

УДК 532.528

ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ТОНКИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ФОРМ ДЛЯ ЗМЕНШЕННЯ ГІДРОДИНАМІЧНОГО ОПОРУ

І. Г. НЕСТЕРУК

Чернівецький факультет Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут"

Отримано 12.04.2001

Показано, що використання тонких осесиметричних тіл дозволяє значно знизити загальний гідродинамічний опір. Зроблені оцінки коефіцієнту опору виявилися на порядок меншими від значень, отриманих раніше іншими авторами без врахування ефектів кривизни.

Показано, что использование тонких осесимметричных тел позволяет значительно снизить общее гидродинамическое сопротивление. Сделанные оценки коэффициента сопротивления оказались на порядок меньше значений, полученных ранее дугими авторами без учета эффектов кривизны.

It was shown, that using of slender axisymmetrical bodies allows to diminish considerably the total hydrodynamic drag. The presented estimations of the drag coefficient are more than 10 times smaller in comparison with the known values of other authors, which were obtained with neglecting the curvature effects.

ВСТУП

Успіхи комп'ютерної техніки та розвиток чисельної гідромеханіки дозволяють досліджувати найскладніші задачі оптимізації форми. Зокрема, в [1] запропоновані осесиметричні тіла мінімального опору (при фіксованому об'ємі) для різних діапазонів чисел Рейнольдса ($Re_L = U_\infty L/\nu$; U_∞ – швидкість руху тіла; L – його довжина; ν – кінематична в'язкість). При цьому застосовувався описаний в [2] метод оптимізації та розрахунок прилежового шару з використанням різних критеріїв ламінарно-турбулентного переходу. Однак всі одержані в [1] форми тіла – розв'язки задачі оптимізації – мають зони позитивного градієнта тиску і, безумовно, обтікаються лише у відривному режимі, що призводить до повного перерозподілу тиску на поверхні тіла та виникнення пов'язаного з ним додаткового опору. Даний факт ніяк не враховано в роботі [1]. Неясність багатьох моментів, пов'язаних з природою відриву, не дає змоги ефективно досліджувати це явище, навіть з використанням найсучасніших комп'ютерів.

Тому залишається актуальним дослідження можливостей безвідривного режиму обтікання. Перший напрямок пошуків був пов'язаний з формами, що забезпечують від'ємний градієнт тиску на всій або переважній частині поверхні осесиметричного тіла [3–7]. Дослідження цього питання в лінеаризованій постановці призвело до форм зі стрибком тиску та особливістю для другої похідної d^2R^2/dx^2 від радіуса тіла $R(x)$ в деякій точці

x_* [3].

В роботі [4] був запропонований метод побудови точного розв'язку задачі обтікання нев'язкою нестисловою рідиною з використанням потенціалів різних особливостей, розташованих в середині контуру тіла, першим наближенням до яких є джерела та стоки. Це дозволило відмовитись від обмежень лінійної теорії, дістати точний опис форми тіла і розподілу тиску навіть в околі точки x_* та розрахувати форми з дуже короткими довжинами d зони позитивного градієнта тиску [5–7].

Приклад подібного тіла зі значенням d , що становить 0.3% від загальної довжини, показаний на рис. 1. Дуже короткі зони позитивного градієнта тиску дозволяють сподіватись на можливість безвідривного режиму обтікання. Ця гіпотеза, сформульована в роботах [5, 6], перевірялась експериментально у [7].

Результати продувок в аеродинамічній трубці Інституту гідромеханіки НАН України одного із тіл V-1 зі значенням $d = 0.9\%$ показані на рис. 2.

Методику експериментів описано в роботі [7]. Для зменшення впливу державки були спеціально розраховані та виготовлені незамкнені форми з різними значеннями параметра d та $x_* = 0.5$. Завдяки використанню турбулізаторів у вигляді гумових кілець шириною 2.2 мм та висотою h 0.5 і 1 мм, вдалося досягти безвідривного режиму обтікання та відновлення тиску поблизу точки $x_* = 0.5$ для великих швидкостей потоку. В той час, як при менших швидкостях та при інших значеннях параметра S (відстані середини кільця турбулізатора

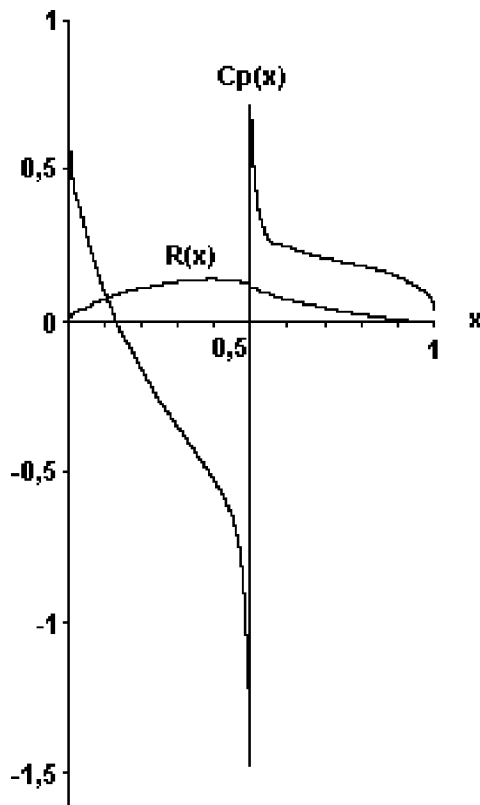


Рис. 1. Розподіл тиску на тілі ($d = 0.3\%$).

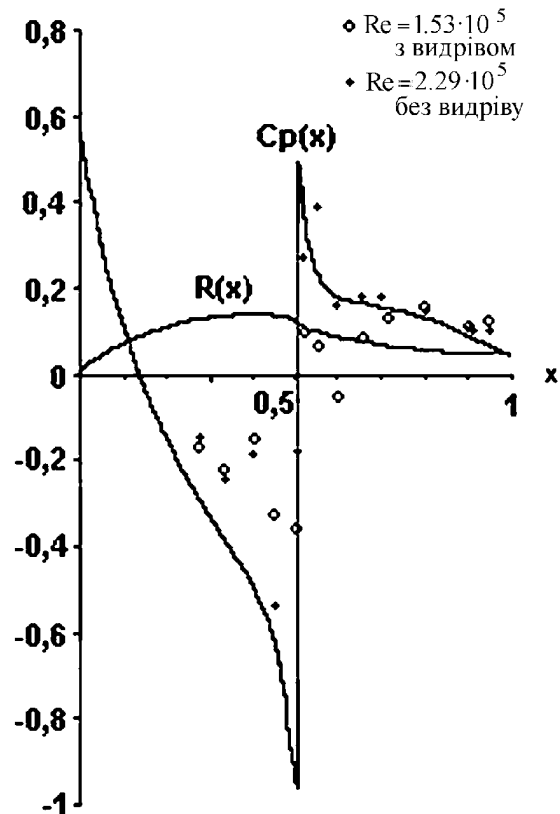


Рис. 2. Теоретичний та експериментальний розподіли тиску на тілі V-1 ($d = 0.9\%$) з турбулізатором ($h = 0.5\text{мм}$, $S = 83.5\text{мм}$).

від носика тіла) спостерігався відривний режим. На рис. 2, запозиченому з роботи [7], представлені експериментальні точки, що відповідають обом режимам обтікання.

Незважаючи на успішне підтвердження гіпотези про безвідривність обтікання тіл з короткою зоною додатнього градієнта тиску, залишаються нез'ясованими деякі важливі питання. По-перше, чи присутність турбулізатора обов'язкова? Можливо, що при більших числах Рейнольдса безвідривний режим буде досягатись без нього. Відповідь на це питання повинні дати подальші експерименти.

По-друге, якщо турбулізатор є необхідним у потрібному на практиці діапазоні чисел Re , то якими є втрати в опорі, пов'язані з його присутністю? Відповідь на це питання також можуть дати лише експериментальні дослідження опору тіла в аеродинамічних трубах з гарантовано низьким рівнем турбулентності.

В будь-якому разі втрати енергії внаслідок використання турбулізаторів повинні бути меншими, ніж при відсмоктуванні примежового шару. Саме такий спосіб організації безвідривного режиму об-

тікання реалізований в роботі [8]. Цікаво, що тіло Гольдшмідта [8] мало значення параметра d приблизно 10%, і відсмоктування відбувалось у зоні додатнього градієнта тиску.

На жаль, можливості аеродинамічної труби, описаної в роботі [7], не дозволяють ані збільшити число Рейнольдса, ані заміряти опір тіла, ані проконтролювати рівень однорідності потоку.

Ще одну можливість досягти безвідривного обтікання надають тонкі тіла. Саме дослідженню доцільності використання тонких осесиметричних безвідривних форм для зменшення загального гідродинамічного опору, розпочато у [6], присвячена дана робота.

1. ОСОБЛИВОСТІ ПРИМЕЖОВОГО ШАРУ НА ТОНКИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ТІЛАХ

Будемо вважати числа Рейнольдса достатньо великими для того, щоб пограничний шар був тонким порівняно з радіусом тіла $R(x)$. Оцінки вели-

чини Re будуть зроблені нижче. Крім того, обмежимося випадком достатньо малих чисел Маха, що дозволяє використовувати рівняння нестисливої рідини.

Для тонкого тіла координату x можна відраховувати вздовж контуру тіла, y - по нормалі до нього і обидві координати вважати прямолінійними. Крім того, радіус r точки M в прилежовому шарі буде близьким до радіуса тіла $R(x)$ (рис. 3).

Тоді рівняння прилежового шару має такий самий вигляд, як і в плоскому випадку:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (1)$$

а рівняння нерозривності набуває форми (див. [9]):

$$\frac{\partial(R(x)u)}{\partial x} + \frac{\partial(R(x)v)}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

Тут u, v - складові швидкості рідини; $U(x)$ - швидкість потоку на зовнішній межі прилежового шару. Безрозмірні швидкості в рівняннях (1), (2) отримані шляхом ділення на U_∞ , довжини віднесені до L .

За допомогою перетворень Манглера - Степанова (див. [9])

$$\bar{x} = \int_0^1 R^2(\xi) d\xi; \quad \bar{y} = R(x)y;$$

$$\bar{u} = u; \bar{U} = U; \bar{v} = \frac{v}{R(x)} + \frac{R'(x)yu}{R^2(x)}; R'(x) \equiv \frac{dR}{dx} \quad (3)$$

з формулами переходу

$$\frac{\partial}{\partial x} = R^2 \frac{\partial}{\partial \bar{x}} + R'(x)y \frac{\partial}{\partial \bar{y}}; \frac{\partial}{\partial y} = R(x) \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \quad (4)$$

рівняння (1), (2) набувають вигляду

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = \bar{U} \frac{d\bar{U}}{d\bar{x}} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (6)$$

і нічим не відрізняються від рівнянь плоского прилежового шару. Таким чином, знаючи розподіл швидкостей $U(x)$ для осесиметричного тіла, необхідно перетворити його до нових координат за допомогою формул (3) і далі розв'язувати рівняння плоского прилежового шару (5), (6).

За допомогою рівнянь (3), (4) можна отримати наступні вирази для товщин витіснення δ^* та

втрати імпульсу δ^{**} , а також для напруження тертя τ_w , (див. [9]):

$$\delta^* = \frac{\bar{\delta}^*}{R(x)}; \quad \delta^{**} = \frac{\bar{\delta}^{**}}{R(x)}; \quad \tau_w = R(x) \cdot \bar{\tau}_w. \quad (7)$$

Для тонкого тіла величина $R(x)$ є малою порядку $\varepsilon = R_{max}/L$, де R_{max} - максимальний радіус тіла. Тому з формул (7) випливає, що прилежовий шар на осесиметричних тілах набагато товстіший від аналогічного плоского, а тертя на осесиметричному тілі набагато менше, ніж на плоскому. Останній факт робить тонкі тіла дуже привабливими з точки зору зменшення загального аеродинамічного опору. Тим більше, що для тонких тіл характерний безвідривний режим обтікання. Зокрема, для тіла з роботи [6] ($\varepsilon \approx 0.075$) експерименти показали відсутність відриву для всього діапазону чисел Рейнольдса $160000 \leq Re_L \leq 300000$.

Прості оцінки товщини прилежового шару та напруження тертя можна зробити, використавши теорію обтікання тонкого тіла ідеальною нестисливою рідиною. Зокрема, для складових швидкостей справедливі формули (див. [10]):

$$v_x = 1 + \varepsilon^2 \ln \varepsilon \frac{dA}{dx} + O(\varepsilon^2); \quad (8)$$

$$v_r = \varepsilon \frac{A(x)}{r^*} + O(\varepsilon^3); \quad (9)$$

$$r^* = \frac{r}{\varepsilon}; A(x) = F \frac{dF}{dx}; F(x) = \frac{R(x)}{\varepsilon}.$$

Якщо знехтувати товщиною прилежового шару (порівняно з радіусом тіла $R(x)$), то швидкість $U(x)$ співпадає зі швидкістю на поверхні тіла, яку можна вирахувати з використанням формул (8), (9).

$$U(x) = [v_x^2(x, R(x)) + v_r^2(x, R(x))]^{1/2} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \ln \varepsilon \frac{dA}{dx} + O(\varepsilon^2)} \quad (10)$$

Отже, з точністю до членів порядку $\varepsilon^2 \ln \varepsilon$ швидкість $U(x)$ можна вважати сталою, що співпадає з U_∞ .

Таким чином, для грубої оцінки можна знехтувати особливостями форми тонкого тіла і вважати $U(x)$ сталою. Тоді за формулами (3) $\bar{U}(x)$ буде також сталою і рівною 1. Тобто, тонкому осесиметричному тілу у вибраному наближенні відповідає плоска пластинка, пограничний шар на якій добре досліджений.

Зокрема, для ламінарного обтікання пластинки розв'язок Блазіуса дає (див. [9]):

$$\bar{\delta}^{**} = 0.664x^{1/2} Re_L^{-1/2}; \quad (11)$$

$$\bar{\tau}_w = 0.664x^{-1/2} Re_L^{-1/2}.$$

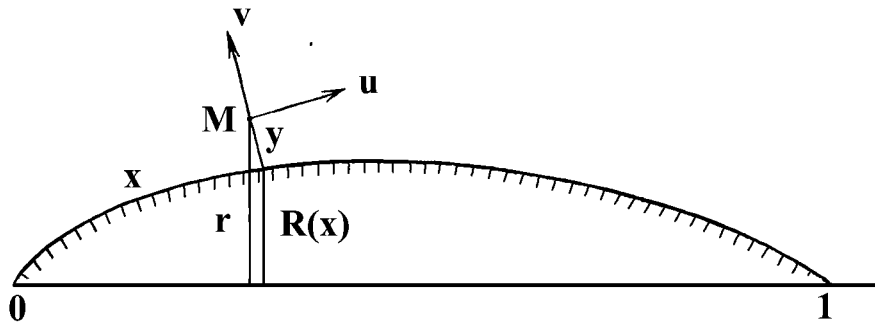


Рис. 3. Схема параметрів прийнятої моделі

Для турбулентного випадку відповідно (див. [9]):

$$\begin{aligned} \delta^{**} &= 0.0153x^{6/7}Re_L^{-1/7}; \\ \bar{\tau}_w &= 0.0263x^{-1/7}Re_L^{-1/7}. \end{aligned} \quad (12)$$

Використовуючи прості залежності (7), отримуємо оцінки товщини втрати імпульсу та напруження тертя ламінарного прилежого шару на тонкому осесиметричному тілі:

$$\begin{aligned} \delta^{**} &= \frac{0.664x^{1/2}Re_L^{-1/2}}{R(x)}; \\ \tau_w &= 0.664x^{-1/2}Re_L^{-1/2}R(x). \end{aligned} \quad (13)$$

Відповідно для турбулентного прилежого шару:

$$\begin{aligned} \delta^{**} &= \frac{0.0153x^{6/7}Re_L^{-1/7}}{R(x)}; \\ \tau_w &= 0.0263x^{-1/7}Re_L^{-1/7}R(x). \end{aligned} \quad (14)$$

Більш точні оцінки можна отримати з використанням формули (10) для $U(x)$, але тоді цю залежність потрібно перетворити до нових координат за формулами (3) та інтегрувати систему рівнянь плоского прилежого шару (5), (6).

2. ОЦІНКИ ПОВНОГО ОПОРУ ТОНКИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ТІЛ

Якщо осесиметричне тіло обтікається у безвідривному режимі і товщиною прилежого шару можна знехтувати, то його повний опір визначається лише тертям. За парадоксом Даламбера складова опору, пов'язана з розподілом тиску на поверхні, в цьому випадку відсутня. Тоді коефіцієнт повного опору може бути обчислений за формулою

$$C_{dL} = \frac{2D}{\rho U_\infty^2 L^2} = 2\pi \int_0^1 R(x)\tau_w(x)dx. \quad (15)$$

Тут D - повний опір тіла; ρ - густина рідини.

Якщо знехтувати довжиною зони переходу ламінарного прилежого шару в турбулентний та скористатись формулами (13), (14) для напруження тертя на тонкому осесиметричному тілі, то можна легко отримати наступну формулу для C_{dL} :

$$C_{dL} = 1.328Re_L^{-1/2}W_{lam} + 0.0526Re_L^{-1/7}W_{tur}; \quad (16)$$

$$\begin{aligned} W_{lam} &= \pi \int_0^{x_{tr}} R^2(x)x^{-1/2}dx; \\ W_{tur} &= \pi \int_{x_{tr}}^1 R^2(x)x^{-1/7}dx. \end{aligned} \quad (17)$$

Тут x_{tr} - координата точки переходу ламінарного прилежого шару в турбулентний; інтеграли W_{lam} , W_{tur} близькі за своїми значеннями до частин об'ємів тіла, омиваних ламінарним та турбулентним потоками.

Якщо по аналогії з роботою [1] використати замість C_{dL} та Re_L величини C_{dV} та Re_V , що визначаються формулами

$$C_{dV} = \frac{2D}{\rho U_\infty^2 (V')^{2/3}} = C_{dL} \cdot \frac{1}{V^{2/3}}; \quad (18)$$

$$Re_V = \frac{U_\infty (V')^{1/3}}{\nu} = Re_L V^{1/3}, \quad (19)$$

де V' - фізичний об'єм тіла, а V - безрозмірний об'єм, віднесений до кубу довжини тіла L^3 , то рівняння (16) можна переписати у вигляді

$$C_{dV} = 1.328Re_V^{-1/2}V^{-1/2}W_{lam} + 0.0526Re_V^{-1/7}V^{-13/21}W_{tur}. \quad (20)$$

Для тонких тіл інтеграли (17) та об'єм тіла V можна оцінити таким чином:

$$W_{lam} \sim \varepsilon^2 x_{tr}; \quad W_{tur} \sim \varepsilon^2 (1 - x_{tr}); \quad V \sim \varepsilon^2. \quad (21)$$

Табл. 1.

	Re_V	ε	C_{dV} , рівн. (22)	C_{dV} , стаття [1]
Випадок I, чисто турбулентний примежовий шар ($x_{tr} = 0$)	$5 * 10^6$	0.0954	0.00098	0.024
Випадок I, змішаний примежовий шар ($x_{tr} = 0.073$)	$5 * 10^6$	0.0954	0.00026	0.005
Випадок II, чисто турбулентний примежовий шар ($x_{tr} = 0$)	$1 * 10^7$	0.14	0.0012	0.024
Випадок III, чисто турбулентний примежовий шар ($x_{tr} = 0$)	$1 * 10^8$	0.1173	0.00075	0.016

Тоді для величини C_{dV} справедлива наступна формула:

$$C_{dV} \sim 1.3Re_V^{-1/2}\varepsilon x_{tr} + 0.053Re_V^{-1/7}\varepsilon^{16/21}(1 - x_{tr}). \quad (22)$$

Числові оцінки за рівнянням (22), які зроблені для запропонованих в [1] оптимальних тіл, а також обчислені в [1] значення C_{dV} , наведені в табл. 1, з якої видно, що рівняння (22) дає значення опору на порядок менші, порівняно з обчисленими в роботі [1]. Можливо, це пов'язано з тим фактом, що в [1] було знехтувано ефектами кривизни, які згідно з формулами (7) мають на тонкому осесиметричному тілі великий вплив на примежовий шар через малу величину одного з радіусів кривизни, близьку до $R(x)$.

3. ТОНКІ ОСЕСИМЕТРИЧНІ ТІЛА І ЗАДАЧА МІНІМІЗАЦІЇ ОПОРУ

Найбільш цікавою осесиметричною задачею є мінімізація повного гідродинамічного опору при фіксованому об'ємі. Для тонких тіл, що обтікаються у безвідривному режимі з тонким порівняно з $R(x)$ примежовим шаром, ця складна проблема звелася до формули (20) або оцінки (22). Зокрема, з рівняння (22) видно, що мінімальне значення C_{dV} досягається при мінімальному значенні ε . Отже, за висновками розвинутої вище теорії оптимальною формою фіксованого об'єму є максимального тонке тіло (типу голки).

Насправді, розв'язок задачі оптимізації далеко не такий тривіальний через обмеження на справдливність формул (20), (22), на яких варто зупинитись докладно. Для дуже тонких тіл умова безвідривності обтікання очевидно виконується, а от друга необхідна вимога - мала товщина примежового шару - накладає обмеження на параметр ε .

Дійсно, вимога $\delta^{**} \ll R(x)$ з використанням рівняння (14) дає:

$$0.015Re_L^{-1/7} \ll \varepsilon^2, \quad (23)$$

або, враховуючи (19), (21):

$$0.015Re_V^{-1/7} \ll \varepsilon^{44/21}. \quad (24)$$

Аналогічні оцінки можна зробити і для випадку ламінарного потоку. Наприклад, умова (23) виконується для тіл II та III з роботи [1], а для випадку I права частина нерівності (23) лише в 4.4 рази більша від лівої.

Нелінійний характер умови (23) дає сильну залежність між допустимим діапазоном чисел Рейнольдса та параметром тонкості тіла ε . Приклади оцінок наведені в табл. 2.

Отже, для найбільш потрібного для практики діапазону чисел Рейнольдса $10^6 < Re_V < 10^8$ значення ε не може бути меншим 0.1 – 0.15 для того, щоб розвинена вище теорія була справедливою. З точки зору цієї теорії найменше з допустимих значень ε і є оптимальним. Тут слід звернути увагу, що значення параметра ε з наведеного діапазо-

Табл. 2.

ε	Значення чисел Re_V , для яких справедливі формули (20), (22)
0.05	$Re_V > 2.1 * 10^{13}$
0.1	$Re_V > 8 * 10^8$
0.15	$Re_V > 1.4 * 10^6$

ну не гарантують безвідривного режиму обтікання. Зокрема, для тіл з роботи [7] величина ε була близькою до 0.14, але безвідривний режим досягався лише з використанням турбулізатора.

4. ВИСНОВКИ

Примежовий шар на тонкому осесиметричному тілі характеризується набагато більшою товщиною і набагато меншим тертям порівняно з аналогічними плоскими шарами, що дозволяє отримати для тонких осесиметричних тіл значення повного опору, на порядок менші від обчислених в роботі [1]. Ці розбіжності, можливо, пов'язані з нехтуванням в [1] ефектами кривизни, що найбільше проявляються саме на тонких тілах.

Представляють великий інтерес чисельні дослідження опору осесиметричних тіл з параметром ε , меншим 0.1 – 0.15 з врахуванням впливу товстого примежового шару на зовнішню нев'язку течію.

1. Lutz T., Schweyer H., Wagner S. and Bannasch R. Shape Optimization of Axisymmetric Bodies in Incompressible Flow // 2nd International Airship Conference.– Stuttgart/Friedrichshafen.– 3-4 July 1996.– P. 1.
2. Schweyer H., Lutz T., Wagner S. An Optimization Tool for Axisymmetric Bodies of Minimum Drag // 2nd International Airship Conference.– Stuttgart/Friedrichshafen.– 3-4 July 1996.– P. 15.
3. Нестерук І. Г. Некоторые задачи динамики тонких осесимметричных кавитаторов // Труды семинара по крайовым задачам.– Из-во Казанского ун-та.– 1990.– Вып. 24.– С. 187-197.
4. Нестерук І. Г. Про форму тіл мінімального опору // Доповіді АН УРСР.– 1989.– Сер. А, N 4.– С. 57-60.
5. Nesteruk I. Bodies with negative pressure gradient on their surface to reduce the hydrodynamical drag // Тези доповіді на міжнародній конференції "Треті Боголюбівські читання. Асимптотичні та якісні методи в теорії нелінійних коливань".– Київ, 18-23 серпня 1997.– Інститут математики НАНУ.– С. 122.
6. Nesteruk I. Bodies with favourable pressure gradient and reduction of the hydrodynamical drag // В зб. Крайові задачі для диференціальних рівнянь.– Чернівецький держуніверситет ім. Ю.Федьковича.– 1999, Вып. 4.– С. 126-133.
7. Nesteruk I. Experimental investigations of axisymmetric bodies with negative pressure gradients // The Aeronautical Journal.– September 2000.– v. 104, N 1039.– P. 439-443.
8. Goldschmied F. R. Integrated hull design, boundary-layer control and propulsion of submerged bodies: wind-tunnel verification // AIAA-(82-1204), AIAA/SAE/ASME 18th Joint Propulsion Conference.– Cleveland, Ohio.– 21-22 June, 1982.– P. 1-18.
9. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа.– М.: Наука, 1978.– 736 с.
10. Cole J. D. Perturbation Methods in Applied Mathematics.– Blaisdell Publishing Company: Waltham, Massachusetts; Toronto; London, 1968.– 267 p.