

6. Комаров Г. М. Скінченні гібридні інтегральні перетворення, породжені диференціальними рівняннями другого порядку / Г. М. Комаров, М. П. Ленюк, В. В. Мороз. — Чернівці : Прут, 2001. — 228 с.
7. Ленюк М. П. Скінченні гібридні інтегральні перетворення, породжені класичними диференціальними операторами математичної фізики / М. П. Ленюк, М. І. Шинкарик. — Тернопіль : Економічна думка, 2012. — Т. 2. — 308 с.

The method of comparison solutions, built on the segment polar axis with two points of interface for separate system of differential equations of Euler, Legendre and Fourier modified functions by Cauchy functions and by age-dpovidnoho finite hybrid integral transformation, summarized polyparametric family functional rows by own elements hybrid differential Euler — Legendre — Fourier.

Key words: *Cauchy functions, Green's functions, features influence, major interchanges, the unique solvability, custom elements, hybrid integral transformation, then main-tozhnist, logic circuit.*

Отримано: 14.09.2012

УДК 519.71:510.22:629.78

М. М. Личак, д-р фіз.-мат. наук, професор,
А. В. Кравченко, аспірантка

Інститут космічних досліджень НАН та ДКА України, м. Київ

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ДИСКРЕТНОГО КЕРУВАННЯ ОРІЄНТАЦІЄЮ КОСМІЧНОГО АПАРАТУ

Моделюється процес дискретного керування неперервним обертливим рухом (навколо центру мас) космічного апарату (КА). Для цього використовується математична модель обертливого руху твердого тіла у вигляді системи із шести нелінійних диференціальних рівнянь, а також апроксимаційна модель процесу дискретного керування цим рухом у вигляді системи нелінійних різницевих рівнянь. Побудоване оптимальне за швидкодією дискретне керування для перевodu системи в режим орієнтації, а також стабілізуюче обмежене за величиною керування. Проведене моделювання роботи замкнутої системи підтвердило ефективність керування при завадах вимірювань, та навіть коли не всі параметри орієнтації вимірюються.

Ключові слова: *математичне моделювання, дискретне керування, космічний апарат, обертливий рух, режим орієнтації, різницеві рівняння, оптимізація, стабілізація, завади вимірювань.*

Вступ. Розглядається процес дискретного керування неперервним обертливим рухом (навколо центру мас) космічного апарату (КА), коли він рухається навколо Землі по круговій орбіті [1, с. 31—33; 2, с. 135—136; 3, с. 48—69; 4, с. 160—173]. При цьому вимірювання параметрів

орієнтації корпусу КА також відбуваються дискретно за часом. Пропонується використати для математичного моделювання обертового руху КА, як твердого тіла, систему із шести нелінійних диференціальних рівнянь, а також апроксимаційну модель процесу дискретного керування цим рухом у вигляді системи нелінійних різницевих рівнянь. Використання різницевих рівнянь дозволяє здійснювати прогнозування руху замкнутої системи на декілька кроків вперед, а на основі цього прогнозу будувати дискретне керування з потрібними властивостями [5, с. 851—854]. При математичному моделюванні замкнутої системи для імітації вимірювань чисельно інтегруються диференціальні рівняння руху КА за допомогою стандартних комп'ютерних програм [6, с. 289—341].

1. Постановка задачі. Вважається, що КА рухається по круговій орбіті навколо Землі з кутовою орбітальною швидкістю $e = const$. Розглядаючи КА як абсолютно тверде тіло, отримуємо диференціальне рівняння відносно вектора кутової орбітальної швидкості обертання корпусу КА виду

$$J \cdot \dot{\omega} = -D(\omega, J) + M, \quad t \geq t_0, \quad \omega(t_0) = \omega^{(0)}, \quad (1)$$

де $\omega^T = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — вектор поточних значень кутових швидкостей КА, t_0 — початковий момент часу, $\omega^{(0)}$ — початкове значення вектора кутових швидкостей КА, $J = \text{diag}\{J_1, J_2, J_3\}$ — матриця моментів інерції КА ($J_i > 0, i = 1, 2, 3$), $M^T = (M_1, M_2, M_3)$ — вектор кутових (керуючих) моментів, що залежать від часу, та реалізуються за допомогою гіросилових стабілізаторів [3, с. 33—38], а

$$D(\omega, J) = \check{D}(\omega)J\omega, \quad \check{D}(\omega) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

З іншого боку, орієнтація КА в просторі може задаватися так званим вектором кутів Крилова — $Q^T = (\gamma, \psi, \theta)$ (крен, рискання, тангаж) [1, с. 31—32; 2, с. 135; 7, с. 183;], зміна якого (для кута крену не рівного по модулю $\pi/2$) описується диференціальним рівнянням

$$\dot{Q} = A(Q)\omega + b, \quad t \geq t_0, \quad Q(t_0) = Q^{(0)}, \quad b^T = (0, 0, e), \quad (3)$$

де $Q^{(0)}$ — вектор початкових відхилень кутів від заданої орієнтації в просторі, а квадратна матриця $A(Q)$ має вигляд

$$A(Q) = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ \sin \psi \cdot \text{tg} \gamma & 1 & -\cos \psi \cdot \text{tg} \gamma \\ -\frac{\sin \psi}{\cos \gamma} & 0 & \frac{\cos \psi}{\cos \gamma} \end{pmatrix}, \quad \det A(Q) = \frac{1}{\cos \gamma}. \quad (4)$$

Як видно із (4) матриця $A(Q)$ невироджена, оскільки значення $\det A(Q) \neq 0$ для будь-яких кутів орієнтації, крім кута $\gamma = \pm\pi/2$. Дана динамічна система має точку рівноваги виду $Q(t) \equiv 0, \omega(t) \equiv -b$.

Ставиться задача стабілізації режиму орієнтації корпусу КА в просторі, тобто забезпечення малих відхилень кутів орієнтації від заданих значень, а також „гасіння” кутових орбітальних швидкостей повороту корпусу КА, крім компоненти, пов'язаної з рухом КА по орбіті навколо Землі.

При цьому керування вважається дискретним, в тому сенсі, що компоненти вектора керуючих орбітальних моментів $M(t)$ мають вигляд

$$M_j(t) = M_{j,n} = \text{const} \quad \forall t \in [nT; (n+1)T),$$

$$T = \text{const}, n_0 = t_0 / T, n = n_0, n_0 + 1, \dots, j = \overline{1,3}, \quad (5)$$

де T — крок дискретності за часом, а n_0 — ціле число (за рахунок вибору t_0).

Будемо вважати, що вимірювання відхилень кутів орієнтації та кутових швидкостей теж відбувається дискретно з кроком дискретності за часом T , який в сучасних системах керування орієнтацією КА не більше 30мсек.

Синтез дискретного керування. Для побудови стабілізуючого дискретного керування необхідна математична модель замкнутої системи, яка враховує неперервність руху об'єкту, що описується нелінійними диференціальними рівняннями, а з іншого боку відображає дискретність керування (5) та вимірювань. Тому доцільно описати функціонування замкнутої системи керування орієнтацією КА нелінійними різницевиими рівняннями, що апроксимують рішення відповідних диференціальних рівнянь з достатньою точністю та описують перехід стану системи з моменту часу $t_n = nT$ до моменту часу $t_{n+1} = (n+1)T$. Для цього можна використати відомі різницеві схеми чисельного розв'язування диференціальних рівнянь [6, с. 289—341]. Так, наприклад, на основі простої схеми Ейлера отримаємо [5, с. 851—854]:

$$J \cdot \omega_{n+1} = J \cdot \omega_n - T \cdot D(\omega_n, J) + T \cdot M_n, \quad (6)$$

$$Q_{n+1} = Q_n + T \cdot [A(Q_n)\omega_n + b]. \quad (7)$$

Можливе застосування більш складних різницевих схем, типу алгоритмів Рунге—Кутта, однак це не завжди виправдано, бо при цьому ускладнюється процедура синтезу. Хоча модель у вигляді різницевих рівнянь допускає деяку похибку при прогнозуванні вектора стану в $(n+1)$ -ий момент часу, але вона буде відкоригована в процесі вимірювань. У процесі комп'ютерного моделювання було встановле-

но, що при максимальній тривалості такту керування в 30 мсек дана похибка для початкових відхилень кутів орієнтації від нуля порядку десяти градусів не перевищує 0,3% [8, с. 29—31].

Різницеві рівняння (6) і (7) дозволяють прогнозувати вектор стану замкнутої системи під дією керуючих моментів на декілька кроків вперед. Розглянемо цей стан в $(n+2)$ -ий момент часу:

$$J \cdot \omega_{n+2} = J \cdot \omega_{n+1} - T \cdot D(\omega_{n+1}, J) + T \cdot M_{n+1}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} Q_{n+2} &= Q_{n+1} + Tb + TA(Q_{n+1})\omega_n - \\ &- T^2 A(Q_{n+1})J^{-1}D(\omega_n, J) + T^2 A(Q_{n+1})J^{-1}M_n, \end{aligned} \quad (9)$$

де $A(Q_{n+1})$ визначається згідно (4), а $D(\omega_n, J)$ и $D(\omega_{n+1}, J)$ — відповідно до (2). Звідси випливає таке твердження.

Твердження 1. Для дискретної нелінійної системи (6), (7) можна побудувати дискретне нелінійне керування вигляду

$$\begin{aligned} (M_n)_{opt} &= D(\omega_n, J) - T^{-1}J\{\omega_n + [A(Q_{n+1})]^{-1}b\} - \\ &- T^{-2}J[A(Q_{n+1})]^{-1}Q_{n+1}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$(M_{n+1})_{opt} = D(\omega_{n+1}, J) - T^{-1}J \cdot (\omega_{n+1} + b), \quad (11)$$

яке компенсує будь-яке початкове відхилення (Q_n і ω_n) від заданого режиму орієнтації ($Q_{n+2} = 0$ і $\omega_{n+2} = -b$) за два кроки, тобто дане керування оптимальне по швидкодії. При цьому в (10) відповідні величини визначаються як в (9), а кутові швидкості ω_{n+1} в (11) вважаються залежними від M_n , вже виміряними і відомими.

Дійсно, якщо в (8) підставити $\omega_{n+2} = -b$, а в (9) — $Q_{n+2} = 0$, і розв'язати їх відносно M_{n+1} та M_n , то отримаємо вирази (11) і (10). А це означає, що за два кроки дискретна система переходить в точку рівноваги, де і залишиться, якщо не подіють нові зовнішні збурення. При цьому, керуючий момент (11) забезпечує компенсацію початкових відхилень кутів орієнтації, а керуючий момент (10) — зупиняє подальший поворот корпусу КА, крім складової, пов'язаної з рухом КА по орбіті навколо Землі.

Проте, як показало комп'ютерне моделювання, для реалізації такого оптимального за швидкодією керування при суттєвих початкових відхиленнях потрібні великі значення компонент вектора керуючих орбітальних моментів M_n та M_{n+1} . Більше того, в перехідному процесі різко змінюються величини вектора стану, через що дискретна модель буде давати значні похибки відносно неперервного руху навіть при малій тривалості кроку дискретності за часом. Тому для

неперервної системи (1)–(4) при даному дискретному керуванні (11), (10), остаточно компенсація початкових відхилень від точки рівноваги здійснюється за декілька таких етапів керування по два кроки, кожного разу наближаючись до режиму орієнтації (див. рис. 1–3).

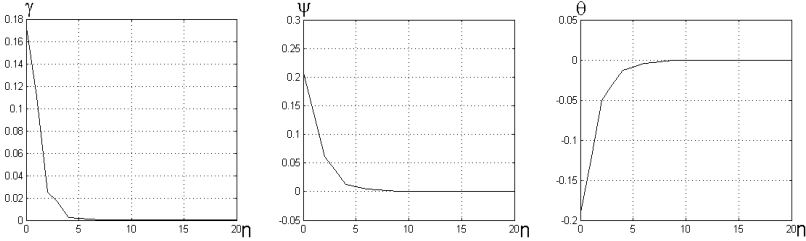


Рис. 1. Графіки перехідних процесів для значень відхилень кутів орієнтації при реалізації оптимального за швидкодією керування

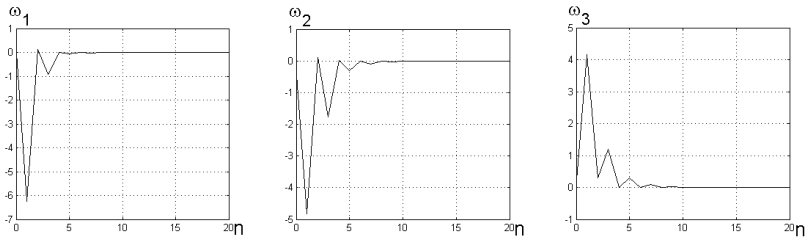


Рис. 2. Графіки перехідних процесів для значень кутових швидкостей при реалізації оптимального за швидкодією дискретного керування

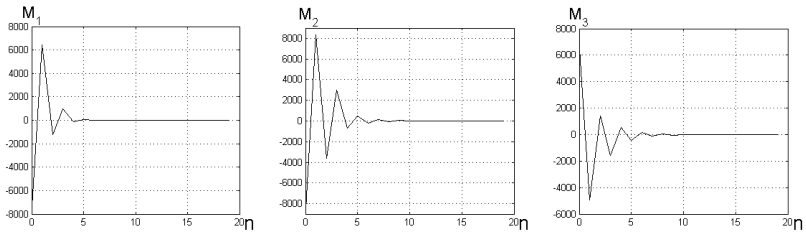


Рис. 3. Графіки змін значень керуючих (кутових) моментів при реалізації оптимального за швидкодією дискретного керування

Щоб позбутися різких змін величини керування, а за рахунок цього добитись більш плавного перехідного процесу, введемо обмеження на величину вектора керуючих моментів M_n при всіх n , у вигляді його належності до певної замкнутої множини

$$M_n \in \Omega_M, \quad (12)$$

такої, що компоненти вектора M_n задовольняють обмеженням

$$|M_{i,n}| \leq M_i^{(0)} = \text{const} \quad \forall n, \quad i = 1, 2, 3. \quad (13)$$

Враховуючи дані обмеження, збережемо структуру керування, тобто його розділення на компоненту, що відповідає за зупинення обертання корпусу КА, та на компоненту, що забезпечує поворот цього корпусу в напрямку потрібної орієнтації. За цих умов при обмеженнях (13) перша компонента прийме вигляд

$$(M_{i,n})_{brake} = \begin{cases} (M_{i,n})_{opt} \text{ нпу} & |(M_{i,n})_{opt}| \leq M_i^{(0)}, \\ M_i^{(0)} \cdot \text{sign}(M_{i,n})_{opt}, & i = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (14)$$

Вона буде застосовуватись, коли кутові швидкості ще далекі від точки рівноваги, до тих пір, поки для деякого моменту часу $n = N$ не буде досягнута умова

$$\|\omega_N - \omega_0\|^2 \leq \delta_N = \text{const}, \quad (15)$$

де $\delta > 0$ — величина, що вибирається наперед.

Як тільки умова (15) виконається, але відхилення кутів орієнтації ще значне, то в наступний $(N + 1)$ -ий момент часу буде застосовуватись друга компонента керування, що буде намагатись компенсувати ці відхилення з врахуванням обмежень (13)

$$(M_n)_{turn} = \min_{M_n \in \Omega_M} (J_n = Q_{n+2}^T \cdot Q_{n+2}), \quad (16)$$

де вектор Q_{n+2} вираховується згідно (9) (куди M_n входить лінійно). За умови (13) це задача квадратичного програмування при лінійних обмеженнях для чисельного розв'язування якої розроблені комп'ютерні програми [9, с. 667—675]. Дана компонента керування використовується підряд таку кількість тактів, щоб при деякому $n = N_1$ виконалась умова

$$\|J_N / J_{N_1+1}\|^2 \leq \varepsilon_{N_1} = \text{const}, \quad (17)$$

де $0 < \varepsilon < 1$ — величина, що вибирається наперед.

За цей час отримаємо, що в момент $n = N_1$ порушується умова (15) і тому знову вмикається режим зупинення обертання, а після нього режим повороту корпусу КА. При правильному підборі числових величин в умовах виду (15) і (17) система підійде достатньо близько до точки рівноваги, тому далі використовується двохтактний режим керування, коли почергово застосовуються то перша компонента (14) (зупинення), то друга компонента (16) (поворот).

Твердження 2. Нелінійна система (6), (7) може бути стабілізована за допомогою вищеприписаного поетапного дискретного керування, що на кожному етапі почергово використовує компоненти керування (14) чи (16), а на кінцевому етапі реалізується режим двохтактного керування, почергово (14) чи (16).

Тобто введені обмеження на величину керуючих моментів та відповідна модифікація методів їх вирахування, дозволили побудувати спеціальне стабілізуюче дискретне нелінійне керування, що забезпечує плавність перехідних процесів в замкнутій системі.

Моделювання його роботи при завадах вимірювань підтвердили ефективність такого керування. А саме, були прийняті $e = 0,011$; $J_1 = 30$; $J_2 = 50$; $J_3 = 40$. Рух корпусу КА імітувався шляхом інтегрування диференціальних рівнянь (1), (3) за допомогою типових комп'ютерних програм на протязі інтервалу часу T . Отримані в кінці процесу інтегрування значення, до яких додані випадкові числа, що імітують завади вимірювань, використовувались в подальшому як результати вимірювань. По них розраховувались нові значення керуючих моментів. Обмежуючі величини в (13) приймались: $M_1^{(0)} = 28$, $M_2^{(0)} = 25$, $M_3^{(0)} = 30$. Початкові значення відхилень кутів орієнтації задавались: $Q_{1,0} = 10^0 = 0,1745 \text{ рад.}$; $Q_{2,0} = 12^0 = 0,2094 \text{ рад.}$; $Q_{3,0} = -11^0 = -0,1920 \text{ рад.}$, а початкові значення кутових орбітальних швидкостей: $\omega_{1,0} = 0,2$; $\omega_{2,0} = -0,3$; $\omega_{3,0} = 0,1$. Завади вимірювань імітувались за допомогою комп'ютерних датчиків рівномірно розподілених чисел, як обмежені по модулю збурення. На рис. 4—6 приведені графіки перехідних процесів, коли завади вимірювань відхилень кутів орієнтації обмежені по модулю величиною $0,3 \text{ град.}$, а кутових орбітальних швидкостей — $0,009 \text{ об/сек.}$

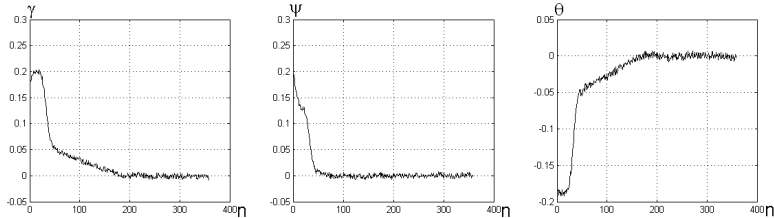


Рис. 4. Графіки перехідних процесів для значень кутів орієнтації при реалізації стабілізуючого дискретного керування

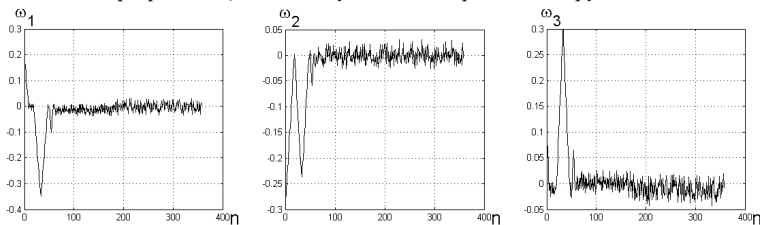


Рис. 5. Графіки перехідних процесів для значень кутових орбітальних швидкостей при реалізації стабілізуючого дискретного керування

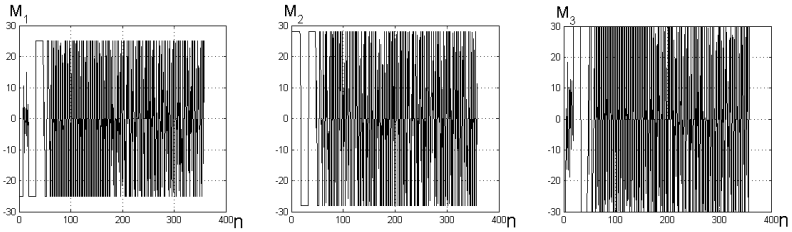


Рис. 6. Графіки змін значень керуючих (кутових) моментів при реалізації стабілізуючого дискретного керування

Окремо був розглянутий випадок, коли з технічних причин не вимірюється кут ψ_n (кут рискання) [1, с. 34—36; 2, с. 136—137]. Коли розглянути перше і третє рівняння в системі різницевих рівнянь (7), де фігурують виміряні в n -ий та $(n+1)$ -ий моменти часу решту п'ять компонент вектора стану, а також не вимірюваний кут ψ_n , то після нескладних викладок отримаємо співвідношення

$$\operatorname{tg}\psi_n = \frac{\frac{1}{T}(\Delta\gamma_n \cdot \omega_{3,n} - \cos\gamma_n \cdot \Delta\theta_n \cdot \omega_{1,n}) + e \cdot \omega_{1,n} \cdot \cos\gamma_n}{\frac{1}{T}(\Delta\gamma_n \cdot \omega_{1,n} + \cos\gamma_n \cdot \Delta\theta_n \cdot \omega_{3,n}) - e \cdot \omega_{3,n} \cdot \cos\gamma_n}, \quad (18)$$

де $\Delta\gamma_n = \gamma_{n+1} - \gamma_n$, $\Delta\theta_n = \theta_{n+1} - \theta_n$.

А це означає, що в $(n+1)$ -ий момент часу може бути розрахована оцінка кута ψ_n (заміна вимірювання). Тоді, на основі другого різницевого рівняння в системі (7), дана оцінка може бути перерахована на оцінку для ψ_{n+1} . Якщо маємо початковий момент часу $n = n_0$, то нею можна користуватись як значенням для подальших розрахунків при $n = n_0 + 1$. Але вже в наступний момент часу буде в наявності оцінка для ψ_{n+2} , отримана як прогноз на основі отриманої оцінки для ψ_{n+1} , а також для $(n+1)$ в (18) буде розрахована оцінка для того ж ψ_{n+1} (на основі виміряних значень решту п'яти компонент вектора стану). Перерахувавши її на нову оцінку для ψ_{n+2} , будемо розглядати останню як результат вимірювань, та будемо використовувати для подальших розрахунків. І т. д., тобто прогнозуючи наступну оцінку через отриману, та розраховуючи цю ж оцінку через (18) і перераховуючи її через друге різницеве рівняння в (7), та розглядаючи останню як результат вимірювань, знову будемо використовувати для подальших розрахунків.

Існують можливості уточнення виміряних значень компонент вектора стану замкнутої системи. Для цього проводиться на кожному кроці прогноз вектора стану з n -ого моменту часу в $(n+1)$ -ий за до-

помогою дискретної моделі (6), (7). Тоді для подальших розрахунків використовувалось середньо арифметичне значення компонент вимірюваного і прогнозованого вектора стану. Як показало комп'ютерне моделювання, такий прийом дозволяє покращити точність підтримання системою заданого режиму орієнтації.

На рис.7 приведений графік максимальних по модулю відхилень кутів орієнтації у встановленому режимі Q_{ust} без використання прогнозу, коли рівень завад вимірювання відхилень V змінюється від 0,025 град. до 0,6 град. (з кроком 0,025 град.) і пропорційно змінювались завади вимірювань кутових орбітальних швидкостей (відповідно, при 0,3 град. — 0,009 об/сек., а при 0,6град. в два рази вищий — 0,018 об/сек.). При цьому вказані максимальні по модулю відхилення вираховувались для кожного рівня завад як максимальні для десятих випадків реалізації випадкових обмежених завад вимірювань. Як видно з графіку, у встановленому режимі максимальні відхилення кутів орієнтації не більш ніж на 94% перевищують максимальний рівня завад їх вимірювань, так як до останніх додаються ще похибки керування, зумовлені неточністю даних вимірювань.

Більш тонкою лінією на цьому ж рисунку відображений аналогічний графік за тих же умов, але коли використовується прогноз. Він вказує на значне зменшення похибок керування, тобто в результаті максимальні відхилення кутів орієнтації у встановленому режимі лише не більше ніж на 25% перевищують максимальний рівень завад.

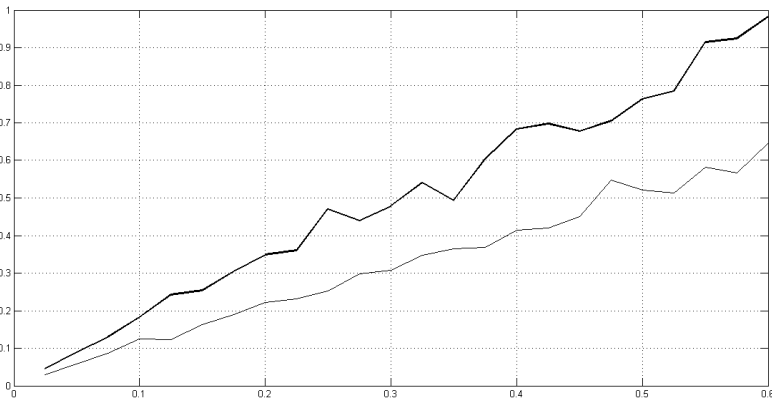


Рис. 7. Два графіки залежності від рівня завад (по осі абсцис) максимальних відхилень кутів орієнтації у встановленому режимі (по осі ординат)

Більше того, наявність прогнозованого за математичною моделлю значення дозволяє легко відсіювати так звані „збійні” вимірювання [1, с. 38—39; 10, с. 22—24; 11, с. 136—137; 12, с. 42—50] окремих компонент вектора стану, коли отримане в результаті вимірювання

значення компоненти суттєво відрізняється від істинного. Кожного разу, порівнюючи виміряне і прогнозоване значення та враховуючи можливий максимальний вплив реальних похибок вимірювань і похибок прогнозу за моделлю, можна вирізнити нереальність результату даного вимірювання і скористатись для подальших розрахунків на наступному кроці лише прогнозованим значенням.

Вказаний прийом може бути застосований і для „псевдовимірювань” за допомогою співвідношення (18). Відмітимо, що останнє є точним, але виміряні значення, які в ньому використовуються, містять в собі похибки вимірювань. Тому воно може давати „збійні” результати, з якими слід боротись, порівнюючи прогнозоване і нібито виміряне значення розгляданого кута (аналогічно, як для вимірювань компонент вектора стану). Якщо відхилення надто велике, то нібито виміряне значення слід відкинути з розгляду, а для подальших розрахунків використовувати лише прогнозоване значення цього кута.

Висновки. Показана ефективність використання апроксимаційної моделі процесу дискретного керування неперервним обертовим рухом (навколо центру мас) космічного апарату (КА) у вигляді системи нелінійних різницевих рівнянь. На основі цієї моделі синтезоване оптимальне по швидкодії дискретне нелінійне керування, коли відсутні обмеження на його значення. При врахуванні таких обмежень синтезоване стабілізуюче дискретне керування, що використовує подібну структуру як оптимальне, але обмежує його значення. Шляхом комп’ютерного моделювання показана ефективність такого керування, як при наявності завад вимірювань, так навіть коли параметри орієнтації не всі вимірюються.

Список використаних джерел:

1. Волосов В. В. Об управлении ориентацией космического аппарата в орбитальной системе координат с использованием эллипсоидальных оценок его вектора состояния / В. В. Волосов // Проблемы управления и информатики. — 1998. — №5. — С. 31–41.
2. Лычак М. М. Управление ориентацией искусственного спутника Земли с использованием множественных оценок, определяемых линейными неравенствами / М. М. Лычак, В. М. Шевченко // Проблемы управления и информатики. — 2005. — №5. — С. 135–144.
3. Павловський М. А. Системи керування обертальним рухом космічних апаратів / М. А. Павловський, В. П. Горбулін, О. М. Клименко. — К. : Наукова думка, 1997. — 200 с.
4. Охоцимский Д. Е. Алгоритмы управления космическим аппаратом при входе в атмосферу / Д. Е. Охоцимский, Ю. Ф. Голубев, Ю. Г. Сихарулидзе. — М. : Наука, 1975. — 400 с.
5. Лычак М. М. Адаптивне дискретне керування неперервним рухом одного класу нелінійних динамічних об’єктів / М. М. Лычак // Автоматика-2008 :

- доклады XV международной конференции по автоматическому управлению, 23-26 сентября 2008 г. — Одесса : ОНМА. — С. 851–854.
6. Алексеев Е. Р. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9 / Е. Р. Алексеев, О. В. Чеснокова. — М. : НТ Пресс, 2006. — 496 с.
 7. Айзерман М. А. Классическая механика / М. А. Айзерман. — М. : Наука, 1974. — 368 с.
 8. Личак М. М. Дискретні моделі цифрового керування динамічним об'єктом / М. М. Личак, А. В. Кравченко // Матер. І всеукр. школи-семінару молодих вчених і студентів „Сучасні комп'ютер. інформаційні технології”, 20-21.05.2011 р. — Тернопіль : ТНЕУ, 2011. — С. 29–31.
 9. Кетков Ю. Л. MATLAB 7: программирование, численные методы / Ю. Л. Кетков, А. Ю. Кетков, М. М. Шульц. — СПб. : БХВ-Петербург, 2005. — 752 с.
 10. Куржанский А. Б. Задача идентификации – теория гарантированных оценок / А. Б. Куржанский // Автоматика и телемеханика. — 1991. — № 4. — С. 3–26.
 11. Волосов В.В. Разработка и исследование робастных алгоритмов эллипсоидального оценивания инерционных характеристик космического аппарата, управляемого силовыми гироскопами / В. В. Волосов, И. А. Куценко, Ю. А. Селиванов // Проблемы управления и информатики. — 2005, №4. — С. 124–139.
 12. Шевченко В. Н. Получение гарантированных множественных многогранных оценок параметров объектов управления при наличии выбросов в ограниченных возмущениях / В. Н. Шевченко // Проблемы управления и информатики. — 2005, №6. — С. 42–51.

The discrete control of spacecraft (SC) continuous rotation (around the center of mass) process is modeled. Both mathematical model of rigid body rotation movement represented by the system of six nonlinear differential equations and also approximation model of discrete control process of such movement represented by the system of nonlinear difference equations are used. The performance-optimal discrete control for system transferring into attitude mode and also value-bounded stabilizing control are formed. The control efficiency under measurement difficulties and even under inability to measure all attitude angles is confirmed during the performed closed system modeling.

Key words: *mathematical modeling, discrete control, spacecraft, rotation movement, attitude mode, difference equations, optimization, stabilization, measurement difficulties.*

Отримано: 12.04.2012