

УДК 581.1: 631.4

ПРОМАЧИВАНИЕ СУФФОЗИОННЫХ ГРУНТОВ. 1. СУФФОЗИЯ

В. Л. ПОЛЯКОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 03.10.2002

Выполнено теоретическое исследование впитывания воды в двухфракционный грунт, сложенный из частиц двух сортов - структурных и суффозионных. Сформулирована и строго решена математическая задача совместных фильтрации и переноса твердых частиц при промачивании сухого грунта на основе подхода Грина-Ампта. Интенсивность притока воды в грунт является известной функцией от времени, причем для нее рассмотрены полиномиальное и показательное аппроксимационные выражения. Детально проанализированы особенности перераспределения неструктурных частиц в области фильтрационных деформаций при усилении притока воды. Изучено влияние механических свойств грунта (исходное содержание и размеры частиц) на его проницаемость.

Виконані теоретичні дослідження усмоктування води в двофракційний грунт, який складений з частинок двох сортів – структурних і суффозійних. Сформульована і строго розв'язана математична задача сумісних фільтрації і переносу твердих частинок при промочуванні сухого ґрунту на основі підходу Гріна-Ампта. Інтенсивність притоку води в ґрунт є відомою функцією часу. Для неї розглянуті поліноміальний і експоненціальний апроксимаційні вирази. Детально проаналізовані особливості перерозподілу неструктурних частинок в області фільтраційних деформацій, якщо приток води посилюється. Вивчений вплив механічних властивостей ґрунту (вихідний вміст і розміри частинок) на його водопроникність.

A theoretical investigation is performed of water infiltration into two-fraction soil composed of particles of two sorts - structural and unstructural. A mathematical problem is developed of joint ground water flow and solid particles transport during wetting dry soil on the basis of the Green-Ampt model. An exact solution to the problem is obtained. The intensity of water inflow is considered to be known. Two approximation expressions (polynomial and exponential) are used for the intensity mentioned. A thorough analysis is conducted of unstructural particles re-distribution within the accumulation zone when inflow increasing. An influence of soil mechanical properties (initial content, averaged size of particles) on soil permeability is closely studied.

ВВЕДЕНИЕ

При использовании в строительстве, технологиях очистки мутных вод разнородных несвязных грунтов, сыпучих фильтрующих материалов следует принимать во внимание особенности поведения более мелких частиц, составляющих суффозионную компоненту твердой фазы этих пористых сред. Такие частицы, как правило, не участвуют в формировании структуры грунта (материала) и при определенных физических условиях способны перемещаться с фильтрационным потоком (механическая суффозия) [1 – 4]. В зависимости от конкретной ситуации, складывающейся под влиянием естественных или техногенных факторов, они могут или частично выноситься за пределы области фильтрации (водозаборы, осушительные дренажи, разгрузка фильтрационных потоков в поверхностные и подземные водоисточники), или целиком перераспределяться в пределах указанной области (нагнетательные скважины, увлажнительные дренажи, орошение и атмосферное питание подземных и грунтовых вод) [5 – 11]. В последнем случае обычно наблюдается резкое повышение содержания неструктурных частиц на отдельных участках фильтрационного потока. В результате суще-

ственно изменяются водно-физические свойства грунта, и в первую очередь значительно снижается (иногда на порядки) его проницаемость [12], что может привести даже к кардинальному изменению всей фильтрационной картины в зоне влияния крупного водного объекта.

Фильтрационные деформации, обусловленные массовым переносом мелких частиц грунта, возникают только при интенсивном фильтрационном течении. Каждой группе суффозионных частиц примерно одного размера (фракции) присуще определенное значение критической скорости u_k , при достижении которого скоростью течения грунтовых вод u указанные частицы переходят во взвешенное состояние. Тем самым они оказываются подготовленными к переносу, но начинают движение при последующем ускорении течения. Кстати, при неполном насыщении грунта величина u , как правило, заметно меньше u_k и не в состоянии инициировать деформации. Одним из характерных примеров деформирования грунтов под действием фильтрационных процессов является промачивание суффозионного грунта, которое обстоятельно анализируется в данной работе. Высокая (сверхкритическая) скорость поступления воды в грунт может быть обеспечена пу-

тем создания на его поверхности слоя воды надлежащей глубины [13, 14]. Многочисленные теоретические исследования закономерностей фильтрации в связных грунтах выполнялись прежде всего на базе общей модели насыщенно-ненасыщенного потока грунтовых вод, например [15 – 20]. Вообще, проблемам суффозии и инфильтрации посвящена обширная литература. Однако, в данной статье упомянем только некоторые основополагающие или этапные работы. Так, установлено, что между промоченным и сухим участками образца грунта образуется своего рода переходная зона, в которой влажность изменяется от исходной до полной влагоемкости. Размеры зоны растут со временем, но при этом остаются существенно меньшими по сравнению с общей протяженностью фильтрационного потока. Данное обстоятельство позволяет условно вводить фронт промачивания и допускать, что ненасыщенное состояние грунта в отслеживаемом месте мгновенно меняется на насыщенное после прохождения через него упомянутого фронта. В указанной зоне вследствие неполного заполнения пор водой действуют капиллярно-сорбционные силы, которые обуславливают увеличение градиента напора в области фильтрации и ускоренное течение грунтовых вод. Отмеченный эффект в упрощенных подходах учитывается с помощью корректировки напора (давления) на нижней границе этой области [21, 22]. При принятом подходе, который в дальнейшем будет совершенствоваться, интенсивность притока воды извне считается известной, так что необходимость в прямом учете эффекта подсосывания влаги за счет капиллярных сил отпадает. Также выяснилось, что скорость течения воды в основной части промоченного слоя практически не меняется. Отмеченные особенности объясняют высокую эффективность и широкое применение в научных и практических целях модели Грина-Ампта [23 – 28].

Изменение проницаемости грунта при его деформировании без выноса суффозионных частиц из области фильтрации обуславливает в целом ухудшение водно-физических условий. Как следствие, скорость впитывания, если не принять специальные меры, будет снижаться. Вместе с тем, быстро наращивая слой воды на поверхности грунта, реально добиться хотя бы кратковременного увеличения указанной скорости. Так или иначе, но на практике скорость (удельный расход) воды на указанной поверхности I изменяется со временем. Характер этого изменения в общем случае определяется физико-механическими условиями в системе грунт – водоисточник и должен выявляться в ходе решения задачи, описывающей совмест-

ную динамику грунтовых и поверхностных вод. Однако, учитывая, что данная работа, главным образом, направлена на изучение аналитическими методами влияния фильтрационных деформаций на процесс промачивания грунта и его проницаемость, представляется оправданным, по крайней мере, на первом этапе подобных исследований считать величину I известной. Вид же функции $I(t)$ следует подбирать таким образом, чтобы принимаемые значения I согласовывались с реальными. По аналогии с работами [12, 29] продолжается исследование деформирования суффозионных грунтов, имеющих наиболее простой из возможных для полидисперсных сред мехсостав, а именно, они сложены из частиц двух сортов – структурных и суффозионных.

Продолжительное повышение содержания неструктурных частиц на нижерасположенном участке фильтрационного потока (аккумулирующая зона) может, в конце концов, привести к падению скорости течения воды в порах ниже критического уровня. Тогда начинается осаждение подвижных частиц и поровое пространство по сравнению с исходным сокращается. Так как течение воды в аккумулялирующей зоне является неравномерным, то слой кольматажа формируется постепенно. Подробно особенности его образования в промачиваемом суффозионном грунте предполагается рассмотреть во второй части данной работы.

1. ПОСТАНОВКА И ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Совместное движение воды и суффозионных частиц приблизительно одного размера и формы в вертикальном направлении (вдоль оси Oz) при промачивании грунта можно описать системой одномерных уравнений [12, 30]

$$\frac{\partial n_w}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}(n_w u), \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_c}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}[n_c(u - u_k)],$$

где n_w – доля пор в грунтовом пространстве; n_c – объемная концентрация неструктурных частиц; u – действительная скорость течения воды в порах. Величины n_w , n_c связаны с объемной концентрацией структурных частиц m_s следующим соотношением:

$$n_w + n_c = 1 - m_s. \quad (2)$$

В исходном грунте суффозионные частицы распределены равномерно, а их объемная концентрация составляет m_c . Из системы (1) следует,

что интенсивность потока гидросмеси не меняется вдоль области деформаций и в любой момент t равна расходу воды на поверхности грунта, то есть

$$n_w u + n_c(u - u_k) = I. \quad (3)$$

Связь между u и n_c согласно уравнений (2), (3) может быть представлена в двух формах:

$$u = \frac{1}{1 - m_s}(I + u_k n_c), \quad (4)$$

$$n_c = \frac{1}{u_k}[(1 - m_s)u - I].$$

После несложных преобразований систему (1) удается свести к уравнению относительно скорости u :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (2u - u_k - \frac{I}{1 - m_s}) \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{1 - m_s} \frac{dI}{dt}. \quad (5)$$

Область движения ограничена сверху поверхностью грунта, а снизу фронтом промачивания, который перемещается вниз и одновременно является внешней границе области деформаций и аккумуляющей зоны. Закономерность его перемещения $z_a = z_a(t)$, а также значения искомым характеристик на нем $u_a = u(z_a, t)$, $n_{ca} = n_c(z_a, t)$ заранее неизвестны и устанавливаются, исходя из условий баланса объемов воды и подвижных частиц на границе $z = z_a$. Указанные условия связывают скорость dz_a/dt со скоростями движения воды и частиц второй (неструктурной) фракции. Для воды такое условие совпадает с кинематическим условием, которое применяется в случае промачивания обычных (несуффозионных) грунтов:

$$\frac{dz_a}{dt} = u_a. \quad (6)$$

Если деформации отсутствуют, то $n_w = \text{const}$ и из уравнений (1), (6) при заданном удельном расходе I сразу находится простое решение исходной задачи

$$u = \frac{I}{n_w}, \quad z_a = It. \quad (7)$$

В этом же случае, но при неизвестном расходе I , необходимо дополнительно задавать динамику глубины слоя воды на поверхности грунта. Тогда расход I выражается через постоянный коэффициент фильтрации и напор на обеих границах области движения и в такой форме подставляется в уравнение (7) для z_a . Решение полученного таким образом дифференциального уравнения и дает искомую закономерность $z_a(t)$. В рамках реализуемой постановки помимо условия (6) также

используется условие материального баланса неструктурных частиц, которое строго получено в следующем виде:

$$\frac{dz_a}{dt} = n_{ca} \frac{u_a - u_k}{n_{ca} - m_c}.$$

С учетом выражения (4) оно трансформируется, так что

$$\frac{dz_a}{dt} = \frac{[(1 - m_s)u_a - I](u_a - u_k)}{(1 - m_s)u_a - I - m_c u_k}. \quad (8)$$

Приравнявая правые части соотношений (6), (8), легко получить

$$u_a = \frac{I}{1 - m_s - m_c}. \quad (9)$$

Условия (6), (9) вместе с уравнением (5) представляют задачу Коши, из решения которой находится скорость u в области $0 \leq z \leq z_a$. Для полного решения данной задачи также необходимо определить положение верхней границы аккумуляющей зоны $z_b(t)$, отделяющей ее от зоны полной деформации. С этой целью проще всего составить общий материальный баланс суффозионных частиц в области деформаций, который в отсутствии их выноса за пределы указанной области будет

$$\int_{z_b}^{z_a} n_c dz = \int_{z_0}^{z_a} m_c dz = m_c(z_a - z_0). \quad (10)$$

Здесь z_0 есть начальная мощность промоченного слоя грунта, что свидетельствует о происшедшем ранее впитывании воды в отсутствие суффозионного процесса. Из условия (10) видно, что по существу неучтенными остаются неструктурные частицы, первоначально располагавшиеся в слое $[0, z_0]$. В дальнейшем они сосредотачиваются в слое, примыкающем к границе $z = z_b(t)$. Размеры этого слоя и концентрация мобильных частиц в нем определяются характером изменения величины I в начальный момент. Строго говоря, данный слой является составной частью аккумуляющей зоны. В последующем количественном анализе случай $z_0 \neq 0$ не рассматривается. Также независимо получено эквивалентное условие баланса в дифференциальной форме

$$\frac{dz_b}{dt} = u_b - u_k. \quad (11)$$

Формы (10) и (11) являются равноценными, так как вытекают одна из другой. В частности, чтобы получить условие (11), достаточно продифференцировать по времени обе части равенства (10) и использовать правило Лейбница.

Анализ процесса промачивания суффозионного грунта целесообразно выполнять после введения безразмерных переменных $\bar{u} = u/u_k$, $\bar{z} = z/Z$, $\bar{t} = u_k t/Z$, $\bar{I} = I/(u_k(1 - m_s))$, где Z – некоторый характерный для условий задачи линейный масштаб. В качестве такого могут служить, например, начальная глубина слоя воды на поверхности грунта или исходная толщина промоченного слоя. Тогда исходная математическая задача преобразуется к следующему виду:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + (2\bar{u} - 1 - \bar{I}) \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} = \frac{d\bar{I}}{d\bar{t}}, \quad (12)$$

$$z = \bar{z}_0 + \frac{1}{1 - \beta} \int_0^t \bar{I}(\tau) d\tau, \quad \bar{u} = \frac{\bar{I}}{1 - \beta}, \quad (13)$$

где $\bar{z}_0 = z_0/Z$, $\bar{\beta} = m_c/(1 - m_s)$. Далее черточки над переменными для удобства опускаются. Решение задачи (12), (13) построено методом характеристик. Характеристическая система для уравнения (12) [31] имеет вид

$$\frac{dz}{dt} = 2u - 1 - I, \quad \frac{du}{dt} = \frac{dI}{dt}. \quad (14)$$

Интегрирование системы (14) с учетом условий (13) дает искомое решение в параметрической форме

$$u = I(t) + \frac{\beta}{1 - \beta} I(\xi), \quad (15)$$

$$z = z_0 + \frac{\beta}{1 - \beta} \int_0^\xi I(\tau) d\tau + \left[\frac{2\beta}{1 - \beta} I(\xi) - 1 \right] (t - \xi) + \int_0^t I(\tau) d\tau. \quad (16)$$

Из зависимостей (15), (16) при $\xi = t$ следует $u = u_a$, $z = z_a$. Решение (15), (16) удается представить в более простой и удобной для расчетов форме в тех случаях, когда оказывается возможным, опираясь на решение (15) или (16), выразить параметр ξ через u , t или z , t . В частности, если ξ найдено из решения (15) и формально определяется как

$$\xi = I^{-1} \left[\frac{1 - \beta}{\beta} (u - I) \right], \quad (17)$$

то подстановка выражения (17) в (16) дает решение в форме $z = f(u, t)$. Если же из зависимости (16) можно найти $\xi = \xi(z, t)$, то искомое решение представится в явном виде

$$u = I(t) + \frac{1 - \beta}{\beta} I \left[\xi(z, t) \right]. \quad (18)$$

Важнейшим следствием полученного решения является формула для расчета относительной концентрации мобильных частиц N_c в аккумулярующей зоне

$$N_c = \frac{I(\xi)}{1 - \beta}, \quad (19)$$

где $N_c = n_c/m_c$. Поток транспортируемых фильтрационным течением частиц будет

$$I_c = \beta N_c (u - 1). \quad (20)$$

В расчетах примеров для определения верхней границы аккумулярующей зоны применялось условие (10) в безразмерной форме, а именно:

$$\int_{z_b}^{z_a} N_c dz = \beta (z_a - z_b). \quad (21)$$

Итак, в соответствии с принятыми допущениями для проведения расчетов фильтрационных и суффозионных характеристик необходимо конкретизировать функцию $I(t)$. Характерные случаи аппроксимационных выражений для инфильтрационной функции $I(t)$ рассматриваются во втором разделе работы.

2. РАСЧЕТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

Степень и скорость деформирования грунта определяются скоростью I поступления воды в грунт. В реальных условиях поведение функции $I(t)$ отличается большим разнообразием. В отдельные интервалы времени отмечается ее монотонное изменение. Однако по мере увеличения длительности периода наблюдений скорость I меняется во все более широких пределах, попеременно возрастая и убывая. Все эти особенности формально можно отразить с помощью аппроксимационного выражения для $I(t)$ в виде полинома произвольной степени m :

$$I(t) = \sum_{i=0}^m \lambda_i t^i. \quad (22)$$

Подстановка выражения (22) в общее решение (15), (16) позволила получить расчетные зависимости, которые преимущественно и используются при проведении количественного анализа в третьем разделе. В окончательном виде они будут

$$u = \frac{\lambda_0}{1 - \beta} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \left(t^i + \frac{\beta \xi^i}{1 - \beta} \right), \quad (23)$$

$$z = z_0 + \left(1 - \frac{\beta \lambda_0}{1 - \beta} \right) \xi + \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \lambda_0 - 1 \right) t + \quad (24)$$

$$+ \sum_{i=1}^m \lambda_i \left[-\frac{\beta(2i+1)}{(1-\beta)(i+1)} \xi^{i+1} + \frac{2\beta t}{1-\beta} \xi^i + \frac{t^{i+1}}{i+1} \right].$$

В более удобной для расчетов неявной форме решение представляется при $m = 3$. Тогда параметр ξ согласно уравнения (23) выражается через u, t следующим образом:

$$\xi = -\frac{\lambda_1}{2\lambda_2} + \quad (25)$$

$$+ \sqrt{\frac{\lambda_1^2}{4\lambda_2^2} - \frac{1-\beta}{\beta\lambda_2} (\lambda_2 t^2 + \lambda_1 t + \frac{\lambda_0}{1-\beta} - u)}.$$

Расчет скорости u выполняется по формуле (24) с учетом (25). Наконец, при $m = 2$ ξ определяется как функция от z, t , исходя из (24). Тогда

$$\xi = \alpha_1 + \frac{2t}{3} - \sqrt{\psi(t) - \alpha_2(z - z_0)}, \quad (26)$$

где $\alpha_1 = \frac{1-\beta-\beta\lambda_0}{3\beta\lambda_1}$, $\alpha_2 = \frac{2(1-\beta)}{3\beta\lambda_1}$,

$$\psi = \frac{\beta+3}{9\beta} t^2 + \frac{2(\beta\lambda_0 - 1 + \beta + 3\lambda_0)}{9\beta\lambda_1} t + \alpha_1^2,$$

и расчетная зависимость принимает вид (18) с учетом выражения (26). Положение верхней границы $z_b(t)$ вычисляется на основе интегрального условия (21), которое после ряда преобразований приобретает вид

$$\sum_{i=0}^m \left(\lambda_i \frac{t^{i+1} - \xi_b^{i+1}}{i+1} - \frac{\beta\lambda_i^2 \xi_b^{2i}}{1-\beta} \right) - \frac{2\beta}{1-\beta} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=1}^m \lambda_i \lambda_j \xi_b^{i+j} = (1-\beta)(z_a - z_0), \quad (27)$$

где $\xi_b = \xi(z_b, t)$. При линейном законе изменения I уравнение (27) заметно упрощается, а именно:

$$\begin{aligned} & (\lambda_0 + \alpha_1 \lambda_1 + \frac{2\lambda_1}{3} t) z_b + \frac{2\lambda_1}{3\alpha_2} (\psi - \alpha_2 z_b)^{3/2} = \\ & = (\lambda_0 + \alpha_1 \lambda_1 - 1 + \beta + \frac{2\lambda_1}{3} t) z_a + \quad (28) \\ & + (1-\beta) z_0 + \frac{2\lambda_1}{3\alpha_2} (\psi - \alpha_2 z_a)^{3/2}. \end{aligned}$$

Относительная концентрация N_c и расход I_c неструктурных частиц рассчитываются по формулам (19), (20), в которых ξ находится из зависимостей (25), (26).

Нередко интенсивность I надежнее описывается функциями другого вида. Среди них следует выделить показательные функции, например,

$$I(t) = \nu_1 e^{\nu_2 t}. \quad (29)$$

Тогда решение исходной задачи (12), (13) при $I(t)$ согласно уравнения (29) выражается зависимостью

$$z = z_0 + \frac{\beta\nu}{(1-\beta)\nu_2} (e^{\nu_2 \xi} - 1) + \quad (30)$$

$$+ \left(\frac{2\beta\nu_1}{1-\beta} e^{\nu_2 \xi} - 1 \right) (t - \xi) + \frac{\nu_1}{\nu_2} (e^{\nu_2 t} - 1),$$

где

$$\xi = \frac{1}{\nu_2} \ln \left[\frac{1-\beta}{\beta\nu_1} (u - \nu_1 e^{\nu_2 t}) \right].$$

Координата нижней границы области деформаций вычисляется по формуле

$$z_a = z_0 + \frac{\nu_1}{(1-\beta)\nu_2} (e^{\nu_2 t} - 1), \quad (31)$$

а координата z_b находится на основе уравнения

$$\begin{aligned} & \frac{\beta\nu_1^2}{1-\beta} (\xi_b - t) e^{2\nu_2 \xi_b} - \frac{\nu_1}{\nu_2} e^{\nu_2 \xi_b} = \quad (32) \\ & = (1-\beta)(z_a - z_0) - \frac{\nu_1}{\nu_2} e^{\nu_2 t}, \end{aligned}$$

причем сначала из уравнения (32) для фиксированного t определяется ξ_b , а затем это значение подставляется в (30). Полученное таким образом число и есть искомое значение z_b . Наконец, относительная концентрация суффозионных частиц в аккумулирующей зоне равна

$$N_e = \frac{\nu_1}{1-\beta} e^{\nu_2 \xi}. \quad (33)$$

3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Закономерности промачивания грунта, сопровождающегося фильтрационными деформациями и изменением его водно-физических свойств, исследовались на серии примеров, причем на первом этапе был выбран случай возрастающего удельного расхода $I(t)$. Второй распространенный случай, когда I убывает и создаются предпосылки для осаждения транспортируемых частиц, формирования слоя кольматажа, предполагается обсудить во второй части работы. В большинстве рассчитанных примеров принимается равномерное увеличение интенсивности I , так что

$$I = \lambda_0 + \lambda_1 t. \quad (34)$$

Параметр β , характеризующий исходное содержание суффозионных частиц, варьируется в широких пределах (0.05...0.3). Тем самым охватывается фактически весь диапазон встречающихся на

практике значений β . Начальное значение λ_0 расхода I выбрано для всех примеров одинаковым и равным 2. Скорость изменения I при линейном законе (34) принимается $\lambda_0 = 0.5$. В исходном состоянии весь слой грунта является сухим, так что фронт промачивания в начальный момент совпадает с его поверхностью ($z_0 = 0$). Для бóльших удобства представления и наглядности результатов вычислений используются нормированные переменные $\tilde{z} = (z - z_b)/(z_a - z_b)$, $\tilde{t} = t/t_n$, которые изменяются от 0 до 1. Здесь t_n – момент начала полного заполнения пор грунта подвижными частицами. При росте I сначала закупорка пор должна произойти на фронте промачивания, а значение t_n устанавливается с помощью условия

$$N_c(\xi(z_a, t_n)) = \frac{1}{\beta}.$$

В частном случае, описываемом уравнением (34),

$$t_n = \frac{1 - \beta - \beta\lambda_0}{\beta\lambda_1}.$$

Также просто вычисляется t_n и при $m = 2$. Значение t_n в этом случае будет конечным при $\lambda_2 < 0$, если выполняется неравенство

$$\left(\frac{\lambda_1}{2\lambda_2}\right)^2 - \frac{\beta\lambda_0 + \beta - 1}{\beta\lambda_2} > 0.$$

В момент $t = t_n$ грунт становится водонепроницаемым и фильтрация должна прекратиться. В действительности, обычно по техническим причинам невозможно обеспечить требуемую для значительного повышения концентрации суффозионных частиц приточность воды в грунт. Также следует иметь ввиду, что при высоком содержании твердых частиц в гидросмеси их влияние на фильтрационный поток становится значимым и исходная модель нуждается в серьезной доработке. Но это уже будет предметом последующих исследований. Однако здесь суффозионный процесс изучается в рамках математической модели (1), (6), (9) формально на полном интервале времени (вплоть до момента t_n).

В первую очередь, по формулам (24), (26) и (28) рассчитывалось перемещение обеих границ аккумулярующей зоны. Данные вычислений z_a , z_b для разных значений β представлены на рис.1. С увеличением β при одной и той же величине $I(t)$, во-первых, упомянутые границы движутся быстрее, во-вторых, протяженность аккумулярующей зоны тоже нарастает. При меньших значениях β максимальная длина данной зоны измеряется несколькими десятками и даже сотнями единиц (линейных масштабов). Так, для примера, при $\beta = 0.1$

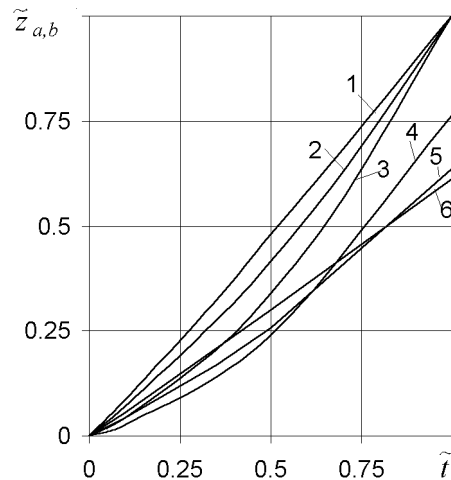


Рис. 1. Графики траекторий нижней (\tilde{z}_a) и верхней (\tilde{z}_b) границ аккумулярующей зоны: 1–3 – \tilde{z}_a ; 4–6 – \tilde{z}_b ; 1, 6 – $\beta = 0.3$; 2, 5 – $\beta = 0.2$; 3, 4 – $\beta = 0.1$

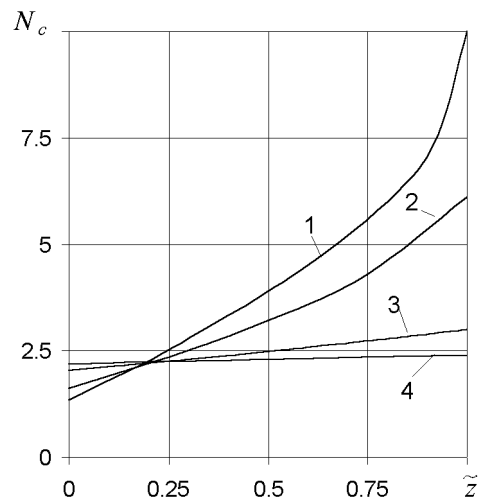


Рис. 2. Профили относительной концентрации N_c в аккумулярующей зоне: 1 – $\tilde{t} = 1$; 2 – $\tilde{t} = 0.5$; 3 – $\tilde{t} = 0.1$; 4 – $\tilde{t} = 0.02$

$z_a(t_n) = 85.556$, но уже при $\beta = 0.3$ $z_a(t_n) = 2.064$. Основное внимание в расчетной части работы уделялось детальной оценке содержания суффозионных частиц, которые накапливаются в аккумулярующей зоне неравномерно. И прежде всего вычислялись профили относительной концентрации указанных частиц N_c при $\beta = 0.1$ для разных значений \tilde{t} , включая и предельное $\tilde{t} = 1$, когда фильтрация заканчивается (рис.2). Рост величины N_c в нижней части аккумулярующей зоны объясняется усилением притока воды в грунт. Интенсив-

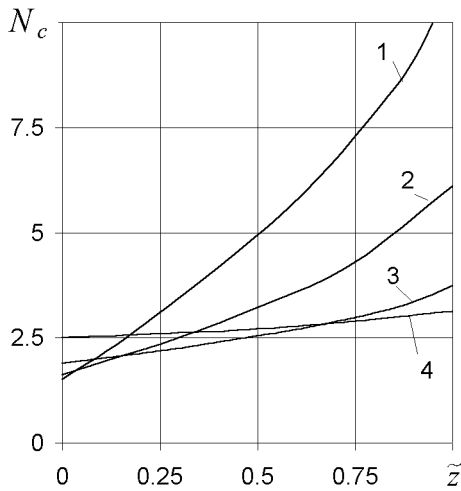


Рис. 3. Профили относительной концентрации N_c в аккумуляющей зоне:
 1 – $\beta = 0.05$; 2 – $\beta = 0.1$; 3 – $\beta = 0.2$; 4 – $\beta = 0.3$

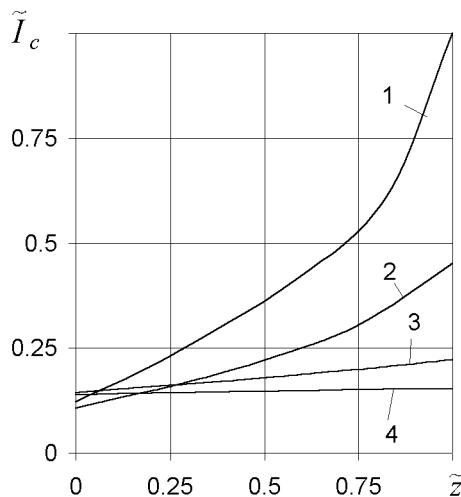


Рис. 4. Расход суффозионных частиц вдоль аккумуляющей зоны:
 1 – $\tilde{t} = 1$; 2 – $\tilde{t} = 0.5$; 3 – $\tilde{t} = 0.1$; 4 – $\tilde{t} = 0.02$

ное впитывание воды в начальный момент обуславливает скачкообразное увеличение удельного содержания неструктурных частиц в новообразованной аккумуляющей зоне в $\lambda_0/(1-\beta)$ раз. Аналогичным образом на концентрации N_c отражается и изменение параметра β . Для оценки его влияния на содержание мобильных частиц были выбраны такие моменты времени, что $\tilde{t} = 0.5$ и немного более половины исходного порового пространства вблизи фронта промачивания заполнено ими. Профили $N_c(z)$ для характерных значений β изображены на рис.3. Естественно, что

скорость накопления неструктурных частиц растет с уменьшением β . Вместе с тем доля порового пространства, занятого такими частицами, будет больше при высоком их исходном содержании. Упомянутые частицы распределяются особенно неравномерно при малых значениях β , что связано с большей длительностью протекания физико-механических процессов. Действительно, значения t_n для $\beta = 0.5, 0.1, 0.2, 0.3$ равны соответственно 34, 14, 4 и 0.667. Более полное представление о поведении неструктурных частиц в области деформаций дают результаты расчетов их расходов в пределах аккумуляющей зоны и на фронте промачивания. На рис. 4, 5 показано изменение относительного расхода \tilde{I}_c мобильных частиц с глубиной и временем. Величина I_c определялась по формуле (20) и затем соотносилась с общим расходом гидросмеси I . Следовательно, \tilde{I}_c выражает долю твердой компоненты двухфазного потока. Функция $\tilde{I}_c(z)$ рассчитывалась при $\beta = 0.1$ для ряда моментов времени, в том числе и на момент $t = t_n$ ($\tilde{t} = 1$, кривая 1, рис.4). Как видно из рис.4, в нижней части аккумуляющей зоны имеет место существенный рост расхода \tilde{I}_c со временем. Максимально возможное значение $\tilde{I}_c = 1$ достигается при $\tilde{t} = 1$ на нижней границе области движения. Аналогичный вывод можно сделать и на основании данных вычислений $\tilde{I}_c(z_a, t)$, которые приведены на рис.5 для типичных значений β . Относительный расход увеличивается по линейному закону, причем начальное его значение \tilde{I}_{c0} вычисляется по формуле

$$\tilde{I}_{c0} = \frac{\beta\lambda_0}{1-\beta} \left(\frac{\lambda_0}{1-\beta} - 1 \right).$$

При высоких исходных содержании суффозионных частиц и скорости притока воды в грунт основную часть потока гидросмеси на протяжении всего (полного) расчетного периода составляет твердая составляющая (кривая 1).

Наконец, для оценки влияния неравномерности изменения I на скорость заполнения пор грунта твердыми частицами в расчетах также использовался показательный закон (29). Вычисления выполнялись для тех же, что и ранее, значений β , при $\nu_1 = 2$ и $\tilde{t} = 0.5$. Коэффициенты ν_2 подбирались таким образом, чтобы для каждого β конечные моменты t_n при линейном ($\lambda_0 = 2, \lambda_1 = 0.5$) и показательном законах для $I(t)$ совпадали. Тогда формула, использовавшаяся для выбора ν_2 , имеет вид

$$\nu_2 = \frac{1}{t_n} \ln \frac{1-\beta}{\beta\nu_1}.$$

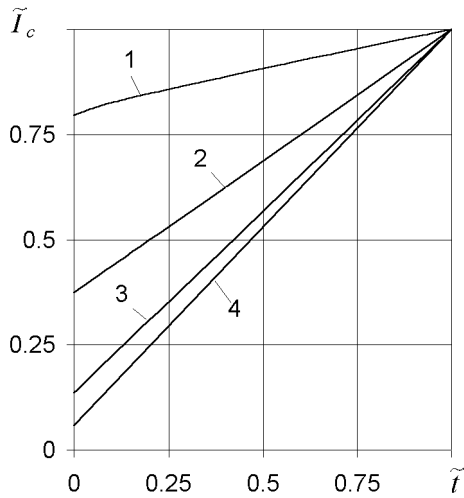


Рис. 5. Расход суффозионных частиц на фронте промачивания:
1 - $\beta = 0.3$; 2 - $\beta = 0.2$; 3 - $\beta = 0.1$; 4 - $\beta = 0.05$

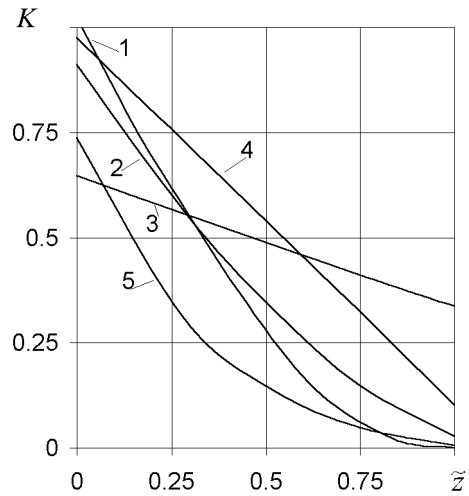


Рис. 7. Профили относительной проницаемости в аккумуляющей зоне:
1 - $\tilde{t} = 1$; 2, 4, 5 - $\tilde{t} = 0.5$; 3 - $\tilde{t} = 0.1$;
4 - $K = K_{max}$; 5 - $K = K_{min}$

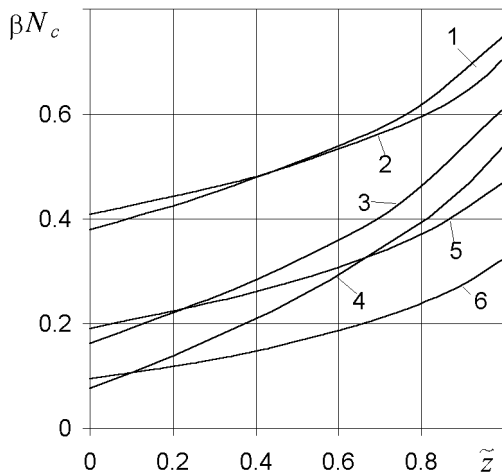


Рис. 6. Профили объемного содержания частиц в аккумуляющей зоне:
1, 3, 4 - линейный; 2, 5, 6 - показательный; 1, 2 - $\beta = 0.2$; 3, 5 - $\beta = 0.1$; 4, 6 - $\beta = 0.05$

Данные о накоплении в порах грунта аккумуляющей зоны частиц второй фракции представлены на рис. 6. Качественный характер распределения частиц во всех рассмотренных вариантах остается похожим. Тем не менее в количественном отношении оба реализуемых закона дают существенно отличающиеся результаты в большей части зоны. Поэтому к выбору аппроксимационных выражений для функции $I(t)$ следует подходить с большой осторожностью.

В начальный период впитывания воды в грунт

при низкой скорости I (в области докритических скоростей течения воды) фильтрационные деформации отсутствуют. При плавном нарастании притока воды в грунт его деформирование начнется в момент t_0 , который находится из условия

$$I(t_0) = 1 - \beta.$$

Толщина предварительно промоченного слоя при этом составляет

$$z_0 = \frac{1}{1 - \beta} \int_0^{t_0} I(\tau) d\tau.$$

В случае линейного закона (34) t_0 , z_0 будут

$$t_0 = \frac{1 - \beta}{\lambda_0}, \quad z_0 = 0.5\lambda_0(1 - \beta)^2.$$

В дальнейшем все частицы из указанного слоя одновременно приходят в движение. Их перенос осуществляется синхронно, то есть движутся они как одно целое с единой скоростью, которая, конечно, меняется со временем. Отсюда и концентрация этих частиц в пределах занятого ими слоя будет также постоянной и равна исходной. Поэтому данный участок потока гидросмеси можно отнести к аккумуляющей зоне только с оговорками. Совершенно иная ситуация складывается при скачкообразном изменении I в момент t_0 . Тогда концентрация неструктурных частиц в первоначально промоченном слое грунта также скачкообразно возрастет и участок потока гидросмеси,

на котором они будут сосредоточены, теперь окажется составной частью аккумулирующей зоны. Отдельно такой случай, однако, не рассчитывался, так как принципиально ничем не отличается от рассмотренного выше.

Очевидно, что снос суффозионных частиц вниз по течению вместе с впитываемой водой приводит к образованию в грунте зон с повышенной и пониженной проницаемостью [32]. В целом же фильтрационный процесс определяется водно-физическими условиями на самом ответственном участке потока гидросмеси, где твердая фаза оказывает наибольшее сопротивление движению воды. Именно поэтому динамика проницаемости грунта в пределах аккумулирующей зоны должна быть предметом специальных исследований. Ее поведение анализировалось на базе предложенных и апробированных в работе [12] зависимостей для относительной проницаемости K . Величина K представляет собой отношение фактической проницаемости с учетом двухфракционного состава твердой фазы и подвижности второй фракции, а также проницаемости исходного грунта. Для оценки проницаемостей (коэффициентов фильтрации) деформированных грунтов, главным образом, применялась формула [12]

$$K = \frac{\lambda_K (1 - \beta N_c)^4 u}{\gamma^4 D^2 N_c^2 + (\beta + \gamma - \beta \gamma N_c)^2 u},$$

где $\lambda_K = \frac{\gamma^4 D^2 + (\beta + \gamma - \beta \gamma)^2}{(1 - \beta)^4}$, $\gamma = \frac{m_c}{m_s}$, $D = \frac{d_s}{d_c}$, d_s , d_c – средние диаметры структурных и суффозионных частиц. О происходящих при деформировании грунта изменениях его фильтрационных свойств можно сделать некоторые выводы, если сопоставить рассчитанные профили $K(z)$. На рис. 7 представлены указанные профили для $\beta = 0.1$ в начале, середине и конце полного расчетного периода. Резкое падение проницаемости имеет место около фронта промачивания, что вызвано значительным увеличением здесь содержания неструктурных частиц. Так, к моменту $t = 7$ ($\tilde{t} = 0.5$) проницаемость грунта в этом месте уменьшается почти в 40 раз и обращается в 0 при $t = 14$. Параллельно вычислялись при $\tilde{t} = 14$ и приближенные значения проницаемости K , ограничивающие ее фактические значения сверху K_{max} и снизу K_{min} . Мажоранта K_{max} не учитывает влияния мобильных частиц на фильтрационное течение, а при определении K_{min} данные частицы условно считаются неподвижными. Расчетные формулы для K_{min} , K_{max} приведены в работе [12]. Из сравнения кривых 2, 4, 5 уместно заключить о целесообразности аккуратного и, главное, физически

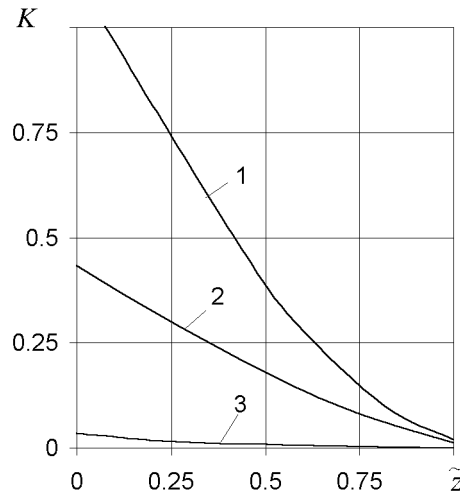


Рис. 8. Профили относительной проницаемости в аккумулирующей зоне:
1 – $\beta = 0.05$; 2 – $\beta = 0.2$; 3 – $\beta = 0.3$

обоснованного установления проницаемости суффозионного грунта. По мере увеличения параметра β происходит ускоренное накопление неструктурных частиц в аккумулирующей зоне, причем в рассмотренных примерах преимущественно в нижней ее части, что отражается самым неблагоприятным образом на фильтрационной способности грунта. Результаты расчетов профилей $K(z)$ при $\tilde{t} = 0.5$ (рис. 8) свидетельствуют о сильном снижении K во всем диапазоне значений β . В частности, при $\beta = 0.3$ величина K уменьшилась в 30 – 5000 раз. Расчеты профилей $K(z)$ выполнялись при умеренной разнице в размерах частиц обоих сортов ($D = 3$). Вместе с тем в реальных грунтах и материалах отношение диаметров D может быть на порядок больше, достигая даже 40 [33, 34]. Данные вычислений относительной проницаемости K на фронте промачивания, представленные на рис. 9, указывают на ощутимое (примерно в 2 – 3 раза) ее уменьшение при увеличении D с 3 до 10.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При интенсивном впитывании воды в сухой несвязный грунт часто возникают фильтрационные деформации. Вследствие перераспределения суффозионных (неструктурных) частиц в промоченном слое грунта формируются аккумулирующая зона, в которой сосредотачиваются все подвижные твердые частицы, и зона полной деформации, из которой такие частицы полностью вынесены. Характер распределения мобильных частиц опре-

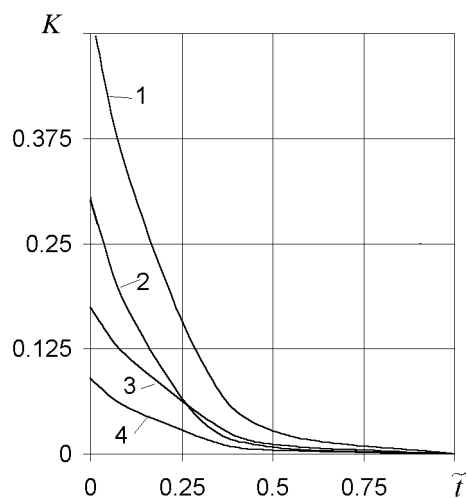


Рис. 9. Изменение относительной проницаемости на фронте промачивания:
 1 – $\beta = 0.1$, $D = 3$; 2 – $\beta = 0.1$, $D = 10$;
 3 – $\beta = 0.2$, $D = 3$; 4 – $\beta = 0.2$, $D = 10$

деляется скоростью притока воды из поверхностного источника (слоя воды на поверхности грунта) I . В действительности расход I есть обычно результат взаимодействия грунтовых и поверхностных вод. В принципе, регулируя глубину указанного слоя воды, можно по крайней мере в течение короткого времени реализовать практически любую функцию $I(t)$. На первом этапе исследований увлажнения двухфракционного грунта величина $I(t)$ задается, причем с учетом особенностей ее поведения в реальных системах грунт-водоисточник. Подробно были рассмотрены два вида аппроксимационных выражений для расхода $I(t)$ – полиномиальный и степенной. В примерах данная функция принималась монотонно возрастающей. Тогда фильтрационный процесс может продолжаться только до момента t_n закупорки пор на фронте промачивания суффозионными частицами. На практике существенное увеличение концентрации указанных частиц и, следовательно, уменьшение порового пространства обуславливают значительное снижение проницаемости грунта. Также серьезное влияние на проницаемость оказывает соотношение размеров (диаметров) частиц обеих фракций. Современные технические средства, как правило, не в состоянии долго поддерживать скорость течения воды в порах выше критической. При резком снижении этой скорости создаются предпосылки для осаждения взвешенных частиц и образования слоя кольматажа. В конечном итоге промачивание суффозионных грунтов может кардинально изменить их

фильтрационные свойства, что иногда необходимо учитывать, например, в водохозяйственном строительстве при функционировании водных экосистем, очистных сооружений.

1. Лысенко М.П. Состав и физико-механические свойства грунтов.– М.: Недра, 1980.– 272 с.
2. Мироненко В.А., Шестаков В.М. Основы гидрогеомеханики.– М.: Недра, 1974.– 296 с.
3. Шехтман Ю.М. Фильтрация малоконцентрированных суспензий.– М.: Изд-во АН СССР, 1961.– 211 с.
4. Mackie R.J., Zhao Q. A framework for modelling removal in the infiltration of polydisperse suspensions // Wat. Res.– 1998.– 33, 3.– P. 794–806.
5. Алексеев В.С., Коммунар Г.М. Кольматаж фильтров и прифилтровых зон водозаборных скважин // Водн. ресурсы.– 1974.– N 5.– С. 170–174.
6. Аникеев А.В., Артамонова Н.Б., Калинин Э.В. Некоторые особенности деформирования и разрушения массивов горных пород при техногенном изменении режима подземных вод // Геоэкология.– 2000.– N 3.– С. 249–256.
7. Мурашко А.И., Сапожников Е.Г. Защита дренажа от заиления.– Мн.: Ураджай, 1978.– 168 с.
8. Олейник А.Я., Тугай А.М. Моделирование процессов кольматажа и суффозии в прифилтровой зоне скважины // Докл. НАН Украины.– 2001.– N 9.– С. 190–194.
9. Хрисанов Н.И., Камбуров В.А. Математическое и физическое моделирование фильтрационных деформаций грунта при работе закрытого дренажа // Сб. статей.– М.: Колос.– 1973.– С. 345–353.
10. Lennox-Gratin Ch. Effect of envelopes on flow pattern near drain pipe // J. Irrig. and Drain. Div., ASCE.– 1989.– 115, 4.– P. 626–641.
11. Willardon L.S., Walker R.E. Synthetic drain envelope-soil interaction // J. Irrig. and Drain. Div., ASCE.– 1979.– 105, 4.– P. 367–373.
12. Поляков В.Л. О фильтрационных деформациях грунта с образованием аккумулярующих зон // Прикладна гідромеханіка.– 2003.– Т. 5(77), N 2.– С. 45–56.
13. Гусев Е.М. Экспериментальное исследование напорного впитывания // Физика почвенных вод.– М.: Наука.– 1981.– С. 195–205.
14. Freyberg D.Z., Reeder J.W., Franzini I.B., Remson I. Application of the Green-Ampt model to infiltration under time dependent surface water depths // Water Resour. Res.– 1980.– 16.– P. 517–528.
15. Basha H.A. Multidimensional linearized nonsteady infiltration with prescribed boundary conditions at the soil surface // Water Resour. Res.– 1999.– 35.– P. 75–83.
16. Clausnitzer V., Hormans J.W., Starr J.Z. Parameter uncertainty analysis of common infiltration models // Soil Sci. Soc. Am. J.– 1998.– 62.– P. 1477–1487.
17. Giraldez J.V. Infiltration in swelling soils // Water Resour. Res.– 1985.– 21.– P. 33–44.

18. Hills R.G., Porro I, Hudson D.B., Wierenga P.J. Modeling one-dimensional infiltration into very dry soils.1. Model developments and evaluation // Water Resour. Res.– 1989.– 25.– P. 1259–1269.
19. Morel-Seytoux H.J., Billica J.A. A two-phase numerical model for prediction of infiltration, application to a semi-infinite soil column // Water Resour. Res.– 1985.– 21.– P. 607–615.
20. Philip J.R. Theory of infiltration // Adv. Hydrosci.– 1969.– 5.– P. 215–296.
21. Brakensiek D.L. Estimating the effective capillary pressure in the Green- Ampt infiltration equation // Water Resour. Res.– 1977.– 13.– P. 680–682.
22. Neuman S.P. Hydraulic head at the wetting front in the Green-Ampt model // Water Resour. Res.– 1976.– 12.– P. 564–566.
23. Davidson M.R. A Green-Ampt model of infiltration in a cracked soil // Water Resour. Res.– 1984.– 20.– P. 1685–1690.
24. Flerchingee G.N., Watts F.J., Bloomsbirg G.L. Explicit solution to Green- Ampt equation for nonuniform soils // J.Irrig.Drain. Div., ASCE.– 1988.– 114.– P. 561–565.
25. Moore J.D. Infiltration equations modified for surface effects // J.Irrig.Drain.Div., ASCE.– 1981.– 107.– P. 71–86.
26. Salvucci G.D., Entekhabi D. Explicit expressions for Green-Ampt (delta function diffusivity) infiltration rate and cumulative storage // Water Resour. Res.– 1994.– 30.– P. 2661–2663.
27. Selker J.S., Duan J., Parlange J.Y. Green-Ampt infiltration into soils of variable pore size with depth // Water Resour. Res.– 1999.– 35.– P. 1685–1688.
28. Watson K.K., Awadalla S.A. Comparative study of the Green-Ampt analysis for a falling water table in a stratified profile // Water Resour. Res.– 1986.– 22.– P. 723–730.
29. Поляков В.Л. Механическая суффозия в дренируемом грунте // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– Т.4(76), N 4.– С. 60–73.
30. Хлапук М.М. Математичне моделювання процесу фільтрації в середовищах, де відбувається механічна суффозія // Гидромеліорація та гідротехнічне будівництво.– 1998.– Вип.23.– С. 92–98.
31. Камке Э. Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка.– М.: Наука, 1966.– 260 с.
32. Дмитрієв Д.А. Вплив суффозійних деформацій у ґрунті на коефіцієнт фільтрації // Вісник Рівненського державного технічного університету.– 1999.– Вип.2.– С. 132–135.
33. Бугай Н.Г., Ткач В.В. Фильтрационные и суффозионные свойства морских ракушечных песков // Гидравлика и гидротехника.– К.:Техника.– 1982.– Вип.35.– С. 76–81.
34. Пивовар Н.Г., Хлапук А.Н., Ткач В.В. Применение золошлаковых отходов ГРЭС при строительстве дренажа // Мелиорация и водное хозяйство.– К.: Урожай.– 1987.– Вип.66.–С. 56–59.