

СИНТЕЗ РАЗНОТЕМПОВЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С УЧЕТОМ РЕДКИХ ИЗМЕРЕНИЙ ВЫХОДНЫХ КООРДИНАТ МНОГОМЕРНОГО ОБЪЕКТА

В.Д. РОМАНЕНКО, В.Н. КРАСНИЧУК

Рассматривается методика разнотемповой дискретизации координат многомерного объекта при высокой частоте квантования вектора управляющих воздействий и более низкой частоте квантования выходных управляемых координат. Это дает возможность при синтезе разнотемповых дискретных систем управления учитывать редкие измерения отдельных выходных координат объекта, которые оказывают большое влияние на качество выходного продукта.

В многомерных технологических объектах управления некоторые выходные координаты, которые характеризуют состав и качество продукта, невозможно измерить с требуемым малым периодом дискретизации. В то же время, для достижения высокого качества управления необходимо учитывать эти координаты в замкнутой системе управления. Введение редких измерений выходных координат в закон управления многомерного цифрового регулятора приводит к разнотемповой дискретизации в замкнутой системе.

В работах [1, 2] рассмотрен метод синтеза разнотемповых регуляторов при низкой частоте дискретизации вектора переменных управления и более высокой частоте дискретизации выходных управляемых координат. Однако при такой постановке задачи выбора периодов дискретизации невозможно учесть редкие измерения выходных координат многомерного объекта.

Рассмотрим математическую модель объекта с постоянными параметрами в непрерывном времени

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = A\bar{x}(t) + B\bar{u}(t), \quad (1)$$

$$\bar{y}(t) = C\bar{x}(t), \quad (2)$$

где $\bar{x} \in R^n$ — вектор переменных состояния; $\bar{u} \in R^m$ — вектор переменных управления; $\bar{y} \in R^p$ — вектор выходных измеряемых координат. С помощью цифро-аналоговых преобразователей осуществляется дискретизация вектора переменных управления с базовым малым периодом дискретизации T_0

$$\bar{u}(t) = \bar{u}(kT_0), \quad \{kT_0 \leq t < (k+1)T_0\}. \quad (3)$$

А теперь рассмотрим механизм разнотемповой дискретизации вектора выходных координат с увеличенными периодами дискретизации для математической модели объекта (1), (2) в пространстве состояний.

Подставляя (3) в (1), после соответствующих преобразований получаем

$$\bar{x}(kT_0 + \tau) = \exp(A\tau)\bar{x}(kT_0) + \int_0^\tau \exp(At)Bdt \bar{u}(kT_0). \quad (4)$$

Положим $\tau = T_0$, тогда

$$\bar{x}[(k+1)T_0] = \exp(AT_0)\bar{x}(kT_0) + \int_0^{T_0} \exp(At)Bdt \bar{u}(kT_0). \quad (5)$$

Это выражение представляем в стандартной форме

$$\bar{x}[(k+1)T_0] = F\bar{x}(kT_0) + G\bar{u}(kT_0). \quad (6)$$

Введем увеличенный период дискретизации

$$h = NT_0, \quad (7)$$

где N — целое число, большее единицы.

Тогда уравнение состояния (6) можно представить в виде

$$\bar{x}[rh + (k+1)T_0] = F\bar{x}(rh + kT_0) + G\bar{u}(rh + kT_0), \quad (8)$$

где $k = 0, 1, \dots, N-1$.

При условии, что известно $x(rh)$, разностное уравнение (8) можно решать следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{x}(rh + kT_0) &= F^k \bar{x}(rh) + F^{k-1} G\bar{u}(rh) + F^{k-2} G\bar{u}(rh + T_0) + \\ &+ \dots + FG\bar{u}[rh + (k-2)T_0] + G\bar{u}[rh + (k-1)T_0] = \\ &= F^k \bar{x}(rh) + \sum_{j=0}^{k-1} F^{k-1-j} G\bar{u}(rh + jT_0). \end{aligned} \quad (9)$$

Предположим, что i -я выходная координата y_i измеряется через каждые $h_i = N_i T_0$, т. е.

$$y_i(r_i h_i) = C_i \bar{x}(r_i h_i), \quad (i = 1, \dots, p), \quad (10)$$

где C_i — строка матрицы C . Тогда уравнение (9) при $k = N_i$ можно записать так:

$$\bar{x}(r_i h_i + N_i T_0) = F^{N_i} \bar{x}(r_i h_i) + \sum_{j=0}^{N_i-1} F^{N_i-1-j} G\bar{u}(r_i h_i + jT_0).$$

Из этого уравнения определяем

$$\bar{x}(r_i h_i) = F^{-N_i} \bar{x}(r_i h_i + N_i T_0) - F^{-N_i} \sum_{j=0}^{N_i-1} F^{N_i-1-j} G\bar{u}(r_i h_i + jT_0)$$

и подставляя в (10), получаем

$$y_i(r_i h_i) = C_i F^{-N_i} \bar{x}(r_i h_i + N_i T_0) - C_i \sum_{j=0}^{N_i-1} F^{-j-1} G\bar{u}(r_i h_i + jT_0). \quad (11)$$

Запишем это выражение в виде

$$C_i F^{-N_i} \bar{x}(r_i h_i + N_i T_0) = y_i(r_i h_i) + C_i \sum_{j=0}^{N_i-1} F^{-j-1} G\bar{u}(r_i h_i + jT_0), \quad (12)$$

что является разнотемповой моделью объекта для i -й выходной координаты.

Представим соотношение (12) при $i=1, \dots, p$ в единой матричной форме

$$\hat{C}\hat{x}(rh + NT_0) = \bar{y}(rh) + \hat{G}\hat{u}[rh + (N-1)T_0], \quad (13)$$

где обобщенные координаты и матрицы параметров имеют вид

$$\hat{x}(rh + NT_0) = \begin{bmatrix} \bar{x}(r_1 h_1 + N_1 T_0) \\ \bar{x}(r_2 h_2 + N_2 T_0) \\ \vdots \\ \bar{x}(r_p h_p + N_p T_0) \end{bmatrix}, \quad \bar{y}(rh) = \begin{bmatrix} y_1(r_1 h_1) \\ y_2(r_2 h_2) \\ \vdots \\ y_p(r_p h_p) \end{bmatrix},$$

$$\hat{u}[rh + (N-1)T_0] = \begin{bmatrix} \bar{u}(r_1 h_1) \\ \bar{u}(r_1 h_1 + T_0) \\ \vdots \\ \bar{u}(r_1 h_1 + (N_1 - 1)T_0) \\ \hline \bar{u}(r_2 h_2) \\ \bar{u}(r_2 h_2 + T_0) \\ \vdots \\ \bar{u}(r_2 h_2 + (N_2 - 1)T_0) \\ \hline \vdots \\ \hline \bar{u}(r_p h_p) \\ \bar{u}(r_p h_p + T_0) \\ \vdots \\ \bar{u}(r_p h_p + (N_p - 1)T_0) \end{bmatrix},$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} C_1 F^{-N_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_2 F^{-N_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C_p F^{-N_p} \end{bmatrix},$$

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} C_1(F^{-1}G | F^{-2}G | \dots | F^{-N_1}G) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & C_p(F^{-1}G | F^{-2}G | \dots | F^{-N_p}G) \end{bmatrix}.$$

Таким образом мы формализовали модель и свели описание разнотемповой системы к единой векторно-матричной форме.

Далее в рамках предложенного метода перейдем к формированию обобщенного вектора управления $\hat{u}[rh + (N-1)T_0]$, исходя из модели, описанной выше.

Обобщенный вектор управления условно состоит из p подчастей по N_i , $i = \overline{1; p}$ компонент каждая. Такой подвектор назовем i -м каналом. Структуру разнотемпового регулятора состояния для i -го канала выберем следующей:

$$\bar{u}[r_i h_i + (k_i + 1)T_0] = -K_i \bar{x}[r_i h_i + (k_i + 1)T_0], \quad i = \overline{1; p}, \quad (14)$$

где K_i — матрица управления i -го канала вида $K_i = \begin{vmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} & \dots & \kappa_{1n} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} & \dots & \kappa_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \kappa_{m1} & \kappa_{m2} & \dots & \kappa_{mn} \end{vmatrix}$

синтезируется для однотемповой системы с помощью одного из классических методов проектирования цифровых регуляторов состояния.

Перепишем (12), подставляя вместо N_i величину $k_i + 1$

$$C_i F^{-(k_i+1)} \bar{x}[r_i h_i + (k_i + 1)T_0] = y_i(r_i h_i) + C_i \sum_{j=0}^{k_i} F^{-j-1} G \bar{u}(r_i h_i + jT_0)$$

и выделим в правой и левой частях общую часть $C_i F^{-(k_i+1)}$, т. е. запишем

$$\begin{aligned} C_i F^{-(k_i+1)} \bar{x}[r_i h_i + (k_i + 1)T_0] &= C_i F^{-(k_i+1)} F^{k_i+1} C_i^{-1} y_i(r_i h_i) + \\ &+ C_i F^{-(k_i+1)} F^{k_i+1} \sum_{j=0}^{k_i} F^{-j-1} G \bar{u}(r_i h_i + jT_0). \end{aligned} \quad (15)$$

Выражение C_i — строка матрицы измерений; C_i^{-1} — такой вектор, который удовлетворяет равенству $C_i C_i^{-1} = 1$. В нашем случае l -я компонента вектора C_i^{-1} являлась числом, обратным l -й компоненте строки C_i , если та не равна нулю, деленной на число ненулевых элементов в C_i , или 0 — в противном случае.

Выражение $C_i F^{-(k_i+1)}$ в (15) представляет собой строку, умноженную на вектор $\bar{x}[r_i h_i + (k_i + 1)T_0]$, который используется при формировании вектора управления i -го канала. Мы можем использовать это для построения алгоритма вычисления вектора управления i -го канала. Так, если умножить $C_i F^{-(k_i+1)}$ справа на диагональную матрицу Φ_{is} ($s = \overline{1, m}$) вида

$$\Phi_{is} = \begin{vmatrix} \varphi_{is}^1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \varphi_{is}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varphi_{is}^n \end{vmatrix},$$

где $\varphi_{is}^l = \begin{cases} \frac{\|K_i\|_{sl}}{\text{col}_l[C_i F^{-(k_i+1)}]}, & \text{если } \text{col}_l[C_i F^{-(k_i+1)}] \neq 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$, то можем прийти к равенству

$$K_i = - \begin{vmatrix} C_i F^{-(k_i+1)} \Phi_{i1} \\ C_i F^{-(k_i+1)} \Phi_{i2} \\ \vdots \\ C_i F^{-(k_i+1)} \Phi_{im} \end{vmatrix}. \quad (16)$$

Используя выражения (15) и (16), из (14) можно записать выражение для вычисления вектора управления для i -го канала

$$\bar{u}[r_i h_i + (k_i + 1)T_0] = -K_i F^{k_i+1} C_i^{-1} y_i(r_i h_i) - K_i F^{k_i+1} \sum_{j=0}^{k_i} F^{-j-1} G \bar{u}(r_i h_i + jT_0)$$

или

$$\bar{u}[r_i h_i + (k_i + 1)T_0] = -K_i F^{k_i+1} C_i^{-1} y_i(r_i h_i) - K_i \sum_{j=0}^{k_i} F^{k_i-j} G \bar{u}(r_i h_i + jT_0) \quad (17)$$

$$(i = \overline{1; p}).$$

Запишем теперь ошибку регулирования, которая возникает на каждой итерации для i -го канала,

$$e_i(r_i h_i) = g_i(r_i h_i) - y_i(r_i h_i), \quad (18)$$

где $g_i(r_i h_i)$ — задающее воздействие для i -й выходной координаты.

В нормализованной форме $g_i(r_i h_i) = 0$ и справедливо, что $e_i(r_i h_i) = -y_i(r_i h_i)$, а значит (17) можно записать

$$\bar{u}[r_i h_i + (k_i + 1)T_0] = K_i F^{k_i+1} C_i^{-1} e_i(r_i h_i) - K_i \sum_{j=0}^{k_i} F^{k_i-j} G \bar{u}(r_i h_i + jT_0)$$

$$(i = \overline{1; p}).$$

Перепишем последнее выражение при $k_i = 0$

$$\bar{u}[r_i h_i + T_0] = K_i F C_i^{-1} e_i(r_i h_i) - K_i G \bar{u}(r_i h_i) \quad (i = \overline{1; p}).$$

Далее при $k_i = 1$

$$\begin{aligned} \bar{u}[r_i h_i + 2T_0] &= K_i F C_i^{-1} e_i(r_i h_i) - K_i G \bar{u}(r_i h_i + T_0) - K_i \bar{\delta}(r_i h_i + T_0) = \\ &= K_i F C_i^{-1} e_i(r_i h_i) - K_i G K_i F C_i^{-1} e_i(r_i h_i) + (-K_i G)^2 \bar{u}(r_i h_i) \quad (i = \overline{1; p}) \end{aligned}$$

и при $k_i = N_i - 1$

$$\begin{aligned} \bar{u}[(r_i + 1)h_i] &= (-K_i G)^{N_i} \bar{u}(r_i h_i) + \left(\sum_{j=0}^{N_i-1} (-K_i G)^j \right) K_i F C_i^{-1} e_i(r_i h_i) \\ & \quad (i = \overline{1; p}). \end{aligned} \tag{19}$$

Используя (19), приходим к следующему обобщенному закону формирования управляющих воздействий для всех p каналов :

$$\hat{\bar{u}}[(r+1)h + (N-1)T_0] = V \hat{\bar{u}}[rh + (N-1)T_0] + Z \bar{e}(rh).$$

Здесь обобщенные матрицы и векторы имеют такую структуру:

$$\hat{\bar{u}}[(r+1)h + (N-1)T_0] = \begin{bmatrix} \bar{u}((r_1 + 1)h_1) \\ \bar{u}((r_1 + 1)h_1 + T_0) \\ \vdots \\ \bar{u}((r_1 + 1)h_1 + (N_1 - 1)T_0) \\ \hline \bar{u}((r_2 + 1)h_2) \\ \bar{u}((r_2 + 1)h_2 + T_0) \\ \vdots \\ \bar{u}((r_2 + 1)h_2 + (N_2 - 1)T_0) \\ \hline \vdots \\ \hline \bar{u}((r_p + 1)h_p) \\ \bar{u}((r_p + 1)h_p + T_0) \\ \vdots \\ \bar{u}((r_p + 1)h_p + (N_p - 1)T_0) \end{bmatrix},$$

$$V = \begin{pmatrix} (-K_1 G)^{N_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (-K_1 G)^{N_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & (-K_1 G)^{N_1} \\ \hline & & & \underbrace{\hspace{10em}}_{N_1} \\ & & & \vdots \\ & & & (-K_p G)^{N_p} & 0 & \dots & 0 \\ & & 0 & (-K_p G)^{N_p} & \dots & 0 \\ & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & 0 & 0 & \dots & (-K_p G)^{N_p} \\ \hline & & & & & \underbrace{\hspace{10em}}_{N_p} \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}(rh) = \begin{pmatrix} e_1(r_1 h_1) \\ e_2(r_2 h_2) \\ \dots \\ e_p(r_p h_p) \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{pmatrix} \left. \begin{matrix} \sum_{j=0}^{N_1-1} (-K_1 G)^j K_1 F C_1^{-1} \\ \sum_{j=0}^{N_1-1} (-K_1 G)^j K_1 F C_1^{-1} \\ \vdots \\ \sum_{j=0}^{N_1-1} (-K_1 G)^j K_1 F C_1^{-1} \end{matrix} \right\} N_1 & & 0 \\ & & \vdots \\ & & \left. \begin{matrix} \sum_{j=0}^{N_p-1} (-K_p G)^j K_p F C_p^{-1} \\ \sum_{j=0}^{N_p-1} (-K_p G)^j K_p F C_p^{-1} \\ \vdots \\ \sum_{j=0}^{N_p-1} (-K_p G)^j K_p F C_p^{-1} \end{matrix} \right\} N_p \\ & & 0 \end{pmatrix}.$$

В качестве объекта для цифрового моделирования работы предложенного метода выбран двухкорпусный выпарной аппарат ректификационной колонны.

Рассмотрим математическую модель системы в пространстве состояний [3].

$$\begin{bmatrix} E_1[(k+1)T_0] \\ H_1[(k+1)T_0] \\ H_2[(k+1)T_0] \\ C_1[(k+1)T_0] \\ C_{\text{ВЫХ}}[(k+1)T_0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9155 & 0 & 0 & -0,00175 & 0 \\ -0,03422 & 0,9988 & 0 & -0,00032 & 0 \\ -0,02978 & 0 & 0,9994 & -0,00026 & 0,000026 \\ 0,03422 & 0 & 0 & 0,9828 & 0 \\ 0,02978 & 0 & 0 & 0,0121 & 0,9882 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} E_1[kT_0] \\ H_1[kT_0] \\ H_2[kT_0] \\ C_1[kT_0] \\ C_{\text{ВЫХ}}[kT_0] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0784 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0286 & 0 \\ 0 & 0,0303 & -0,01184 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,00972 & 0,01739 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{\text{ПАР}}(kT_0) \\ Q_{1\text{ВЫХ}}(kT_0) \\ Q_{2\text{ВЫХ}}(kT_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0235 \\ 0,198 \\ 0 \\ 0,01652 \\ -0,003993 \end{bmatrix}.$$

Уравнение измерений имеет вид

$$\begin{bmatrix} H_1[(k+1)T_0] \\ H_2[(k+1)T_0] \\ C_1[(k+1)T_0] \\ C_{\text{ВЫХ}}[(k+1)T_0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,03422 & 1,0022 & 0 & 0 & 0 \\ -0,02978 & 0 & 1,00165 & 0 & 0 \\ 0,015 & 0 & 0 & 0,995 & 0 \\ 0,02978 & 0 & 0 & 0 & 0,994 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1[kT_0] \\ H_1[kT_0] \\ H_2[kT_0] \\ C_1[kT_0] \\ C_{\text{ВЫХ}}[kT_0] \end{bmatrix}.$$

Формализуем модель, приведенную выше.

$$n = 5 \quad m = 3 \quad p = 3$$

$$F = \begin{bmatrix} 0,9155 & 0 & 0 & -0,00175 & 0 \\ -0,03422 & 0,9988 & 0 & -0,00032 & 0 \\ -0,02978 & 0 & 0,9994 & -0,00026 & 0,000026 \\ 0,03422 & 0 & 0 & 0,9828 & 0 \\ 0,02978 & 0 & 0 & 0,0121 & 0,9882 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} 0,0784 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0286 & 0 \\ 0 & 0,0303 & -0,01184 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,00972 & 0,01739 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} -0,03422 & 1,0022 & 0 & 0 & 0 \\ -0,02978 & 0 & 1,00165 & 0 & 0 \\ 0,015 & 0 & 0 & 0,995 & 0 \\ 0,02978 & 0 & 0 & 0 & 0,994 \end{bmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1(kT_0) \\ x_2(kT_0) \\ x_3(kT_0) \\ x_4(kT_0) \\ x_5(kT_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1[kT_0] \\ H_1[kT_0] \\ H_2[kT_0] \\ C_1[kT_0] \\ C_{\text{ВЫХ}}[kT_0] \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_1(kT_0) \\ u_1(kT_0) \\ u_1(kT_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{\text{ПАР}}(kT_0) \\ Q_{1\text{ВЫХ}}(kT_0) \\ Q_{2\text{ВЫХ}}(kT_0) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \delta_1(kT_0) \\ \delta_2(kT_0) \\ \delta_3(kT_0) \\ \delta_4(kT_0) \\ \delta_5(kT_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0235 \\ 0,198 \\ 0 \\ 0,01652 \\ -0,003993 \end{pmatrix}.$$

Величина $E_1(x_1)$ — так называемая энтальпия — измеряется наиболее часто с периодом дискретизации $T_0 = 12$ с. Величины $H_1(x_2)$ и $H_2(x_3)$ — высоты уровней смеси соответственно в первом и втором цилиндрах измеряются с периодом дискретизации 120 с. Величины же $C_1(x_4)$ и $C_{\text{ВЫХ}}(x_5)$ представляют собой показатели концентраций смеси и измеряются в системе относительно редко (их период измерения — 300 с). Как видно, в качестве базового наименьшего периода дискретизации можно выбрать период измерения энтальпии $T_0 = 12$ с. Тогда, согласно нашему методу, имеем

$$h_1 = h_2 = 10 T_0; \quad h_3 = h_4 = 25 T_0.$$

Таким образом, мы полностью описали разнотемповую систему в терминах разработанного метода.

Далее для построения вектора управляющих воздействий необходимо рассчитать матрицы $K_i, i = \overline{1, p}$. Матрица K была рассчитана по методу синтеза линейно-квадратичных регуляторов состояния и имеет следующий вид:

$$K = \begin{bmatrix} 0,07133 & 0 & 0 & -0,00013 & 0 \\ -0,0001 & -0,014 & 0,0151 & 0 & -0,0047 \\ 0,00029 & 0 & -0,0039 & 0 & 0,0057 \end{bmatrix}.$$

Цифровое моделирование замкнутой системы проведено при установившихся переменных состояния $x_{1\text{уст}} = 1,94$; $x_{2\text{уст}} = 30$; $x_{3\text{уст}} = 35$; $x_{4\text{уст}} = 4,85$; $x_{5\text{уст}} = 9,64$, при которых определен вектор смещений $\bar{\delta}$.

Значения выходов системы в установившемся состоянии:

$$y_{1\text{уст}} = 30; \quad y_{2\text{уст}} = 35; \quad y_{3\text{уст}} = 4,85; \quad y_{4\text{уст}} = 9,64.$$

Ниже приведены графики переходных процессов в замкнутой системе управления при выполненной разнотемповой дискретизации по рассмотренному выше методу (каждая точка по горизонтали соответствует одному базовому интервалу времени T_0).

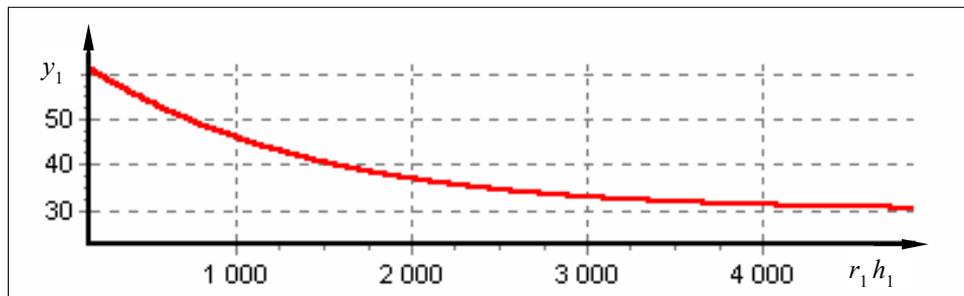


Рис. 1. Переменная y_1 при разнотемповой дискретизации

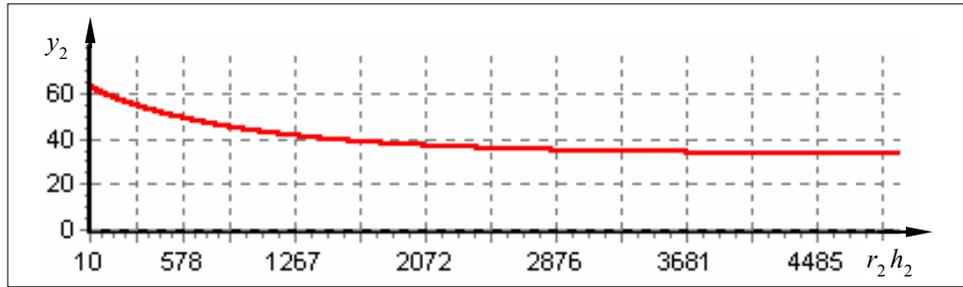


Рис. 2. Переменная y_2 при разнотемповой дискретизации

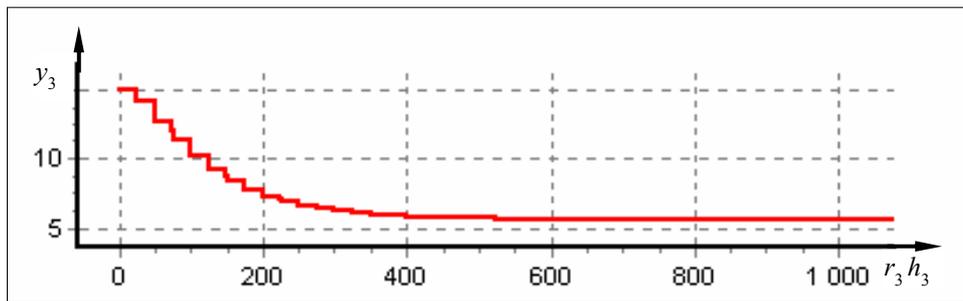


Рис. 3. Переменная y_3 при разнотемповой дискретизации

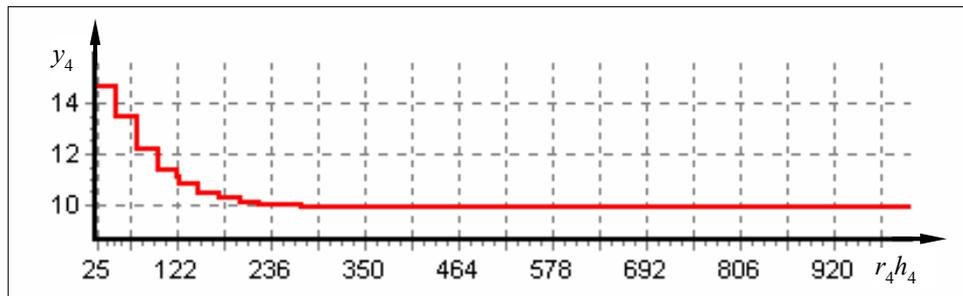


Рис. 4. Переменная y_4 при разнотемповой дискретизации

Таким образом при известных параметрах объекта (1), (2), (6) и выполненной разнотемповой дискретизации в форме (12), (13) проектирование закона управления разнотемпового регулятора (20) сводится к определению матрицы K_1 ($i=1, \dots, p$), которое выполняется на основе известных методов синтеза цифровых регуляторов состояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hagiwara T., Araki M. Design of a stable state feedback controller based on the multirate sampling of the plant output // IEEE Trans. automatic control. — 1988. — AC-33. — № 9. — P. 812–819.
2. Hagiwara T., Fulimura T., Araki M. Generalized multirate output controllers // Int. J. control. — 1990. — 52, № 3. — P. 597–612.
3. Згуровский М.З., Романенко В.Д. Системы фильтрации и управления с разделяющимися разнотемповыми движениями. — Киев: Наук. думка, 1998. — 367 с.

Поступила 14.07.2003