1 = \upsilon, V^2 = V^3 \equiv 0$, и, соответственно, $dq^2 = dq^3 \equiv 0$, то (27) в этом случае имеет вид:

$$dV^1 = -\Gamma^1_{11} V^1 dq^1 . \tag{28}$$

Траектории в системе координат q^i являются геодезическими, в силу чего вдоль траекторий $V^i - \mathrm{const}$ и

$$q^1 = \int\limits_{t_0}^{t_0+t} V^1 dt = V^1 t . \tag{29}$$

Постоянство V^i следует понимать во времени при перемещении точки по траектории вместе с частицей сплошной среды (осколком мусора), в то время как дифференциал (28) понимается в пространственном смысле при фиксированном времени, чем объясняется его неравенство нулю (в общем случае).

Из (29) и (28) легко следует

$$\frac{dq^1}{\upsilon t} = -\Gamma^1_{11} dq^1 , \tag{30}$$

что и доказывает (26). Благодаря (26), в (25) отношение $\exp\left(-\Gamma^1_{11} dq^1\right) / t$ можно не писать, учтя его в качестве аргумента функции f.

Далее, с учетом (29), легко видеть

$$e^{\int \frac{dq^1}{\upsilon t}} = q^1 , \tag{31}$$

что дает основание после замены

$$V^1 = \upsilon = q^1 / t \ \text{ и } \ d\upsilon / dq^1 = 1 / t \tag{32}$$

с помощью (30), (31) и (25) получить

$$\frac{1}{t} n_V \left(\upsilon, q^2, q^3\right) = f\left(\upsilon, q^2, q^3\right). \tag{33}$$

Соотношение (33) проясняет физический смысл неопределенной функции f в общем решении уравнения связи ПС и ПП (25), которая с точностью до множителя $1/t$ равна функции распределения элементов (осколков мусора) по скоростям поступательного движения.

Окончательное выражение поля плотностей концентрации имеет вид:

$$n\left(t, q^1, q^2, q^3\right) = \frac{1}{\Im} f\left(\frac{q^1}{t}, q^2, q^3\right) = \frac{1}{\Im t} n_V\left(\upsilon, q^2, q^3\right), \tag{34}$$

где функция $n_V\left(\upsilon, q^2, q^3\right)$ представляет собой плотность распределения осколков мусора по скоростям υ из числа приходящихся на единичные интервалы обобщенных координат q^2, q^3.

Достоинствами аналитической формы поля плотностей (34) по сравнению с общей формой решения уравнения непрерывности (25) являются, во-первых, его связь с физически интерпретируемой функцией распределения осколков по скоростям n_V и, во-вторых, отсутствие в аналитическом выражении (34) метрического тензора и коэффициентов связности, что создает вычислительную простоту и максимальное удобство математической модели (34).

Выводы и практические рекомендации

1. Отслеживаемые телескопами и радарами служб контроля и занесенные в каталоги объекты имеют размеры 10–30 см для низких орбит (высоты орбит от 200 до 2000 км) и около 1 м на геостационарной орбите (высота круговой экваториальной орбиты около 35800 км).

2. Наблюдение, каталогизация, моделирование ситуации на разных высотах околоземного пространства с учетом прохождения Земли через многочисленные метеорные потоки и мониторинг наиболее опасных направлений прихода в околоземное пространство естественных космических объектов — это новые проблемы земной астрономии.

3. Из-за огромного количества находящихся в околоземном пространстве частиц различного происхождения не может быть и речи об их полном и постоянном отслеживании. Поэтому актуальным направлением дальнейшего исследования загрязнения околоземного пространства является совершенствование методики моделирования мелких фрагментов космического мусора.

4. Наибольшую опасность в космосе представляют объекты с диаметром от 1 до 10 см, скорость которых до 10 км/с. Для обнаружения службами контроля они еще недоступны и представляют собой настоящие «айсберги» на орбите. Столкновение с ними при условии большой населенности орбит может привести к катастрофическим последствиям.

5. Описание объемно-распределенных объектов искусственного происхождения в частности, облаков космического мусора, в околоземном космическом пространстве в виде механической сплошной среды позволяет использовать при изучении механических и геометрических свойств объекта удобный математический аппарат дифференциального вычисления.

Удобство аппарата состоит в возможности получения основных механико-геометрических свойств объекта преимущественно аналитическим путем: законов распределения осколков в пространстве с течением времени и законов распределения их скоростей в пространстве с течением времени. Эти законы описываются зависящими от времени полем скоростей поступательного движения и полем плотностей осколков в каждой точке пространства. Аналитическое описание закономерностей динамики формирования и движения объекта является теоретической базой для изучения их механических свойств и изменения во времени геометрических структур.

6. Уравнениями, описывающими закономерности изменения этих полей во времени в специальной криволинейной системе координат, являются векторное уравнение поля скоростей поступательного движения в объекте и скалярное уравнение связи поля скоростей и поля плотностей пространственной концентрации осколков в облаке (векторное уравнение понимается как система уравнений).

7. Поле скоростей поступательного движения осколков и поле плотностей их пространственной концентрации в каждый момент времени являются решениями упомянутых уравнений, для получения которых в аналитическом виде целесообразно использовать специальные системы координат, в которых векторное уравнение поля скоростей приобретает скалярную форму относительно одной компоненты вектора скорости при тождественном равенстве нулю остальных. Если ограничиться рассмотрением простейшего типа объектов, образованных их формированием путем разлета элементов (осколков) из единой точки пространства во всех направлениях с общим моментом начала движения, то такая специальная система координат всегда существует. Анализ свойств более сложных типов облаков, образованных путем «слияния» в пространстве с течением времени «элементарных» облаков, сформированных каждый со своего центра, как суперпозиции последних, сложности не представляет и поэтому в отдельности не рассмотрен.

1. *Рыхлова Л.В.* Проблемы космического мусора // Земля и вселенная. — 1997. — № 6. — С. 30.

2. *Микиша А.М., Рыхлова Л.В., Смирнов М.А.* Загрязнение космоса // Вестник Российской Академии наук. — 2001. — Т. 71, № 1. — С. 26–31.

3. *Гринберг Э.И.* Загрязнение космоса и космические полеты // Природа. — 1998. — № 8. — С. 12–17.

4. *Utreja L.R.* Space debris — Status, Concerns, and Solutions // IAF, International Astronautical Congress 40-th. — Malaga (Spain). — 1989, Oct. 7–13. — IAF Paper 89–625. — 7 p.

5. *Зайцев А.Л.* Радиолокационные исследования ближнего космоса с Земли. – М.: Институт радиотехники и электроники РАН, 2000. — 6 с. — http: // www.cplire.ru/rus/ra & sr/article2/text.html

6. *Andrew J. Petro, Joseph P.* Loftus Future Space Transportation Requirements for the Management of Orbital Debris. — IAF, International Astronautical Congress 40-th. — Malaga (Spain). — 1989, Oct. 7–13. — IAF Paper 89–244. — 7 p.

7. Космический мусор техногенного происхождения: Тезис-обзор. — М.: Прогноз-парк, 1992–2001. — 13 с.

8. *Пилькевич И.А.* Адаптированное моделирование облаков искусственного происхождения в космосе // Электрон. моделирование. — 2006. — № 1.

9. *Пилькевич И.А.* Математическое моделирование пространственно-скоростного распределения элементов объемно-распределенного объекта в космосе с целью экономного управления энергетическими ресурсами космических систем наблюдения // Материалы Междунар. конф. Информационные технологии в управлении энергетическими системами. — К.: ИПМЭ НАНУ, 18–19 октября 2005. — С. 33–37.

10. *Эльсгольц Л.Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. — М.: Наука, 1969. — 424 с.

11. *Пількевич І.А., Микуляк Т.Ю.* Математичний опис великих систем дискретних елементів організованих в об'ємно-розподілені об'єкти в космосі рівняннями безперервності // Вісник Житомирського державного технологічного університету / Технічні науки. — Житомир: ЖДТУ, 2005. — Вип. № 3(34). — С. 103–109.

12. *Рашевский П.К.* Риманова геометрия и тензорный анализ. — М.: Наука, 1967. — 664 с.

Поступила в редакцию 19.01.2006