

УДК 004.722

**А. С. Краевой, Ю. А. Тимошенко**

ННК «Институт прикладного системного анализа» НТУУ «КПИ»

просп. Победы, 37, 03056 Киев, Украина

e-mail: iasa@akraievoy.org

## **Алгоритм комбинаторной оптимизации структуры логических связей децентрализованной системы**

*Предложена формальная математическая модель задачи оптимизации структуры логических связей децентрализованной системы. Показано, что оптимизация позволяет получить структуры, эффективные с точки зрения затрат на реализацию логических операций в заданном сетевом окружении. Рассмотрены типичные ограничения, позволяющие гарантировать масштабируемость и высокие показатели устойчивости системы при неоднородной нагрузке. Проведена оценка сложности задачи и предложен генетический алгоритм нахождения приближенного решения.*

**Ключевые слова:** децентрализованные вычислительные системы, оверлейная сеть, спектральная теория графов, квазиоднородные сети, Лапласиан графа, генетический алгоритм.

### **Введение**

Задачи повышения производительности вычислительных систем (ВС) при решении различных задач обработки данных всегда относились к числу основных. Ранее типичные решения по повышению быстродействия и организации вычислений ВС были связаны с укрупнением и усложнением конструктивных компонент сосредоточенных систем: повышением рабочих частот аппаратной логики, расширением объемов обрабатываемых и хранимых данных, использованием уникальных технологий микроэлектроники. В последнее время рекорды по производительности стали демонстрировать системы, объединяющие территориально и организационно распределенные ВС. Актуальность приобрели организация вычислений и обработка данных в различных сетевых (grid-системы), одноранговых (peer-to-peer) и «облачных» (cloud computing) технологиях.

Следовательно, горизонтальное масштабирование, заключающееся в объединении вычислительных компонент, управляемых различными операционными системами, является важным и актуальным подходом в обеспечении высокой производительности. С точки зрения структуры ВС, горизонтальное масштабирование

© А. С. Краевой, Ю. А. Тимошенко

подразумевает переход от централизованных архитектур к распределенным, и в дальнейшем к децентрализованным. Необходимо отметить, что использование децентрализованных архитектур обусловлено значительным усложнением (в виду большого числа компонент) централизованного сопровождения полной информации о структуре системы [1].

В обобщенных архитектурах таких децентрализованных вычислительных систем (ДВС) структура логических взаимодействий компонент весьма динамична, слабо зависит от существующей сетевой среды и значительно влияет на устойчивость и производительность работы системы. Следовательно, такие логические структуры часто представляют собой актуальный и самостоятельный предмет исследования и оптимизации. В частности, известны стратегии детализации перегруженных участков логической структуры [2]. В [3] рассмотрен способ адаптации логической структуры к зависимостям хранимых данных, в [4] предложена обобщенная стратегия балансирования нагрузки в ДВС с динамической структурой. Указанные исследования основываются на рассмотрении некоторой сети логических взаимодействий в ДВС [5] и предполагают разработку децентрализованных стратегий ее оптимизации, что и составляет объект рассмотрения данной работы.

### Квазиоднородные сетевые структуры

В дальнейшем для оптимизации структуры логических взаимодействий ДВС будем использовать соответствующие представления на графах. При заданной средней степени связности графов известен ряд методов построения, которые позволяют ограничить сверху следующие величины:

— **число блокировок** при коммутации соединений между выделенными множествами запрашивающих и обслуживающих вершин, при этом вершины из указанных множеств соединяются произвольно [6];

— **отношение размера** максимальной из несвязных компонент к размеру сечения по ребрам (получаемых удалением сечения) [7];

— **количество шагов**, необходимых для доставки сообщений между произвольно назначенными парами верши (на каждом шаге каждая вершина проводит обмен только с одной инцидентной вершиной) [8].

Минимизация этих показателей на больших размерах сети статистически эквивалентна однородности структуры сети: малому отклонению степеней связности, отсутствию коротких циклов, максимизации размера окрестности произвольного подграфа сети. Сети с максимальными возможными свойствами однородности называются сетями-расширителями и используются для построения эффективных и устойчивых сетевых структур в телекоммуникациях, алгоритмах статистического поиска и многих других областях вероятностных вычислений [9, 10].

Весьма интересен вопрос использования свойств квазиоднородности и сетей-расширителей в контексте оптимизации структуры логических взаимодействий децентрализованной системы. Отметим, что существующие исследования в основном сосредоточены на эффективных построениях неориентированных сетей с взаимозаменяемыми узлами. В представленной работе рассматриваются некоторые модификации стандартных методов для генерации эффективных структур ло-

гических взаимодействий в ДВС.

## Спектральные представления свойства квазиоднородности

Проверка большинства указанных выше свойств требует значительного (экспоненциального от размера сети) времени для их вычисления. Поэтому в работе для этой цели предлагается использовать другое эквивалентное квазиоднородности свойство, а именно — величину второго значения в спектре собственных чисел матрицы Лапласа (упорядоченном по возрастанию), которая соответствует структуре связности сети [11]. Такая оценка не требует вычисления полного спектра, вычисляется за полиномиальное время от размера сети и позволяет ограничить сверху все перечисленные выше свойства.

В [11] приведен ряд основных свойств используемого упорядоченного спектра, в частности:

- сумма всех собственных чисел равна количеству вершин сети;
- количество изолированных компонент графа равно кратности первого собственного числа, которое равно 0;
- сеть связна, если и только если второе собственное число положительно.

Исходя из указанных свойств, легко установить, что все элементы спектра находятся в пределах  $[0-2]$ . При увеличении второго собственного числа повышаются численные оценки других свойств квазиоднородности сети [11]. Второе собственное число позволяет оценить связность сети, обнаружить ее минимальное сечение и оценить многие свойства однородности.

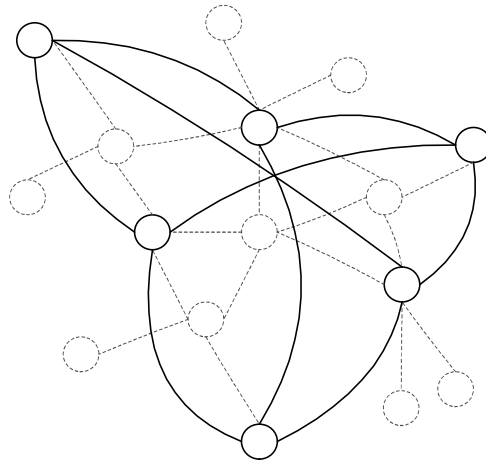
## Постановка задачи

В дальнейшем для произвольной пары узлов под запросами в сетевой среде будем понимать вызовы удаленных процедур прикладного уровня, заданных через среднее количество запросов на интервал времени. Под затратами понимаются те или иные оценки сложности ретрансляции сообщений-вызовов. Наиболее очевидной такой аппроксимацией является количество ретрансляций в сетевой среде, необходимых для передачи сообщения по логическому каналу.

Упрощенно рассматриваемую задачу можно сформулировать следующим образом: на некотором множестве узлов-компонент ДВС заданы оценки запросов и затрат на ретрансляцию сообщений между ними. Заданы пороговые значения плотности (средней степени связности), диаметра сети логических связей и второго собственного значения матрицы Лапласа. Необходимо построить такую структуру логических связей между узлами ДВС, которая позволяет минимизировать суммарные затраты на передачу запросов.

На рисунке показан пример структуры физической сети, в котором шесть выделенных узлов поддерживают некоторую ДВС. Выделенные ребра представляют собой логические каналы, передача сообщений по которым реализуется через коммутацию пакетов в физической сети. В данном случае логическая структура представляет собой однородную 3-регулярную сеть с минимальной длиной цикла равной 4. При этом отметим, что логическая структура в целом эффективно использует физические каналы связи: передача по логическому каналу требует мало-

го количества коммутаций пакетов.



Пример физической среды и структуры логических связей

Возможным развитием подобной оптимизационной модели является задача улучшения чувствительности к неравномерности нагрузок на логические связи (получаемых имитацией алгоритма ретрансляции и распределения запросов). Такая постановка с некоторыми уточнениями может быть полезна при проектировании структуры телекоммуникационных сетей.

Приведем формальное описание математической модели указанной задачи. Обозначим через  $[[f(s,t)]]$  маршрут от вершины  $s$  до вершины  $t$ , которые генерируется определенным алгоритмом  $f$ , а через  $\|f(s,t)\|$  обозначим его длину, т.е. количество использованных ребер. Перечислим входные данные оптимизационной задачи. В частности, обозначим через  $\tilde{N}$  множество логических узлов сети и на основании данных о затратах на передачу в сетевой среде построим матрицу длин физических маршрутов между  $|\tilde{N}|$  логическими узлами системы:

$$d_{st} = \|r(s,t)\|; \forall s,t \in \tilde{N}. \quad (1)$$

Сеть запросов в ДВС представим в виде взвешенного ориентированного графа  $\{\tilde{N}, R\}$ , где  $R$  обозначает множество взвешенных связей между узлами множества  $\tilde{N}$ , а веса равны размерам соответствующих запросов  $R_{ij}$ .

Выполним построение оверлейной сети  $\tilde{L}$ , в которой множество связей между узлами отвечает следующим ограничениям.

1. Диаметр сети ограничивается логарифмом от количества узлов сети:

$$\|q(s,t)\| < O \log_2 |\tilde{N}|; \forall s,t \in \tilde{N}, \quad (2)$$

где  $O$  — настраиваемый параметр, позволяющий учесть эффективность конкретно-

го алгоритма ретрансляции поискового запроса в оверлейной сети, который задает предел длины маршрута поискового запроса от логического узла  $s$  к узлу  $t$ .

2. Средний размер маршрутной таблицы логических связей узла ограничивается логарифмом от количества логических узлов сети:

$$|\tilde{L}| < \Theta |\tilde{N}| \log_2 |\tilde{N}|, \quad (3)$$

где  $1 \leq \Theta$  — настраиваемый параметр, который позволяет учесть эффективность конкретного протокола поддержки структуры оверлейной сети. Такое условие обеспечивает разреженность оверлейной сети  $\tilde{L}$ , необходимую для масштабируемости ДВС с точки зрения затрат на хранение данных о структуре сети.

3. Второй элемент спектра  $\lambda_{\{\tilde{N}, \tilde{L}\}}$  графа оверлейной сети  $\tilde{L}$  (степень однородности структуры оверлейной сети) удовлетворяет условию:

$$\lambda_{\{\tilde{N}, \tilde{L}\}} \geq \Lambda, \quad (4)$$

где  $0 \leq \Lambda < 1$  — настраиваемый параметр, определяющий степень однородности сети.

Введем следующую метрику, отображающую глобальную эффективность ретрансляции запросов, взвешенную относительно объема запросов в оверлейной сети:

$$E = \sum_{s,t: \{s,t\} \in R} \frac{R_{st}}{\sum_{q_i \in \{[q(s,t)]\}} d_{q_i, q_{i+1}}}. \quad (5)$$

Ставится задача по максимизации данного критерия при заданных ограничениях (2)–(4). Нетрудно видеть, что данная целевая функция возрастает при уменьшении общих затрат на выполнение запроса, которые являются суммой затрат на каждую ретрансляцию запроса в логической структуре ДВС.

### Анализ алгоритмов ретрансляции запросов

Известные алгоритмы построения оптимальных маршрутов с низкими показателями насыщения, в связи с отсутствием полной информации о структуре сети в реальной ДВС, не применимы для имитации маршрута ретрансляций поискового запроса в логической структуре. Поэтому самые эффективные маршруты ретрансляции в связи с децентрализованной реализацией этого механизма будут использоваться достаточно редко.

В этом случае, целевая функция (5) является оценкой сверху для эффективности механизмов поиска в реальной системе. В дальнейшем, можно предположить использование неких приближений поисковых механизмов, связанных с протоколом поиска в конкретной моделируемой ДВС. Также вероятно использование не-

которых вероятностных алгоритмов, усредняющих оценки затрат для некоторого множества маршрутов. Это позволит учесть динамичность структуры сети, балансирование нагрузки на логические каналы, но, в целом, может снизить чувствительность целевой функции (5) к возможным изменениям структуры.

### Анализ класса сложности задачи

Существуют полиномиальные детерминированные алгоритмы построения семейств сетей-расширителей [11]. Такие методы применимы для сетей, в которых вершины взаимозаменяемы, что не выполняется для рассмотренной постановки. Потому задачу можно свести к генерации сети-расширителя, которая заведомо удовлетворяет ограничениям (2)–(4), и поиску отображения множества вершин такой сети на множество логических узлов, максимизирующего целевую функцию (5).

Частичное задание отображения вершин сети-расширителя на логические узлы не позволяет значительно сузить границы значений целевой функции (5). Данную задачу нельзя разбить на слабо связанные подзадачи из-за гарантированно больших минимальных сечений сети-расширителя. Потому существование высокоэффективного эвристического алгоритма представляется маловероятным.

Отметим, что мощность множества вариантов выбора увеличивается экспоненциально с ростом количества логических узлов сети. Следовательно, данная задача относится к классу задач комбинаторной оптимизации, для решения которых целесообразно использовать методы поиска решений, приближенных к оптимальным.

### Описание метода решения

Для начального построения сети, близкой к однородной, можно использовать  $\Theta \log_2 |\tilde{N}|$  эйлеровых циклов длины  $|\tilde{N}|$ , с минимальным весом ребер, непересекающихся по ребрам. Такие циклы можно строить с помощью эвристических решений задачи коммивояжера с запретами на повторное использование ребер из уже построенных циклов. Это гарантирует высокую степень однородности полученной структуры и некоторое начальное приближение к оптимуму целевой функции (5). Будем полагать его в качестве начальной особи следующего генетического алгоритма с описанными ниже основными операциями, изменяющими популяцию (в качестве хромосомы предлагается рассматривать упорядоченную последовательность из  $|\tilde{N}|^2$  бит, задающих наличие логических связей между узлами ДВС):

— операция, увеличивающая второе собственное число логической сети — Мутация-1;

— операция, направленная на увеличение значения целевой функции — Мутация-2;

— операция выбора одного из решений сечения сети по вершинам, связанных с максимальным сечением по ребрам и замене этой части структурой этой же части из другого решения — т.н. скрещивание;

— операция исключения решения с наименьшими значениями целевой функ-

ции в популяции после того, как на их основании проведено определенное количество улучшающих мутаций — Отбор.

**Мутация-1.** На основании собственного вектора для второго собственного значения определяется минимальное сечение логической структуры по ребрам. Далее, для увеличения второго собственного числа осуществляется перемещение существующего ребра в минимальное сечение.

**Мутация-2.** Проводится операция перемещения ребра с вероятностью пропорциональной отношению суммы объемов запросов узлов, соединяемых ребром до и после переноса.

**Скрещивание.** Данная операция заключается в замене одной части структуры сечения сети по вершинам, связанным с максимальным сечением по ребрам, на эту же часть структуры из другого решения. Максимальное сечение выбирается в качестве участка для интеграции решений, чтобы обеспечить незначительное увеличение диаметра сети.

**Отбор.** Данная операция осуществляет исключение решений с наименьшими в популяции значениями целевой функции после того, как на их основании проведено определенное количество улучшающих мутаций.

Отметим важность использования условия (3) для обеспечения разреженности матрицы Лапласа, что позволяет применять итеративные алгоритмы для нахождения заданного количества первых собственных чисел матрицы Лапласа [12]. Улучшение скорости сходимости генетического алгоритма обеспечивается вероятностной направленностью операций мутации и малым количеством мутаций, неприменимых по ограничениям (2)–(4). Следовательно, алгоритм может применяться для сетей большого размера, содержащих сотни узлов.

## Выводы

В статье представлен генетический алгоритм структурной оптимизации логической структуры ДВС, увеличивающий эффективность и устойчивость такой структуры. Алгоритм использует свойства спектра логической структуры для обеспечения направленности случайного поиска и сохранения однородности получаемой структуры. На основании алгоритма решения данной задачи может быть создана децентрализованная стратегия, обеспечивающая сходимость структуры ДВС к оптимальной в реальном времени.

Следующим этапом исследований является разработка и сравнение нескольких децентрализованных стратегий, использующих различные локальные аналоги свойств однородности сети. Такие стратегии по аналогии с рассмотренным алгоритмом будут направлены на повышение эффективности ретрансляции сообщений по логическим каналам ДВС при сохранении свойств однородности логической структуры.

1. Тимошенко Ю. Огляд і класифікація програмно-апаратних засобів побудови розподілених обчислювальних систем / Ю. Тимошенко, А. Краєвий // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2006. — № 2 (46) — С. 37–49.

2. *Aberer K.* Multifaceted Simultaneous Load Balancing in DHT-based P2P Systems: A New Game with Old Balls and Bins / K. Aberer, A. Datta, M. Hauswirth // *Self-\* Properties in Complex Information Systems*. — Amer. Math. Soc, 2005.
3. *Schlosser M.* HyperCuP — Hypercubes, Ontologies and Efficient Search on P2P Networks / M. Schlosser, M. Sintek, S. Decker, W. Nejd // *LNCS*. — 2002. — Vol. 2530. — P. 112–124.
4. Load Balancing in Dynamic Structured Peer-to-Peer Systems / [S. Surana, B. Godfrey, K. Lakshminarayanan et al] // *Perform. Eval.* — 2006. — Vol. 63. — P. 217–240.
5. *Краевой А., Тимошенко Ю.* Виртуальные топологии симметричных распределенных вычислительных систем // Труды III международной конференции «Параллельные вычисления и задачи управления» РАСО'2006 памяти И.В. Прангишвили. — М.: Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН, 2006.
6. *Bassalygo L.A.* Asymptotically Optimal Switching Circuits / L.A. Bassalygo // *Problems Inform. Transmission*. — 1981. — Vol. 17. — P. 206–211.
7. *Chung F.R.K. Graham R.L.* Maximum Cuts and Quasi-Random Graphs // *Random Graphs*. — Frieze A. Luczak T. eds. — New York: John Wiley and Sons, 1992. — P. 23–34.
8. *Alon N.* Routing Permutations on Graphs via Matchings / N. Alon, F.R.K. Chung, R.L. Graham // *SI AM J. Disc. Math.* — 1994. — Vol. 7. — P. 513–530.
9. *Краевой А.* Подходы в оценке устойчивости сетевых структур // Тезисы 26-й научн.-техн. конф. «Моделирования». — Луганск, 2007. — С. 40–42.
10. *Chung F.R.K.* On Concentrators, Superconcentrators, Generalizes, and Nonblocking Networks // *Bell Systems Tech. J.* — 1978. — Vol. 58. — P. 1765–1777.
11. *Chung F.* Spectral Graph Theory / F. Chung // Providence: American Mathematical Society, 1994.
12. *Sleijpen G.L.G. der H.A.V.* A Jacobi–Davidson Iteration Method for Linear Eigenvalue Problems // *SIAM Rev.* — 2000. — Vol. 42. — P. 267–293.

Поступила в редакцию 15.06.2009