УДК 681.3

А. А. Провотар, О. А. Провотар, А. Я. Мушак

Нечеткие спецификации логического вывода в системе Гомеопат

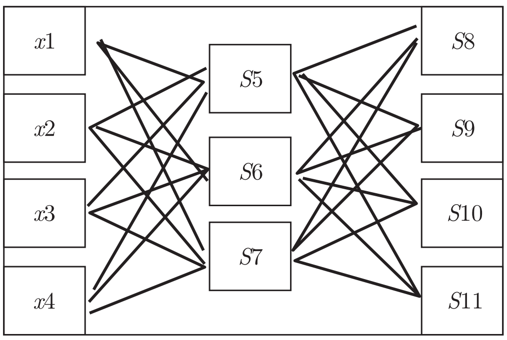
(Представлено академиком НАН Украины И. В. Сергиенко)

Рассматриваются вопросы построения нечетких моделей процессов диагностирования в системе Гомеопат и процедур нечеткого логического вывода. Предложенные модели и процедуры позволяют использовать нечеткие спецификации при решении задач диагностирования в условиях неопределенности. Приводятся известные методы определения семантики нечетких спецификаций, используемых в системе.

Разработкой математических методов решения медицинских задач диагностики ученые занимаются уже много лет. Эффективность подобных математических методов можно проследить по ряду медицинских диагностических систем, которые были разработаны в последнее время [1]. Общей чертой подобных систем является зависимость от конкретных методов обработки групповых данных, а также особенностей медицинской информации.

Удобным инструментом для представления информационных моделей в диагностических системах являются нечеткие множества [2–4].

Постановка задачи. Для решения задачи диагностирования в системе Гомеопат [5] используются нечеткие специффикации (НС) следующей архитектуры:



Обучение нейронной сети проходит на ограниченном количестве примеров, затем ей позволяют самостоятельно генерировать поведение в других ситуациях. Способность генерировать правильную реакцию на различные симптомы, не входящие в набор обучающих, является ключевым фактором при создании НС.

Сеть работает в двух режимах: режиме обучения и режиме распознавания. В режиме обучения производится формирование так называемых логических цепочек. В режиме распознавания НС по конкретным входным сигналам с высокой степенью достоверности определяет, какие действия предпринять.

Построенная нейронная сеть достаточно точно определяет диагноз пациента по представленной симптоматике. Однако такая сеть не рассчитана на работу с нечеткой информацией, с помощью которой в большинстве случаев можно описать реальную картину симптоматики. Поэтому в работе предлагаются и исследуются нечеткие модели диагностики, определяющие нечеткий логический вывод, а также соответствующие нейронные сети для его реализации.

Нечеткие спецификации логического вывода. Под нечеткой спецификацией логического вывода (алгоритмом) понимают упорядоченное множество нечетких инструкций, которые при выполнении дают приближенное (нечеткое) решение проблемы.

Пусть x и y — входная и выходная лингвистические переменные [2, 3]; A и B — некоторые нечеткие множества, задающие значения элементов терм-множеств переменных x и yсоответственно. Простейшим нечетким алгоритмом может быть такая конструкция:

вход (x);
если x *есть* A ***то*** y *есть* B;
выход (y).

Инструкция “***если*** x *есть* A, ***то*** y *есть* B” интерпретируется как нечеткая импликация $A \to B$ и, следовательно, задается нечетким отношением на декартовом произведении областей определения (четких множествах) $\boldsymbol{X}$ входной переменной и $\boldsymbol{Y}$ выходной переменной. Выходное значение алгоритма определяется с помощью композиционного правила. А именно, если на вход подается нечеткое множество A', то на выходе получаем нечеткое множество B', которое определяется по формуле

$$B'(y) = \max_{x \in X} \min(A'(x), \min\{A(x), B(y)\}), \qquad y \in Y.$$

Более сложный нечеткий алгоритм образует конструкция вида:

вход (x);
если x *есть* A_1 ***то*** y *есть* B_1;
если x *есть* A_2 ***то*** y *есть* B_2;
...
если x *есть* A_m ***то*** y *есть* B_m;
выход (y),

где A_i и B_i — нечеткие множества.

Существует два основных способа определения выхода B'. В обоих используется так называемое понятие *агрегации* правил, т. е. учет сумарного эффекта от работы всех правил. Оператор агрегации **Agg** действует как s-норма [2], но разрешается использование произвольной t-нормы.

Первый способ определения выхода состоит в предварительной агрегации нечетких отношений $R = \mathbf{Agg}(R_1, R_2, \ldots, R_m)$. Результат B' при заданном входе A' определяется при помощи композиционного правила: $B' = A' \circ R$. Если оператор агрегации есть операцией нахождения максимума, то B' определяется по формуле $B' = A' \circ \bigcup\limits_{i=1}^{m} R_i$.

Второй способ состоит в определении выходов для каждого правила при помощи использования композиции $B'_i = A' \circ R_i$, $i = 1, \ldots, m$. Дальше осуществляется агрегация полученных выходов по правилу $B' = \mathbf{Agg}(B'_1, B'_2, \ldots, B'_m)$, т. е.

$$B' = \bigcup_{i=1}^{m} (A' \circ R_i).$$

Утверждение. *При использовании max-min композиций совместно с операцией максимума в роли оператора агрегации результаты, полученные обоими механизмами логического вывода, будут эквивалентными, т. е. справедливо соотношение*

$$A' \circ \bigcup_{i=1}^{m} R_i = \bigcup_{i=1}^{m} (A' \circ R_i).$$

Более интересной представляется ситуация, когда алгоритм имеет не один, а несколько входов:

вход $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$;

если x_1 *есть* $A_{11} \wedge x_2$ *есть* $A_{12} \wedge \ldots \wedge x_n$ *есть* A_{1n} ***то*** y *есть* B_1;

если x_1 *есть* $A_{21} \wedge x_2$ *есть* $A_{22} \wedge \ldots \wedge x_n$ *есть* A_{2n} ***то*** y *есть* B_2;

...

если x_1 *есть* $A_{m1} \wedge x_2$ *есть* $A_{m2} \wedge \ldots \wedge x_n$ *есть* A_{mn} ***то*** y *есть* B_m;

выход (y),

где x_j, $j = 1, \ldots, n$, — входные лингвистические переменные, y — выходная лингвистическая переменная; A_{ij} и B_i — нечеткие множества. Логическая связка $\wedge$ интерпретируется как t-норма нечетких множеств. В отличие от случая с одной входной переменной, представление импликации в виде отношения в алгоритмах с многими входными параметрами невозможно. В связи с этим используется другая процедура нахождения выхода, которая использует так называемые уровни истинности правил типа "***если*** x_1 *есть* $A_{i1} \wedge x_2$ *есть* $A_{i2} \wedge \ldots \wedge x_n$ *есть* A_{in}, ***то*** y *есть* B_i".

В случае двух входов x_1 і x_2, процедура выполнения алгоритма будет состоять из следующих шагов:

1) для каждого правила R_i, $i = 1, \ldots, m$ вычисляем уровень истинности правила

$$\alpha_i = \min[\max_{X_1}(A'_1(x_1) \wedge A_{i1}(x_1)), \max_{X_2}(A'_2(x_2) \wedge A_{i2}(x_2))];$$

2) для каждого правила вычисляем индивидуальные выходи

$$B'_i(y) = \min(\alpha_i, B_i(y));$$

3) вычисляем агрегатный выход

$$B'(y) = \max(B'_1, B'_2, \ldots, B'_m).$$

Эта процедура называется max–min процедурой или процедурой логического вывода Мамдани (импликация интерпретируется как операция минимум, агрегация выходов правил — как операция максимум).

Утверждение. *При использовании max-min композиций и логического вывода Мамдани результаты будут эквивалентными, т. е. справедливо соотношение*

$$B'(y) = \max_{x \in X}(A'(x) \wedge (R(x, y)) = \max_{i=1}^{m}(\alpha_i \wedge B_i(y)).$$

Нейронные сети для представления правил вывода. Для реализации нечетких алгоритмов предлагается использовать гибридные нейронечеткие системы (ГННС) [2, 3].

Они позволяют наиболее полно использовать сильные стороны нечетких систем и нейронных сетей. Характерной чертой ГННС является то, что они всегда могут быть рассмотрены как системы нечетких правил, при этом настройка функций принадлежностей в предпосылках и заключениях правил на основе обучающего множества производится с помощью НС.

Рассмотрим, например, способ конструирования НС для реализации нечетких алгоритмов, функционально эквивалентных системам Суджено [3]. Для простоты изложения предположим, что алгоритм имеет только две входные переменные и две инструкции вида "***если*** *x есть A*, ***то*** *y есть B*":

вход (x_1, x_2);

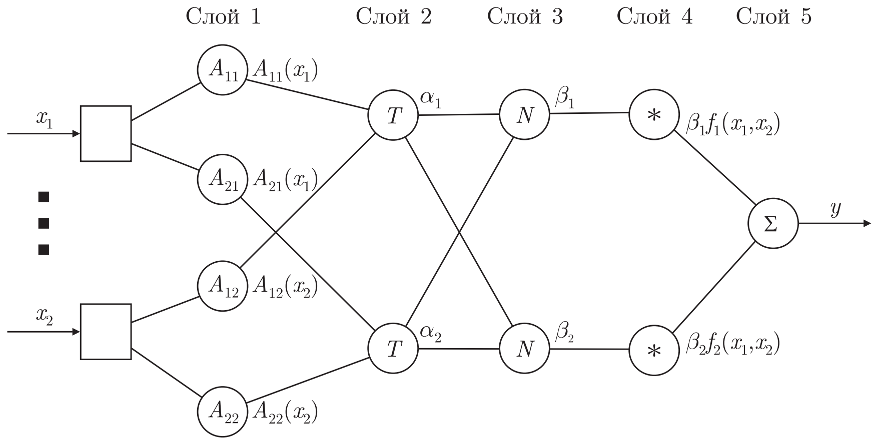
если x_1 *есть* $A_{11} \wedge x_2$ *есть* A_{12} ***то*** $y = c_{11}x_1 + c_{12}x_2$;

если x_1 *есть* $A_{21} \wedge x_2$ *есть* A_{22} ***то*** $y = c_{21}x_1 + c_{22}x_2$;

выход (y).

Выход y этого алгоритма находится по формуле $y = (\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2)/(\alpha_1 + \alpha_2)$, где y_i — выход i-го правила.

Данный алгоритм может быть реализован в виде нейроподобной структуры, состоящей из пяти слоев:



При этом:

Слой 1. Выходы нейронов этого слоя представляют собой степени принадлежности входных значений нечетким множествам, ассоциированным с нейронами.

Слой 2. Каждый нейрон этого слоя вычисляет уровень истинности правила по формуле $\alpha_i = A_{i1}(x_1) \wedge A_{i2}(y_0)$, $i = 1, 2$, где для моделирования связки $\wedge$ может использоваться дифференцируемая t-норма.

Слой 3. На данном слое производится нормализация уровней истинности каждого правила по формулам $\beta_i = \alpha_i/(\alpha_1 + \alpha_2)$.

Слой 4. Выходы нейронов представляют произведение нормализованных значений уровней истинности на соответствующие выходы правил: $y_i = \beta_i(c_{i1}x_1 + c_{i2}x_2)$.

Слой 5. Нейрон последнего (выходного) слоя производит адаптивное суммирование выходов нейронов предыдущего слоя.

Нечеткие спецификации логического вывода в системе Гомеопат. Рассмотрим пример построения нечетких спецификаций для диагностирования пациента в системе Гомеопат. Пусть $\boldsymbol{X}_1 = \{5, 10, 15, 20\}$, $\boldsymbol{X}_2 = \{5, 10, 15, 20\}$, $\boldsymbol{X}_3 = \{35, 36, 37, 38, 39, 40\}$ — пространства для определения значений элементов терм-множеств "Кашель" = {"*слабый*", “*умеренный*”, “*сильный*”}, ”Насморк” = {“*слабый*”, “*умеренный*”, “*сильный*”} и “Температура” = {“*нормальная*”, “*повышенная*”, “*высокая*”, “*очень высокая*”} соответственно. Определим элементы этих терм-множеств следующим образом.

“Кашель” :	“*слабый*”	$= 1/5 + 0{,}5/10$,
	“*умеренный*”	$= 0{,}5/5 + 0{,}7/10 + 1/15$,
	“*сильный*”	$= 0{,}5/10 + 0{,}7/15 + 1/20$;
”Насморк” :	“*слабый*”	$= 1/5 + 0{,}5/10$,
	“*умеренный*”	$= 0{,}5/10 + 1/15$,
	“*сильный*”	$= 0{,}7/15 + 1/20$;
“Температура” :	“*нормальная*”	$= 0{,}5/35 + 0{,}8/36 + 0{,}9/37 + 0{,}5/38$,
	“*повышенная*”	$= 0{,}5/37 + 1/38$,
	“*высокая*”	$= 0{,}5/38 + 1/39$,
	“*очень высокая*”	$= 0{,}8/39 + 1/40$;

Пусть $\boldsymbol{Y} = \{6, 12, 24, 30, 48, 96\}$ — пространство для определения значений элементов терм-множества “Антигриппин” = {“*низкое*”, “*среднее*”, “*высокое*”}. При этом

“антигриппин” :	“*низкое*”	$= 1/6 + 0{,}5/12$,
	“*среднее*”	$= 1/24 + 1/30$,
	“*высокое*”	$= 0{,}8/48 + 1/96$;

Тогда зависимость разведения препарата от симптомов пациента может быть описана следующей системой спецификаций:

вход (x_1, x_2, x_3);

если x_1 *есть “слабый”* $\wedge x_2$ *есть “слабый”* $\wedge x_3$ *есть “повышенная”*

то y *есть “низкое”*;

если x_1 *есть “слабый”* $\wedge x_2$ *есть “умеренный”* $\wedge x_3$ *есть “высокая”*

то y *есть* “среднее”;

если x_1 *есть “слабый”* $\wedge x_2$ *есть “умеренный”* $\wedge x_3$ *есть “очень высокая”* ***то*** y *есть “высокое”*;

выход (y),

где x_1, x_2, x_3 — входные лингвистические переменные, принимающие значения из терм-множеств “Кашель”, “Насморк” и “Температура” соответственно; y — выходная лингвистическая переменная. Если на вход x_1 этого алгоритма подать величину $A'_1 = 1/5 + 0{,}7/10$, на вход x_2 — величину $A'_2 = 1/5 + 0{,}5/10$, на вход x_3 — величину $A'_3 = 1/36 + 0{,}9/37$, то в соответствии с процедурой выполнения этого алгоритма получим:

1) уровень истинности первого правила

$$\alpha_1 = \min[\max(1 \wedge 1, 0{,}7 \wedge 0{,}5), \max(1 \wedge 1, 0{,}5 \wedge 0{,}5), \max(1 \wedge 0, 0{,}9 \wedge 0{,}5)] =$$
$$= \min[\max(1, 0{,}5), \max(1, 0{,}5), \max(0, 0{,}5)] = \min(1, 1, 0{,}5) = 0{,}5;$$

2) уровень истинности второго правила

$$\alpha_2 = \min[\max(1 \wedge 1, 0{,}7 \wedge 0{,}5), \max(0{,}5 \wedge 0{,}5), \max(1 \wedge 0, 0{,}9 \wedge 0)] =$$
$$= \min[\max(1, 0{,}5), \max(0{,}5, 0{,}5), \max(0, 0)] = \min(1, 0{,}5, 0) = 0;$$

3) уровень истинности третьего правила

$$\alpha_3 = \min[\max(1 \wedge 1, 0{,}7 \wedge 0{,}5), \max(0{,}5 \wedge 0{,}5), \max(1 \wedge 0, 0{,}9 \wedge 0)] =$$
$$= \min[\max(1, 0{,}5), \max(0{,}5, 0{,}5), \max(0, 0)] = \min(1, 0{,}5, 0) = 0.$$

Вычисляем индивидуальные выходы B'_i каждого правила:

$$B'_1 = \min(0{,}5, 1)/6 + \min(0{,}5, 0{,}5)/12 = 0{,}5/6 + 0{,}5/12, \qquad B'_2 = 0, \qquad B'_3 = 0.$$

Агрегация индивидуальных выходов приводит к следующему выходу алгоритма:

$$B' = 0{,}5/6 + 0{,}5/12.$$

При дефазификации полученного нечеткого множества B' получим:

$$y^* = (0{,}5 \cdot 6 + 0{,}5 \cdot 12)/(0{,}5 + 0{,}5) = 9.$$

Этот результат может быть интерпретирован как “Антигриппин” девятого разведения.

Таким образом, процесс диагностирования в системе обеспечивается как в случае четкой, так и нечеткой симптоматики. При этом, основываясь на фундаментальном результате Фунахаши о том, что с помощью нечетких систем можно аппроксимировать с любой заданной точностью любую непрерывную на компакте функцию, появляется возможность использования нечетких спецификаций для решения задач четкой диагностики. Открытым остается вопрос об эффективности такого использования.

1. *Cholewa W., Czogala E.* Podstawy systemow ekspertowych. – Warszawa: Prace IBIB PAN, No 28. – 1989. – 240 s.
2. *Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л.* Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. – Москва: Телеком, 2006. – 382 с.
3. *Leski J.* Systemy neuronowo-rozmyte. – Warszawa: Naukowo-Techniczne, 2008. – 690 c.
4. *Zadeh L. A.* Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy Sets and Systems. – 1978. – No 1. – P. 3–28.
5. *Katerynych L., Provotar A.* Neural networks diagnostics in homeopath system // Informat. Theories & Applications. – 2008. – **15**, No 1. – P. 89–94.

Институт кибернетики им. В. М. Глушкова
НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 23.06.2011

О. О. Провотар, О. О. Провотар, А. Я. Мушак

Нечіткі специфікації логічного виведення в системі Гомеопат

Розглядаються проблеми побудови нечітких моделей процесів діагностування в системі Гомеопат і процедури для нечіткого виведення. Запропоновані моделі і процедури дозволяють використовувати нечіткі специфікації для розв’язання задач діагностування з нечітко визначеною інформацією. Наводяться (використані в системі) відомі методи визначення семантики нечітких специфікацій.

A. A. Provotar, O. A. Provotar, A. J. Mushak

Fuzzy specifications of a logical inference in the Homeopath system

The problems of constructing the fuzzy models of the processes of diagnosing in the Homeopath system and the procedures for fuzzy inference are considered. The proposed models and procedures allow one to use the fuzzy specifications to solve problems of diagnostics with fuzzy defined information. The well-known methods defining the semantics of fuzzy specifications used in a system are represented.