УДК 519.876.5:62-192

Е. И. Сукач
УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины»
ул. Советская, 104, 246019 Гомель, Республика Беларусь

Анализ надежности механических систем с использованием метода вероятностно-алгебраического моделирования

Описан подход к исследованию характеристик надежности механических систем, учитывающий вероятностную природу накопления повреждений компонентами системы и статистический характер взаимного влияния повреждений в процессе эксплуатации системы. Предложен метод вероятностно-алгебраического моделирования характеристик надежности функционально-сложных систем по характеристикам надежности составляющих их компонентов.

Ключевые слова: *надежность механических систем, износ, логико-вероятностное моделирование, имитационное моделирование.*

Введение

Реальные механические системы (машины, агрегаты) включают набор компонентов, безотказная работа которых обеспечивает надежность функционирования системы в целом. В процессе эксплуатации механических систем обнаруживается множество опасных зон, которые подвергаются одной и той же системе нагрузок. В этих зонах начинают накапливаться повреждения, приводящие к нарушению функционирования системы, а в предельном случае — к отказу.

Для оценки уровня повреждений в механических системах используются натурные испытания. Испытания, проводимые на уникальных стендах в лабораторных условиях, позволяют выявлять закономерности накопления повреждений еще на стадии проектирования систем. Полученные экспериментально данные накапливаются, обрабатываются статистическими методами и позволяют установить характеристики системы и определить режим ее безотказного функционирования. Однако трудоемкость и стоимость таких испытаний весьма велика. К тому же они обладают одним серьезным техническим недостатком: при выходе из строя любого узла или детали машины испытания останавливаются на время анализа причин поломки, принятия решения и восстановления работоспособности. В силу этого коэффициент использования стенда для полнокомплектных испытаний существенно снижается. Поэтому полнокомплектные испытания в обязательном порядке дополняются испытаниями узлов систем, проводимыми на автономных стендах. Все это ведет как к удорожанию испытаний, так и к увеличению сроков их проведения. В результате время, потраченное на создание и доработку механической системы по критерию надежности, растет.

Стендовые испытания узлов и агрегатов обнаруживают, в свою очередь, еще один существенный недостаток: результаты испытаний имеют ограниченное значение, они относятся лишь к тем типоразмерам объекта, которые предусмотрено испытывать на данном стенде. Если появляются иные типоразмеры объекта, надо строить новый стенд со всеми вытекающими последствиями.

Разработаны теоретические методы, позволяющие оценить характеристики износа механических систем. Процессы трения и износа механических систем исследуются методами, составляющими научную дисциплину трибологию. Они позволяют определить некоторые закономерности процессов износа в механических системах при различных условиях контактного взаимодействия их компонентов. Проблемы динамики, прочности и устойчивости механических систем решаются с использованием методов усталостного разрушения. Эти методы имеют особое практическое значение для современного машиностроения и позволяют построить аналитические зависимости, отражающие механику усталостного разрушения систем в различных условиях циклического нагружения. Рассмотрение процесса накопления повреждений независимо от их механической природы для простых механических систем (отдельных компонентов систем) реализуется вероятностными моделями, основанными на Марковских процессах [1].

Системное решение задач надежности механических систем по важнейшим критериям работоспособности должно быть основано на трибофатическом подходе, позволяющем одновременно учесть механику контактного взаимодействия и механику деформирования и разрушения [2]. При определении характеристик безотказной работы систем необходимо учитывать изменения, происходящие с каждым из их компонентов, взаимное влияние компонентов и их влияние на систему. Зачастую, такая система, рассматриваемая в целом, будет работать надежно, несмотря на уровень накопленных повреждений ее компонентов. А в некоторых случаях показатели ее работоспособности могут повыситься в процессе приработки компонентов. Таким образом, имеем достаточно сложный объект для изучения, который требует разработки новых подходов к исследованию его характеристик. Причем они должны обеспечивать достаточно достоверный прогноз рабочих характеристик реальных механических систем в условиях близких к эксплуатационным. В этой связи практически полезной представляется идея моделирования механических систем.

Для исследования вероятностных характеристик надежности механических систем предлагается использовать вероятностно-алгебраическое моделирование (ВАЛМ), основанное на сочетании статического моделирования, отображающего процессы взаимного влияния характеристик надежности выделенных элементов системы, и динамического моделирования, позволяющего оценить временную эволюцию отдельных элементов и всей системы в целом [3].

Формализация процесса накопления повреждений механическими системами

Объектом исследования являются механические системы, подвергающиеся рабочей повторно-переменной нагрузке, в процессе которой возникает силовое взаимодействие компонентов систем. Такие механические системы называют силовыми [2]. Примерами силовых систем могут служить наиболее ответственные и массовые узлы современных машин и оборудования. Процесс циклического нагружения систем сопровождается процессами накопления повреждений их компонентами.

Силовые системы имеют ту особенность, что в них обнаруживаются взаимодействующие повреждения — они обусловлены различными видами нагрузок, но возникают и развиваются в одной и той же области ее деформируемых компонентов, именно — в окрестности площадки контакта. В процессе циклического функционирования силовой системы они достигают предельного состояния по одному или одновременно нескольким признакам: износ предельной величины; критические размеры или критическая концентрация малых поверхностных усталостных трещин; остаточная деформация недопустимой величины; образование поверхностных волнообразных повреждений; магистральная трещина недопустимой длины или площади; разрушение компонентов.

В общем случае процесс комплексного повреждения и разрушения компонентов силовой системы представляет собой результат диалектического взаимодействия отдельных повреждающих явлений — механической усталости, трения и изнашивания, эрозии, коррозии и т.д.

Процесс деградации силовой системы определяется процессами деградации ее компонентов и взаимным влиянием этих процессов на систему в целом. При этом механическая система представляется совокупностью элементарных компонентов системы $K = \{K_i\}, i = \overline{1,m}$. Надежность ее характеризуется численными значениями совокупности параметров, которые изменяются в процессе функционирования системы и задают множество состояний надежности системы $S = \{S_j\}, j = \overline{1,n}$. Число состояний определяется в процессе натурных экспериментов и определяет промежуточные уровни накопления повреждений. Число состояний компонентов и число состояний системы могут, как совпадать, так и отличаться, что будет соответствовать приобретению системой некоторых новых свойств, которые не характерны для ее отдельных компонентов.

Предполагается, что система функционирует циклически и за некоторый интервал времени выполняет некоторую функцию, которая обеспечивается работой всех компонентов системы. Нагрузка, возникающая в процессе выполнения этой функции, может сохраняться при постоянных циклах нагружения системы или изменяться на некоторую величину в силу происходящих изменений в моделируемой системе.

В режиме циклического нагружения механической системы ее компоненты K_i претерпевают изменения. Эти изменения определяются начальными состояниями компонентов, режимом функционирования и параметрами окружающей среды. Поэтому переход компонента из состояния в состояние, описывающий процесс накопления повреждений, является случайным динамическим процессом. Он описывается вероятностной моделью накопления повреждений [1], представляющей собой цепь Маркова.

В каждый момент времени компонент может находиться в одном из состояний $S = \{S_j\}, j = \overline{1,n}$, с определенной вероятностью, и вероятность перехода из состояния S_j в соседние зависит только от самого состояния и времени (в случае неоднородной цепи). Свойство марковости хорошо согласуется с положением классической механики о том, что будущее состояние исследуемого образца (компонента) зависит только от его состояния в данный момент времени и не зависит от предыдущей истории. Каждое из состояний характеризует степень накопления повреждений, включая состояние отказа (S_n). Структурная схема модели деградации компонента системы представлена на рис. 1.

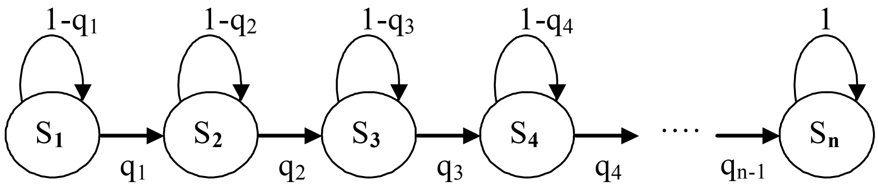


Рис. 1. Марковский граф процесса деградации компонента системы

В том случае, когда начальные состояния компонентов не обнаруживают существенного разброса, их вероятности описываются вектором $P^{i0} = (1,0,...,0)$. В общем случае предполагаются произвольные значения начальных векторов вероятностей состояний компонентов системы:

$$P^{i0} = (p_1^{i0}, p_2^{i0}, ..., p_n^{i0}), \sum_{j=1}^{n} p_j^{i0} = 1.$$

Вероятности перехода компонентов K_i из состояния в состояние задаются матрицами переходов Q_i размерности $n \times n$. Вероятности нахождения компонентов K_i в каждом из состояний в момент времени $t = \overline{1,T}$ определяются векторами

$$P^{it} = (p_1^{it}, p_2^{it}, ..., p_n^{it}), \sum_{j=1}^{n} p_j^{it} = 1,$$

которые формируются в процессе моделирования.

Связи между компонентами механической системы, как правило, трудноформализуемы, поскольку они отражают сложные физические процессы, протекающие в системе. Предполагается, что они задаются функциями, которые могут быть как детерминированными, так и вероятностными. В случае детерминированных функций состояния системы однозначно определяются состояниями ее исходных компонентов. При случайном характере взаимодействия компонентов используются вероятностные функции, позволяющие по установившимся состояниям исходных компонентов определить вектор возможных состояний системы. Выделенные элементарные компоненты системы $K = \{K_i\}, i = \overline{1, m}$, и функциональные связи между ними $F = \{F_j\}, j = \overline{1, z}$, являются элементами, задающими структуру графа исследуемой системы (рис. 2).

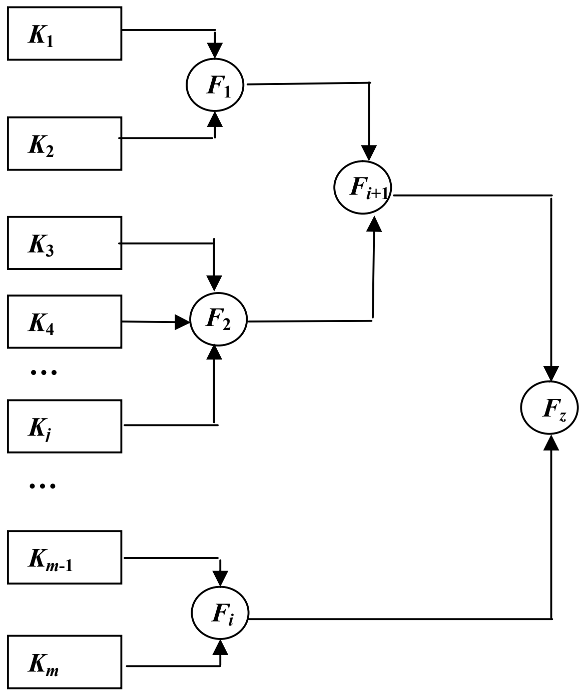


Рис. 2. Графическое представление связей между компонентами системы

В процессе моделирования формируются вектора вероятностей состояний надежности исследуемой системы

$$P^{st} = (p_1^{st}, p_2^{st}, ..., p_n^{st}), \sum_{j=1}^{n} p_j^{st} = 1,$$

которые однозначно определяются векторами вероятностей состояний компонентов системы в соответствии с графовой формой модели.

Таким образом, разбиение исследуемой механической системы на взаимосвязанные компоненты (детали) и установление функциональных связей между этими компонентами обеспечивает формальное описание системы с целью последующего моделирования. Вероятностные характеристики надежности компонентов системы являются параметрами расчетных вероятностно-алгебраических моделей исследуемой системы. Полученные в результате моделирования вероятностные характеристики надежности системы являются откликами моделирования.

Метод вероятностно-алгебраического моделирования характеристик надежности сложных систем

Метод основан на решении задачи декомпозиции исследуемой системы, разработке моделей, адекватных структуре, и особенностям функционирования выделенных при декомпозиции частей, объединении полученных моделей частей системы и рассчитанных показателей надежности в общесистемные модель и показатели. Он реализуется выполнением четырех этапов, которые имеют следующее содержание.

Этап 1. Первичное вероятностно-алгебраическое моделирование. На этом этапе осуществляется полная формализованная постановка задачи ВАЛМ, которая включает три взаимосвязанных части.

1. На основе выделенной совокупности элементарных компонентов системы $K = \{K_i\}$ и функциональных отношений между ними $F = \{F_j\}$ разрабатывается графическая схема $G(F,K)$ исследуемой системы. Здесь F обозначает множество вершин (детерминированные/вероятностные, бинарные/n-арные функции [4]), определяющих связи между компонентами системы, K — множество ребер, соответствующих компонентам исследуемой системы и промежуточным результатам моделирования. Графическая схема представляет собой аналитически точное и строго формализованное отображение знаний о том, какие компоненты включает система, и какие отношения между ними возникают в процессе ее функционирования.

2. На основе анализа эмпирических данных определяются параметры матриц переходов Q_i, характеризующих процессы накопления повреждений отдельными компонентами. Реализуется первичное вероятностное моделирование, целью которого является определение динамического изменения значений векторов вероятностей

$$P^{it} = (p_1^{it}, p_2^{it}, ..., p_n^{it}), \sum_{j=1}^{n} p_j^{it} = 1,$$

свидетельствующих о надежности компонентов.

3. С учетом целей исследования задается критерий успешности функционирования системы, который определяет допустимые границы изменения контролируемых параметров системы, определяющих состояния надежности системы.

Этап 2. Построение алгебраической модели, определяющей процесс функционирования системы. На этом этапе на основе графической схемы исследуемой системы $G(F,K)$, с использованием множества функций строится композиция элементарных устройств модели, соответствующих выделенным компонентам системы. Композиция элементарных устройств отражает схему взаимодействия компонентов, характеризующих надежность системы.

Полагаем, что устройство Y_3 является композицией устройств Y_1 и Y_2, $Y_3 = Y_1 * Y_2$, если задано отображение F, однозначно определяющее состояние S_k устройства Y_3 по состояниям S_i и S_j исходных устройств Y_1 и Y_2, где $k = F(i, j)$.

При этом отображение F однозначно определяет вероятности состояний результирующего устройства по вероятностям состояний исходных устройств:

$$P_k^3 = \sum_{k=F(i,j)} P_i^1 \cdot P_j^2 \,. \tag{1}$$

На основе композиции элементарных устройств модели $Z = Y_1 * Y_2 * ... * Y_m$ с учетом введенных функций, отражающих отношения между компонентами системы, определяется последовательность алгебраических преобразований, учитывающая структуру вложенности введенных операций. В символьном виде алгебраическая модель записывается следующим образом:

$$F_1(F_2(Y_1, Y_2, F_3(Y_3, Y_5), ..., F_z(Y_{m-1}, Y_m)), \tag{2}$$

где $F = \left\{F_j\right\}, j = \overline{1, z}$ — множество функций, определяющих отношения между элементарными устройствами модели $\{Y_i, i = \overline{1, m}\}$. Аргументами функций, описывающих взаимодействие компонентов являются состояния компонентов, вероятностные значения которых задаются векторами вероятностей $\{P^i, i = \overline{1, n}\}$. В качестве функций, описывающих алгебраическую модель системы, могут быть использованы как детерминированные функции, такие как максимум, минимум, разность, сумма, различные схемы *k*/*n* и другие, так и вероятностные функции, позволяющие отразить неопределенность результата взаимодействия компонентов системы.

Построенная в символьном виде алгебраическая модель системы, определяющая связи между элементарными устройствами модели, однозначно определяет вектор вероятностей состояний исследуемой системы в целом.

Этап 3. Реализация расчетной вероятностной модели системы. На этом этапе осуществляется преобразование алгебраической модели в вероятностную форму, позволяющую непосредственно выполнить расчеты вероятностных показателей надежности исследуемой системы $P^{st} = P(\{P^i, P^j, Z\}, i, j = \overline{1, m})$.

Вероятностная модель реализуется путем последовательной свертки векторов вероятностей устройств модели с учетом уровня вложенности функций и коэффициентов вероятностно-алгебраического моделирования.

Композиция элементарных устройств модели $Z = Y_i * Y_j$ определяет алгебраическую модель вида $F(Y_i, Y_j)$, вероятностная модель которой позволяет вычислить элементы результирующего вектора вероятностей P^s системы Z по формуле:

$$p_k^s = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} a_{ijk}\, p_i^1 p_j^2 \,, \quad \text{где } i, j, k = \overline{1, n} \,. \tag{3}$$

Коэффициенты a_{ijk} называются коэффициентами вероятностно-алгебраического моделирования. Они задаются с учетом функции, определяющей отношения между устройствами алгебраической модели, и удовлетворяют следующим требованиям:

$$\forall i, j, k\,,\ \ a_{ijk} \geq 0 \ \text{ и } \sum_{k=1}^{n} a_{ijk} = 1\,. \tag{4}$$

Если отношение между устройствами модели определяется детерминированной функцией, коэффициенты вероятностно-алгебраического моделирования определяются следующим образом:

$$\begin{cases} a_{ijk} = 1, & \text{если} \quad k = F(i, j), \\ a_{ijk} = 0, & \text{если} \quad k \neq F\,(i, j). \end{cases} \tag{5}$$

Этап 4. Выполнение расчетов вероятностных характеристик системы. На заключительном этапе с использованием вероятностной расчетной модели вычисляются показатели, необходимые для решения различных задач системного анализа надежности исследуемых систем. Результаты расчетов могут быть использованы для оценки вероятностных свойств системы, сравнения и выбора вариантов ее структуры, проектирования систем, обеспечивающих заданный уровень надежности.

Теоретическая основа метода вероятностно-алгебраического моделирования

Операция (*), определенная на множестве векторов $P = \{P^i\}$, порождает алгебру A*, то есть для любых P^1 и P^2 выполняется $P^3 = P^1 * P^2$, и для операции * справедливы свойства дистрибутивности:

$$P^1 * (\alpha \cdot P^2 + \beta \cdot P^3) = \alpha \cdot P^1 * P^2 + \beta \cdot P^1 * P^3\,,$$
$$(\alpha \cdot P^2 + \beta \cdot P^3) * P^1 = \alpha \cdot P^2 * P^1 + \beta \cdot P^3 * P^1,$$

где α и β — вещественные числа; $P^1, P^2, P^3 \in R^n$.

Алгебра задается структурными коэффициентами a_{ijk}, для которых выполняются условия (4).

Векторы вероятностей $\sigma^1 = (1,0,...,0)$, $\sigma^2 = (0,1,...,0)$, $\sigma^n = (0,0,...,1)$, описывающие детерминированные состояния компонентов, являются базисными элементами алгебры. Произведение базисных векторов $\sigma^i * \sigma^j = \sigma^k$ есть базисный вектор, где $k = F(i, j)$. При этом операция, порождающая алгебру, является детерминированной и задается функцией $F(i, j)$. Структурные коэффициенты такой алгебры определяются по формуле (5).

Алгебру, которая задается структурными коэффициентами a_{ijk}, удовлетворяющими условию (4), будем называть стохастической, поскольку элементами ее представлений являются стохастические матрицы. Структурные коэффициенты стохастической алгебры являются произвольными положительными величинами, удовлетворяющими условию (4). При этом умножению базисных векторов соответствует некоторый вектор $P^k \in R^n$, то есть $\sigma^i * \sigma^j = P^k$. На практике это соответствует случаю, когда детерминированные состояния элементарных компонентов приводят к недетерминированному состоянию системы. Алгебра А*, порожденная детерминированной операцией *, является частным случаем стохастической алгебры и имеет следующие свойства.

Свойство 1. Если функция F коммутативна, то алгебра А* является коммутативной, то есть для любых двух ее элементов P^1 и P^2 выполняется $P^1 * P^2 = P^2 * P^1$.

Свойство 2. Если функция F ассоциативна, то алгебра А* является ассоциативной, то есть для любых трех ее элементов P^1, P^2 и P^3 выполняется $P^1 * (P^2 * P^3) = (P^1 * P^2) * P^3$.

Свойство 3. *Е*сли компоненты векторов P^1 и P^2 являются положительными и нормированными, то и вектор $P^3 = P^1 * P^2$ также обладает этими свойствами, то есть

$$\forall k = \overline{1,n}, \;\; p_k^3 \ge 0 \;\text{ и }\; \sum_{k=1}^{n} p_k^3 = 1 .$$

Общим свойством стохастических алгебр является их связь с цепями Маркова, позволяющая сделать выводы об изменении состояний исследуемых систем с учетом введенных операций и свойств этих операций.

Пусть вектора P^1 и P^2 определяют вероятности состояний компонентов K_1 и K_2 соответственно, а вектор P^3 определяет вероятности состояний системы, включающей компоненты K_1 и K_2, взаимодействующие в соответствии с операцией *, порождающей стохастическую алгебру А*. Тогда умножение структурных коэффициентов стохастической алгебры a_{ijk} на компоненты вектора P^1 дает матрицу $M_1 = \| m_{1jk} \|$, на компоненты вектора P^2 — матрицу $M_2 = \| m_{2jk} \|$, а на компоненты вектора P^3 — матрицу $M_3 = \| m_{3ij} \|$, где

$$m_{1jk} = \sum_{i=1}^{n} a_{ijk} p_i^1 \,, \; m_{2ik} = \sum_{j=1}^{n} a_{ijk} p_j^2 \,, \; m_{3ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ijk} p_k^3 \,.$$

Очевидно, эти матрицы будут стохастическими, описывающими некоторый случайный процесс, который представляется цепью Маркова. Вид их будет определяться операцией, порождающей алгебру.

Свойство 4. Для ассоциативной алгебры А*, порожденной операцией *, и любых векторов P^1, P^2, P^3, которым соответствуют стохастические матрицы M_1, M_2 и M_3, где $P^3 = P^1 * P^2$, выполняется равенство $M_3 = M_1 \cdot M_2$, причем

M_3 является стохастической матрицей такой же структуры, что и матрицы M_1 и M_2.

Так, например, стохастические матрицы (представления алгебры), полученные для стохастической алгебры A∧, порожденной операцией $F(i,j)=\max(i,j)$, имеют вид верхней треугольной матрицы, компоненты которой структурно связаны с вектором вероятностей состояний исходного компонента $P=(p_1,p_2,...,p_n)$:

$$\begin{pmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & \cdots & p_{n-1} & p_n \\ 0 & p_1+p_2 & p_3 & p_4 & \cdots & p_{n-1} & p_n \\ 0 & 0 & p_1+p_2+p_3 & p_4 & \cdots & p_{n-1} & p_n \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Для алгебры A⊕, порожденной операцией $F(i,j)=\min(i+j-1,n)$ стохастические матрицы также связаны с вектором вероятностей состояний исходного компонента $P=(p_1,p_2,...,p_n)$. Они имеют вид:

$$\begin{pmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & \cdots & p_{n-1} & p_n \\ 0 & p_1 & p_2 & p_3 & \cdots & p_{n-2} & p_{n-1}+p_n \\ 0 & 0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{n-3} & p_{n-2}+p_{n-1}+p_n \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

В том случае, если для стохастической алгебры, структурные коэффициенты которой являются коэффициентами вероятностно-алгебраического моделирования, выполняется свойство 4, метод моделирования позволяет решать не только прямые задачи, связанные с определением динамически изменяющихся векторов вероятностей состояний системы по векторам вероятностей состояний исходных компонентов системы, но и обратные задачи, а именно: определения векторов вероятностей состояний компонентов по результирующим данным.

Пример определения вероятностных характеристик надежности механической системы

В соответствии с изложенным методом проведем анализ надежности силовой системы, включающей два компонента K_1 и K_2. В процессе функционирования системы каждый из компонентов подвергается кумулятивным повреждениям, то есть необратимому накоплению механических повреждений при циклических воздействиях двух видов нагрузок: статической контактной нагрузки и циклического изгибающего момента, который является внеконтактной нагрузкой. В течение времени эксплуатации системы повреждения начинают накапливаться и постепенно превышают нижнюю границу пределов износа, что неизбежно приводит к уменьшению надежности компонентов и в конечном итоге к их отказу. Наличие функциональной связи между этими компонентами делает систему сложной и отличает ее от простого набора частей.

Между компонентами системы имеет место силовое взаимодействие, обусловленное одновременным и совместным действием различных видов нагрузки. При совмещении циклического изгиба и трения повреждающие изменения накладываются и взаимодействуют. Это приводит к формированию комплексных повреждений системы, объем которых зависит от величины повреждений составных частей системы, а величина определяется некоторой функцией взаимодействия:

$$F_{vp} = F(SK_1, SK_2),$$

где SK_1 — уровень повреждений компонента K_1; SK_2 — уровень повреждений компонента K_2. При оценке надежности системы должны быть учтены как сами нагрузки, так и их взаимодействие.

Рассмотрение в отдельности процессов износа компонентов силовой системы приведет к идеализации условий функционирования исследуемого объекта. Поэтому при моделировании силовой системы в целом учитывается сложный процесс, включающий накопление повреждений компонентами и процесс их взаимного влияния.

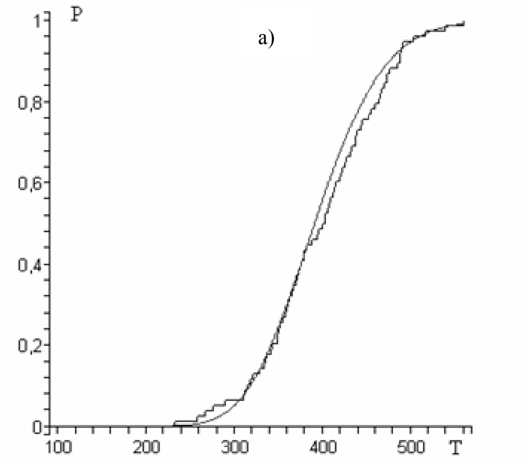
Компоненты характеризуется множеством состояний, соответствующих определенному уровню износа. Рассматривается следующее множество состояний компонентов $S = \left\{S_j\right\}, j = \overline{1,10}$, которые отражают степень накопления повреждения и имеют вероятностную природу. Предельное значение повреждения компонентов с учетом влияния процессов трения и разрушения при действии контактного давления, которое возникает в результате циклических напряжений, определяет состояние S_{10}. Когда предельные значения повреждений достигаются в одной или нескольких точках исследуемых компонентов, они переходят в состояние S_{10} и считаются «отказавшими».

Векторы вероятностей, характеризующие начальное состояние компонентов, имеют вид $P^{i0} = (1,0,...,0), i = 1,2.$ Для описания деградации компонентов в процессе эксплуатации системы использовался вид модели, представленной на рис. 1, с указанным числом состояний. Параметры моделей (значения матриц Q_i) были рассчитаны по выборочным функциям, отражающим траектории изменения состояний компонентов, полученным в ходе испытаний компонентов.

На рис. 3,а и 3,б представлены зависимости вероятностей отказа компонентов K_1 и K_2 соответственно от количества циклов нагружения, полученные экспериментально и с использованием моделирования.

В процессе функционирования системы в результате износа взаимодействующих компонентов происходит деградация всей системы, которая также описывается множеством состояний $S = \left\{S_j\right\}, j = \overline{1,10}$. Предполагается, что состояние системы S_k определяется состояниями S_i и S_j компонентов в соответствии с функцией $k = F(i, j)$.

В процессе экспериментов с моделью были рассмотрены три варианта взаимодействия компонентов системы, которые описывались соответственно функциями $F_1(i, j)$, $F_2(i, j)$, $F_3(i, j)$.



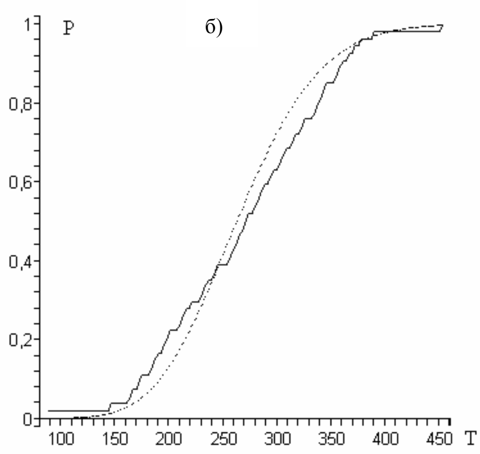


Рис. 3. Зависимости вероятностей отказа компонентов от количества циклов нагружения: а) полученные экспериментально; б) с использованием моделирования

На рис. 4 представлены графики вероятностей отказа системы в зависимости от количества циклов нагружения при различных функциях взаимодействия компонентов системы.

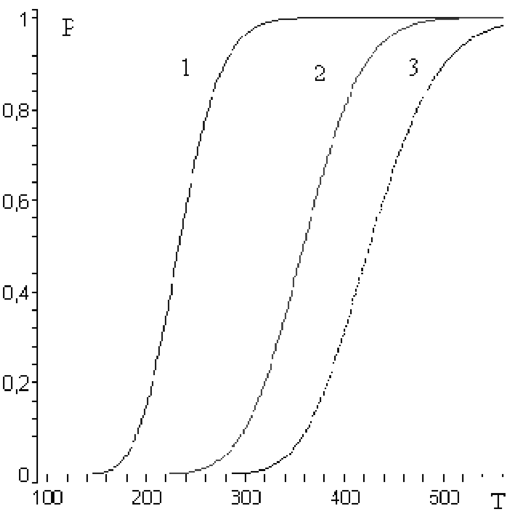


Рис. 4. Графики вероятностей отказа системы в зависимости от количества циклов нагружения при различных функциях взаимодействия компонентов системы: 1 — $F_3(i,j) = \min(i + j - 1, n)$; 2 — $F_1(i,j) = \max(i,j)$; 3 — $F_2(i,j) = \min(i,j)$

Функция $F_1(i,j) = \max(i,j)$ представляет вариант взаимодействия компонентов, при котором отказ системы определяется отказом одного из них, а ее состояние определяется состоянием наименее надежного компонента. Функция $F_1(i, j)$ задает операцию $\wedge$ и позволяет определить структурные коэффициенты алгебры $A\wedge$.

Функция $F_2(i, j) = \min(i, j)$ соответствует варианту взаимодействия компонентов, когда отказ системы происходит в результате отказа двух компонентов, и ее состояние определяется состоянием наиболее надежного компонента. Функция $F_2(i, j)$ задает операцию $\vee$ и позволяет определить структурные коэффициенты алгебры $A\vee$.

Функция $F_3(i, j) = \min(i + j - 1, n)$ описывает случай, в котором отказ системы определяется суммой повреждений компонентов системы. Функция $F_3(i, j)$ задает операцию $\oplus$ и определяет структурные коэффициенты алгебры $A\oplus$.

Вероятностный характер происходящих изменений в компонентах системы обуславливает вероятностный характер изменений параметров всей системы. Для сохранения приемлемой надежности всей системы анализируются изменения, происходящие с отдельными компонентами, оценивается их влияние на всю систему и выдаются рекомендации по замене отказавших компонентов. При этом вероятностно-алгебраическое моделирование позволяет не только точно описать экспериментальные данные процессов износа функционально-сложных систем с учетом изменяющейся нагрузки, но и прогнозировать поведение этих систем для предполагаемых данных.

Заключение

Сравнительно простой и достаточно эффективный аппарат вероятностно-алгебраического моделирования характеристик надежности механических систем позволяет получить наглядное представление о процессе изменения состояний системы, определяющих уровень ее износа. При этом могут быть решены задачи проектирования компонентов, определяющие необходимый уровень надежности системы, а также задачи оптимизации параметров компонентов в процессе эксплуатации действующих механических систем.

1. *Богданофф Дж.* Вероятностные модели накопления повреждений / Дж. Богданофф, Ф. Козин. — М.: Мир, 1989 — 341 с.

2. *Сосновский Л.А.* Основы трибофатики / Л.А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2003. — Т. 1. — 242 с.

3. *Сукач Е.И.* Расширение метода логико-вероятностного моделирования сложных систем / Е.И. Сукач, Д.В. Ратобыльская, В.Н. Кулага // Моделирование и анализ безопасности и риска в сложных системах: труды Международной научной школы МАБР. — 2009, 7–11 июля, 2009 г. — Санкт-Петербург: ГУАП-2009. — С. 471–476.

4. *Сукач Е.И.* Вероятностно-алгебраический метод моделирования сложных систем/ Е.И. Сукач, Д.В. Ратобыльская, В.Н. Кулага // Материалы научно-практической конференции «Имитационное моделирование. Теория и практика. ИММОД-2009», Санкт-Петербург, 21–23 октября 2009 г. — Санкт-Петербург. — 2009. — Т. 1. — С. 187–191.

Поступила в редакцию 17.03.2010