

УДК 621.391.8:621.396.96

А. Ю. Денисюк¹, І. А. Пількевич²

¹Житомирський військовий інститут радіоелектроніки ім. С.П. Корольова
проспект Мира, 22, Житомир, Україна

²Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є.Пухова НАН України
вул. Генерала Наумова, 15, 03680, Київ-164, Україна
e-mail:Office @ eu.zt.ua

Методика оцінки впливу іонізованих утворень на точність виміру координат у багатопозиційних радіолокаційних комплексах

Розглянуто методику оцінки впливу областей підвищеної іонізації штучного походження на точність виміру координат і кореляцію сигналів, що приймаються в приймальних пунктах багатопозиційних радіолокаційних комплексів, досліджено можливість компенсації цього впливу.

Ключові слова: *область підвищеної іонізації, багатопозиційний радіолокаційний комплекс, максимальна апостеріорна ймовірність, максимальна правдоподібність.*

Вступ

Безперервне підвищення вимог до обсягу й якості радіолокаційної інформації (РЛІ), перешкодозахищеності й живучості радіолокаційних засобів спонукає спеціалістів не тільки шукати нові технічні рішення при створенні основних компонентів РЛС — антен, передаючих і приймальних пристроїв обробки сигналів та ін., але й розвивати нові напрямки в області радіолокації. Одним із таких перспективних напрямків є багатопозиційна радіолокація [1].

Суттєве ускладнення роботи інформаційних систем можуть створювати іонізовані утворення (області підвищеної іонізації) як природного, так і штучного походження. Штучні області підвищеної іонізації (ОПІ) у силу значно більшої іонізації атмосфери порівняно з іншими іонізованими утвореннями, більш швидко змінюють електронну концентрацію всередині ОПІ й зміни їхніх координат, здійснюють найбільш суттєвий вплив на проходження радіохвиль. У зв'язку з цим є доцільним оцінити вплив областей підвищеної іонізації штучного походження на точність виміру координат і кореляцію сигналів, які приймаються у приймальних пунктах багатопозиційних радіолокаційних комплексів, і дослідити можливість

компенсації цього впливу, а потім отримані результати розповсюдити й на інші іонізовані утворення.

На підставі цієї оцінки можливо буде виробити конкретні шляхи вирішення проблеми компенсації впливу областей підвищеної іонізації на точнісні характеристики багатопозиційного радіолокаційного комплексу. Такі розрахунки для багатопозиційних радіолокаційних комплексів, як показує огляд праць, присвячених даній проблемі [2–4], не проводились.

У зв'язку з вищенаведеним становить певний інтерес розробка методики оцінки впливу областей підвищеної іонізації штучного походження на точність виміру координат і кореляцію сигналів, які приймаються в приймальних пунктах багатопозиційних радіолокаційних комплексів, і дослідити можливість компенсації цього впливу.

Випадак сполученого прийому

Визначення кутових координат цілі радіотехнічними методами зводиться, власне кажучи, до визначення просторового положення фронту хвилі, відбитої (або випроміненої) ціллю, що спостерігається. Якщо розміри приймальної антени не занадто великі, то фронт хвилі в межах апертури антени можна вважати плоским. Удаваний напрямок на ціль збігається з нормаллю до фронту хвилі. У припущенні, що умови застосування геометричної оптики виконуються, показник заломлення n незначно відрізняється від одиниці, а траєкторії променів при розрахунку різностей фаз сигналів можна вважати прямолінійними, для помилки $\Delta\theta$ виміру кутових координат θ за рахунок впливу середовища (не обов'язково іонізованого) був отриманий наступний вираз [5]:

$$\Delta\theta \approx \frac{1}{R} \int_0^R (\text{grad } n, \vec{\eta}) dl, \quad (1)$$

де R — відстань від РЛС до цілі; $\vec{\eta}$ — одиничний вектор, перпендикулярний променю, що з'єднує ціль і РЛС, який лежить у площині вимірюваного кута θ ; інтегрування здійснюється вздовж променя; перемінна інтегрування l відраховується від цілі.

Замість l можна ввести нову змінну $\tau = R - l$, відлічувану від РЛС. Тоді одержимо:

$$\Delta\theta \approx \frac{1}{R} \int_0^R (\text{grad } n, \vec{\eta})(R - \tau) d\tau. \quad (2)$$

Ця формула придатна для розрахунку помилки виміру будь-якого кута, наприклад, азимута, кута місця, або кутів, що характеризують положення цілі в біконічній системі координат.

Умовимося напрямок орта $\vec{\eta}$ вибирати так, щоб вимірюване значення кута $\theta_{\text{вим}}$ дорівнювало сумі дійсного значення θ і помилки виміру $\Delta\theta$:

$$\Delta l_{\text{вим}} = \text{и} + \Delta \text{и}.$$

Помилка виміру відстані за фазовим запізнюванням виражається формулою:

$$\Delta R \approx 2 \int_0^R (n-1) dr. \quad (3)$$

У РЛС відстань визначається за груповим запізнюванням. Групова швидкість визначається виразом:

$$\mathcal{G}_{GP}(\omega_0) = \left. \frac{c}{\frac{d}{d\omega}(\omega n(\omega))} \right|_{\omega=\omega_0}, \quad (4)$$

де ω_0 — кутова несуча частота; c — швидкість світла в порожнечі.

З огляду на те, що $\omega = 2\pi/T$, вираз (4) можна привести до вигляду:

$$\mathcal{G}_{GP}(T_0) = c \left/ \left\{ -\frac{T^2}{2\pi} \frac{d}{dT} \left(\frac{2\pi}{T} n(T) \right) \right\} \right|_{T=T_0}. \quad (5)$$

Підставивши в (5) значення $n(T)$, що подається формулою [5]

$$n(T) \approx 1 - n_1/f^2 - n_2/f^4 - n_3/f^6 = 1 - n_1 T^2 - n_2 T^4 - n_3 T^6, \quad (6)$$

з точністю до малих шостого порядку відносно T_0 , одержимо:

$$\mathcal{G}_{GP}(T_0) = c/[1 + n_1 T_0^2 + 3n_2 T_0^4 + 5n_3 T_0^6],$$

де T_0 — період коливання несучої частоти.

Якщо показник переломлення не залежить від частоти ($n_1 = n_2 = n_3 = 0$), то групова швидкість, фазова швидкість і швидкість світла збігаються: $\mathcal{G}_{GP} = \mathcal{G}_{\text{фаз}} = c$. З точністю до членів другого порядку відносно T_0 маємо: $\mathcal{G}_{GP} \cdot \mathcal{G}_{\text{фаз}} = c^2$.

Групове запізнювання в іонізованому середовищі дорівнює:

$$\tau_{GP} = \int_0^R d\tau / \mathcal{G}_{GP}(T_0) \approx \frac{1}{c} \int_0^R (1 + n_1 T_0^2 + 3n_2 T_0^4 + 5n_3 T_0^6) dr.$$

Оскільки вимірювана відстань $R_{\text{вим}} = c\tau_{GP}$, а дійсна відстань — R , тоді помилка виміру відстані буде:

$$\Delta R = R_{\text{вим}} - R \approx \int_0^R (n_1 T_0^2 + 3n_2 T_0^4 + 5n_3 T_0^6) dr . \quad (7)$$

Формула (7) враховує тільки помилку через вплив іонізованого середовища (при $n_1 = n_2 = n_3 = 0$ маємо $\Delta R = 0$). Складова помилки виміру, що обумовлена неіонізованим середовищем (тропосферою), дорівнює:

$$\Delta R_{\text{ТРОП}} = \int_0^R (n_{\text{ТРОП}} - 1) dr , \quad (8)$$

де $n_{\text{ТРОП}}$ — показник переломлення тропосфери, що залежить від координат, але не залежний від частоти.

З огляду на вирази (2) і (6), помилку виміру будь-якої координати (за рахунок впливу іонізованого середовища) можна подати у вигляді:

$$\Delta \lambda = \sum_{m=1}^M \lambda_m T_0^{2m} , \quad (9)$$

де $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ — незалежні від частоти коефіцієнти, що визначають значення помилок, обумовлених іонізованим середовищем; m — число оцінюваних значень, поряд із дійсним значенням координати λ , на декількох частотах.

Ці коефіцієнти при заданих параметрах іонізованого середовища й положенні цілі можуть бути розраховані з використанням (2), (6). Однак, при використанні багаточастотного методу локації (більш докладно про нього буде сказано нижче) доцільно включати коефіцієнти $\lambda_1, \dots, \lambda_m$. Регулярну помилку (тропосферну) виміру координати $\Delta \lambda_{\text{ТРОП}}$ необхідно можливо повніше виключити з вимірюваного значення координати $\lambda_{\text{вим}}$. Далі будемо вважати, що залишковою регулярною тропосферною помилкою виміру координати можна зневажити.

Випадок рознесеного прийому

Під рознесеним прийомом, у даній роботі, будемо мати на увазі не тільки активну, але й пасивну локацію.

Спочатку розглянемо, як впливає область підвищеної іонізації на базово-кореляційну систему виміру координат джерела випромінювання. Нехай $x(t)$ — сигнал, що випромінюється джерелом випромінювання, а $X(f)$ — його спектр. Сигнали, що прийняті в рознесених пунктах прийому 1 і 2, описуються різними функціями часу $x_1(t)$ і $x_2(t)$, спектри яких дорівнюють відповідно $X_1(f)$ і $X_2(f)$. Частотні характеристики трас «джерело випромінювання – 1 приймальний пункт» і «джерело випромінювання – 2 приймальний пункт» дорівнюють відповідно $F_1(f)$ і $F_2(f)$ так, що $X_1(f) = F_1(f)X(f)$, $X_2(f) = F_2(f)X(f)$. Будемо

вважати, що корелятор знаходиться в 1 приймальному пункті. Тоді за відсутності ОПІ максимальне значення кореляційної функції мало би місце при затримці сигналу, прийнятого в 1 пункті прийому, що дорівнює $\tau = \tau_0 = (R_2 + R_{12} - R_1)/c$. Тут R_1, R_2 відстань від джерела випромінювання до 1-го й 2-го приймальних пунктів; R_{12}/c — затримка сигналу при передачі його від 2-го приймального пункту до 1-го.

У загальному випадку кореляційна функція має вигляд [3, 6, 7]:

$$K(\tau) \sim \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t-\tau)x_2^*(t)dt \right\rangle, \quad (10)$$

де $x_1(t), x_2(t)$ — комплексні обвідні сигналів (по Гильберту), знак \sim означає пропорційність, а $\langle \rangle$ — математичне очікування.

З огляду на те, що спектр сигналу $x_1(t-\tau)$ дорівнює $X_1(f)e^{-j2\pi f\tau}$ і, використовуючи теорему Парсеваля, одержимо:

$$K(\tau) \sim \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} X_1(f)e^{-j2\pi f\tau} \cdot X_2^*(f)df \right\rangle = \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 F_1(f) \cdot F_2^*(f)e^{-j2\pi f\tau} df \right\rangle.$$

Вважаючи, що математичне очікування $\langle |X(f)|^2 \rangle$ дорівнює константі на інтервалі $(f_0 - \Delta f, f_0 + \Delta f)$, а поза цим інтервалом дорівнює нулю (при широкосмуговій перешкоді величину $2\Delta f$ варто вважати шириною смуги пропускання прийомного тракту), одержимо:

$$K(\tau) \sim \int_{f_0 - \Delta f}^{f_0 + \Delta f} F_1(f) \cdot F_2^*(f)e^{-j2\pi f\tau} df.$$

Коефіцієнт кореляції, як функція затримки τ , приблизно дорівнює:

$$K(\tau) = \frac{\int_{f_0 - \Delta f}^{f_0 + \Delta f} F_1(f) \cdot F_2^*(f)e^{-j2\pi f\tau} df}{\sqrt{\int_{f_0 - \Delta f}^{f_0 + \Delta f} |F_1(f)|^2 df \cdot \int_{f_0 - \Delta f}^{f_0 + \Delta f} |F_2(f)|^2 df}}. \quad (11)$$

Якби частотні характеристики трас були однаковими з точністю до множника $\exp(-j2\pi f \text{const})$, то максимальний модуль коефіцієнта кореляції дорівнював би одиниці. Розбіжність частотних характеристик трас, що має місце за рахунок впливу ОПІ, приводить до зменшення максимального значення модуля коефіцієнта кореляції, до зміни затримки τ_0 , що відповідає максимумові обвідної кореля-

ційної функції, отже, до помилок визначення положення джерела випромінювання. Загасання сигналів на трасах може бути досить значним.

Вважаючи, що прийняті від джерела випромінювання сигнали значно перевищують власні шуми приймачів, обговоримо питання про можливу компенсацію помилок визначення координат джерела випромінювання. Насамперед необхідно компенсувати розходження в спектрах $X_1(f)$ і $X_2(f)$, що приводять до зниження максимального значення модуля коефіцієнта кореляції. Для цього досить пропустити один із сигналів, наприклад $x_1(t)$, через фільтр із нелінійною фазочастотною характеристикою. Керуючи формою цієї характеристики, можна домогтися значення коефіцієнта кореляції $K(\tau)$, близького за модулем до одиниці. Далі необхідно усунути помилку у визначенні різниці ходу сигналів, обумовлену впливом ОПІ. Це можна зробити при досить широкому спектрі перешкоди, виміривши затримки двох або декількох спектральних ділянок перешкоди.

Аналогічним чином можна компенсувати вплив ОПІ на точність визначення координат цілі по відбитому сигналу базово-кореляційним методом. Розходження у формах спектрів сигналів, прийнятих у пунктах прийому 1 і 2, будуть такими ж, як і у випадку роботи із джерелом випромінювання. Точність визначення різниці ходи може бути підвищена, якщо випромінювати зондувальні сигнали на несучих частотах, які істотно розрізняються. Більш докладно питання про можливу компенсацію помилок виміру координат цілі (джерела випромінювання), обумовлених впливом ОПІ, буде розглянуто нижче.

Способи компенсації помилок виміру координат, пов'язаних зі скривленням траєкторії променя

Як уже відзначалося вище, проходження радіохвиль через іонізоване середовище пов'язано з перекинуттям частотних спектрів сигналів, викликаним дисперсійними властивостями середовища, і скривленням траєкторії променя, що приводить до помилок виміру координат. Серед методів уведення виправлень на іонізоване середовище в результати вимірів координат, найбільше поширення останнім часом одержали алгоритмічні методи. Суть цих методів полягає в наступному. За допомогою будь-якої РЛС визначаються потужність, координати й момент вибуху ядерного заряду; будується модель ОПІ. За цією моделлю для кожної РЛС, що входить до складу багатопозиційного радіолокаційного комплексу, перед локацією чергової цілі визначається, чи не екранована вона, областю підвищеної іонізації. Якщо екранування немає, то з урахуванням траєкторії променя оцінюються апріорні дисперсії параметрів $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ (див. (9)), що характеризують іонізоване середовище. Для високої вірогідності одержуваних у такий спосіб результатів, повинна бути досить високою адекватність моделі реальному процесові, що є важко досяжним. Тому при вирішенні конкретних задач результати, одержувані за допомогою цих методів, навряд чи можна вважати задовільними. Найбільш прийнятним шляхом розв'язку даної проблеми, є використання багаточастотних методів уведення виправлень на іонізоване середовище в результати вимірів координат багатопозиційним радіолокаційним комплексом [3, 5, 8, 9]. Це питання є достатньою мірою розробленим. Обмежимося порівнянням двох способів обробки

результатів вимірів координат, заснованих на методах максимальної правдоподібності й максимальної апостеріорної ймовірності [10, 11]. Зупинимося на цих методах більш детально.

Метод максимальної правдоподібності

Вимірюване значення $\lambda_{вим}$ довільної координати λ радіолокаційною станцією на частоті f_n подається у вигляді:

$$\lambda_{вим} = \lambda + \sum_{m=1}^M \lambda_m T_n^{2m} + \delta_n, \quad (12)$$

де λ — дійсне значення координати (точніше — сума дійсного значення, залишкової регулярної тропосферної помилки й помилки, однакової в усіх частотних каналах); $T_n = 1/f_n$; δ_n — випадкова помилка виміру, обумовлена власними шумами n -го прийомного тракту й похибками роботи апаратури; $\sum_{m=1}^M \lambda_m T_n^{2m} = \Delta\lambda$ — помилка виміру координати, обумовлена впливом ОПІ (див. (9)). Число частотних каналів позначимо буквою N_K . Тоді при використанні N_K частотних каналів одержимо:

$$\Lambda_{вим} = [\lambda_{вим1}, \dots, \lambda_{вимN_K}]^T, \quad \Lambda = [\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_M]^T,$$

$$\delta = [\delta_1, \dots, \delta_{N_K}]^T, \quad T = \begin{bmatrix} 1, T_1^2, \dots, T_1^{2M} \\ 1, T_2^2, \dots, T_2^{2M} \\ \dots \\ 1, T_{N_K}^2, \dots, T_{N_K}^{2M} \end{bmatrix},$$

де індекс T означає транспонування. Тоді сукупність усіх N_K вимірюваних значень координати λ можна записати у вигляді:

$$\Lambda_{вим} = T\Lambda + \delta. \quad (13)$$

Випадкові помилки вимірів $\delta_1, \dots, \delta_{N_K}$ будемо вважати гаусовськими, попарно некорельованими, що мають однакові дисперсії σ_δ^2 й нульові математичні очікування. За обмірюваними елементами матриці $\Lambda_{вим}$ і відомою матрицею T потрібно знайти максимально правдоподібну оцінку матриці Λ (для даної роботи, насамперед, її перший елемент λ). Очевидно, що число вимірів N_K (тобто число рівнянь) повинно бути не менше числа невідомих, $M + 1$. Логарифм відношення правдоподібності з точністю до несуттєвої складової, яка не залежить від Λ , буде:

$$\ln l = -\frac{1}{2\sigma_{\delta}^2} (\Lambda_{\text{вим}} - \langle \Lambda_{\text{вим}} \rangle)^T (\Lambda_{\text{вим}} - \langle \Lambda_{\text{вим}} \rangle), \quad (14)$$

де $\langle \Lambda_{\text{вим}} \rangle = T\Lambda$ — математичне очікування $\Lambda_{\text{вим}}$.

Матриця-стовпець максимально правдоподібних оцінок параметрів відповідає максимумові (14) і дорівнює:

$$\hat{\Lambda} = (T^T T)^{-1} T^T \Lambda_{\text{вим}}. \quad (15)$$

Якщо число параметрів $M + 1$ дорівнює числу частотних каналів N_K , то матриця T квадратна не вироджена, і:

$$\hat{\Lambda} = T^{-1} \Lambda_{\text{вим}}.$$

У найпростішому випадку, коли є два частотних канали, а помилки вимірів через вплив іонізованого середовища обернено пропорційні квадратів частоти, маємо:

$$\begin{bmatrix} \hat{\lambda} \\ \hat{\lambda}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, T_1^2 \\ 1, T_2^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_{\text{вим1}} \\ \lambda_{\text{вим2}} \end{bmatrix}.$$

Отже, максимально правдоподібна оцінка координати:

$$\hat{\lambda} = \frac{T_2^2 \lambda_{\text{вим1}} - T_1^2 \lambda_{\text{вим2}}}{T_2^2 - T_1^2} = \frac{\lambda_{\text{вим2}} - \lambda_{\text{вим1}} \cdot \gamma}{1 - \gamma}, \quad (16)$$

де

$$\gamma = T_2^2 / T_1^2 = f_1^2 / f_2^2.$$

При довільному числі частотних каналів N_K і обернено квадратичної залежності помилок, обумовлених іонізованим середовищем, від частоти одержимо:

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{n=1}^{N_K} \gamma_n^2 \sum_{n=1}^{N_K} \lambda_{\text{вим}_n} - \sum_{n=1}^{N_K} \gamma_n \sum_{n=1}^{N_K} \gamma_n \cdot \lambda_{\text{вим}_n}}{N_K \sum_{n=1}^{N_K} \gamma_n^2 - \left(\sum_{n=1}^{N_K} \gamma_n \right)^2},$$

де

$$\gamma_n = T_n^2 / T_1^2 = f_1^2 / f_n^2.$$

Кореляційна матриця помилок оцінювання параметрів методом максимальної правдоподібності в загальному випадку відповідно до (15) дорівнює:

$$\langle \Delta \Delta \Delta \Delta^T \rangle = \sigma_\delta^2 (T^T T)^{-1}. \quad (17)$$

Дисперсія помилки визначення координати при довільному числі частотних каналів N_K і обернено квадратичній залежності помилок через вплив іонізованого середовища від частоти дорівнює:

$$\sigma_{\hat{\lambda}}^2 = \sigma_\delta^2 \frac{\sum_{n=1}^{N_K} \gamma_n^2}{N_K \sum_{n=1}^{N_K} \gamma_n^2 - \left(\sum_{n=1}^{N_K} \gamma_n \right)^2}.$$

Якщо $N_K = 2$, тоді:

$$\sigma_{\hat{\lambda}}^2 = \sigma_\delta^2 \frac{1 + \gamma^2}{(1 - \gamma)^2}. \quad (18)$$

З останньої формули випливає, що при близькому до одиниці значенні γ дисперсія помилки визначення координати $\sigma_{\hat{\lambda}}^2$ істотно перевищує дисперсію випадкових помилок вимірів σ_δ^2 . Так, при $(f_2 - f_1)/f_2 = 0,07 \div 0,14$, тобто при $\gamma = 0,93^2 \div 0,86^2$ маємо $\sigma_{\hat{\lambda}}^2/\sigma_\delta^2 = 96 \div 23$.

При збільшенні числа частотних каналів відношення зменшується. Так, наприклад, при $(f_{N_K} - f_1)/f_{N_K} = 0,07 \div 0,14$ і рівномірному за частотою розподілі каналів для $N_K = 4$ маємо $\sigma_{\hat{\lambda}}^2/\sigma_\delta^2 = 86 \div 20$, а для $N_K = 48$ — $\sigma_{\hat{\lambda}}^2/\sigma_\delta^2 = 55 \div 13$. Однак, якщо врахувати, що сумарна по всіх частотах енергія сигналу повинна бути однаковою в усіх розглянутих прикладах, то при перевазі шумових помилок у складі випадкових помилок збільшення числа частотних каналів приведе до зростання дисперсії помилки виміру координати $\sigma_{\hat{\lambda}}^2$.

Якщо вимір координат здійснюється незабаром після ядерного вибуху, коли залежність показника переломлення середовища від періоду T_0 коливань несучої частоти описується поліномом четвертого і більш високого ступеня (6), то для знаходження максимально правдоподібних оцінок координат і їхніх дисперсій варто користуватися загальними формулами (15) і (17).

Слабким місцем методу максимальної правдоподібності є невизначеність того, як вибрати ступінь полінома, що описує залежність показника переломлення від періоду коливань. У цьому відношенні кращим є метод максимальної апостеріорної ймовірності.

Метод максимальної апостеріорної ймовірності

Будемо вважати апіорний розподіл параметрів $\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_m$ нормальним, математичні очікування значень $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ нульовими, дисперсію координати λ нескінченною, параметри $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ незалежними з відомими дисперсіями, рівними $\sigma_1^2, \dots, \sigma_m^2$. Ці дисперсії можна оцінювати, знаючи параметри іоносфери й ОПІ ядерних вибухів (координати епіцентру й момент вибуху, тротиловий еквівалент, відстань від епіцентру до траєкторії променя тощо). Помітимо відразу, що при відомих із достатньою точністю параметрах ядерного вибуху й адекватної моделі ОПІ можна розрахувати помилки виміру координат за рахунок впливу іонізованого середовища, і, отже, врахувати її вплив, не звертаючись до багаточастотного методу.

При сформульованих припущеннях логарифм апостеріорної щільності ймовірності розподілу значень параметрів $\lambda, \lambda_1, \dots, \lambda_m$ з точністю до несуттєвої складової буде:

$$\ln p = -\frac{1}{2} \Lambda^T \Sigma^{-1} \Lambda + \ln l = -\frac{1}{2} \Lambda^T \Sigma^{-1} \Lambda - \frac{1}{2\sigma_\delta^2} (\Lambda_{\text{вим}} - T\Lambda)^T (\Lambda_{\text{вим}} - T\Lambda), \quad (19)$$

де

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_1^2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_M^2 \end{bmatrix}.$$

Причому апіорна дисперсія σ^2 координати λ вважається рівною нескінченності. Максимізуючи вираз (19) шляхом підбору матриці-стовпця Λ оцінюваних параметрів, одержимо наступний вираз для оцінок $\hat{\Lambda}$, що відповідають максимальній апостеріорній імовірності:

$$\hat{\Lambda} = (T^T T + \sigma_\delta^2 \Sigma^{-1})^{-1} T^T \Lambda_{\text{вим}}. \quad (20)$$

При широких апіорних розподілах, коли всі апіорні дисперсії $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2$ прагнуть до нескінченності, формула (20) переходить у (15). При прагненні апіорних дисперсій, $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2$ до нуля (апіорна дисперсія координати σ^2 , як і раніше, вважається нескінченною), з (20) одержуємо:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{N_K} \sum_{n=1}^{N_K} \lambda_{\text{вим}_n}, \quad \hat{\lambda}_1 = \hat{\lambda}_2 = \dots = \hat{\lambda}_M = 0.$$

Кореляційна матриця помилок оцінювання параметрів у загальному випадку, відповідно до (20) дорівнює:

$$\langle \Delta \Delta \Delta \Delta^T \rangle = \sigma_\delta^2 (T^T T - \sigma_\delta^2 \Sigma^{-1})^{-1} T^T T (T^T T + \sigma_\delta^2 \Sigma^{-1})^{-1}. \quad (21)$$

Розглянемо докладніше двочастотний метод ($m = 1$), гадаючи, що помилки вимірів, які обумовлені іонізованим середовищем, пропорційні квадратові періоду коливань. При цьому відповідно до (20):

$$\begin{bmatrix} \hat{\lambda} \\ \hat{\lambda}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & , & T_1^2 + T_2^2 \\ T_1^2 + T_2^2 & , & T_1^4 + T_2^4 + \sigma_\delta^2 / \delta_1^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & , & 1 \\ T_1^2 & , & T_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\text{вим1}} \\ \lambda_{\text{вим2}} \end{bmatrix}.$$

Звідси знаходимо оцінку координати, що відповідає максимальній апостеріорній імовірності:

$$\hat{\lambda} = \frac{\left[\frac{1}{1-\gamma} + \frac{\sigma_\delta^2}{\sigma_1^2 T_1^4 (1-\gamma)^2} \right] \lambda_{\text{вим2}} - \left[\frac{\gamma}{1-\gamma} + \frac{\sigma_\delta^2}{\sigma_1^2 T_1^4 (1-\gamma)^2} \right] \lambda_{\text{вим1}}}{1 + 2 \frac{\sigma_\delta^2}{\sigma_1^2 T_1^4 (1-\gamma)^2}}, \quad (22)$$

де так само $\gamma = T_2^2 / T_1^2 = f_1^2 / f_2^2$. При $\sigma_\delta^2 \ll \sigma_1^2 T_1^4 (1-\gamma)^2$ формула (22) переходить у (16), а при виконанні зворотної нерівності оцінка дорівнює $\hat{\lambda} = (\lambda_{\text{вим1}} + \lambda_{\text{вим2}}) / 2$.

Висновок

Наведені вище формули для оцінок максимальної апостеріорної ймовірності справедливі для кожної з координат. Однак відношення дисперсії σ_δ^2 випадкової помилки виміру до апріорної дисперсії $\sigma_1^2 T_1^4$ координати, що обумовлені середовищем, для дальності звичайно значно менші, ніж для кожної з кутових координат. Тому при оцінці дальності за формулою (22) помилки за рахунок іонізованого середовища компенсуються набагато більше ніж при оцінці кутових координат. Це варто враховувати при обробці даних, що одержуються багатопозиційним радіолокаційним комплексом.

1. Баранов Г.Л., Ковбасюк С.В., Синюшко В.Д. Методика визначення параметрів орбіти космічного об'єкта в багатопозиційному некогерентному радіолокаційному комплексі // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем: Зб. наук. пр. — Житомир: ЖВІРЕ, 2004. — Вип. 8. — С. 48–55.

2. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. — М.: Радио и связь, 1993. — 415 с.

3. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1981. — 416 с.
4. Справочник по радиолокации / Под ред. М. Скольника. — Нью-Йорк, 1970: Пер. с англ. В 4 т. / Под общей ред. К.Н. Трофимова. — Т. 1: Основы радиолокации / Под ред. Я.С. Иццоки. — М.: Сов. радио, 1976. — 456 с.
5. Красногоров С.И. Влияние горизонтальных градиентов показателя преломления атмосферы на точность радиолокации высоколетящих объектов // Труды АРТА. — 1961. — № 53. — С. 13–26.
6. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 1982. — 624 с.
7. Черный Ф.Б. Распространение радиоволн. — М.: Сов. радио, 1972. — 483 с.
8. Пирс. Явление ядерных взрывов и их радиообнаружение // ТИИЭР. — 1965. — № 12. — С. 29–33.
9. Ковбасюк С.В., Шестаков В.И. Оценивание точности определения пространственного положения лоцируемого объекта в многопозиционных РЛС // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. — 1999. — № 10. — С. 18–23.
10. Кузьмин С.З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. — М.: Сов. радио, 1974. — 432 с.
11. Зімчук І.В. Алгоритм адаптивної фільтрації параметрів траєкторій об'єктів спостереження // Вісник Житомирського державного технологічного університету / Технічні науки. — Житомир: ЖДТУ, 2005. — Вип. № 3(34). — С. 59–65.

Надійшла до редакції 02.11.2005