

УДК 621.371.39

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В ТУРБУЛЕНТНОЙ ВОДНОЙ СРЕДЕ

В. В. НИКИШОВ, В. В. ОЛЕКСЮК

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 12.06.02

В приближении геометрической оптики изучаются статистические характеристики световой волны, распространяющейся в турбулентной водной среде, флуктуации показателя преломления которой определяются флуктуациями температуры и солёности. Для локально однородной и изотропной турбулентности использовалась модель спектра флуктуаций показателя преломления E_k , разработанная на основе модели Коррзина-Пао, полученной для температурного спектра. Показано, что в зависимости от вклада температурных и солёностных флуктуаций в флуктуации показателя преломления структурная функция фазы и сумма продольной и поперечной корреляционных функций углов прихода световой волны претерпевают существенные изменения: возникают локальные выпуклости, обусловленные наличием локальных экстремумов в спектре E_k , изменяется форма кривых.

У наближенні геометричної оптики вивчаються статистичні характеристики світлової хвилі, що поширюється в турбулентному водному середовищі, флуктуації показника заломлення якої визначаються флуктуаціями температури і солоності. Для локально однорідної та ізотропної турбулентності використовувалася модель спектра флуктуацій показника заломлення E_k , що розроблена на основі моделі Коррзина-Пао, яка була отримана для температурного спектра. Показано, що в залежності від внеску температурних і солоностних флуктуацій у флуктуації показника заломлення структурна функція фази і сума поздовжньої і поперечної кореляційних функцій кутів приходу світлової хвилі мають істотні зміни: виникають локальні опуклості, які обумовлені наявністю локальних екстремумів у спектрі E_k , змінюється форма кривих.

Statistical characteristics of light wave propagating in turbulent water are studied by using the approximation of the geometric optic. It is assumed that optical refractive-index fluctuations caused by the fluctuations of temperature and salinity. Model of the spectrum of optical refractive-index fluctuations was developed on the base of the Corrsin-Pao model of the spectrum of temperature fluctuations. It is shown that the structure function of phase and sum of the longitudinal and cross correlation functions of the angle of arrival of light wave are changed significantly depending on the contributions of temperature and salinity fluctuations in the refractive-index fluctuations. It is demonstrated that local bumps arise in the characteristics, shapes of curves are changed. The local extremums of the spectrum of refractive-index fluctuations are responsible for these anomalies.

ВВЕДЕНИЕ

При распространении волн (звуковых, акустических) в турбулентной среде возникают флуктуации амплитуды и фазы, которые обусловлены в условиях атмосферы, в основном, случайными флуктуациями температуры. Изучение этих флуктуационных явлений имеют большое практическое значение при решении, например, задач оптической связи. Аналогичные помехи существуют при решении гидроакустических задач в условиях моря.

Изучению указанных явлений посвящена обширная литература. Теоретические основы распространения волн в турбулентной атмосфере представлены в монографиях [1–6]. В этих работах, как правило, для расчетов использовалась модель спектра турбулентных флуктуаций Коррзина-Обухова [2], в которой спектр в инерционно-конвективном интервале описывается выражением $E_T \approx \kappa^{-5/3}$, а для больших волновых чисел затухает по экспоненциальному закону. Здесь κ – волновое число. Сравнение результатов расчетов статистических характеристик волн,

выполненных на основе использования указанного выражения для спектра флуктуаций температуры, с экспериментальными данными измерений показало достаточно хорошее соответствие [1–6]. Обобщение результатов расчетов характеристик световой монохроматической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере, приведено в известном обзоре [7]. Дальнейшее развитие теории распространения волн в турбулентной атмосфере основано на использовании более точных моделей спектров флуктуаций температуры [8, 9], учете сильных турбулентных флуктуаций [10, 11], учете влияния внешнего масштаба турбулентности [12, 13] и др.

В отличие от атмосферы, в водной (морской) среде флуктуации фазы и амплитуды световой волны обусловлены одновременно флуктуациями температуры и солёности. В инерционно-конвективном интервале спектры флуктуаций температуры и солёности, как и в атмосфере, подчиняются закону Обухова-Коррзина $E_T \approx \kappa^{-5/3}$ и $E_S \approx \kappa^{-5/3}$ [14, 15]. Интервал волновых чисел, до которых простираются эти спектры, ограничен сверху эффектами температуропроводности и

диффузии соли, соответственно. Спектр энергии флуктуаций скорости в водной среде резко убывает при $\kappa > \kappa_K \cong 1/\eta$, где $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ – масштаб Колмогорова, характеризующий влияние вязкости; ε – скорость диссипации энергии турбулентных флуктуаций скорости; ν – кинематический коэффициент вязкости. Характерной особенностью водной среды является то, что коэффициент ν значительно превышает молекулярные коэффициенты теплопроводности χ_T и диффузии соли χ_S : $\nu \gg \chi_T \gg \chi_S$. Это приводит к тому, что в отличие от спектра флуктуаций скорости, спектры флуктуаций температуры и солёности при $\kappa > \kappa_K$ плавно понижаются вплоть до очень малых масштабов, где важную роль играют процессы теплопроводности и диффузии соли. На этом вязко-конвективном интервале спектры E_T и E_S обратно пропорциональны волновому числу (закон Бетчелора): $E_T \approx \kappa^{-1}$, $E_S \approx \kappa^{-1}$ [2, 15]. Протяженность данных интервалов определяется отношениями молекулярных коэффициентов переноса, т. е. числами Прандтля $Pr = \nu/\chi_T$ и Шмидта $Sc = \nu/\chi_S$. Ясно, что экспоненциальное падение уровня флуктуаций температуры под действием теплопроводности происходит в области меньших волновых чисел, чем падение уровня флуктуаций солёности под действием эффекта диффузии соли. Другими словами, имеется интервал волновых чисел, на котором флуктуации температуры уже выродились, но существуют флуктуации солёности. Указанные особенности поведения спектров флуктуаций температуры и солёности могут приводить к аномальному поведению спектра флуктуаций оптического показателя преломления E_n и появлению локальных экстремумов [16]. В работе [17] для однородной и локально-изотропной турбулентности на основе модели Коррзина-Пао [18, 19] получено выражение, описывающее спектр флуктуаций оптического показателя преломления морской среды для случая, когда флуктуации оптического показателя преломления n линейным образом зависят от флуктуаций температуры T' и солёности S' :

$$n = -\alpha T' + \beta S', \quad (1)$$

где $\alpha = 2.6 \cdot 10^{-4}$ 1/град, $\beta = 1.75 \cdot 10^{-4}$ г/л. Было найдено

$$E_n(\kappa) = C_0 \varepsilon_n \varepsilon^{-1/3} \kappa^{-5/3} [1 + C_1 (\kappa \eta)^{2/3}] \Phi(\kappa, \omega). \quad (2)$$

Здесь:

$$\Phi(\kappa, \omega) = \frac{\omega^2 \theta e^{-A_T \delta} + e^{-A_S \delta} - \omega(1 + \theta) e^{-A_{TS} \delta}}{\omega^2 \theta + 1 - \omega(1 + \theta)};$$

$$\varepsilon_n = \alpha^2 \varepsilon_T + \beta^2 \varepsilon_S - 2\alpha\beta \varepsilon_{TS};$$

$$\delta = \frac{3}{2} C_1^2 (\kappa \eta)^2;$$

$$\theta = K_T / K_S;$$

$$\omega = \alpha (dT_0/dz) / \beta (dS_0/dz);$$

$$A_T = C_0 C_1^{-2} \chi_T / \nu;$$

$$A_S = C_0 C_1^{-2} \chi_S / \nu;$$

$$A_{TS} = 0.5 C_0 C_1^{-2} (\chi_T + \chi_S) / \nu;$$

$\varepsilon_T, \varepsilon_S, \varepsilon_{TS}$ – скорости диссипации (выравнивания) флуктуаций температуры и солёности; K_T, K_S – коэффициенты турбулентной теплопроводности и диффузии соли соответственно; $T_0(z)$ и $S_0(z)$ – распределения осреднённых распределений температуры и солёности; C_0 – постоянная Обухова-Коррзина, $C_0 \cong 0.72$; C_1 – постоянная в модели Коррзина-Пао, $C_1 \cong 2.35$ [8].

Отметим, что при постоянных градиентах распределений температуры и солёности этот параметр принимает вид $\omega = \alpha \Delta T_0 / \beta \Delta d S_0$, т. е. вид величины, называемой плотностным соотношением, которое характеризует вклады температуры и солёности в поле плотности и является одним из определяющих параметров возникновения и развития дифференциально-диффузионной конвекции [20].

Для параметризации скоростей диссипаций флуктуаций температуры и солёности применялась градиентная гипотеза. Проведённые в [17] расчеты спектров с использованием данных океанографических измерений распределений температуры и солёности для различных акваторий океана показали, что в зависимости от параметра ω , характеризующего вклады флуктуаций температуры и солёности во флуктуации оптического показателя преломления, в спектре возникают локальные экстремумы в области больших κ .

Указанные аномалии в поведении спектра пульсаций оптического показателя преломления соответствующим образом должны проявляться в изменениях статистических характеристик волн, распространяющихся в турбулентной морской воде. В данной работе в приближении геометрической оптики рассмотрены структурная функция фазы и корреляционная функция углов прихода волны. Проведен анализ влияния вида спектра флуктуаций показателя преломления на указанные характеристики волн.

1. ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

Будем считать, что свободные заряды отсутствуют в рассматриваемой водной среде, ток смещения равен нулю и магнитная проницаемость равна единице. Тогда распространение электромагнитных волн в такой среде описывается следующей системой уравнений Максвелла [21]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 0, & \operatorname{div} \vec{H} &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где c – скорость света; $\vec{D} = \varepsilon_* \vec{E}$ – вектор электрической индукции; \vec{E} , \vec{H} – напряженности электрического и магнитного полей соответственно; ε_* – диэлектрическая проницаемость. Величина $n_* = \sqrt{\varepsilon_*}$ – коэффициент преломления среды, который является функцией температуры и солености в водной среде.

Рассмотрим распространение волн в турбулентной водной среде на такие расстояния l , чтобы выполнялось условие $l/c \ll 2\pi/\omega_T$, где ω_T – частоты турбулентных флуктуаций оптического показателя преломления, вносящих существенный вклад в флуктуации поля световой волны. При выполнении этого условия поле флуктуаций n практически не изменяется за время, в течение которого световая волна проходит расстояние l , т. е. это поле можно считать неменяющимся при прохождении волны. Тогда, рассматривая решения системы уравнений Максвелла (3) в виде монохроматических волн с фиксированной частотой ω

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_*(\vec{r}) \exp(i\omega t),$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_*(\vec{r}) \exp(i\omega t),$$

после ряда преобразований сводим систему к одному уравнению относительно \vec{E}_* [1]:

$$\Delta \vec{E}_* + k^2 \varepsilon_* \vec{E}_* = -\operatorname{grad} (\vec{E}_* \operatorname{grad} \ln \varepsilon_*), \quad (4)$$

где $k = \omega/c$.

Произведем оценку правой части уравнения (4). Полагаем, что флуктуации диэлектрической проницаемости малы. Тогда, выделяя среднее значение $\langle \varepsilon_* \rangle$, запишем $\varepsilon_* = \langle \varepsilon_* \rangle + \varepsilon_f$, где ε_f – флуктуирующая часть диэлектрической проницаемости, причем $\langle \varepsilon_f \rangle = 0$. Мы рассматриваем слабые флуктуации диэлектрической проницаемости, т. е. $|\varepsilon_f| \ll \langle \varepsilon_* \rangle = O(1)$.

Учитывая, что неоднородности поля ε_f обусловлены турбулентностью, можно полагать, что

$\operatorname{grad} \varepsilon_f \approx \varepsilon_f/l^+$, где l^+ – размер турбулентных вихрей, вносящих существенный вклад во флуктуации электромагнитного поля. Далее мы ограничимся изучением флуктуаций параметров лишь для коротких волн, длины которых малы по сравнению с l^+ , т. е.

$$\lambda \ll l^+. \quad (5)$$

Для атмосферы, где неоднородности диэлектрической проницаемости (показателя преломления) определяются, в основном, флуктуациями поля температуры, число Прандтля $Pr = \nu/\chi_T = O(1)$, тогда в качестве l^+ обычно рассматривают масштаб Колмогорова $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ [1]. В водной среде $Pr \gg 1$ и минимальный масштаб, характеризующий флуктуации поля температуры, имеет вид $l^+ = l_T^+ = (\chi_T^3/\varepsilon)^{1/4}$. Для условий океана характерное значение скорости диссипации энергии турбулентности $\varepsilon = 4 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ [15], тогда $\eta \approx 2 \text{ мм}$ и $l_T^+ \approx 0.4 \text{ мм}$ и неравенство (5) выполняется. Однако, в отличие от атмосферы, неоднородности ε_f в водной среде определяются также и флуктуациями поля солености. Оценка минимального масштаба флуктуаций солености приводит к значению $l^+ = l_S^+ = (\chi_S^3/\varepsilon)^{1/4} \approx 1.3 \cdot 10^{-2} \text{ мм}$. Неравенство (5) не выполняется для инфракрасной области спектра, для которой $\lambda \approx 10^{-2} \text{ мм}$. Но такие волны сильно поглощаются в воде и рассмотрение их распространения нецелесообразно. Для видимого диапазона спектра $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$. Отсюда следует, что неравенство (5) выполняется для электромагнитных волн видимого диапазона, распространяющихся в морской среде, в которой флуктуации оптического показателя преломления определяются турбулентными флуктуациями температуры и солености.

Отметим, что выше брались наименьшие оценки характерных масштабов, в частности масштаб Колмогорова $\eta \approx 2 \text{ мм}$. Согласно экспериментальным данным [22], естественная граница между инерционным и вязким интервалом спектра флуктуаций скорости лежит в области $l_v^+ \approx 10\eta$. Именно такой масштаб определяет размеры возмущений скорости, на которые вязкость не оказывает влияния. При $l < l_v^+$ возникающие неоднородности быстро разрушаются молекулярной диффузией импульса. Спектр флуктуаций скорости при $\kappa > 1/l_v^+$ затухает по экспоненциальному закону. Учитывая высказанное, в качестве минимальных значений неоднородностей l_T^+ и l_S^+ следует брать большие величины. Так, в [22] сделанные оценки дают следующие значения: $l_v^+ \cong 2.2 \text{ см}$; $l_T^+ \cong 0.8 \text{ см}$; $l_S^+ \cong 0.08 \text{ см}$. Тем самым в реальной ситуации неравенство (5) заведомо выполняется.

Возвратимся теперь к уравнению (4) и представим правую часть в виде

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{E_k}{\varepsilon_*} \frac{\partial \varepsilon_*}{\partial x_k} \right) = \frac{1}{\varepsilon_*} \frac{\partial E_k}{\partial x_j} \frac{\partial \varepsilon_*}{\partial x_k} + \frac{E_k}{\varepsilon_*} \frac{\partial^2 \varepsilon_*}{\partial x_j \partial x_k} - \frac{E_k}{\varepsilon_*^2} \frac{\partial \varepsilon_*}{\partial x_j} \frac{\partial \varepsilon_*}{\partial x_k}$$

Примем, что $\langle \varepsilon_* \rangle = 1$. Сравнение каждого из этих членов с членом $k^2 \varepsilon_* \vec{E}_*$, находящимся в правой части уравнения (4), который содержит флуктуирующую составляющую диэлектрической проницаемости, показывает, что их отношения соответственно имеют порядки λ/l^+ , $(\lambda/l^+)^2$, $(\lambda/l^+)^2$. Здесь учтено, что значения $\partial E_k / \partial x_j$ по порядку величины не превосходят E_0/λ , где E_0 - характерное значение напряженности электрического поля и $|\varepsilon_f| \ll \langle \varepsilon_* \rangle$. Тогда, учитывая неравенство (5), правой частью в уравнении (4) можно пренебречь и оно примет вид [1, 2]

$$\Delta \Phi + k^2 n_*^2 \Phi = 0, \quad (6)$$

где $n_*^2 = \varepsilon_*$; Φ может обозначать любую из компонент вектора \vec{E}_* .

2. ПРИБЛИЖЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Задачу о распространении электромагнитных волн в турбулентной водной среде будем рассматривать в следующей формулировке. Пусть турбулентность сосредоточена лишь в некотором объеме V , на который падает плоская волна. Полагаем, что флуктуации поля оптического показателя преломления отличны от нуля только в этом объеме V , вне его $- n_* = 0$.

Для случая, когда показатель преломления мало меняется на длине волны, решение уравнения (6) можно искать в виде [1, 5]

$$\Phi(\vec{r}) = A(\vec{r}) \exp[ik\vartheta(\vec{r})], \quad (7)$$

где амплитуда $A(\vec{r})$ и эйконал $\vartheta(\vec{r})$ - медленно меняющиеся функции.

Следуя известной процедуре, функцию $A(\vec{r})$ представляем в виде ряда по степеням малой величины k^{-1} (по сути это разложение по степеням λ/l^+), подставляем в уравнение (6), а затем приравниваем нулю группы членов при одинаковых степенях k . В результате получаем уравнение эйконала (члены при k^2):

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x_j} \right)^2 - n_*^2 = 0, \quad (8)$$

которое и будет рассматриваться ниже.

Введем в рассмотрение лучи, которые можно определить как траектории, ортогональные к волновым фронтам $\vartheta = \text{const}$, и параметр s , характеризующий длину кривой вдоль луча. Введем также единичный вектор \vec{e} , являющийся касательным к лучу. Если радиус-вектор $\vec{x}(s)$ некоторой точки, расположенной на луче, рассматривать как функцию длин s дуги луча, то

$$\frac{dx_j}{ds} = e_j. \quad (9)$$

Ясно, что \vec{e} параллелен вектору $\text{grad}\vartheta$ и из уравнения эйконала следует, что

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x_i} = e_j \cdot n_*. \quad (10)$$

Исходя из уравнения (8), уравнение, определяющее траекторию луча в зависимости от \vec{e} от распределения показателя преломления, т. е. от $n_*(x_j)$, можно представить в виде

$$n_* \frac{de_j}{ds} = \frac{\partial n_*}{\partial x_j} - e_j e_k \frac{\partial n_*}{\partial x_k}. \quad (11)$$

Уравнения (8) и (11) вместе с граничными условиями определяют кривую луча. Строгий вывод уравнения (11) приведен в работах [1, 5]. Если решение лучевых уравнений найдено, то для нахождения эйконала ϑ используются уравнения (9) и (10), из которых следует

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x_j} \frac{dx_j}{ds} = \frac{d\vartheta}{ds} = n_*,$$

и после интегрирования вдоль криволинейного луча получаем

$$\vartheta = \int n_* ds. \quad (12)$$

Введем величину среднеквадратичного отклонения флуктуаций диэлектрической проницаемости от среднего значения: $\sigma = \sqrt{\langle (\varepsilon_* - \langle \varepsilon_* \rangle)^2 \rangle} = \sqrt{\langle \varepsilon_f^2 \rangle} \ll 1$. Тогда $\varepsilon_f = \sigma \psi$, где $\psi = \varepsilon_f / \sigma = 0(1)$. Будем искать решение уравнения (8) в виде разложения по малому параметру σ :

$$\vartheta = \vartheta_0 + \sigma \vartheta_1 + \sigma^2 \vartheta_2 + \dots$$

Заметим, что $n_*^2 = \varepsilon_* = 1 + \sigma \psi$. После подстановки собираем члены при одинаковых степенях σ и в результате с точностью до членов второго порядка малости находим выражение для эйконала в виде [1, 5]

$$\vartheta = s + \frac{1}{2} \int_0^s \varepsilon_f ds'. \quad (13)$$

Здесь интеграл вычисляется вдоль невозмущенного луча, в данном случае прямолинейного.

3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФЛУКТУАЦИЙ ЭЙКОНАЛА ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Остановимся на изучении статистических характеристик плоской волны, распространяющейся в турбулентной водной среде. Конкретизируем постановку задачи. Пусть среда со случайными неоднородностями показателя преломления занимает полупространство $x > 0$ и пусть на нее падает плоская монохроматическая волна $\Phi_0 = A_0 \exp(ikx)$. Рассмотрим поле световой волны в некоторой точке внутри турбулентной водной среды.

В соответствии с выражением (13) запишем

$$\vartheta(x, y, z) = x + \frac{1}{2} \int_0^x \varepsilon_f(\zeta, y, z) d\zeta. \quad (14)$$

Корреляционную функцию флуктуаций эйконала запишем в виде

$$\Psi_{\vartheta\vartheta}(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{1}{4} \int_0^{x_1} d\zeta_1 \int_0^{x_2} \langle \varepsilon_f(\zeta_1, y_1, z_1) \times \varepsilon_f(\zeta_2, y_2, z_2) \rangle d\zeta_2. \quad (15)$$

Переходя к новым переменным $\zeta_- = \zeta_1 - \zeta_2$ и $\zeta_+ = (\zeta_1 + \zeta_2)/2$, с учетом статистической однородности после интегрирования по переменной ζ_+ получаем [5]

$$\Psi_{\vartheta\vartheta}(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{x_{\min}}{2} \int_0^\infty \Psi_{\varepsilon\varepsilon}(\zeta_-, \vec{r}) d\zeta_-, \quad (16)$$

где $\Psi_{\varepsilon\varepsilon}$ – корреляционная функция флуктуаций диэлектрической проницаемости; $x_{\min} = \min(x_1, x_2)$; $\vec{r} = (y_1 - y_2, z_1 - z_2)$ – двумерный вектор в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волны.

Корреляционную функцию флуктуаций эйконала выразим через спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости ε . Подставляя формулу, выражающую корреляционную функцию флуктуаций диэлектрической проницаемости через соответствующую трехмерную спектральную плотность,

$$\Psi_{\varepsilon\varepsilon}(\zeta_-, r) = \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty E_{\varepsilon\varepsilon}(\kappa_1, \vec{m}) \times \exp[i(\kappa_1 \zeta_- + \vec{m} \vec{r})] d\vec{m} d\kappa_1$$

в выражение (16), после интегрирования по пере-

менной ζ_- находим

$$\Psi_{\vartheta\vartheta}(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{\pi x_{\min}}{2} \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty E_{\varepsilon\varepsilon}(0, \vec{m}) \times \exp(i \vec{m} \vec{r}) d\vec{m}. \quad (17)$$

Для изотропных флуктуаций $E_{\varepsilon\varepsilon}(0, \vec{m}) = E_{\varepsilon\varepsilon}(\sqrt{0 + m^2}) = E_{\varepsilon\varepsilon}(m)$. Вводим полярные координаты $m = \sqrt{\kappa_2^2 + \kappa_3^2}$ и угол ϕ . После интегрирования по углу ϕ получаем выражение для корреляционной функции флуктуаций эйконала:

$$\Psi_{\vartheta\vartheta} = \pi^2 x_{\min} \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty E_{\varepsilon\varepsilon}(m) J_0(mr) m dm, \quad (18)$$

где J_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Считая, что точки наблюдения разнесены только в поперечном направлении ($x_1 = x_2 = L$), имеем выражение для поперечной корреляционной функции флуктуаций эйконала:

$$\Psi_\perp(L, \vec{r}) = \frac{L}{2} \int_0^\infty \Psi_{\varepsilon\varepsilon}(\zeta, \vec{r}) d\zeta. \quad (19)$$

Остановимся более подробно на поперечной структурной функции флуктуаций эйконала:

$$D_\perp(L, \vec{r}) = \langle [\vartheta_\perp(L, \vec{r}) - \vartheta_\perp(L, \vec{r}_2)]^2 \rangle = 2[\Psi_\perp(L, 0) - \Psi_\perp(L, \vec{r})].$$

Для локально однородной и изотропной турбулентности функцию $D_\perp(L, \vec{r})$ можно представить в виде [5]

$$D_\perp(L, r) = 2\pi^2 L \int_0^\infty E_{\varepsilon\varepsilon}(m) [1 - J_0(mr)] m dm. \quad (20)$$

Приведем также выражение для структурной функции фазы $\varphi = k\vartheta$:

$$D_\varphi(L, r) = 2\pi^2 k^2 L \int_0^\infty E_{\varepsilon\varepsilon}(m) [1 - J_0(mr)] m dm. \quad (21)$$

Анализ показывает, что множитель $[1 - J_0(mr)]$ обращается в нуль при $mr \rightarrow 0$ как (mr^2) . Поэтому вклад низкочастотных флуктуаций диэлектрической проницаемости, соответствующих малым m , будет мал, и вклад высокочастотных флуктуаций, поведение которых может иметь аномальный характер, может стать значительным.

Рассмотрим также корреляционную функцию флуктуаций направления распространения плоской волны. Для этой цели можно исходить из уравнения для единичного вектора, касательного к лучу (11). Другой путь заключается в использовании зависимости между разностью фаз dS между двумя точками, находящимися в одной плоскости $x = \text{const}$ на малом расстоянии η друг от друга, и поворотом фронта волны α (предполагается малой величиной),

$$\alpha = \frac{\delta S}{k\eta} = \frac{\delta\vartheta}{\eta}. \quad (22)$$

На основе этого выражения корреляционную функцию (продольную) флуктуаций углов прихода в плоскости, проходящей через оба луча, можно представить в виде [1]

$$B_\alpha(y) = \frac{1}{2}D''_\vartheta(y), \quad (23)$$

где D_ϑ – структурная функция флуктуаций эйконала; y – расстояние между точками наблюдения (флуктуации происходят вдоль оси y); штрих обозначает производную функции.

Аналогичным образом находится корреляционная функция (поперечная) флуктуаций угла прихода в плоскости, перпендикулярной к плоскости, проходящей через оба луча:

$$B_\beta(z) = \frac{1}{2}D'_\vartheta(z), \quad (24)$$

где β – угол, отсчитываемый в перпендикулярной плоскости; z – расстояние между точками наблюдения (флуктуации происходят вдоль оси y).

Рассмотрим сумму поперечной и продольной корреляций $B_\alpha(r) + B_\beta(r)$, которую можно представить в виде [1]

$$B_\alpha(r) + B_\beta(r) = \pi^2 L \int_0^\infty J_0(mr) E_{\varepsilon\varepsilon}(m) m^3 dm. \quad (25)$$

Видно, что влияние низкочастотных составляющих спектра флуктуаций диэлектрической проницаемости будет подавлено, а особенности высокочастотных составляющих, поведение которых может быть аномальным, должны иметь заметный эффект.

Были проведены численные расчеты структурной функции фазы и суммы продольной и поперечной корреляционных функций флуктуаций углов прихода световой волны, распространяющейся в турбулентной среде в случае, когда флуктуации оптического показателя преломления определяются флуктуациями температуры и солености, т. е.

зависимостью (1). Выражая трехмерную спектральную плотность $E_{\varepsilon\varepsilon}(m)$ через спектр флуктуаций оптического показателя преломления $E_n(m)$, находим

$$D_\varphi = g \int_0^\infty (\kappa\eta)^{-8/3} \phi(\kappa, \omega) [1 - J_0(\kappa r)] d(\kappa\eta), \quad (26)$$

где

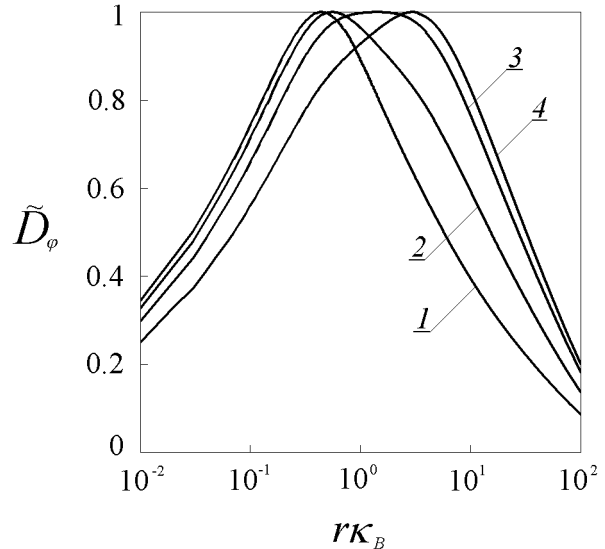


Рис. 1. Распределение структурной функции фазы в зависимости от параметра ω :
1 – $\omega = -0.2$; 2 – $\omega = -0.7$; 3 – $\omega = -1.3$; 4 – $\omega = -2.0$

На рис. 1 представлены результаты расчета функции $\tilde{D}_\varphi = g^{-1}(r\kappa_B)^{-5/3}D_\varphi$ в зависимости от $r\kappa_B$ для различных значений параметра ω , причем каждая структурная функция была нормирована на свое максимальное значение. Отметим, что нормировка на величину $(r\kappa_B)^{-5/3}$, где $\kappa_B^T = (\varepsilon/\nu\chi_T^2)^{1/4}$ – волновое число, соответствующее температурному масштабу Бетчелора, введена по результатам асимптотического анализа структурной функции фазы [1]. Из рисунка видно, что в зависимости от величины ω происходит смещение положения максимума функции \tilde{D}_φ . Кроме того, графики становятся более наполненными, причем возникающие локальные выпуклости расположены по разные стороны от максимума в зависимости от величины параметра ω . По мере уменьшения абсолютной величины ω график функции \tilde{D}_φ приближается к графику, который соответствует отсутствию флуктуаций температурного поля.

Расчеты суммы продольной и поперечной корреляционных функций флуктуаций углов прихода

световой волны проводились на основе уравнения (25) с использованием выражения (2), описывающего спектр турбулентных пульсаций оптического показателя преломления. Выражая трехмерную спектральную плотность $E_{\varepsilon\varepsilon}(m)$ через спектр флуктуаций оптического показателя преломления $E_n(m)$, находим

$$B = B_\alpha(r) + B_\beta(r) = g_1 \int_0^\infty J_0(mr) E_{\varepsilon\varepsilon}(m) m^3 dm,$$

где

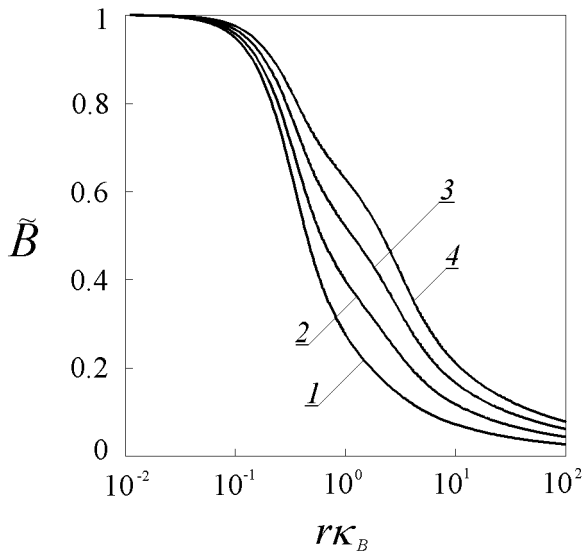


Рис. 2. Распределение $B(r\kappa_B)$ в зависимости от параметра ω :
 1 - $\omega = -0.2$; 2 - $\omega = -0.7$; 3 - $\omega = -1.3$; 4 - $\omega = -2.0$

На рис. 2 представлены результаты расчета функции $\tilde{B} = g_1^{-1}B$ в зависимости от $r\kappa_B$ для различных значений параметра ω . Видно, что по мере увеличения вклада флуктуаций температуры в флуктуации оптического показателя преломления сумма продольной и поперечной корреляционных функций претерпевает заметные изменения по сравнению со случаем, когда этот вклад мал. На рисунках видны локальные выпуклости, появление которых связано с наличием локальных экстремумов в спектре E_n .

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены статистические характеристики световой волны, распространяющейся в турбулентной водной среде, в случае, когда

флуктуации показателя преломления определяются флуктуациями температуры и солености. В отличие от атмосферы молекулярные коэффициенты температуропроводности и диффузии соли в воде существенно меньше, чем кинематический коэффициент вязкости. Это приводит к появлению нового вязко-диффузионного интервала, в котором спектры флуктуаций температуры и солености пропорциональны κ^{-1} , т. е. $E_T \approx \kappa^{-1}$, $E_S \approx \kappa^{-1}$. Эти спектры простираются до волновых чисел, определяемых температурным и солевым масштабами Бетчелора, $\kappa_B^T = (\varepsilon/\nu\chi_T^2)^{1/4}$, $\kappa_B^S = (\varepsilon/\nu\chi_S^2)^{1/4}$ соответственно. Поскольку $\chi_T \gg \chi_S$, то экспоненциальное затухание спектров флуктуаций температуры и солености происходит при различных значениях волновых чисел. Это может приводить к аномальному поведению спектра флуктуаций оптического показателя преломления в области больших κ (появление "double-bump" [16]). Указанные особенности спектра E_n соответствующим образом влияют на статистические характеристики световой волны, распространяющейся в турбулентной водной среде.

Анализ структурной функции фазы и суммы продольной и поперечной корреляционных функций углов прихода световой волны проводился с использованием выражения, описывающего спектр изотропных и локально однородных и изотропных флуктуаций оптического показателя преломления, найденного в [17]. В результате расчетов было показано, что изучаемые характеристики световой волны изменяются в зависимости от параметра $\omega = \alpha(dT_0/dz)/(dS_0/dz)$, характеризующего вклады флуктуаций температуры и солености в флуктуации оптического показателя преломления. С ростом параметра ω повышается спектральный уровень флуктуаций температуры, и величина волнового числа, при котором происходит их затухание, также растет. В результате локальные экстремумы смещаются в область более высоких волновых чисел. Влияние этого перемещения соответствующим образом проявляется в статистических характеристиках световой волны (см. рис. 1, 2).

В работе использовалось приближение геометрической оптики, применимость которого ограничена сравнительно небольшими значениями длины L , поскольку должно выполняться условие того, что масштаб неоднородности l^+ не должен превышать радиус первой зоны Френеля $\sqrt{\lambda L}$. Однако, несмотря на это ограничение, общий вывод остается прежним: статистические характеристики световой волны претерпевают заметные

искажения в зависимости от вкладов флуктуаций температуры и солености в флуктуации оптического показателя преломления. Для определения степени такого искажения для больших значений L следует применять другие приближения, например, метод плавных возмущений.

Авторы выражают благодарность инж. С. В. Пихуру за оперативную помощь в оформлении и подготовки статьи к печати.

1. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере.– М.: Наука, 1967.– 548 с.
2. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Ч. 2.– М.: Наука, 1967.– 720 с.
3. Зуев В.Е. Распространение видимых и инфракрасных волн в атмосфере.– М.: Сов. радио, 1970.– 496 с.
4. Чернов Л.А. Волны в случайно-неоднородных средах.– М.: Наука, 1975.– 171 с.
5. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2.– М.: Наука, 1978.– 463 с.
6. Миронов В.А. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере.– М.: Наука, 1981.– 246 с.
7. Lawrence R.S., Strohbehn J.W. A survey of clear-air propagation effects relevant to optical communications // Proc. IEEE.– 1970.– **58**.– P. 1523-1545.
8. Hill R.J. Models of the scalar spectrum for turbulent advection // J. Fluid Mech.– 1978.– **88**, No.3.– P. 541-562.
9. Hill R.J., Clifford S.F. Modified spectrum of atmospheric temperature fluctuations and its application to optical propagation // JOSA.– 1978.– **68**, No. 7.– P. 892-899.
10. Andrews I.C., Phillips R.I., Hopen C.Y., Al-Habash V.F. Theory of optical scintillation // JOSA.– 1999.– **A16**, No. 6.– P. 1417-1429.
11. Flatte S.M., Gerber J.S. Irradiance-variance behavior by numerical simulation for plane-wave and spherical-wave propagation through strong turbulence // JOSA.– 2000.– **A17**, No. 6.– P. 1092-1097.
12. Yura H.T. Optical beam spread in a turbulent medium: effect of the outer scale of turbulence // JOSA.– 1973.– **63**, No. 1.– P. 107-109.
13. Borgnino J. Estimation of the spatial coherence outer scale relevant to long baseline interferometry and imaging in optical astronomy // Applied Optics.– 1990.– **29**, No. 13.– P. 1863-1865.
14. Филлиш О.М. Динамика верхнего слоя океана.– Л.: Гидрометеиздат, 1980.– 319 с.
15. Монин А.С., Озмидов Р.В. Океанская турбулентность.– Л.: Гидрометеиздат, 1981.– 320 с.
16. Hill R.J. Optical propagation in turbulent water // JOSA.– 1978.– **68**, No. 8.– P. 1067-1072.
17. Никишов В.В., Никишов В.И. Спектр турбулентных флуктуаций оптического показателя преломления морской воды. // Прикладная гидромеханика.– 1999.– **1(73)**, 1.– С. 52-63.
18. Corrsin S. Further generalization of Onsager's model for turbulent spectra // Phys. Fluids.– 1964.– **7**, No. 8.– P. 1156-1159.
19. Rao Yih-Ho Structure of turbulent velocity and scalar fields at large wave-numbers // Phys.Fluids.– 1965.– **8**, No. 6.– P. 1063-1075.
20. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях.– М.: Мир, 1977.– 431 с.
21. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред.– М.: Наука, 1980.– 751 с.
22. Федоров К.Н. Тонкая термохалинная структура вод океана.– Л.: Гидрометеиздат, 1976.– 184 с.