

УДК 532.5

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ВИХРОВИХ СТРУКТУР В КУТОВІЙ ОБЛАСТІ ТА ПОБЛИЗУ ПОВЕРХНІ З ЗАГЛИБЛЕННЯМ

В. О. ГОРБАНЬ, І. М. ГОРБАНЬ

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Одержано 12.09.97

В рамках плоскої задачі розглянуті можливості утворення крупних стаціонарних вихорів при обтіканні куткової області та заглиблення (кругової лунки). Використана модель ідеальної нестисливої рідини. Для побудови потенціалу швидкості фізична область течії конформно відображається на верхню напівплощину. Одержано залежності для інтенсивності стаціонарного вихора та його координат від геометричних параметрів, що описують область течії. Показано, що до суттєвих характеристик стаціонарного вихора належить його власна частота. Вона дорівнює частоті прецесії вихора навколо стаціонарної точки при малих збуреннях його положення в потоці. Наявність власної частоти призводить до вибіркової реакції стаціонарного вихора та утвореної ним локальної відривної зони на малі періодичні збурення швидкості потоку. Зовнішні збурення викликають відхилення вихора від його стаціонарного положення та рух по певній замкнутій траєкторії. Залежність величини максимального за період відхилення вихора від частоти зовнішніх збурень має резонансний характер. Різде збільшення амплітуди збурених рухів вихора при наближенні частоти збурень до власної частоти вихора веде до інтенсифікації процесів перемішування і хаотизації течії в локальних відривних зонах, що формуються стоячими вихорами.

В рамках плоской задачи рассмотрены возможности формирования крупных стационарных вихрей при обтекании угловой области и углубления (круговой лунки). Использована модель идеальной несжимаемой жидкости. Для построения потенциала скорости физическая область течения конформно отображается на полуплоскость. Получены зависимости для интенсивности стационарного вихря и его координат от геометрических параметров, характеризующих область течения. Показано, что стационарный вихрь обладает собственной частотой. Она соответствует частоте прецессии вихря вокруг стационарной точки при малом возмущении его положения в потоке. Наличие собственной частоты проявляется в избирательной реакции стационарного вихря и формируемой им локальной отрывной зоны на малые периодические возмущения скорости набегающего потока. Внешние возмущения вызывают отклонение вихря от его стационарного положения и движение по некоторой замкнутой траектории. При этом зависимость величины максимального за период отклонения от частоты внешних возмущений носит резонансный характер. Резкое увеличение амплитуды возмущенного движения вихря при приближении частоты возмущений к собственной частоте вихря ведет к интенсификации процессов перемешивания и хаотизации течения в локальных отрывных зонах, формируемых стоячими вихрями.

This paper deals with a numerical simulation of behaviour of two-dimensional stationary vortices in the near-wall flow that develops either in an angular region or within a cross groove. The model of ideal incompressible fluid is used. The complex potential of flow is determined by conformal transformation of physical area into the upper half-plane of auxiliary plane. The strength and coordinates of the stationary vortices were obtained against geometrical parameters that characterize the flow area. The stationary vortex was shown to have characteristic eigenfrequency. It corresponds to the frequency of the vortex precession about the stationary point under small departure of the vortex from its equilibrium. Due to eigenfrequency, both the stationary vortex and the local separation zone generated by that respond selectively on periodic perturbations of the free-stream velocity. These external disturbances cause departure of the vortex from its equilibrium. As a result, the vortex moves periodically along a closed trajectory of finite amplitude. Dependence of the amplitude of this motion on the frequency of external perturbations is resonant one. When the frequency of external perturbation is near the vortex eigenfrequency, the amplitude of the vortex motion increases abruptly that leads to intensification of mixing as well as to chaotization of motion in the local circulation zones generated by stationary vortices.

ВСТУП

Вихрова структура течії, її властивості, стійкість, кінематичні та динамічні характеристики є визначальними факторами при роботі більшості апаратів, що рухаються в воді або повітрі, а також гідравлічних систем. З проблемами оптимальної трансформації вихрової структури течії тісно пов'язане вирішення цілого ряду практичних інженерних задач. Ефективним засобом, що дозволяє істотно змінити як вихрову структуру потоку, так і картину течії в цілому, є штучний відрив і формування локальних відривних зон. Чисельні приклади успішного використання штучного відриву

можна знайти в роботах [1–6]. Штучний відрив потоку можна розглядати як один із можливих шляхів регуляризації пристінних течій при високих числах Рейнольдса. Перехід від турбулентної пристінної течії з хаотичним рухом дрібних вихрових утворень до регулярної крупномасштабної вихрової структури може привести до зниження енергообміну між потоком і поверхнею, що обтікається, зокрема, до зменшення гідродинамічного опору [3, 4].

Для утворення вихорів великого масштабу в пристінній течії можуть використовуватись штучні нерівності поверхні: виступи, заглиблення, ребра, вихрові камери і т.п. [2–4]. Ці вихори мо-

жуть бути як нерухомими (стоячими), так і рухатись рівномірно поблизу стінки. Головною вимогою до створюваних вихрових структур є їх стійкість відносно малих збурень зовнішнього потоку [7]. На жаль, експерименти свідчать про високу чутливість течії в локальних відривних зонах до малих збурень швидкості обтікання [4]. Із збільшенням числа Рейнольдса ця чутливість зростає. Подальший прогрес в розвитку алгоритмів управління пристінними течіями пов'язується, зокрема, з дослідженнями динамічних властивостей вихрових утворень різних масштабів та природи їх нестабільної хаотичної поведінки.

Утворення вихорів в пристінних течіях є одним з проявів сил в'язкої взаємодії. Аналіз процесів генерації та дифузії вихорів вимагає розвитку складних чисельних алгоритмів та моделей, що ґрунтуються на рівняннях Нав'є-Стокса. З іншого боку, динамічні властивості вихорів в пристінній області, стійкість, особливості взаємодії вихорів між собою та з границею можуть бути проаналізовані в рамках моделі ідеальної рідини. Значні успіхи у вивченні динаміки систем вихорів [8–10] привели до певного розуміння природи хаотизації потоків рідини. Виявлені останнім часом закономірності руху вихорів і частинок рідини дозволили віднайти нові підходи до розв'язання деяких практичних задач, зокрема пов'язаних зі створенням систем управління потоками [11–13]. Треба відзначити, що однією з переваг моделей вихрової динаміки, які будуються без врахування в'язких ефектів, є їх відносна простота. Це і дає можливість використовувати їх для побудови алгоритмів управління структурою пристінних потоків [11–13].

Дослідження динамічної поведінки вихорів поблизу нерівностей границі проведені в роботах [14–16]. Процеси формування стоячих вихорів і стаціонарних відривних зон, а також їх вплив на розвиток течії в дифузорах були розглянуті Рінглемом [7]. В даній роботі проведено аналіз динамічних властивостей стоячих вихорів, що розташовані в кутовій області та при обтіканні заглиблення.

1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Розглядається рух вихрових ниток в потоці ідеальної нестисливої рідини поблизу границі складної форми. Обмежимося аналізом плоскої задачі, що дозволяє використати для побудови розв'язку методи конформних відображень.

За допомогою моделі точкових сингулярних вихорів можна наближено описати поведінку і де-

які властивості локальних відривних зон та інших структур, в яких завихреність розподілена неперервно. При цьому вихор розташовується в центрі завихреності, а його циркуляція приймається рівною інтегральній інтенсивності завихреності в області. Це дозволяє істотно спростити дослідження гідродинамічних полів і звести задачу до аналізу руху точкових вихорів, що описується системою нелінійних рівнянь

$$\frac{dx_v}{dt} = v_x(x_v, y_v, t), \quad \frac{dy_v}{dt} = v_y(x_v, y_v, t). \quad (1)$$

У випадку, коли швидкість потоку не змінюється з часом, система (1) є автономною.

Для аналізу розв'язків цієї системи може бути використана теорія критичних точок [18, 19], які в нашому випадку відповідають положенням рівноваги вихора в потоці: $v_x = 0$, $v_y = 0$. В залежності від величини та знаку дивергенції і Якобіана $\Delta = \partial v_x / \partial x + \partial v_y / \partial y$, $J = (\partial v_x / \partial x)(\partial v_y / \partial y) - (\partial v_x / \partial y)(\partial v_y / \partial x)$ критична точка може бути сідлом ($J < 0$), вузлом ($J < \pm \Delta^2 / 4$) або фокусом ($J > \pm \Delta^2 / 4$). При цьому, фокуси і вузли можуть бути стійкими ($\Delta < 0$) або нестійкими ($\Delta > 0$).

Якщо система (1) консервативна $\Delta = 0$, критична точка може бути або нестійкою гіперболічною ($J < 0$) або еліптичною ($J > 0$). В останньому випадку вихор, який знаходиться в малому околі критичної точки, рухається навколо неї по замкнутій траєкторії з частотою $\omega_0 = \sqrt{J}$. Ми покажемо далі, що власна частота вихора ω_0 є такою ж його важливою характеристикою, як циркуляція та координати стаціонарних точок. Від неї істотно залежить динамічна реакція вихора на присутність у потоці малих збурень.

Будемо розглядати рух вихора інтенсивності Γ в потоці з комплексним потенціалом $\Phi(z)$. Для побудови розв'язку фізична площина комплексної змінної $z(x, y)$ відображається на верхню півплощину допоміжної площини $\zeta(\xi, \eta)$, де потенціал вихора знаходиться методом дзеркальних відображень:

$$\Phi(\zeta) = \Phi_0(\zeta) + \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln \frac{\zeta - \zeta_v}{\zeta - \bar{\zeta}_v}, \quad (2)$$

$$\zeta = f(z).$$

Тут z_v, ζ_v – комплексні координати вихора в площинах z і ζ .

Рівняння для швидкості вихора в фізичній пло-

щині має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \overline{V}_0 &= V_{0x} - iV_{0y} = \frac{dx_v}{dt} - i\frac{dy_v}{dt} = \\ &= \left(\frac{d\Phi_0}{d\zeta} + \frac{\Gamma}{4\pi\eta_v} \right) \frac{d\zeta}{dz} \Big|_{\zeta=\zeta_v} + \frac{\Gamma}{4\pi i} \left(\frac{d^2\zeta}{dz^2} / \frac{d\zeta}{dz} \right) \Big|_{\zeta=\zeta_v}. \end{aligned} \quad (3)$$

Параметри стаціонарного (або стоячого) вихора $\Gamma_0, z_0(x_0, y_0)$ визначаються із умови рівноваги вихора в потоці:

$$\overline{V}_0 \Big|_{z=z_0} = 0, \quad (4)$$

яка може бути записана у вигляді

$$\left(\frac{d\Phi_0}{d\zeta} \Big|_{\zeta=\zeta_0} + \frac{\Gamma_0}{4\pi\eta_0} \right) \left[\left(\frac{d\zeta}{dz} \right)^2 / \frac{d^2\zeta}{dz^2} \right] \Big|_{\zeta=\zeta_0} - \frac{i\Gamma_0}{4\pi} = 0. \quad (5)$$

Виділяючи дійсну та уявну частини (5), одержуємо систему нелінійних рівнянь. Якщо границя області течії має гострі кромки, цю систему необхідно доповнити відповідними рівняннями, що випливають із умов Кутта-Жуковського.

2. СТОЯЧИЙ ВИХОР В КУТОВІЙ ОБЛАСТІ

Можливість існування стаціонарних точок та періодичних режимів руху вихорів в їх околі раніше була показана в роботах [15, 16] чисельними методами. В простих випадках, зокрема для куткової області, параметри стоячого вихора можна визначити аналітично. Для прямого кута аналіз періодичних рухів вихора та рідини в кутковій області було проведено в роботі [17].

Конформне відображення внутрішності кута величини β на півплощину дає функція $\zeta = z^{\pi/\beta}$. Якщо за характерний лінійний розмір вибрати відстань між стаціонарним положенням вихора та вершиною кута, а для потенціалу Φ_0 використати вираз $\Phi_0 = \zeta$, то можна одержати рівняння руху вихора в кутковій області в вигляді

$$\begin{aligned} \frac{dx_v}{dt} &= \left(\frac{\Gamma}{4\pi \sin \gamma \varphi} - 1 \right) \gamma \cos \varphi (\gamma - 1) - \frac{\Gamma}{4\pi} y_v, \\ \frac{dy_v}{dt} &= \left(1 - \frac{\Gamma}{4\pi \sin \gamma \varphi} \right) \gamma \sin \varphi (\gamma - 1) + \frac{\Gamma}{4\pi} x_v, \\ \varphi &= \arctg \frac{y_v}{x_v}, \quad \gamma = \frac{\pi}{\beta}. \end{aligned} \quad (6)$$

Прирівнюючи праву частину рівнянь до нуля, одержимо значення циркуляції і координат стоячого вихора:

$$\Gamma_0 = \gamma, \quad x_0 = \cos(\beta/2), \quad y_0 = \sin(\beta/2).$$

На рис. 1, 2 показані картина ліній течії в кутковій області з циркуляційною зоною, що генерується стоячим вихором, та фазовий портрет рухів вихора. Останній являє собою можливі траєкторії вихора з циркуляцією Γ_0 при зміні його початкового положення. При наближенні початкового положення до стаціонарної точки частота прецесії вихора прямує до власної частоти ω_0 . На рис. 3 наведені залежності циркуляції та власної частоти стоячого вихора від величини кута β .

Власна частота вихора ω_0 є важливою характеристикою для аналізу поведінки вихора в полі малих періодичних збурень зовнішнього потоку, коли швидкість течії має малу періодичну складову:

$$U = U_* (1 + a \sin \Omega t), \quad U_* = \frac{d\Phi_0}{dz}, \quad a \ll 1, \quad (7)$$

де a, Ω – амплітуда і частота збурень відповідно.

Для інтегрування системи рівнянь (6) та розрахунку траєкторій вихора використовувався чисельний метод Рунге-Кутта. В початковий момент часу $t = 0$ вихор циркуляції Γ_0 розташовувався в стаціонарній точці (x_0, y_0) . Розрахунки показали, що при малих збуреннях швидкості течії по закону (7) вихор рухається періодично по замкнутих траєкторіях навколо свого стаціонарного положення.

Форма траєкторії визначається частотою збурень Ω . Якщо Ω істотно відрізняється від ω_0 та субгармонік $\omega_0/2, 2\omega_0$, вихор рухається періодично по замкнутій траєкторії в малому околі стаціонарної точки. Розміри цього околу пропорційні амплітуді збурень a . Траєкторія вихора значно змінюється з наближенням частоти збурень Ω до власної частоти вихора ω_0 (або субгармонік). Будемо характеризувати рух вихора його відхиленням від стаціонарної точки:

$$R(t) = \sqrt{[x_v(t) - x_0]^2 + [y_v(t) - y_0]^2}.$$

Чисельний аналіз показав, що малі збурення потоку генерують низькочастотні рухи вихора з великими амплітудами R_{max}

$$R_{max} = \max \{ R(t) \mid t = (0, \infty) \},$$

що пов'язане з нелінійною природою рівнянь динаміки вихора в пристінній області. Залежність максимального відхилення вихора від стаціонарної точки R_{max} від частоти збурень Ω має резонансний характер. При наближенні частоти вимушених коливань швидкості потоку Ω до власної частоти вихора ω_0 , амплітуда прецесії вихора, тобто максимальне відхилення R_{max} , різко зростає. Розраховані залежності $R_{max}(\Omega/\omega_0)$ для різних значень кута β показані на рис. 4. Вони свідчать, що

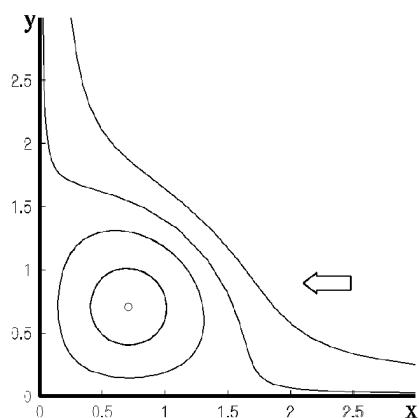


Рис. 1. Картина течії при обтіканні вихора в кутовій області, $\beta = \pi/2$

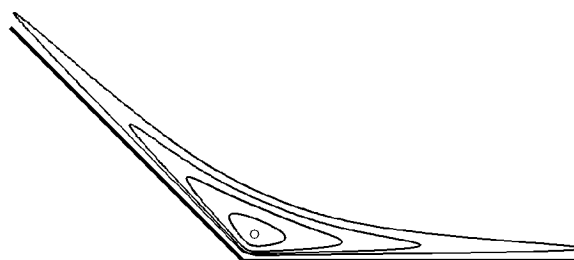


Рис. 2. Фазовий портрет можливих рухів вихора в кутовій області, $\beta = 3\pi/4$

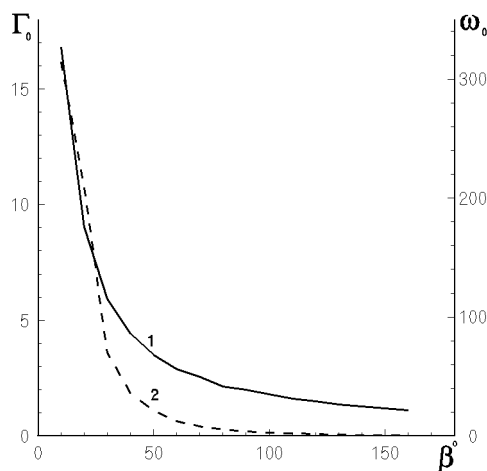


Рис. 3. Залежність циркуляції стоячого вихора Γ_0 (крива 1) та власної частоти ω_0 (крива 2) від величини кута β

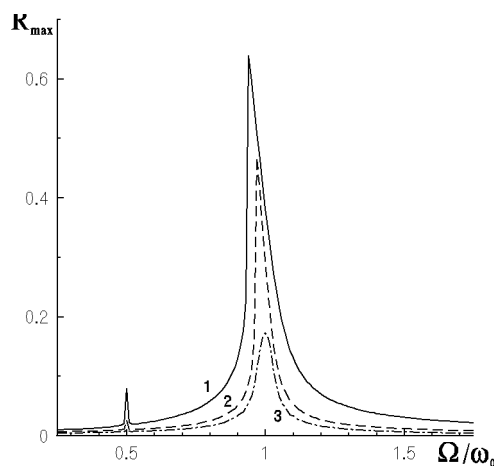


Рис. 4. Залежність максимального відхилення вихора від стаціонарної точки R_{max} в кутовій області від відносної частоти збуджень Ω/ω_0 : $a = 0.01$, 1 – $\beta = 3\pi/4$, 2 – $\beta = \pi/2$, 3 – $\beta = \pi/3$

резонансні властивості вихора проявляються найбільш різко для випадку тупих кутів.

Малі збурення потоку приводять до істотної інтенсифікації процесів перемішування рідини в циркуляційній зоні. При відсутності збуджень частинки рідини в циркуляційній зоні рухаються періодично навколо вихора по замкнутим траєкторіям (рис. 1). При наявності малих резонансних збуджень швидкості потоку адвекція частинок рідини істотно інтенсифікується, їх траєкторії ускладнюються, рух хаотизується. На рис. 5 приведено перетин Пуанкаре для траєкторій руху вихора і частинок рідини в кутовій області ($\beta = \pi/2$) при $\Omega = \omega_0$, $a = 0.01$. Точки відповідають положенням вихора та частинки рідини в моменти часу

$t_n = nT$, де $T = 2\pi/\Omega$, $n = 1, 2, \dots$. Результати розрахунків свідчать про хаотизацію руху частинок рідини. Зокрема крапки, які відображають можливі положення рідкої частинки, щільно заповнюють певну область. На відміну від цього, крапки, які відповідають положенням вихора, розташовані вздовж замкнутої кривої, що свідчить про регулярний характер руху вихора [18]. На рис. 6 наведено перетин Пуанкаре для траєкторій двох вихорів в потоці з резонансними збудженнями. Перший з них є стоячим: його циркуляція дорівнює Γ_0 і в початковий момент часу він розташований в стаціонарній точці (x_0, y_0) . Другий вихор з малою циркуляцією $\Gamma_0/20$ рухається навколо першого. Тепер крапки, які відповідають положенням

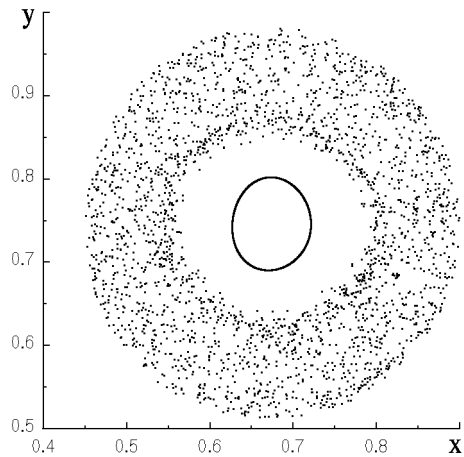


Рис. 5. Перетин Пуанкаре траєкторій руху вихора і частинок рідини в кутовій області при наявності в потоці малих резонансних збурень:
 $a = 0.01, \beta = \pi/2$

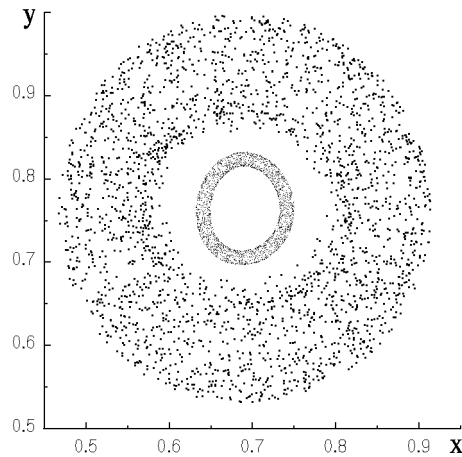


Рис. 6. Перетин Пуанкаре траєкторій руху двох вихорів різної інтенсивності в кутовій області:
 $\Gamma_1 = \Gamma_0, \Gamma_2 = \Gamma_0/20, \beta = \pi/2$

стоячого вихора в моменти часу $t_n = nT$, заповнюють кільце певної товщини. На цій підставі можна стверджувати, що при наявності в збуреному потоці малих вихорів відбувається ускладнення траєкторій і хаотизація руху не лише дрібних вихорів, а і великого вихора, який генерує відривну циркуляційну зону. Така динамічна поведінка стоячого вихора є важливим фактором, що впливає на розвиток течії в цілому.

3. СТОЯЧИЙ ВИХОР В ЗАГЛИБЛЕННІ

Розглядається обтікання кругової лунки (поперечної канавки), розташованої на плоскій поверхні з утворенням локальної циркуляційної зони. Картину течії показано на рис. 7. Конформне відображення області течії на півплощину, необхідне для побудови потенціалу $\Phi(z)$, дає функція

$$\zeta = a_0 \gamma \frac{1 + \left(\frac{z-a}{z+a}\right)^\gamma}{1 - \left(\frac{z-a}{z+a}\right)^\gamma}, \quad \gamma = \frac{\beta}{\pi - \beta}, \quad (8)$$

тут $2a_0$ – хорда лунки; кут β визначає глибину лунки ($\beta < 0$). Залежність глибини лунки від кута показано на рис. 8. Всі лінійні розміри віднесені до половини хорди лунки a_0 , циркуляція вихора віднесена до $U_\infty a_0$, U_∞ – швидкість набігаючого потоку.

Координати стаціонарної точки x_0, y_0 та циркуляція стоячого вихора Γ_0 визначаються із рівнянь рівноваги вихора у потоці (5) і умов Кутта–Жуковського в гострих кромках границі. Якщо ζ^* – точка в площині ζ , на яку відображається гостра

кромка границі z^* , то умова Кутта–Жуковського про скінченність швидкості в точці z^* може бути записана у вигляді

$$\left. \frac{d\Phi}{d\zeta} \right|_{\zeta=\zeta^*} = 0. \quad (9)$$

Система трансцендентних рівнянь для визначення координат та інтенсивності стоячого вихора розв'язувалась чисельно з використанням алгоритму Бройдена. Проведені розрахунки показали, що в пристінній течії над площиною з поперечною канавкою існує три стаціонарні положення вихора. Два з них розташовані поблизу кромки лунки. Вони є нестійкими, і тому течії з відповідною вихровою структурою не реалізуються в фізичному експерименті. Еліптичні стаціонарні точки типу центра розташовані вздовж вісі лунки ($x_0 = 0$). Залежність вертикальної координати такої точки y_0 від кута β , що характеризує глибину лунки, показана на рис. 8. Звідси впливає можливість формування стійкої локальної відривної зони над заглибленням при умові, що інтегральна інтенсивність завихреності в зоні дорівнює циркуляції стоячого вихора Γ_0 . Відзначимо, що цього можна досягнути навіть при малих глибинах лунки, в той час, коли стаціонарні вихори в потоці над площиною поверхнею завжди нестійкі. Ця обставина може бути важливою для побудови схем управління пристінними течіями з формуванням стійких локальних циркуляційних зон: при наявності заглиблення енерговитрати на вихрове "змащення" можуть бути зменшені, а відповідні алгоритми спрощуються.

На рис. 9 наведено результати розрахунків для циркуляції стаціонарних вихорів Γ_0 і власної ча-

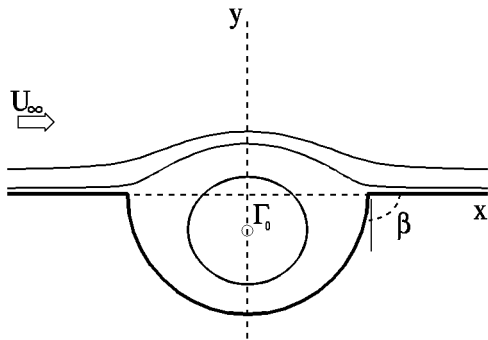


Рис. 7. Локальна відривна зона і стоячий вихор при обтіканні заглиблення, $\beta = -\pi/2$

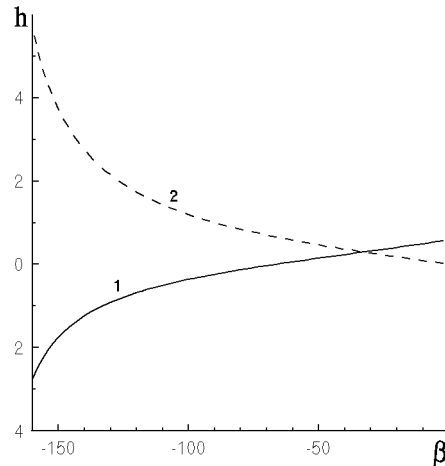


Рис. 8. Залежність координати стоячого вихора y_0 (крива 1) та глибини лунки h (крива 2) від кута β

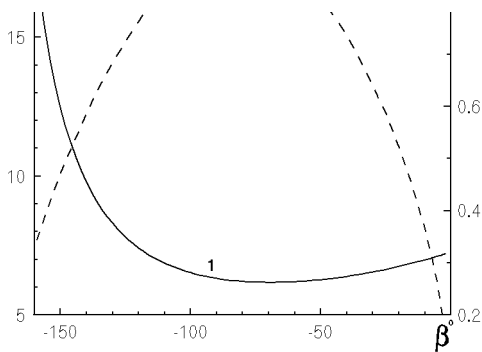


Рис. 9. Залежність циркуляції стоячого вихора Γ_0 (крива 1) та його частоти ω_0 (крива 2) від величини кута β , що характеризує глибину лунки

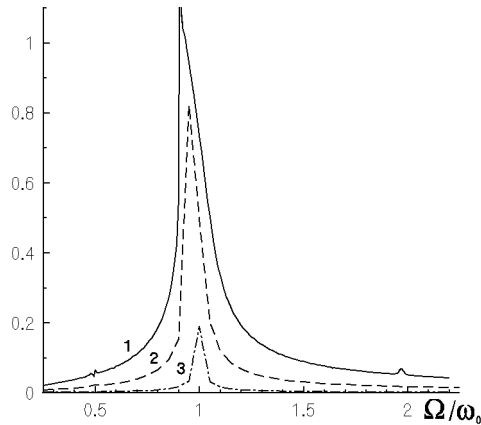


Рис. 10. Залежність максимального відхилення вихора від стаціонарної точки R_{max} від відносної частоти збурень Ω/ω_0 при різних значеннях кута β : 1 – $\beta = -5^\circ$, 2 – $\beta = -30^\circ$, 3 – $\beta = -150^\circ$; $a = 0.01$

стоти ω_0 . Треба підкреслити, що внаслідок виконання умови Кутта–Жуковського, стоячий вихор знижує до нуля інтенсивність вихрових пелен, які утворюються в гострих кромках границі. Складність реалізації такої картини течії пов'язана з наявністю власної частоти ω_0 та високою чутливістю вихора до зовнішніх періодичних резонансних збурень, які майже завжди присутні в реальному потоці. Розрахунки свідчать про те, що вихор в збуреному потоці рухається по досить складним замкнутим траєкторіям навколо стаціонарної точки [16]. Цей рух є багатоперіодичним і характеризується амплітудним відхиленням вихора від положення рівноваги R_{max} . Відзначимо, що при відхиленнях вихора від стаціонарної точки, умова Кутта–Жуковського не виконується. Як

наслідок, в гострих кромках границі будуть генеруватись вихрові пелени, інтенсивність яких пропорційна відхиленню R_{max} . З часом, такі вихрові пелени розпадаються на окремі згустки [10, 20], які істотно турбулізують пристінну течію. Внаслідок цього різко погіршується картина обтікання, що призводить до зростання гідродинамічного опору.

Як і раніше (рис. 4), залежність амплітуди відхилення вихора R_{max} від відношення частоти збурень Ω до власної частоти вихора ω_0 носить резонансний характер (рис. 10, 11). Величина резонансних піків помітно залежить від амплітуди збурень a та глибини лунки h (або кута β). При $a > 0,1$ на резонансній кривій з'являються вторинні піки на частотах близьких до $\omega_0/2$ та $2\omega_0$ (рис. 11), що пояснюється нелінійним характером

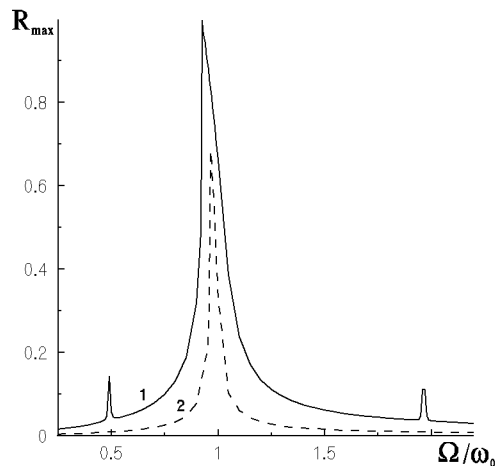


Рис. 11. Вплив інтенсивності збурень на залежність максимального відхилення стоячого вихора в лунці R_{max} від частоти Ω/ω_0 : $\beta = -\pi/6$, $1 - a = 0.02$, $2 - a = 0.005$

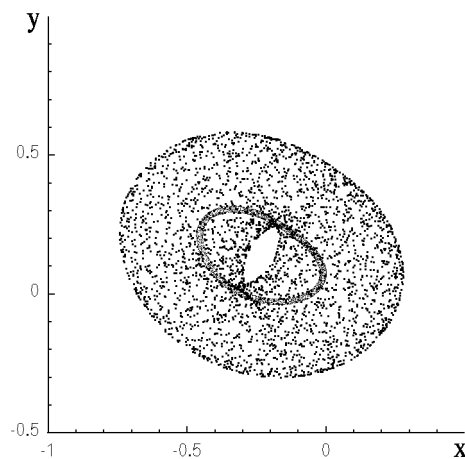


Рис. 12. Перетин Пуанкаре траєкторій руху двох вихорів різної інтенсивності в заглибленні: $\Gamma_1 = \Gamma_0$, $\Gamma_2 = \Gamma_0/25$, $a = 0.01$, $\beta = -\pi/3$

динамічної системи.

Періодичні збурення швидкості пристінної течії призводять також до інтенсифікації процесів перемішування рідини в області заглиблення. Характерною є зміна траєкторій частинок рідини, які розташовані в зовнішній області циркуляційної течії, що генерується стоячим вихором. Якщо збурення відсутні, такі частинки рухаються періодично, а їх траєкторії мають регулярний характер. При наявності малих резонансних збурень, траєкторії частинок істотно ускладнюються і стають нерегулярними. Результати розрахунків для перетину Пуанкаре траєкторій руху частинок рідини та вихора в заглибленні аналогічні показаним на рис. 5. Точки, що відповідають положенням частинки рідини в моменти часу $t_n = n \cdot T$, розташовуються тепер не вдовж замкнутої кривої, а заповнюють неперервним чином певну область течії.

В циркуляційну течію, що генерується вихором Γ_0 , будуть потрапляти також дрібні вихрові структури, які утворюються в пограничному шарі над стінкою перед заглибленням. Як показали розрахунки, малі резонансні збурення приводять до хаотизації руху таких дрібних вихорів. В цьому випадку стає нерегулярним і рух самого вихора Γ_0 . Про це свідчить відповідний перетин Пуанкаре траєкторій стоячого вихора Γ_0 та вихора значно меншої циркуляції в збуреному потоці ($\Omega = \omega_0$), показаний на рис. 12. Перший з вихорів в початковий момент часу розташований в стаціонарній точці $x_{v1} = x_0$, $y_{v1} = y_0$, а другий (дрібний вихор) – поблизу зовнішньої границі циркуляційної течії $x_{v2} = x_0 - 0.3$, $y_{v2} = y_0$.

4. ВИСНОВКИ

Проведені дослідження показали, що структура течії поблизу нерівності границі суттєво залежить від таких її топологічних особливостей, як можливість існування стаціонарних вихорів та тип стаціонарних точок. В околі стійких критичних точок потоку можуть формуватись крупні вихрові утворення (стоячі вихори), які стабілізують течію, запобігаючи формуванню інтенсивних вихрових шарів в гострих кромках границі.

Характерною властивістю стоячих вихорів є наявність власної частоти, внаслідок чого вони вибірково реагують на періодичні збурення зовнішньої течії. Залежність амплітуди відхилень вихора відносно стаціонарного положення від частоти зовнішніх збурень має резонансний характер: амплітуда різко зростає при наближенні частоти збурень до власної частоти вихора.

Малі резонансні збурення потоку поблизу нерівності викликають значну інтенсифікацію перемішування рідини в циркуляційній зоні. Вони сприяють утворенню вихрових структур в околі гострих кромки границі, приводять до хаотизації руху дрібних вихорів і нерегулярних пульсацій циркуляційної течії в цілому.

Одержані результати можуть бути корисними для подальшого розвитку алгоритмів управління пристінними течіями.

1. Белов И.А. Взаимодействие неравномерных потоков с преградами. – М.: Машиностроение, 1983. – 166 с.
2. Белов И.А., Литвинов В.М. Характеристики турбулентного пограничного слоя на продольно обтекаемом цилиндре при наличии препятствия // Труды ЦАГИ. – 1987. – N 6. – С. 21–30.

3. Мхитарян А.М., Лукашук С.А., Трубенюк В.Д., Фриланд В.Я. Влияние вихреобразователей на аэродинамические характеристики крыла и тела вращения // Гидроаэродинамика несущих поверхностей.– К. Наук. думка, 1966.– С. 254–263.
4. Чжен П. Управление отрывом потока.– М.: Мир, 1979.– 552 с.
5. Мигай В.К. Аэродинамическая эффективность прерывистой поверхности // Инженерно-физический журнал.– 1962.– N 4.– С. 20.
6. Мигай В.К. Исследование оребренных диффузоров // Теплоэнергетика.– 1962.– N 10.– С. 55–59.
7. Ringleb F.O. Two-Dimensional Flow with standing Vortexes in Ducts and Diffusers // Trans. of the ASME. J. of Basic Engineering.– 1960.– N 10.– P. 921–927.
8. Aref H. Integrable, chaotic and turbulent vortex motion in two-dimensional flows // Ann. Rev. Fluid Mech.– 1983.– 15.– P. 345–389.
9. Aref H., Kadtke J.B., Zawadzki I. Point vortex dynamics: recent results and open problems // Fluid Dynamics Research.– 1988.– 3.– P. 63–74.
10. Веретенцев А.Н., Гешев П.И., Куйбин П.А., Рудяк В.Я. О развитии метода вихревых частиц применительно к описанию отрывных течений // Ж. выч. математ. и матем. физ.– 1989.– N 6.– С. 878–887.
11. Acton E., Dhanak M.R. The motion and stability of a vortex array above a pulsed surface // Journal of Fluid Mechanics.– 1993.– 247.– P. 231–246.
12. Cortelezzi L. Nonlinear feedback control of the wake past a plate with a suction point on the downstream wall // Journal of Fluid Mechanics.– 1996.– 327.– P. 303–324.
13. Cortelezzi L., Leonard A., Doyle J.C. An example of active circulation control of the unsteady separated flow past a semi-infinite plate // Journal of Fluid Mechanics.– 1994.– 260.– P. 127–154.
14. Салтанов Н.В., Горбань В.А. Вихревые структуры в жидкости: аналитические и численные решения.– К.: Наук. думка, 1993.– 242 с.
15. Горбань В.О., Горбань І.М. Резонансні властивості вихорів за нерівностями границі // Доповіді НАН України.– 1996.– N 2.– С. 44–47.
16. Горбань В.А., Горбань І.Н. Исследование взаимодействия вихрей с неровностями обтекаемой поверхности // Бионика.– 1998.– N 27–28.– С. 109–114.
17. Suh J.K. Periodic motion of a point vortex in a corner subject to a potential flow // Journal of the Physical Society of Japan.– 1993.– 62, N 10.– P. 3441–3445.
18. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику.– М.: Наука, 1988.– 366 с.
19. Perry A.E., Chong M.S. A description of eddying motions and flow patterns using critical - point concept // Ann. Rev. Fluid Mech.– 1987.– 19.– P. 125–155.
20. Gorban V., Gorban I. Dynamics of vortices in near-wall flows: eigenfrequencies, resonant properties, algorithms of control // AGARD Report.– 1998.– N 827.– P. 15-1–15-11.