

УДК 629.127

# ВЫБОР МЕСТОНАХОЖДЕНИЯ ПРИВЯЗНОГО САМОХОДНОГО ПОДВОДНОГО АППАРАТА ДЛЯ РАСЧЕТА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ КАБЕЛЯ

А. П. РОДИЧЕВ

Украинский государственный морской технический университет, Николаев

Получено 25.03.2000

На основании уравнений статики гибкой нити в однородном потоке рассмотрена оптимизационная задача о выборе неблагоприятного взаимного расположения привязного самоходного подводного аппарата и судна-носителя при определении натяжения связывающего их кабеля. Приведено аналитическое решение этой задачи для общего случая нити в неоднородном потоке, а также результаты численного моделирования некоторых частных случаев, позволяющие упростить решение для практического использования в проектных расчетах.

На основі рівнянь статики гнучкої нитки в однорідному потоці розглянута оптимізаційна задача щодо вибору несприятливого взаємного розташування прив'язного самохідного підводного апарату та судна-носія при визначенні натягу зв'язуючого їх кабелю. Приведено аналітичне рішення цієї задачі для загального випадку нитки у неоднорідному потоці, а також результати чисельного моделювання деяких окремих випадків, які дозволяють спростити рішення для практичного використання в проектних розрахунках.

On the basis of the equations of a statics of a flexible line in a homogeneous flow the optimization task about a choice of an unfavorable mutual positioning of the underwater remotely operated vehicle (ROV) and parent vessel is considered at definition of a tension of an umbilical cable, connecting them. The analytical solution of this task is given for a general case of a flexible line in a inhomogeneous flow, and also results of numerical modeling of some special cases allowing to simplify the solution for practical use in design calculations.

## ВВЕДЕНИЕ

Подводно-технический комплекс (ПТК) с привязным самоходным подводным аппаратом (ПА) содержит в своем составе кабель-трос (кабель), связывающий надводную часть ПТК с ПА и обеспечивающий подачу на ПА электропитания, команд управления и обратный информационный поток. Иногда кабель выполняет лишь часть названных функций, например, информационно-управляющий обмен. В любом случае кабель, представляя собой протяженную механическую связь, существенно влияет на перемещения ПА, ограничивая его маневренность и доступное пространство, особенно при наличии течения в районе работ.

Для определения параметров движительно-рулевого комплекса ПА необходимо знать направление и величину силы, с которой действует на него кабель. Эта реакция возникает в результате движения или позиционирования на течении ПА и судна-носителя, вызывающих в общем случае как абсолютное перемещение кабеля в пространстве, так и относительное перемещение в потоке течения. Расчет гидродинамической реакции кабеля для большого числа вариантов расположения ПА по отношению к судну-носителю и последующее их

сравнение являются весьма трудоемким процессом [1–3], что особенно неудобно на ранних стадиях проектирования ПТК. Поэтому важно уметь выбирать для расчета одно или несколько местонахождений ПА, в которых тяговые и мощностные характеристики движительно-рулевого комплекса принимают наибольшие значения. Очевидно, при этом аппарат будет находиться на границе доступной зоны. Размеры и форма этой зоны сильно зависят от скорости течения [4], осложняя выбор расчетного местонахождения ПА.

В данной работе приводится обоснование единого подхода, не зависящего от форм эпюры скоростей набегающего потока, к выбору взаимного расположения ходового и коренного концов кабеля для расчета гидродинамической реакции кабеля, действующей на ПА.

## 1. ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

*Хорда кабеля* – прямолинейный отрезок, соединяющий концы кабеля.

*Рабочее пространство (РП)* – пространство всех возможных местонахождений ПА, рассматриваемого как материальная точка в силу малости его размеров по сравнению с РП. *Рабочая зона (РЗ)* – сечение РП горизонтальной плоскостью на опре-

деленной глубине. Размеры и форма РП определяются параметрами кабеля, течения и тяговыми возможностями ПА. При отсутствии течения РП будет иметь форму полушария с центром на коренном конце кабеля и радиусом, равным длине кабеля. Следует подчеркнуть, что на границе РП аппарат имеет нулевую абсолютную скорость и единственно возможное пространственное положение (углы курса, дифферента и крена), поскольку любое изменение этого положения приведет к изменению сопротивления ПА и его вектора тяги, нарушая баланс действующих на него сил, и вызовет смещение ПА внутрь РП или в другую точку границы РП. С точки зрения подвижности ПА, приведенные выше характеристики РП и РЗ являются *статическими*.

*Динамическое РП (ДРП)* – пространство возможных местонахождений ПА, в котором не ограничиваются его управляемые степени свободы. Например, ПА, имеющий два маршевых и один вертикальный движитель, внутри ДРП будет обладать тремя управляемыми степенями свободы: двумя линейными и одной вращательной. Другими словами, ДРП есть пространство полной маневренности, в то время как область между РП и ДРП является пространством ограниченной маневренности, где управляемые степени свободы ПА могут быть реализованы лишь частично. ДРП всегда меньше РП.

Иногда требуется рассмотрение еще одного вида рабочего пространства, связанного с реализацией назначения ПТК. *Технологическое РП (ТРП)* – пространство, доступное для обработки определенным инструментом, установленным на ПА. Для инструментов малого радиуса действия, таких как телекамера и манипулятор, ТРП практически не отличается от РП, но, например, для гидроакустического оборудования размеры ТРП существенно больше РП. Для ДРП и ТРП могут быть введены соответствующие понятия рабочих зон по аналогии с РЗ для РП.

Далее под РП и РЗ будут пониматься их статические разновидности.

## 2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ РАСЧЕТНОГО МЕСТОНАХОЖДЕНИЯ ПОДВОДНОГО АППАРАТА

### 2.1. Постановка задачи

При проектировании ПТК обычно выполняют два вида гидродинамического расчета кабеля: *проектировочный* расчет на ранних стадиях для определения необходимой тяги, энергопотребления ПА

и параметров кабеля; *проверочный* расчет, проводимый после выбора параметров движительно-рулевого комплекса и кабеля для уточнения характеристик РП при различных внешних условиях.

Далее будем рассматривать проектировочный расчет, для которого исходными данными являются рабочая глубина и минимальный радиус действия ПА на этой глубине, определенные техническим заданием. Таким образом, нас не интересует реальная форма РЗ, главное, чтобы аппарату была доступна круглая зона заданного радиуса, которая окажется вписанной в РЗ. Задача состоит в отыскании точек, принадлежащих круглой зоне, в которых максимизируются: маршевая, вертикальная и лаговая тяги ПА, а также суммарная мощность, подводимая к его движителям.

Маловероятно, что все интересующие нас величины будут максимальны в единой точке, но проведение четырех независимых расчетов для каждой из них является неудобным. Целесообразнее выбрать в качестве целевой функции одну переменную, связанную со всеми искомыми величинами, и определить максимизирующую ее точку круглой зоны, которая будет лежать на границе зоны – окружности. Такой переменной может быть принято натяжение кабеля на ходовом конце, то есть та реакция, с которой кабель действует на ПА. Кроме упрощения проектировочных расчетов и оптимизационной математической модели, приведенной ниже, этот выбор имеет следующие преимущества, особенно важные на ранних этапах проектирования:

- независимость математической модели от архитектурно-конструктивного типа и углового положения ПА во время позиционирования (гидродинамические силы и моменты, возникающие на ПА, не учитываются), что также позволит применить полученные выводы как к РП, так и к ДРП при соответствующей интерпретации;
- независимость математической модели от конструктивных характеристик движительно-рулевого комплекса, необходимых для расчета потребляемой мощности (количество, тип, расположение, диаметры движителей и т. д.).

Погрешности введения такого упрощения задачи невысоки и будут проанализированы ниже.

Сформулируем задачу математического программирования следующим образом. Требуется определить местонахождение ПА на границе круглой зоны, соответствующее максимальному натяжению на ходовом конце кабеля, при заданных:

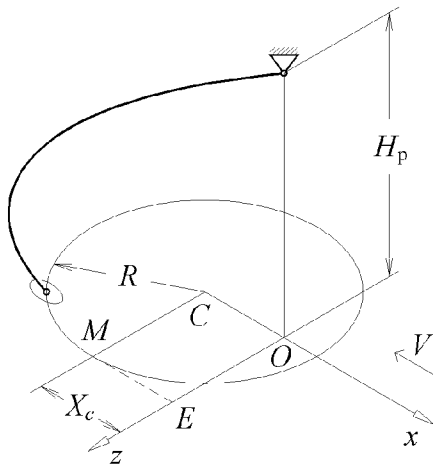


Рис. 1. Схема параметров рабочего пространства

эпюре скоростей, рабочей глубине, радиусе действия и параметрах кабеля.

Схема параметров РП представлена на рис. 1. РП имеет продольную вертикальную плоскость симметрии (диаметральная плоскость). Центр круглой зоны радиуса  $R$  (точка  $C$ ) лежит в этой плоскости на рабочей глубине  $H_p$  и в общем случае смещен относительно эпицентра коренного конца кабеля (точки  $O$ ) на величину  $X_c$ .

### 2.2. Принятые допущения

Предполагается, что кабель представляет собой однородную нерастяжимую абсолютно гибкую нить.

Задача рассматривается в квазистатической постановке. На кабель действует набегающий поток с горизонтальным полем скоростей одинакового направления и переменного по глубине модуля. Допускается, что принятая эпюра скоростей отражает суммарную скорость потока на любой глубине, учитывающую как абсолютное, так и относительное движение кабеля в жидкости. Такой подход, когда векторы скоростей течения и обращенного движения сонаправлены, приводит к максимальной результирующей скорости обтекания каждого элементарного отрезка нити и, следовательно, к максимальному натяжению нити.

Будет рассматриваться только плавкабель – кабель нулевого веса в воде – в силу следующих двух причин. Во-первых, у большинства действующих ПТК весь кабель или хотя бы довольно протяженный участок на его ходовом конце выполняют с плавучестью, близкой к нулю. Во-вторых, выражения для равновесия невесомой нити в однородном потоке получены в конечном виде [5].

Учитывая принятые допущения, можно сделать вывод, что рассматриваемый кабель всегда будет иметь форму плоской кривой.

### 2.3. Формализация задачи

Любую эпюру течения с переменным значением скорости по глубине можно аппроксимировать ступенчатой эпюрой, с постоянной скоростью в пределах каждой ступени, при достаточно большом числе ступеней  $n$ . Разобьем кабель на отдельные участки по числу ступеней скорости, накладывая граничные условия в точках их шарнирной стыковки  $O_i$  ( $i=1, \dots, n-1$ ) в смысле равенств натяжений и углов атаки. Расчетная схема приведена на рис. 2. Каждая полученная таким образом нить будет находиться в однородном потоке, а ее равновесие в соответствующей системе координат  $O_i x_i y_i$  ( $i=0, \dots, n-1$ ) может быть описано следующей системой уравнений [5]:

$$\begin{aligned} T_i &= T_{i-1} \tau_{i-1} / \tau_i, \\ L_i &= T_{i-1} \tau_{i-1} (\operatorname{ctg} \alpha_i - \operatorname{ctg} \alpha_{i-1}) / r_i, \\ X_i &= T_{i-1} \tau_{i-1} (\operatorname{cosec} \alpha_i - \operatorname{cosec} \alpha_{i-1}) / r_i, \\ Y_i &= T_{i-1} \tau_{i-1} \left( \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha_i}{2} - \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha_{i-1}}{2} \right) / r_i, \\ & i = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $T_i, \alpha_i$  – натяжение и угол атаки кабеля в  $i$ -ом шарнире ( $i=0, \dots, n$ );  $L_i, X_i, Y_i$  – длина и протяженность  $i$ -го участка нити в продольном и поперечном направлениях соответственно ( $i=1, \dots, n$ );  $\tau_i = 1/[1 - (1 - \operatorname{cosec} \alpha_i) C_t / C_n]$  – коэффициент влияния трения;  $C_t$  – коэффициент сопротивления трения;  $C_n$  – коэффициент нормального сопротивления;  $r_i = C_n \rho V_i^2 D / 2$  – погонное нормальное сопротивление  $i$ -го участка нити;  $\rho$  – массовая плотность воды;  $V_i$  – скорость потока на  $i$ -ом участке нити;  $D$  – диаметр поперечного сечения кабеля. Для объединения отдельных участков в целый кабель к системе (1) необходимо добавить очевидные геометрические соотношения:

$$L = \sum_{i=1}^n L_i, \quad A = \sum_{i=1}^n X_i, \quad B = \sum_{i=1}^n Y_i, \quad (2)$$

где  $L$  – длина кабеля;  $A$  и  $B$  – координаты ПА в системе  $O_0 x_0 y_0$ .

Принимая во внимание, что невесомая нить в коллинеарном поле скоростей остается плоской независимо от величины угла наклона соприкасающейся плоскости к горизонту  $\beta$ , а также то, что при изменении  $\beta$  поперечные размеры

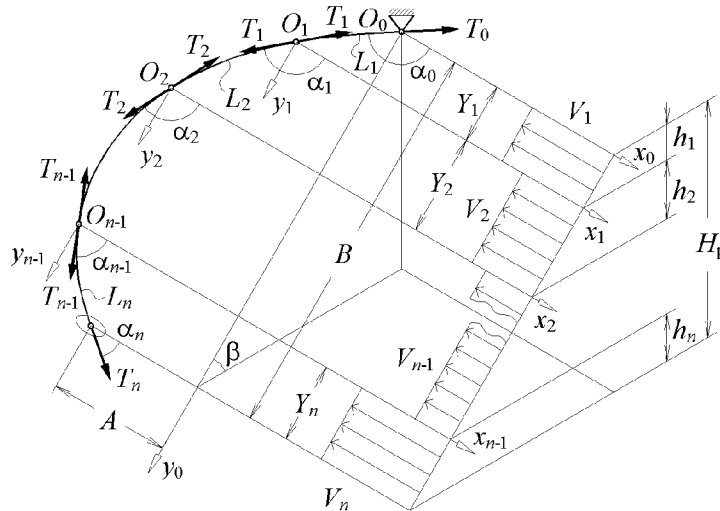


Рис. 2. Расчетная схема

участков нити меняются взаимно пропорционально, запишем

$$\sin \beta = H_p / \sum_{i=1}^n Y_i = h_i / Y_i.$$

Следовательно,

$$\sum_{i=1}^n Y_i = H_p Y_i / h_i.$$

Подставляя данное выражение в последнее из соотношений (2), получаем более простое выражение для проекции хорды на поперечную плоскость

$$B = H_p Y_i / h_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

Первое уравнение системы (1) позволяет сделать вывод о постоянстве в любой точке нити произведения

$$T_i \tau_i = \text{const} = T\tau \quad (4)$$

и опустить индексы. Произведение  $T\tau$  является инвариантом для всех точек одной формы кабеля, но в то же время будет переменной величиной при переходе к другой форме кабеля, ходовой конец которого расположен в ином месте РЗ.

Целевую функцию запишем в следующем виде:

$$f = T_n = T_i \tau_i / \tau_n = T\tau / \tau_n \rightarrow \max.$$

Учитывая уравнения (1) – (4), составляем систе-

му ограничений

$$\varphi_1 = \frac{L}{T\tau} - \sum_{i=1}^n (\text{ctg } \alpha_i - \text{ctg } \alpha_{i-1}) / r_i,$$

$$\varphi_2 = \frac{A}{T\tau} - \sum_{i=1}^n (\text{cosec } \alpha_i - \text{cosec } \alpha_{i-1}) / r_i,$$

$$\varphi_3 = \frac{B}{T\tau} - \frac{H_p}{h_j} \left( \ln \text{ctg } \frac{\alpha_j}{2} - \ln \text{ctg } \frac{\alpha_{j-1}}{2} \right) / r_j,$$

$$\varphi_4 = (A - X_c)^2 + B^2 - H_p^2 - R^2.$$

#### 2.4. Определение стационарных точек

Принимая во внимание, что функции  $f, \varphi_1, \dots, \varphi_4$  непрерывно дифференцируемы на ограниченном множестве, для решения задачи воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа. В данном случае функция Лагранжа будет иметь следующий вид:

$$F = f + \sum_{i=1}^4 \lambda_i \varphi_i,$$

где  $\lambda_i$  являются множителями Лагранжа.

Для определения стационарных точек рассмотрим необходимые условия существования локального экстремума целевой функции  $f$  в пространстве независимых переменных  $X_c, A, B, (T\tau)$  и  $\alpha_i$  ( $i=0, \dots, n$ ):

$$\frac{\partial F}{\partial X_c} = -2\lambda_4(A - X_c) = 0. \quad (5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial A} = \frac{\lambda_2}{T\tau} + 2\lambda_4(A - X_c) = 0.$$

Складывая два последних выражения, получаем

$$\lambda_2 = 0. \quad (6)$$

Тогда

$$\frac{\partial F}{\partial B} = \frac{\lambda_3}{T\tau} + 2\lambda_4 B = 0,$$

следовательно,

$$\lambda_3 = -2\lambda_4 T\tau B \quad (7)$$

и

$$\frac{\partial F}{\partial(T\tau)} = \frac{1}{\tau_n} - \frac{\lambda_1 L}{(T\tau)^2} - \frac{\lambda_2 A}{(T\tau)^2} - \frac{\lambda_3 B}{(T\tau)^2} = 0.$$

Принимая во внимание выражение (6), имеем

$$\frac{(T\tau)^2}{\tau_n} - \lambda_1 L - \lambda_3 B = 0. \quad (8)$$

Произвольность выбора индекса переменных  $h_j$ ,  $\alpha_j$  и  $r_j$  при вычислении производных  $\partial\varphi_3/\partial\alpha_i$  позволяет принимать  $j \neq i$  и  $j+1 \neq i$ . Тогда

$$\frac{\partial\varphi_3}{\partial\alpha_i} = 0, \quad i = 0, \dots, n.$$

Учитывая данное замечание и выражение (6), запишем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial\alpha_0} &= -\frac{\lambda_1}{r_1} \operatorname{cosec}^2 \alpha_0 = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial\alpha_i} &= -\lambda_1 \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right) \operatorname{cosec}^2 \alpha_i = 0, \\ & i = 1, \dots, n-1. \end{aligned}$$

Поскольку  $\operatorname{cosec} \alpha_i \neq 0$ , то каждое из двух предыдущих выражений дает

$$\lambda_1 = 0, \quad (9)$$

и получаем выражение

$$\frac{\partial F}{\partial\alpha_n} = -T\tau \frac{C_t}{C_n} \operatorname{cosec} \alpha_n \operatorname{ctg} \alpha_n + \frac{\lambda_1}{r_n} \operatorname{cosec}^2 \alpha_n = 0,$$

подставляя в которое уравнение (9), получаем

$$\operatorname{ctg} \alpha_n = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha_n = \pi/2.$$

Это первая стационарная точка. Она не может являться решением в общем случае, так как существуют РЗ, в пределах которых везде  $\alpha_n < \pi/2$ .

Подставляя соотношение (7) в (8) и учитывая (9), получаем

$$\frac{(T\tau)^2}{\tau_n} + 2\lambda_4 T\tau B^2 = 0.$$

Отсюда следует, что множитель

$$\lambda_4 = -\frac{T\tau}{2B^2\tau_n}$$

не может быть равен нулю. В таком случае для удовлетворения выражения (5) необходимо следующее условие:

$$A = X_c. \quad (10)$$

Это вторая стационарная точка. Назовем ее *миделевой*, учитывая расположение на границе зоны относительно направления потока (точка  $M$  на рис. 1). Разумеется, в потоке, меняющемся только по глубине, РЗ имеет две такие точки, симметричные относительно диаметральной плоскости РП.

### 2.5. Выбор экстремума

В качестве критических точек кроме миделевой необходимо рассмотреть граничные точки возможных значений координаты  $A$ , являющиеся оконечностями круглой зоны: *носовую* ( $A = X_c + R$ ) и *кормовую* ( $A = X_c - R$ ). В этих точках целевая функция также будет иметь локальные экстремумы, причем экстремумы вдоль границы круглой зоны должны чередоваться: если в миделевых точках будут максимумы, то в носовой и кормовой – минимумы, и наоборот.

Для выбора максимума можно обойтись без сравнения в общем виде значений целевой функции в критических точках, принимая во внимание следующее соображение. Граница РЗ с постоянным натяжением на ходовом конце кабеля  $T_n$  (*изодинама*) и вписанная в нее круглая зона будут касаться друг друга в точках, где круглая зона имеет  $T_n = \max$ . Численное моделирование показывает, что РЗ имеет вытянутую вдоль потока форму. Это означает, что изодинама будет касаться окружности в миделевых точках, которые, следовательно, и являются решением задачи. Этот вывод будет подтвержден ниже на примере.

Чтобы определить координаты миделевой точки, нужно учесть следующее. Круглая зона и изодинама имеют в миделевой точке общую касательную, параллельную оси  $x$ . Поэтому в данной точке у функции, задающей изодинаму вида  $z = z(x)$ , должен быть экстремум. Найти его координаты можно путем оптимизации этой функции.

### 3. ПАРАМЕТРЫ КРУГЛОЙ ЗОНЫ

С целью определения на границе круглой зоны максимально возможного радиуса местонахождения ПА, соответствующих наибольшему значению расходуемой на движение кабеля мощности  $N$ ,

реакции кабеля на ходовом конце  $T$  и его маршевой  $T_M$ , вертикальной  $T_B$  и лаговой  $T_L$  составляющих, а также с целью сравнения их с аналогичными величинами в траверзной точке  $E$  с координатами  $(0, R)$  (см. рис. 1), часто используемой на практике в качестве расчетной, была проведена серия расчетов, в рамках которой менялись форма эпюры и интенсивность потока, а характеристики ПА базировались на технических данных аппарата “Помор” (масса 68 кг, длина×ширина×высота=1.1×0.6×0.5 м). Рассматривались однородные ( $n=1$ ) и двухступенчатые ( $n=2$ ) эпюры. Координаты миделевой точки рассчитывались путем максимизации теневой проекции хорды кабеля  $B$  на поперечную плоскость при удовлетворении условий (1)–(2), а также заданных  $H_p$  и ограничениях по  $T_M$ ,  $T_B$  и  $T_L$ . После определения расположения центра круглой зоны проводились расчеты искомых величин на ее границе, для чего численно решалась система (1) при задаваемых геометрических величинах (2), а также характеристиках ПА и течения. Полученная пространственная сила  $T$  раскладывалась на составляющие, для которых вычислялись необходимые на их создание мощности. Мощности определялись отдельно, поскольку их выражения зависят от конструктивных параметров движителей и тяги, возводимой в разные степени для маршевого и поперечных направлений.

В качестве иллюстрации выполненных расчетов на рис. 3 приводятся типичные результаты исследования одной круглой зоны при следующих исходных данных: рабочая глубина – 300 м, нижний слой течения толщиной 30 м имеет скорость 1 м/с, верхний – 0.25 м/с, длина кабеля – 430 м. Максимальная круглая зона, доступная в этих условиях, имеет радиус  $R \approx 68$  м при сносе ее центра вниз по течению  $X_c \approx -25$  м. Зависимости представлены как функции полярного угла с полюсом в центре зоны, отсчитываемого от положительного направления оси  $x$ , в относительном виде:

$$\bar{P} = (P - P_E) / P_E,$$

где  $P$  – один из представляемых параметров, а  $P_E$  – соответствующий ему параметр в траверзной точке.

Сделаем некоторые качественные выводы по рис. 3:

- реакция кабеля  $T$  и его маршевая составляющая  $T_M$  имеют максимумы в миделевой точке (при полярном угле  $90^\circ$ ), а минимумы – в оконечностях зоны (при углах  $0$  и  $180^\circ$ ), подтверждая теоретический вывод о местонахождении локальных экстремумов  $T$ , приведенный

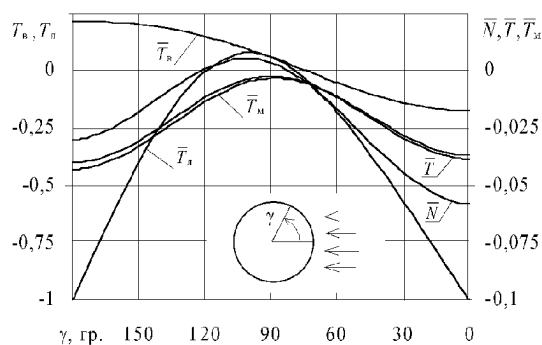


Рис. 3. Изменение мощности, натяжения и его составляющих вдоль круглой зоны и их сравнение с аналогичными величинами в траверзной точке

выше;

- вертикальная составляющая реакции  $T_B$  монотонно изменяется от минимума в носовой точке до максимума в кормовой, что вполне объясняется поведением угла атаки;
- лаговая составляющая реакции  $T_L$  равна нулю в диаметральной плоскости РП и имеет максимум сразу за миделем, в районе полярного угла  $100^\circ$ ;
- зависимость суммарной мощности  $N$  имеет максимум примерно там же, где и  $T_L$ , глобальный минимум расположен в носовой точке, а локальный минимум – в кормовой;
- при выборе траверзной точки в качестве расчетной будут допущены следующие погрешности: для  $T$  и  $T_M$  – менее 1% в безопасную сторону, недоучет по  $T_B$  – 22%, по  $T_L$  – 8% и по  $N$  – менее 1%.

Такие погрешности в опасную сторону по  $T_B$  и  $T_L$  не должны пугать. Следует иметь в виду, что тяга, расходуемая на кабель, должна обязательно учитываться при выборе параметров движительно-рулевого комплекса, однако не определяет их полностью, так как техническое задание может регламентировать другие характеристики движения, например скорость погружения-всплытия, для реализации которых будет недостаточно сил, полученных расчетом реакции кабеля. В рассмотренном случае абсолютные наибольшие значения  $T_B$  и  $T_L$ , необходимые для работы в этой зоне, составляют лишь около 18 и 4% соответственно от располагаемых на ПА. То есть размеры РЗ определяются прежде всего маршевой тягой,

значения которой в миделевой и траверсной точках практически совпадают. Если все-таки существует необходимость определения максимальных  $T_b$  и  $T_n$  в пределах круглой зоны, следует использовать для этого точки окружности при полярном угле 180 и 100° соответственно, положение которых было стабильно в выполненных расчетах.

#### 4. ПАРАМЕТРЫ РАБОЧЕГО ПРОСТРАНСТВА В ОДНОРОДНОМ ПОТОКЕ

##### 4.1. Методика определения координат расчетного местонахождения ПА

Поскольку для произвольного потока не удается в общем виде определить координаты миделевой точки, начнем решение задачи с частного случая, например, с кабеля в однородном потоке. Так, этот случай имеет самостоятельную ценность при рассмотрении плавкабеля двухзвенных систем. Затем проанализируем возможность распространения полученных выводов на общий случай.

Опираясь на высказанные выше соображения, будем искать миделевую точку, как положение ПА, соответствующее максимуму функции:

$$z = \sqrt{Y^2 - H_p^2}$$

при постоянных значениях: натяжения кабеля на ходовом конце  $T$ , длины кабеля  $L$ , рабочей глубины  $H_p$  и нормального погонного сопротивления  $r$ .

Учитывая неизменность  $H_p$ , целевую функцию можно представить в виде

$$f = Y = T\tau \left( \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha_0}{2} \right) / r \rightarrow \max$$

с ограничениями

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= T\tau - T_0\tau_0, \\ \varphi_2 &= \frac{Lr}{T\tau} - \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha_0, \\ \varphi_3 &= \frac{Xr}{T\tau} - \operatorname{cosec} \alpha + \operatorname{cosec} \alpha_0. \end{aligned}$$

Здесь обозначения аналогичны обозначениям, использованным в системе (1). Введем для удобства безразмерный коэффициент натяжения

$$C_r = \frac{T}{Lr}.$$

Решать задачу будем методом Лагранжа. Запишем функцию Лагранжа

$$F = f + \sum_{i=1}^3 \lambda_i \varphi_i.$$

Рассмотрим необходимые условия существования экстремума, принимая в качестве независимых переменных  $X$ ,  $T_0$ ,  $\alpha_0$  и  $\alpha$ :

$$\frac{\partial F}{\partial X} = \frac{\lambda_3 r}{T\tau} = 0,$$

$$\frac{\partial F}{\partial T_0} = -\lambda_1 r_0 = 0.$$

Из приведенных равенств можно заключить, что  $\lambda_1 = \lambda_3 = 0$ . Учтем это при определении остальных производных:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_0} = \frac{T\tau}{r} \operatorname{cosec} \alpha_0 - \lambda_2 \operatorname{cosec}^2 \alpha_0 = 0.$$

Откуда следует

$$\lambda_2 = \frac{T\tau}{r} \sin \alpha_0. \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \alpha} &= \frac{T}{r} \left[ \frac{C_t}{C_n} \tau^2 \operatorname{cosec} \alpha \operatorname{ctg} \alpha \times \right. \\ &\times \left( \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha_0}{2} \right) - \tau \operatorname{cosec} \alpha \left. \right] + \\ &+ \lambda_2 \left( -\frac{C_t}{C_n C_r} \operatorname{cosec} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha \right) = 0. \end{aligned}$$

После преобразований с учетом выражения (11) получаем

$$\begin{aligned} 1 + \frac{C_t}{C_n} \tau \operatorname{ctg} \alpha \ln \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha_0}{2} \right) + \\ + \left( \frac{C_t}{C_n C_r} \cos \alpha - 1 \right) \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Исследование области значений функции, стоящей в левой части уравнения (12), во всей области определения по углам  $\alpha$  и  $\alpha_0$  показывает, что это уравнение приводит к двум стационарным точкам:  $\alpha + \alpha_0 \approx \pi$  и  $\alpha \approx \alpha_0$ , последняя из которых не может рассматриваться как решение, потому что противоречит представлению о расположении миделевой точки. Это косвенно подтверждается в частном случае, когда не учитывается трение ( $C_t = 0$ ), и выражение (12) сводится к равенству

$$\sin \alpha = \sin \alpha_0,$$

решением которого является соотношение

$$\alpha + \alpha_0 = \pi,$$

поскольку иначе, в случае  $\alpha = \alpha_0$ , кабель должен быть прямолинейным, а  $L = 0$ , что противоречит

физической модели. Таким образом, получается, что при отсутствии трения кабель имеет симметричную относительно середины своей длины форму, а миделевая и траверзная точки совпадают ( $X_c=0$ ).

Чтобы найти положение миделевой точки, сначала необходимо определить концевые углы атаки, для чего к уравнению (12) надо добавить еще одно, не содержащее новых неизвестных. Таким может быть лишь выражение для длины кабеля

$$1 - C_T \tau (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha_0) = 0. \quad (13)$$

После численного решения полученной системы (12)–(13) могут быть определены координаты искомой точки:

$$\frac{X_c}{L} = \frac{\operatorname{cosec} \alpha - \operatorname{cosec} \alpha_0}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha_0}, \quad (14)$$

$$\frac{Y_c}{L} = \frac{\operatorname{cosec} \alpha - \operatorname{cosec} \alpha_0}{\ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha_0}{2}}. \quad (15)$$

Возможен и другой алгоритм: прямая максимизация выражения (15) с ограничением (13) и последующий расчет по формуле (14).

#### 4.2. Представление и анализ результатов

С использованием приведенного выше алгоритма были проделаны расчеты параметров РП в однородном потоке, целью которых являлось, прежде всего, определение значений сноса центра круглой зоны  $X_c$  и возникающих от неучета этого сноса погрешностей: величины натяжения на ходовом конце кабеля

$$\Delta C_T = (C_{TE} - C_T) / C_T$$

и величины теневой проекции хорды кабеля

$$\Delta Y = (Y_c - Y_E) / Y_c,$$

где  $C_T$ ,  $C_{TE}$  – коэффициенты натяжения в миделевой и траверзной точках соответственно при одинаковой величине теневой проекции хорды, равной  $Y_c$ ;  $Y_c, Y_E$  – теневые проекции хорды в миделевой и траверзной точках соответственно при одинаковой величине коэффициента натяжения, равного  $C_T$ .

Неодинаковый выбор параметров миделевой и траверзной точек в качестве уменьшаемого и вычитаемого в числителях двух последних выражений продиктован стремлением иметь эти выражения положительными, поскольку, принимая во внимание форму и взаимное расположение двух

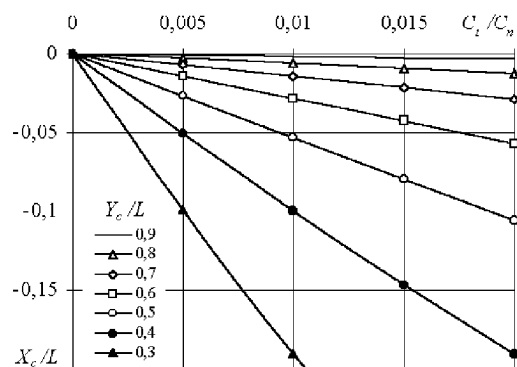


Рис. 4. Зависимость сноса центра круглой зоны максимального радиуса от соотношения коэффициентов сопротивления и теневой проекции хорды

РЗ-изодинам ( $C_T = \text{const}$ ,  $C_{TE} = \text{const}$ ), становится очевидным, что  $C_{TE} > C_T$  и  $Y_c > Y_E$ .

Расчеты проведены практически для всего реального диапазона изменения параметров и представлены в относительном виде на рис. 4–9. По их результатам можно сделать следующие выводы.

1) Центр доступной аппаратуры круглой зоны максимального радиуса при ограниченном натяжении кабеля на ходовом конце или заданного радиуса при минимально возможном натяжении, а значит, и миделевая точка, характеризуемая наибольшим натяжением в пределах круглой зоны, всегда смещены вниз по течению относительно коренного конца кабеля, то есть  $X_c < 0$ .

2) Существенное влияние на величину  $X_c$  оказывает соотношение коэффициентов гидродинамического сопротивления кабеля  $C_t/C_n$ , при равенстве которого нулю, например без учета трения, снос вообще отсутствует. Зависимости  $X_c$  от гидродинамических коэффициентов и протяженности кабеля в поперечном направлении  $Y_c$  представлены в относительном виде на рис. 4 и имеют практически линейный характер. Модуль  $X_c$  растет с увеличением  $C_t/C_n$  и уменьшением  $Y_c$ .

3) На рис. 5 показана типичная форма РП, представляющего собой в случае постоянного натяжения на ходовом конце нижнюю половину осесимметричного тела без поперечной плоскости симметрии. Образующая РП ( $X_H$  и  $X_K$  – абсциссы носовой и кормовой ветвей) сходна с эллипсом, но имеет более полную форму, причем при стремлении  $C_t/C_n$  к нулю полнота увеличивается. В отличие от эллипсоида, зависимость  $R_{\min}/R_{\max}$  непостоянна по глубине ( $R_{\min}$  и  $R_{\max}$  – минимальный и максимальный горизонтальные ради-



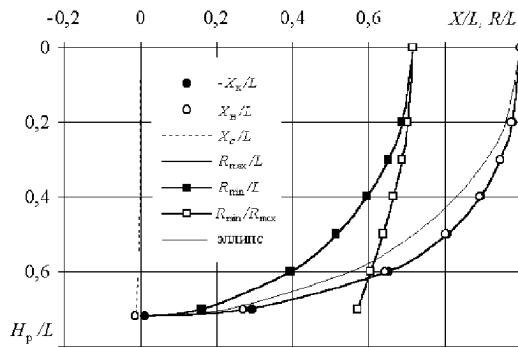


Рис. 5. Форма рабочего пространства при  $C_T=0.25$  и  $C_t/C_n=0.01$

усы действия ПА в пределах РЗ, отсчитываемые от середины ее длины). Таким образом, границу РП можно считать квазиэллипсоидом вращения с полуосями  $R_{\min}$  и  $R_{\max}$  при нулевой глубине и ошибкой в безопасную сторону между опорными точками, а границы РЗ – квазиэллипсами, которые полнее эллипсов, опирающихся на те же полуоси. Нужно подчеркнуть, что такая форма РП имеет место при постоянном натяжении на его границе ( $C_T = \text{const}$ ) и весьма редко встречается в практической реализации, так как требует от ПА возможности создания одинаковой тяги в любом направлении. Таким качеством благодаря специфическому движительно-рулевому комплексу, включающему выделенный движитель для компенсации реакции кабеля, обладает, к примеру, ПА “Егіс-II” и частично ПА типа “Sea Twin”, имеющие шесть управляемых степеней свободы, в том числе полную поворотливость во всех плоскостях, но зависимое от направления обтекания гидродинамическое сопротивление. Подавляющее большинство ПА не обладают такими свойствами, поэтому они имеют другие формы РП, зависящие от соотношения маршевых, вертикальных и лаговых тяговых усилий, а также от интенсивности потока (пример см. в [4]), в отличие от РЗ-изодинам, меняющих свои размеры при неизменной эллипсоидной форме. Анализ формы РП проводится обычно при проверочных расчетах кабеля и не входит в задачи данной работы.

4) На рис. 6 приведены зависимости сноса центра РЗ от текущей глубины и гидродинамических коэффициентов. Центр получен как середина длины РЗ при сечениях РП на различных глубинах. Снос РП вниз по течению увеличивается с ростом  $C_t/C_n$  и падением  $C_T$ .

5) Обобщенные диаграммы, отражающие взаимосвязь основных параметров РП, изображены на рис. 7 и 8. Их основное назначение состоит

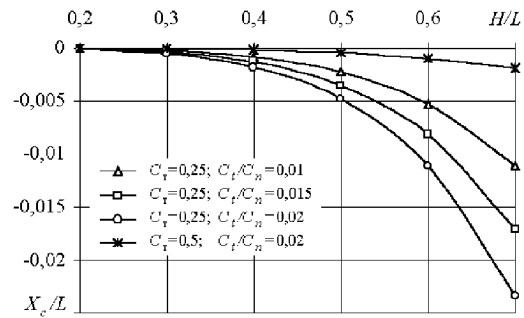


Рис. 6. Зависимость сноса середины рабочей зоны от глубины ее расположения в рабочем пространстве для некоторых сочетаний параметров  $C_T$  и  $C_t/C_n$

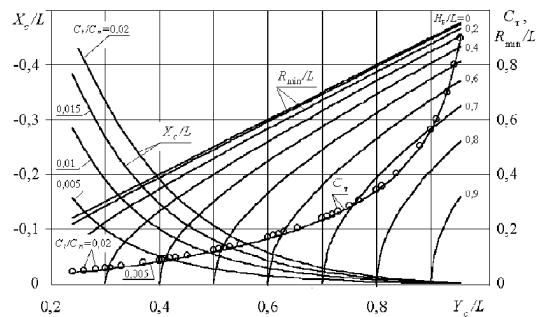


Рис. 7. Зависимость координат и коэффициента натяжения от теневой проекции хорды для миделевой точки

в демонстрации зависимости  $X_c/L$  от  $Y_c/L$ ,  $C_T$  и  $C_t/C_n$ , кроме того, на рисунках построена вспомогательная сетка  $R/L$ . Диаграммы базируются на одних и тех же данных и различаются осью абсцисс. Первая диаграмма удобна для проективных расчетов, а вторая – для проверочных. Максимальное значение  $|X_c|/L$  в области пересечения наиболее реальных диапазонов изменения параметров  $0.5 \leq Y_c/L \leq 0.9$  и  $0.2 \leq C_T \leq 0.4$  составляет около 4% для  $C_t/C_n = 0.02$ . При чаще встречающемся  $C_t/C_n \approx 0.01$  относительный снос будет всего 2%.

6) Пренебречь сносом центра круглой зоны и выбрать в качестве расчетной точки траверзную вместо миделевой только на основании малости  $|X_c|$  нельзя. Основным аргументом должна быть схожесть натяжений и теневых проекций хорд в этих точках. Рис. 9 отражает разницу указанных величин в сравниваемых точках и показывает, что при  $Y_c/L \geq 0.5$  учет  $X_c$  дает погрешности  $\Delta C_T < 0.5\%$  и  $\Delta Y < 0.3\%$  с ошибкой в безопасную сторону в обоих случаях. Следовательно, для однородного потока такой погрешностью можно

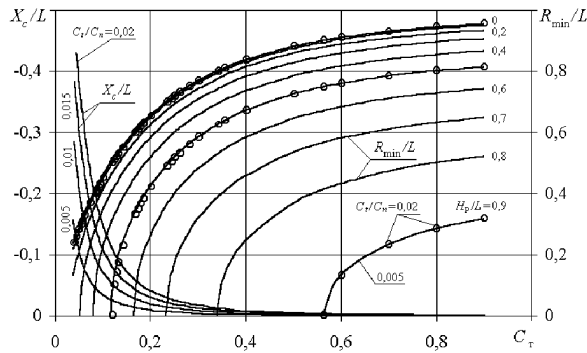


Рис. 8. Зависимость координат миделевой точки от коэффициента натяжения в этой точке

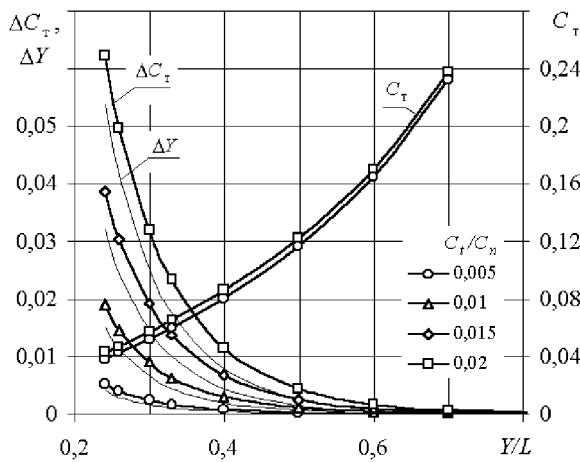


Рис. 9. Относительные завышения величины натяжения на ходовом конце кабеля и занижение максимальной величины теневой проекции хорды при их расчете в траверсной точке

вполне пренебречь и вести расчет в траверсной точке. Там же в справочных целях показан диапазон изменения  $C_T$  для рассмотренных интервалов изменения аргументов.

### 5. СРАВНЕНИЕ ДЕЙСТВИЙ ОДНОРОДНОГО И НЕОДНОРОДНОГО ПОТОКОВ

Рассмотрим возможность использования для неоднородного потока выводов, полученных для постоянной по глубине эпюры скоростей. Сравним значения  $X_c$  и  $\Delta C_T$  в случаях *полной* (однородный поток) и *неполной* (неоднородный поток) эпюр при равенстве скорости полной эпюры и максимальной скорости неполной эпюры. При фиксации  $T$ ,  $L$  и  $H_p$  и снижении гидродинамической нагрузки на кабель, которое имеет место при переходе от

полной эпюры к неполной, ПА становится относительно “сильнее”, РЗ увеличивается, стремясь к окружности, а  $X_c$  и  $\Delta C_T$  стремятся к нулю. В самом деле, из всех возможных эпюр течения с одинаковой максимальной скоростью знаменатель выражения для коэффициента натяжения

$$C_T = T / \int_0^L r dl$$

будет наибольшим у полной эпюры. Следовательно, с учетом постоянства числителя, у этой эпюры  $C_T$  будет наименьшим. Принимая во внимание монотонно убывающий характер зависимостей  $|X_c|$  и  $\Delta C_T$  от  $C_T$  (см. рис. 8 и 9) и предполагая сохранение этой тенденции при изменении полноты эпюры, можно заключить, что полная эпюра характеризуется наибольшими значениями  $|X_c|$  и  $\Delta C_T$  по сравнению с соответствующими ей неполными.

Проиллюстрируем эти выводы на примере. По методике, изложенной выше, была проведена серия расчетов параметров РЗ-изодинам применительно к ПА “Помор”, в пределах которой при постоянной рабочей глубине 200 м и длине кабеля 430 м для двухступенчатой эпюры взаимосвязанно варьировались толщины слоев потока (толщина слоя с большей скоростью составляла 50, 100, 150 и 200 м), а скорости нижнего  $V_H$  и верхнего  $V_B$  слоев зеркально менялись, принимая значения 0.25 и 0.5 м/с.

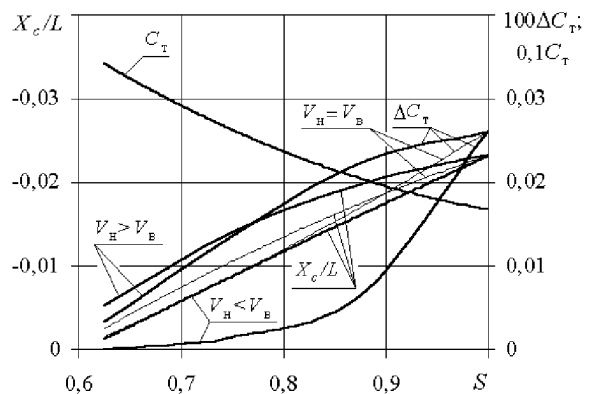


Рис. 10. Пример зависимостей параметров сноса рабочей зоны от коэффициента полноты эпюры скоростей

Результаты представлены на рис. 10 в зависи-

мости от коэффициента полноты эпюры

$$S = \int_0^{H_p} V dh / (V_{\max} H_p),$$

отражающего отношение площадей неполной и полной эпюр и лежащего в данном примере в промежутке  $(0.5, 1]$ . Тонкими линиями показаны для сравнения характеристики однородного потока, рассчитанные при соответствующих величинах теневой проекции хорды  $Y_c$ . Кроме того, приведен для справки действовавший диапазон изменения  $C_T$ .

Основные выводы по расчетам могут быть сформулированы следующим образом.

1) Подтверждается теоретический вывод о том, что максимальные значения сноса РЗ  $|X_c|$  и погрешности от его неучета  $\Delta C_T$  соответствуют полной эпюре ( $S=1$ ), причем эти значения в данном примере невелики:  $|X_c|/L < 2.5\%$ ,  $\Delta C_T < 0.03\%$ . Таким образом, величины  $|X_c|$  и  $\Delta C_T$  для однородного потока являются верхними пределами их значений для неполных эпюр. Следовательно, сделанный выше вывод о возможности неучета сноса РЗ для однородного потока из-за малой возникающей ошибки будет не менее справедлив и для всех остальных форм эпюры скоростей.

2) Величины  $X_c$  и  $\Delta C_T$  имеют один порядок для полных и неполных эпюр, причем значения для полных эпюр лежат между соответствующими значениями для зеркальных неполных эпюр. Поэтому, оценивая названные параметры РЗ в неоднородном потоке, можно в первом приближении пользоваться зависимостями для однородного потока с теми же  $H_p$ ,  $R$  и  $V=V_{\max}$ .

3) Используем для обобщенной характеристики форм сложных эпюр термин *центр площади эпюры*, понимая под ним центр тяжести площади, позволяющий говорить об эпюре с *повышенным (пониженным)* центром площади по сравнению с однородной эпюрой. Положение центра площади эпюры влияет на форму кабеля, определяя соотношение концевых углов атаки. При пониженном центре площади эпюры угол атаки кабеля на ходовом конце будет меньше угла, смежного углу атаки кабеля на коренном конце, поэтому поперечная составляющая реакции кабеля на ПА будет меньше по сравнению с зеркальной эпюрой при том же значении  $S$ , значит меньше будет РЗ, а  $|X_c|$  и  $\Delta C_T$  – больше. Это подтверждается взаимным расположением указанных зависимостей для зеркальных эпюр, сходящихся в одну точку при  $S=1$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве местонахождения привязного самоходного подводного аппарата при проектировочном расчете силы, действующей на него со стороны кабеля, предложено использовать точку в пределах круглой зоны заданного радиуса, в которой натяжение кабеля на ходовом конце принимает наибольшее значение.

Для произвольной формы эпюры скоростей набегающего потока аналитически обосновано и подтверждено численным моделированием, что центр доступной аппарату круглой зоны заданного радиуса при минимально возможном натяжении или максимально возможного радиуса при ограниченном натяжении лежит ниже по течению относительно коренного конца кабеля. Точка, характеризующая наибольшим натяжением в пределах круглой зоны, находится на ее границе на одном уровне с центром.

Силы и мощности, необходимые для удержания подводного аппарата в точке с наибольшим натяжением в пределах круглой зоны, а также ее координаты мало отличаются от соответствующих параметров при расположении аппарата на траверзе судна-носителя, когда хорда кабеля перпендикулярна направлению потока. Учитывая это, а также то, что при траверсном расположении аппарата упрощается определение искомых величин, оно может быть рекомендовано для проектировочных расчетов.

Снос расчетного местонахождения подводного аппарата вниз по течению и погрешности от его неучета максимальны для однородного потока по сравнению с неоднородными потоками при одинаковой наибольшей скорости в эпюрах. Поэтому приведенные обобщенные диаграммы, демонстрирующие взаимосвязь параметров кабеля и пространства, доступного аппарату в однородном потоке, могут быть использованы при оценочных расчетах для неоднородных потоков.

1. Салтанов Н.В. Гибкие нити в потоках.– Киев: Наукова думка, 1974.– 126 с.
2. Берто Г.О. Океанографические буи.– Л.: Судостроение, 1975.– 176 с.
3. Зарецкий А.В., Ягодзинский В.А. Обзор исследований по определению формы и натяжения кабельтроса в потоке набегающей жидкости.– М.: ВИНТИ, 1980.– 156 с.
4. Боровиков П.А., Самарский В.Н. Подводная техника морских нефтепромыслов.– Л.: Судостроение, 1980.– 176 с.
5. Егоров В.И. Подводные буксируемые системы.– Л.: Судостроение, 1981.– 304 с.