6. Ленюк М. П. Исследование основных краевых задач для диссипативного волнового уравнения Бесселя / М. П. Ленюк. — К., 1983. — 62 с. — (Препринт / АН УССР. Ин-т математики; 83.3).
7. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений / В. В. Степанов. — М. : Физматгиз, 1959. — 468 с.
8. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — М. : Наука, 1972. — 735 с.
9. Лаврентьев М. А. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. — М. : Наука, 1987. — 688 с.
10. Ленюк М. П. Гібридні інтегральні перетворення типу Ейлера—(Фур'є, Бесселя) / М. П. Ленюк. — Чернівці : Прут, 2009. — 76 с.
11. Ленюк М. П. Гібридні інтегральні перетворення типу Ейлера—Бесселя—Лежандра на полярній осі / М. П. Ленюк // Крайові задачі для диференціальних рівнянь : зб. наук. пр. — Чернівці : Прут, 2011. — Вип. 20. — С. 80–111.

Introduced hybrid integral transformations generated by the polar axis with two points conjugate hybrid differential operator (Kontorovich–Lebedev)–Bessel–Fourier.

Key words: *hybrid differential operator functions Cauchy function influence hybrid integral transformation, the basic identity, the main solutions.*

Отримано: 14.03.2012

УДК 519.9

О. М. Литвин, д-р фіз.-мат. наук, професор,
О. П. Нечуйвітер, канд. фіз.-мат. наук

Українська інженерно-педагогічна академія, м. Харків

КУСКОВО-СТАЛА ІНТЕРФЛЕТАЦІЯ ПРИ ОБЧИСЛЕННІ 3 D КОЕФІЦІЄНТІВ ФУР'Є НА КЛАСІ ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ

У статті розглядаються кубатурні формули обчислення 3 D коефіцієнтів Фур'є на класі диференційовних функцій з використанням інтерфлетації функцій у випадку, коли інформація про функцію задана її слідами на лініях.

Ключові слова: *інтерфлетація, кубатурна формула, 3 D коефіцієнти Фур'є, клас диференційовних функцій.*

1. Постановка проблеми. При наближені функцій двох та трьох змінних симетричними відрізками ряду Фур'є виникає задача обчислення коефіцієнтів цього ряду за допомогою інформаційних операторів різних типів. В якості даних можуть бути значення функції у вузлових точках, сліди функції на лініях або площинах, інтеграли від наближуваної функції вздовж вибраної системи ліній або площин, що перетинають досліджуваний об'єкт. Задачу наближеного обчислення 3 D коефіцієнтів Фур'є у випадках, коли початкова інформація задається різними інформаційними операторами, дозволяє ефективно розв'язувати апарат інтерфлетації функцій [1] на різних класах функцій. Нехай $H_1^{3,1}\left(M\right)$ — клас неперервно диференційовних функцій, визначених на $G=\left[0,1\right]^3$ і таких, що $\left|f^{(1,1,0)}(x,y,z)\right|\le M$, $\left|f^{(1,0,1)}(x,y,z)\right|\le M$, $\left|f^{(0,1,1)}(x,y,z)\right|\le M$, $\left|f^{(1,1,1)}(x,y,z)\right|\le \tilde{M}$. Для наближеного обчислення 3 D коефіцієнтів Фур'є необхідно побудувати кубатурні формули на основі кусково-сталих інтерполянтів з використанням інтерфлетації функцій у випадку, коли інформація про функцію задана її слідами на лініях. Отримати оцінку похибки наближення.

2. Аналіз існуючих робіт. Задача наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є функцій двох змінних має як класичне розв'язання [2], так і з використанням теорії інтерлінації функцій на різних класах функцій у випадку різних інформаційних операторів [3]. В [4—6] викладений загальний підхід до побудови сіткових інформаційних операторів фінітного тривимірного дискретно-неперервного та дискретного перетворення Фур'є на основі метода Файлона, кусково-сталих сплайнів і сплайн-інтерфлетації на класі диференційовних функцій. В [7] представлена кубатурна формула обчислення 3 D коефіцієнтів Фур'є на класі Ліпшиця у випадку, коли інформація про функцію задана у вузлових точках. В даній же роботі вперше представлена кубатурна формула обчислення 3 D коефіцієнтів Фур'є на класі диференційовних функцій у випадку, коли інформація про функцію задана іі слідами на лініях.

3. Постановка задачі. Для наближеного обчислення інтегралів

$$I_1^3(m,n,p)=\int_0^1\int_0^1\int_0^1 f(x,y,z)\sin 2\pi mx\sin 2\pi ny\sin 2\pi pz dxdydz\ ,$$

$$I_2^3(m,n,p)=\int_0^1\int_0^1\int_0^1 f(x,y,z)\cos 2\pi mx\cos 2\pi ny\cos 2\pi pz dxdydz\ ,$$

$$I_3^3(m,n,p)=\int_0^1\int_0^1\int_0^1 f(x,y,z)e^{-i2\pi mx}e^{-i2\pi ny}e^{-i2\pi pz}dxdydz$$

побудувати кубатурні формули з використанням операторів кусково-сталої сплайн-інтерфлетації. Інформація про функцію $f\left(x,y,z\right)$ задана її слідами на лініях. На класі диференційовних функцій $H_1^{3,1}\left(M\right)$ отримати оцінку похибки наближення кубатурної формули.

4. Кубатурна формула обчислення 3 D коефіцієнтів Фур'є на основі кусково-сталої сплайн-інтерфлетації. Введемо позначення

$$X_k = \left[x_{k-1/2}, x_{k+1/2}\right], Y_j = \left[y_{j-1/2}, y_{j+1/2}\right], Z_s = \left[z_{s-1/2}, z_{s+1/2}\right],$$

$$\tilde{X}_{\tilde{k}} = \left[\tilde{x}_{\tilde{k}-1/2}, \tilde{x}_{\tilde{k}+1/2}\right], \tilde{Y}_{\tilde{j}} = \left[\tilde{y}_{\tilde{j}-1/2}, \tilde{y}_{\tilde{j}+1/2}\right], \tilde{Z}_{\tilde{s}} = \left[\tilde{z}_{\tilde{s}-1/2}, \tilde{z}_{\tilde{s}+1/2}\right],$$

$$h_{1k}(x) = \begin{cases} 1, x \in X_k, \\ 0, x \notin X_k, \end{cases} \quad h_{2j}(y) = \begin{cases} 1, y \in Y_j, \\ 0, y \notin Y_j, \end{cases} \quad h_{3s}(z) = \begin{cases} 1, z \in Z_s, \\ 0, z \notin Z_s, \end{cases},$$

$$\tilde{h}_{1\tilde{k}}(x) = \begin{cases} 1, x \in \tilde{X}_{\tilde{k}}, \\ 0, x \notin \tilde{X}_{\tilde{k}}, \end{cases} \quad \tilde{h}_{2\tilde{j}}(y) = \begin{cases} 1, y \in \tilde{Y}_{\tilde{j}}, \\ 0, y \notin \tilde{Y}_{\tilde{j}}, \end{cases} \quad \tilde{h}_{3\tilde{s}}(z) = \begin{cases} 1, z \in \tilde{Z}_{\tilde{s}}, \\ 0, z \notin \tilde{Z}_{\tilde{s}}, \end{cases},$$

$$x_k = k\Delta - \frac{\Delta}{2}, \; y_j = j\Delta - \frac{\Delta}{2}, \quad z_s = s\Delta - \frac{\Delta}{2}, \; \Delta = \frac{1}{\ell}, \; k, j, s = \overline{1, \ell},$$

$$\tilde{x}_{\tilde{k}} = \tilde{k}\Delta_1 - \frac{\Delta_1}{2}, \; \tilde{y}_{\tilde{j}} = \tilde{j}\Delta_1 - \frac{\Delta_1}{2}, \; \tilde{z}_{\tilde{s}} = \tilde{s}\Delta_1 - \frac{\Delta_1}{2}, \; \Delta_1 = \frac{1}{\ell^{3/2}}, \; \tilde{k}, \tilde{j}, \tilde{s} = \overline{1, \ell^{3/2}}.$$

Означення. Під слідом функції на лініях розуміємо
$f(x_k, y_j, z), \quad 0 \le z \le 1$, $f(x_k, y, z_s), \; 0 \le y \le 1$, $f(x, y_j, z_s), \; 0 \le x \le 1$.

Розглянемо оператори

$$O_1 f(x,y,z) = \sum_{k=1}^{\ell} f(x_k, y, z) h_{1k}(x),$$

$$O_2 f(x,y,z) = \sum_{j=1}^{\ell} f(x, y_j, z) h_{2j}(y),$$

$$O_3 f(x,y,z) = \sum_{s=1}^{\ell} f(x, y, z_s) h_{3s}(z),$$

$$\tilde{O}_1 f(x,y,z) = \sum_{\tilde{k}=1}^{\ell^{3/2}} f(\tilde{x}_{\tilde{k}}, y, z) h_{1\tilde{k}}(x), \; \tilde{O}_2 f(x,y,z) = \sum_{\tilde{j}=1}^{\ell^{3/2}} f(x, \tilde{y}_{\tilde{j}}, z) \tilde{h}_{2\tilde{j}}(y),$$

$$\tilde{O}_3 f(x,y,z) = \sum_{\tilde{s}=1}^{\ell^{3/2}} f(x, y, \tilde{z}_{\tilde{s}}) \tilde{h}_{3\tilde{s}}(z).$$

Лема 1. [1] Оператор кусково-сталої інтерфлетації

$$Of(x,y,z) = O_1 f\left(x,y,z\right) + O_2 f\left(x,y,z\right) + O_3 f\left(x,y,z\right) -$$
$$-O_1 O_2 f\left(x,y,z\right) - O_2 O_3 f\left(x,y,z\right) - O_1 O_3 f\left(x,y,z\right) + O_1 O_2 O_3 f\left(x,y,z\right).$$

має властивість $\left| f(x,y,z) - Of(x,y,z) \right| = O\left(\frac{1}{\ell^3}\right)$.

Лема 2. [1] Оператор сплайн-інтерлінації, побудований на основі сплайн-інтерфлетації

$$\begin{gathered}\tilde{O}f(x,y,z)=O_1\tilde{O}_2 f(x,y,z)+O_1\tilde{O}_3 f(x,y,z)-O_1\tilde{O}_2\tilde{O}_3 f(x,y,z)+\\+O_2\tilde{O}_1 f(x,y,z)+O_2\tilde{O}_3 f(x,y,z)-O_2\tilde{O}_1\tilde{O}_3 f(x,y,z)+\\+O_3\tilde{O}_1 f(x,y,z)+O_3\tilde{O}_2 f(x,y,z)-O_3\tilde{O}_1\tilde{O}_2 f(x,y,z)-\\-O_1O_2 f(x,y,z)-O_1O_3 f(x,y,z)-O_2O_3 f(x,y,z)+O_1O_2O_3 f(x,y,z)\end{gathered}$$

має властивість $\left|f(x,y,z)-\tilde{O}f(x,y,z)\right|=O\left(\frac{1}{\ell^3}\right)$.

Лема 3. [1] Нехай $f(x,y,z)\in C^{1,1,1}\left(R^3\right)$, тоді

$$f(x,y,z)-Of(x,y,z)=\int_{x_k}^{x}\int_{y_j}^{y}\int_{z_s}^{z} f^{(1,1,1)}(\xi,\eta,\zeta)\,d\xi d\eta d\varsigma .$$

Для обчислення інтегралів $I_\mu^3(m,n,p)$, $\mu=1,2,3$ пропонується використовувати формули:

$$\tilde{\Phi}_1^3(m,n,p)=\int_0^1\int_0^1\int_0^1 \tilde{O}f(x,y,z)\sin 2\pi mx\sin 2\pi ny\sin 2\pi pz dxdydz ,$$

$$\tilde{\Phi}_2^3(m,n,p)=\int_0^1\int_0^1\int_0^1 \tilde{O}f(x,y,z)\cos 2\pi mx\cos 2\pi ny\cos 2\pi pz dxdydz ,$$

$$\tilde{\Phi}_3^3(m,n,p)=\int_0^1\int_0^1\int_0^1 \tilde{O}f(x,y,z)e^{-i2\pi mx}e^{-i2\pi ny}e^{-i2\pi pz}dxdydz .$$

Теорема. Нехай $f(x,y,z)\in H_1^{3,1}(M)$. Справедлива наступна оцінка: $\left|I_1^3(m,n,p)-\tilde{\Phi}_1^3(m,n,p)\right|\le\frac{\widetilde{M}}{64}\frac{1}{\ell^3}+\frac{3M}{16}\frac{1}{\ell^3}=\left(\frac{\widetilde{M}}{64}+\frac{3M}{16}\right)\frac{1}{\ell^3}$.

Доведення. Оцінимо похибку наближення

$$\left|I_1^3(m,n,p)-\tilde{\Phi}_1^3(m,n,p)\right|=$$

$$=\left|\int_0^1\int_0^1\int_0^1 \left(f(x,y,z)-\tilde{O}f(x,y,z)\right)\sin 2\pi mx\sin 2\pi ny\sin 2\pi pz dxdydz\right|\le$$

$$\le\int_0^1\int_0^1\int_0^1 \left|f(x,y,z)-\tilde{O}f(x,y,z)\right|dxdydz=$$

$$=\int_0^1\int_0^1\int_0^1 \left|f(x,y,z)-Of(x,y,z)+Of(x,y,z)-\tilde{O}f(x,y,z)\right|dxdydz\le$$

$$\le \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \left| f(x,y,z) - Of(x,y,z) \right| dxdydz +$$

$$+\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \left| Of(x,y,z) - \tilde{O}f(x,y,z) \right| dxdydz \ .$$

Для першого доданка справедлива наступна нерівність:

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \left| f(x,y,z) - Of(x,y,z) \right| dxdydz \le$$

$$\le \sum_{k=1}^{\ell} \sum_{j=1}^{\ell} \sum_{s=1}^{\ell} \int_{x_{k-\frac{1}{2}}}^{x_{k+\frac{1}{2}}} \int_{y_{j-\frac{1}{2}}}^{y_{j+\frac{1}{2}}} \int_{z_{s-\frac{1}{2}}}^{z_{s+\frac{1}{2}}} \left| \int_{x_k}^{x} \int_{y_j}^{y} \int_{z_s}^{z} f^{(1,1,1)}\left(\xi,\eta,\zeta\right) d\xi d\eta d\varsigma \right| dxdydz \le$$

$$\le \widetilde{M} \sum_{k=1}^{\ell} \sum_{j=1}^{\ell} \sum_{s=1}^{\ell} \int_{x_{k-\frac{1}{2}}}^{x_{k+\frac{1}{2}}} \left| x - x_k \right| dx \int_{y_{j-\frac{1}{2}}}^{y_{j+\frac{1}{2}}} \left| y - y_j \right| dy \int_{z_{s-\frac{1}{2}}}^{z_{s+\frac{1}{2}}} \left| z - z_s \right| dz =$$

$$= \widetilde{M} \sum_{k=1}^{\ell} \sum_{s=1}^{\ell} \sum_{s=1}^{\ell} \left(-\frac{\left(x - x_k\right)^2}{2} \Bigg|_{x_{k-\frac{1}{2}}}^{x_k} + \frac{\left(x - x_k\right)^2}{2} \Bigg|_{x_k}^{x_{k+\frac{1}{2}}} \right) \times$$

$$\times \left(-\frac{\left(y - y_j\right)^2}{2} \Bigg|_{y_{j-\frac{1}{2}}}^{y_j} + \frac{\left(y - y_j\right)^2}{2} \Bigg|_{y_j}^{y_{j+\frac{1}{2}}} \right) \times \left(-\frac{\left(z - z_s\right)^2}{2} \Bigg|_{z_{s-\frac{1}{2}}}^{z_s} + \frac{\left(z - z_s\right)^2}{2} \Bigg|_{z_s}^{z_{s+\frac{1}{2}}} \right) =$$

$$= \widetilde{M} \ell^3 \frac{\Delta^2}{4} \frac{\Delta^2}{4} \frac{\Delta^2}{4} = \frac{\widetilde{M}}{64} \frac{1}{\ell^3}.$$

Отримаємо оцінку для другого доданку, маємо:

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \left| Of(x,y,y) - \widetilde{O} f(x,y,z) \right| dxdydz =$$

$$= \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \Big| O_1 f\left(x,y,z\right) + O_2 f\left(x,y,z\right) + O_3 f\left(x,y,z\right) -$$

$$- O_1 O_2 f\left(x,y,z\right) - O_2 O_3 f\left(x,y,z\right) - O_1 O_3 f\left(x,y,z\right) + O_1 O_2 O_3 f\left(x,y,z\right) -$$

$$- O_1 \tilde{O}_2 f\left(x,y,z\right) - O_1 \tilde{O}_3 f\left(x,y,z\right) + O_1 \tilde{O}_2 \tilde{O}_3 f\left(x,y,z\right) - O_2 \tilde{O}_1 f\left(x,y,z\right) -$$

$$- O_2 \tilde{O}_3 f\left(x,y,z\right) + O_2 \tilde{O}_1 \tilde{O}_3 f\left(x,y,z\right) - O_3 \tilde{O}_1 f\left(x,y,z\right) - O_3 \tilde{O}_2 f\left(x,y,z\right) +$$

$$+ O_3 \tilde{O}_1 \tilde{O}_2 f\left(x,y,z\right) + O_1 O_2 f\left(x,y,z\right) + O_1 O_3 f\left(x,y,z\right) +$$

$$+O_2O_3 f(x,y,z) - O_1O_2O_3 f(x,y,z)\Big| dxdydz =$$

$$= \int_0^1\int_0^1\int_0^1 \Big| O_1 f(x,y,z) + O_2 f(x,y,z) + O_3 f(x,y,z) -$$

$$- O_1\tilde{O}_2 f(x,y,z) - O_1\tilde{O}_3 f(x,y,z) + O_1\tilde{O}_2\tilde{O}_3 f(x,y,z) - O_2\tilde{O}_1 f(x,y,z) -$$

$$- O_2\tilde{O}_3 f(x,y,z) + O_2\tilde{O}_1\tilde{O}_3 f(x,y,z) - O_3\tilde{O}_1 f(x,y,z) -$$

$$- O_3\tilde{O}_2 f(x,y,z) + O_3\tilde{O}_1\tilde{O}_2 f(x,y,z)\Big| dxdydz \le$$

$$\le \int_0^1\int_0^1\int_0^1 \Big|\left(O_1 - O_1\tilde{O}_2 - O_1\tilde{O}_3 + O_1\tilde{O}_2\tilde{O}_3\right) f(x,y,z)\Big| dxdydz +$$

$$+ \int_0^1\int_0^1\int_0^1 \Big|\left(O_2 - O_2\tilde{O}_1 - O_2\tilde{O}_3 + O_2\tilde{O}_1\tilde{O}_3\right) f(x,y,z)\Big| dxdydz +$$

$$+ \int_0^1\int_0^1\int_0^1 \Big|\left(O_3 - O_3\tilde{O}_1 - O_3\tilde{O}_2 + O_3\tilde{O}_1\tilde{O}_2\right) f(x,y,z)\Big| dxdydz \le$$

$$\le \sum_{k=1}^{\ell}\sum_{\tilde{j}=1}^{\ell^{3/2}}\sum_{\tilde{s}=1}^{\ell^{3/2}} \int_{x_{k-\frac12}}^{x_{k+\frac12}}\int_{\tilde{y}_{\tilde{j}-\frac12}}^{\tilde{y}_{\tilde{j}+\frac12}}\int_{\tilde{z}_{\tilde{s}-\frac12}}^{\tilde{z}_{\tilde{s}+\frac12}} \int_{\tilde{y}_{\tilde{j}}}^{y}\int_{\tilde{z}_{\tilde{s}}}^{z} \left| f^{(0,1,1)}(x_k,\eta,\zeta)\right| d\eta\, d\zeta\, dxdydz +$$

$$+ \sum_{j=1}^{\ell}\sum_{\tilde{k}=1}^{\ell^{3/2}}\sum_{\tilde{s}=1}^{\ell^{3/2}} \int_{\tilde{x}_{\tilde{k}-\frac12}}^{\tilde{x}_{\tilde{k}+\frac12}}\int_{y_{j-\frac12}}^{y_{j+\frac12}}\int_{\tilde{z}_{\tilde{s}-\frac12}}^{\tilde{z}_{\tilde{s}+\frac12}} \int_{\tilde{x}_{\tilde{k}}}^{x}\int_{\tilde{z}_{\tilde{s}}}^{z} \left| f^{(1,0,1)}(\xi,y_j,\zeta)\right| d\xi\, d\zeta\, dxdydz +$$

$$+ \sum_{s=1}^{\ell}\sum_{\tilde{k}=1}^{\ell^{3/2}}\sum_{\tilde{j}=1}^{\ell^{3/2}} \int_{\tilde{x}_{\tilde{k}-\frac12}}^{\tilde{x}_{\tilde{k}+\frac12}}\int_{\tilde{y}_{\tilde{j}-\frac12}}^{\tilde{y}_{\tilde{j}+\frac12}}\int_{z_{s-\frac12}}^{z_{s+\frac12}} \int_{\tilde{x}_{\tilde{k}}}^{x}\int_{\tilde{y}_{\tilde{j}}}^{y} \left| f^{(1,1,0)}(\xi,\eta,z_s)\right| d\xi\, d\eta\, dxdydz \le$$

$$\le M \sum_{k=1}^{\ell}\sum_{\tilde{j}=1}^{\ell^{3/2}}\sum_{\tilde{s}=1}^{\ell^{3/2}} \int_{x_{k-\frac12}}^{x_{k+\frac12}}\int_{\tilde{y}_{\tilde{j}-\frac12}}^{\tilde{y}_{\tilde{j}+\frac12}}\int_{\tilde{z}_{\tilde{s}-\frac12}}^{\tilde{z}_{\tilde{s}+\frac12}} \int_{\tilde{y}_{\tilde{j}}}^{y}\int_{\tilde{z}_{\tilde{s}}}^{z} d\eta\, d\zeta\, dxdydz +$$

$$+ M \sum_{j=1}^{\ell}\sum_{\tilde{k}=1}^{\ell^{3/2}}\sum_{\tilde{s}=1}^{\ell^{3/2}} \int_{\tilde{x}_{\tilde{k}-\frac12}}^{\tilde{x}_{\tilde{k}+\frac12}}\int_{y_{j-\frac12}}^{y_{j+\frac12}}\int_{\tilde{z}_{\tilde{s}-\frac12}}^{\tilde{z}_{\tilde{s}+\frac12}} \int_{\tilde{x}_{\tilde{k}}}^{x}\int_{\tilde{z}_{\tilde{s}}}^{z} d\xi\, d\zeta\, dxdydz +$$

$$+ M \sum_{s=1}^{\ell}\sum_{\tilde{k}=1}^{\ell^{3/2}}\sum_{\tilde{j}=1}^{\ell^{3/2}} \int_{\tilde{x}_{\tilde{k}-\frac12}}^{\tilde{x}_{\tilde{k}+\frac12}}\int_{\tilde{y}_{\tilde{j}-\frac12}}^{\tilde{y}_{\tilde{j}+\frac12}}\int_{z_{s-\frac12}}^{z_{s+\frac12}} \int_{\tilde{x}_{\tilde{k}}}^{x}\int_{\tilde{y}_{\tilde{j}}}^{y} d\xi\, d\eta\, dxdydz \le$$

$$= 3M\ell\ell^{3/2}\ell^{3/2}\Delta\frac{\Delta_1^2}{4}\frac{\Delta_1^2}{4} = \frac{3M}{16}\Delta_1^2 = \frac{3M}{16}\left(\frac{1}{\ell^{3/2}}\right)^2 = \frac{3M}{16}\frac{1}{\ell^3}.$$

Отже, $\left|I_1^3(m,n,p) - \tilde{\Phi}_1^3\left(m,n,p\right)\right| \le \frac{\widetilde{M}}{64}\frac{1}{\ell^3} + \frac{3M}{16}\frac{1}{\ell^3}$. Теорема доведена.

5. **Висновки.** Для наближеного обчислення 3 D коефіцієнтів Фур'є на класі $H_1^{3,1}\left(M\right)$ вперше побудовані кубатурні формули на основі кусково-сталого оператора-інтерфлетанта у випадку, коли інформація про функцію задана її слідами на лініях. Отримана оцінка похибки наближення. Тестування запропонованих кубатурних формул на різних класах функцій буде висвітлено в наступних статтях. Питання якості побудованих кубатурних формул, тобто чи належать дані кубатурні формули до оптимальних або близьких до них, є наступним питанням у дослідженнях.

Список використаних джерел:

1. Литвин О. М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування / О. М. Литвин. — Харків : Основа, 2002. — 544 с.
2. Задирака В. К. Цифровая обработка сигналов / В. К. Задирака, С. С. Мельникова. — К. : Наук. думка, 1993. — 294 с.
3. Литвин О. М. Оптимальні за порядком точності кубатурні формули обчислення коефіцієнтів Фур'є функцій двох змінних з використанням сплайн-інтерлінації функцій / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер. — Харків : ХНУРЕ, 2008. — 136 с.
4. Литвин О. М. Оператори фінітного тривимірного перетворення Фур'є / О. М. Литвин, В. М. Удовиченко // Радиоэлектроника и информатика — Харьков : Харьковский национальный университет радиоэлектроники, 2004. — № 4 (29). — С. 130–133.
5. Литвин О. М. Оператори фінітного тривимірного дискретно-неперервного перетворення Фур'є на основі методу Файлона та трилінійних сплайнів, точні на тригонометричних поліномах заданого порядку / О. М. Литвин, В. М. Удовиченко // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. — УкрДАЗТ. — 2005. — С. 19–23.
6. Литвин О. М. Тривимірні фінітні перетворення Фур'є та Хартлі з використанням інтерфлетації функцій / О. М. Литвин, В. М. Удовиченко // Вестник Национального технического университета «ХПИ». Сборник научых тудов. Тематический выпуск «Автоматика и приборостроение». — Харьков, 2005. — С. 90–130.
7. Литвин О. М. Потрійні інтеграли від швидкоосцилюючих функцій на класі $C_{2,L,L,L}^3$ та інтерфлетація функцій / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Інформатика та системні науки (ІСН-2010) : матеріали Всеукраїнської конференції 18-20 березня 2010 р. / за ред. д.ф.-м.н, проф. О. О. Ємця. — Полтава : РВВ ПУСКУ, 2010. — С. 108–110.

The paper is devoted to formulas of the evaluating of three dimensions of Fourier's coefficients with using spline-interflatation on the class of didderentiable functions in case when information about function is a set of lines.

Key words: *interflatation, cubature formula, three dimensions of Fourier's coefficients, class of differentiable functions.*

Отримано: 23.03.2012

УДК 517.956

О. В. Мартинюк, канд. фіз.-мат. наук

Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича, м. Чернівці

ЗАДАЧА КОШІ ДЛЯ СИНГУЛЯРНИХ ЕВОЛЮЦІЙНИХ РІВНЯНЬ У ЗЛІЧЕННО-НОРМОВАНИХ ПРОСТОРАХ НЕСКІНЧЕННО ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ. II

У роботі визначаються нові класи функцій-символів та нові класи псевдодиференціальних операторів, які будуються за такими символами за допомогою прямого та оберненого перетворення Бесселя. Встановлюється коректна розв'язність задачі Коші для еволюційних рівнянь з псевдо-Бесселевими операторами з початковими функціями з просторів типу розподілів Соболєва–Шварца.

Ключові слова: *перетворення Бесселя; простори основних функцій; простори узагальнених функцій, задача Коші, псевдо-Бесселеві оператори.*

Ця робота є продовженням однойменної статті [1]. Тут досліджуються властивості перетворення Бесселя функцій з основного простору, а також топологічна структура простору, що є образом основного при відображенні Бесселя.

Перетворення Бесселя функцій з простору $\theta_{M,\rho}$.

Простір $\Phi^{\nu}_{\beta,\gamma,p}$

Символом $\theta_{M,\rho}$ будемо позначати простір основних функцій, введений у роботі [1]. Нехай ν — фіксоване число з множини $\{3/2; 5/2; 7/2; ...\}$. Символом j_ν позначатимемо нормовану функцію Бесселя; $j_\nu\left(\sqrt{\lambda}x\right)$ є розв'язком рівняння

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{2\nu+1}{x}\frac{du}{dx} + \lambda u = 0$$