4. http://www.nordugrid.org
5. http://www.gridcomputing.com
6. http://www.gridclub.ru
7. Saeed Iqbal, Rinku Gupta, Yung-Chin Fang. Planning Considerations for Job Scheduling in HPC Clusters // Dell Power Solutions , 2005, - p. 133-136.
8. David Jackson, Quinn Snell, Mark Clement. Core Algorithms of the Maui Scheduler // Lecture Notes in Computer Science Job Scheduling Strategies for Parallel Processing: 7th International Workshop, JSSPP 2001. Cambridge, MA, USA, 16 June, 2001. Revised Paper, Volume 2221, 2001, - p. 87-102.
9. Uwe Schwiegelshohn,Ramin Yahyapour Improving First Come First Served job scheduilung by gang scheduling // Computer Engineering Institute, University Dortmund, Germany: JSSPP'98,LNCS 1459, 1998, – p. 180-109.
10. Julita Corbalan Conzalez. Coordinated Scheduling and Dynamic Performance Analysis in Multiprocessor Systems — [http://www.tdr.cesca.es/TESIS_UPC/AVAILABLE/TDX-0723102-094622//07Jcg07de08.pdf].
11. O.Sename, D.Simon, D.Robert. Feedback scheduling for real-time control of systems with communication delays //ETFA'03 9th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation,Lisbonne. Volume 2, 2003, - p. 454-461.
12. Alexey Nedosekin. FUZZY FINANCIAL MANAGEMENT. Russia, Moscow, AFA Library, 2003, - p. 186.

УДК 330.46
Г. А. Цихан

Економічний аналіз рядів динаміки за допомогою теорії фракталів

У статті обґрунтована можливість використання математичної теорії фракталів для економічного аналізу рядів динаміки. Визначені основні показники фрактального аналізу часових рядів для вирішення задачі економічного прогнозування, проаналізовані головні ознаки класифікації часових рядів за показником Херста.

Ключові слова. *Фрактал, фрактальна геометрія, фрактальна розмірність, властивість самоподібності, часовий ряд, економічне прогнозування, коефіцієнт нормованого розмаху, показник Херста.*

In the article the grounded possibility of the use of mathematical theory of fractals is for the economic analysis of rows of dynamics. The basic indexes of fractal analysis of sentinel rows are certain for the decision of task of economic prognostication, the main signs of classification of sentinel rows are analyzed after the Kherst index.

Keywords. *Fractal, fractal geometry, fractal dimension, property of similarity, sentinel row, economic prognostication, coefficient of the rationed scope, Kherst index.*

Актуальність. Однією з важливих проблем, з якими стикаються дослідники у різних галузях науки, є аналіз динамічних систем та процесів. Для моделювання складних динамічних систем довільної природи поширеним є застосування підходу, що базується на спостереженні за їх поведінкою у часі. Дослідження динамічного ряду, який складається з послідовності таких спостережень, дозволяє скласти уявлення при властивості системи та спрогнозувати її поведінку у майбутньому. Незважаючи на значні теоретичні напрацювання у цій сфері, питання підвищення ефективності аналізу часових рядів в економічних дослідженнях не втратили своєї актуальності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз часових рядів знайшов широке застосування у дослідженні економічних систем. Розвиток теорії аналізу та прогнозування економічних рядів динаміки пов’язаний з іменами таких зарубіжних та вітчизняних вчених, як Дж.

Бокс, Г. Дженкинс [1], Т. Андерсон [2], В.М. Геєць [3], П.І.Бідюк, О.І. Савенков, І.В.Баклан [4], І.Г. Лук'яненко, Ю.О. Городніченко та ін. [5]. У розвитку нових підходів до підвищення достовірності результатів прогнозування динаміки економічних процесів значну роль посідають праці таких вчених, як Б. Мандельброт, Р.Л. Хадсон [6], Е.Петерс [7], Б. Вільямс [8]. Їм належать перші дослідження, пов'язані з фрактальним аналізом фінансових часових рядів та моделюванням поведінки фінансових і торгівельних ринків. Дослідження фінансових та інвестиційних ринків на основі математичної теорії фракталів набули подальшого розвитку в роботах А.А.Алмазова [9], О.В. Михайловської [10]. Проте, незважаючи на певні позитивні результати, застосування фрактального аналізу у сфері економічних досліджень все ще не набуло належного розвитку.

Невирішені питання. На сьогоднішній день найпоширенішим для економічного аналізу рядів динаміки залишається використання методів математичної статистики. Проте, незважаючи на значне теоретичне опрацювання цих методів, їх практична реалізація пов'язана з певними труднощами. Однією з проблем задач прогнозування залишається складність визначення ступеня достовірності отриманого прогнозу.

Метою статті є розгляд основних засад математичної теорії фракталів та обґрунтування переваг застосування фрактального аналізу в економічних дослідженнях динаміки часових рядів.

Виклад основного матеріалу. Економічні ряди динаміки складаються з певної послідовності значень економічних показників. Це можуть бути хронологічні (моментні) або часові (інтервальні) ряди значень показника, які дають змогу аналізувати особливості розвитку певного економічного явища. Наприклад, часовими рядами є щомісячні показники інфляції, рівня зайнятості, щоквартальні значення середньої заробітної плати, показників ВВП тощо. Аналіз динамічних рядів уможливлює виявлення низки закономірностей і тенденцій, які виявляються в явищі, що досліджується.

На відмінність від випадкових вибірок, в яких прив'язка спостережень до часу не має значення, аналіз часових рядів базується на припущенні, що послідовні значення спостерігаються через рівні проміжки часу.

Існує дві основні мети аналізу часових рядів: визначення сутності ряду та прогнозування, тобто прогноз наступних значень часового ряду на основі теперішніх та минулих значень. Вирішення задачі прогнозування базується на допущенні, що фактори, які визначали поведінку системи у минулому, будуть зберігати свій вплив і у майбутньому. Тому головним завданням аналізу часових рядів є оцінка і визначення таких факторів (так званих регулярних складових) з метою прогнозу поведінки системи у майбутньому [4].

Визначення регулярних складових ускладнюється наявністю в часових рядах випадкового шуму (помилки спостереження). Для більш виразного виділення регулярної складової ряду більшість методів дослідження часових рядів включають різноманітні засоби фільтрації шуму.

Регулярні складові часових рядів у своїй більшості належать до двох видів: вони є або трендами, або сезонними складовими. Під трендом розуміють тривалу тенденцію зміни економічних показників в економічному прогнозуванні, сезонна складова – це компонента, яка періодично змінюється. Ці два види регулярних компонент можуть бути присутніми у числовому ряді одночасно.

Наприклад, продажі компанії можуть зростати з року в рік, але вони також можуть мати сезонну складову – 25% річних продажів здійснюються в кінці року і тільки 10% - влітку.

Важливим завданням класичних методів аналізу часових рядів є виявлення тренду. Першим кроком до цього є згладжування, яке дає змогу нівелювати вплив випадкового шуму. Згладжування завжди містить в собі спосіб локального усереднення даних, при якому компоненти випадкового шуму взаємно поглинають один одного. Найпоширеніші методи згладжування – використання змінного середнього, медіани значень, що робить результати більш стійкими до викидів, пов’язаних, зокрема, з помилками вимірювань. Крім того, для згладжування використовуються методи найменших квадратів, експоненціального згладжування. Всі ці методи відфільтровують шум та перетворюють дані у відносно гладку криву.

Іншим загальним типом компоненти часового ряду є періодична і сезонна залежність, для вимірювання якої може бути застосована автокореляція. Усунення впливу сезонних компонент робить часовий ряд стаціонарним, що є необхідною умовою для застосування багатьох класичних методів аналізу часових рядів, таких як метод авторегресії, спектрального аналізу тощо [11].

Таким чином, на сьогоднішній день розроблено досить потужний математичний апарат економічного аналізу рядів динаміки. Головним завданням є виявлення закономірностей у поведінці процесу спостереження та прогнозування його розвитку в майбутньому. Традиційно для вирішення задач аналізу та прогнозування часових рядів використовуються методи математичної статистики. Проте, незважаючи на значне теоретичне опрацювання цих методів, їх практична реалізація пов'язана з певними труднощами. Так, однією з проблем задач прогнозування залишається складність визначення ступеня достовірності отриманого прогнозу.

Оскільки нерідко розвиток того чи іншого економічного процесу обумовлений його внутрішніми закономірностями, а відхилення від детермінованого процесу викликані помилками чи випадковими факторами, на практиці особливо важливими є дослідження процесів, що перебувають у так званому «перехідному» режимі, тобто стаціонарних процесів, у яких на досліджуваному проміжку часу виявляються властивості нестаціонарного часового ряду. У ситуації, коли часовий ряд формується під впливом деякого набору випадкових і невипадкових факторів, пошуки методів, що забезпечують аналіз окремих його частин, виявлення «перехідних» режимів, набувають важливого значення для достовірного прогнозування поведінки досліджуваного процесу.

Застосування математичної теорії фракталів розширює можливості аналізу часових рядів, забезпечує новий підхід до підвищення достовірності результатів прогнозування динаміки економічних процесів [6, 10].

Розвиток теорії фракталів пов'язаний з ім'ям французького вченого Бенуа Мандельброта, яким у 1975 році були розроблені основні положення фрактальної геометрії та вперше використано поняття «фракталу» [12].

Фрактальна геометрія, на відміну від класичної евклідової геометрії, пропонує новий погляд на об'єкт дослідження. В евклідовій геометрії чим більше зростає масштаб розгляду об'єкту, тим простішу структуру має сам об'єкт: трьохвимірний об'єкт перетворюється в двовимірну площину, потім одновимірну лінію, до тих пір, поки не стане точкою. Проте не всі природні об'єкти мають таку властивість. Фрактальна структура об'єкту передбачає, що із збільшенням масштабу розгляду структура об'єкту залишається все такою ж складною. Іншими словами, чим більш прискіпливо ми вивчаємо об'єкт, тим більшу кількість деталей ми можемо розгледіти.

Слід зазначити, що слово «фрактал» не має загально визначеного математичного визначення. Головною особливістю фракталів є їх дробова розмірність. Розмірність звичних об'єктів евклідової геометрії (таких як лінія, площина, коло, квадрат тощо) вимірюється цілим числом. Фракталам властива геометрична «ламана» структура та масштабна інваріантність (самоподібність). Таким чином, фрактал – це самоподібна множина, що має дробову розмірність.

Самоподібність фракталу означає, що фрагмент його структури є схожий на деяку свою частину або на більший фрагмент чи навіть структуру в цілому. З іншого боку, самоподібність фракталу означає схожість між різними фрагментами структури.

Класичним прикладом абстрактного фракталу є множина Мандельброта.

Алгоритм побудови множини Мандельброта базується на ітеративному обчислені за формулою:

$$Z_0 = 0, \quad Z_{i+1} = Z_i^2 + C, \tag{1}$$

де Z и C – комплексні змінні.

Ітеративний процес продовжується доти, поки Z_i не вийде за межі кола радіусу 2, центр якого перебуває у точці (0,0), або ж після достатньо великої кількості ітерацій. В результаті на площині утворюється множина точок, які розподіляються у складній закономірності.

Одним із кращих прикладів існування фракталів у природі є структура берегових ліній. Властивість «ламаної» геометричної структури цього фракталу підтверджується тим, що на відрізку довжиною 1 км узбережжя має такий же «ламаний» вигляд, як і на відрізку довжиною 100 км. Це дає можливість зробити висновок про те, що довжина берегової лінії залежить від масштабу розгляду і зростає зі зменшенням цього масштабу [13].

Графіки багатьох часових рядів виглядають як фрактали. Для того, щоби довести, що вони мають фрактальну структуру, необхідно перевірити виконання двох умов: наявність масштабної інваріантності (тобто властивості самоподібності) та наявність дробової розмірності (тобто визначити міру «зламаності» фракталу).

Один із засобів візуальної перевірки властивості самоподібності часового ряду полягає у наступному. Хай часовий ряд містить значення змінної у кожний момент певного періоду, наприклад, місячні значення рівня зайнятості населення певного регіону, які спостерігалися протягом кількох років. Будується графік цього ряду, а потім графіки для подій, які згруповані за більший період (наприклад, за квартал, півріччя, рік). Якщо за різними масштабами зберігається схожий вид графіку, це доводить наявність масштабної інваріантності цього часового ряду.

Для визначення міри «зламаності» фрактальної структури використовуються такі характеристики теорії фракталів, як показник Херста (H) та показник фрактальної розмірності (D) [14].

Взаємозв'язок між цими показниками був встановлений Б.Мандельбротом у вигляді такого співвідношення:

$$D = 2 - H. \tag{2}$$

Показник Херста знайшов широке застосування у фрактальному аналізі завдяки такій його властивості як стійкість. Для його розрахунку достатньо мінімальних допущень щодо об’єкту дослідження. Крім того, вагомою перевагою цього показника є можливість виконати аналіз властивостей часових рядів. Він дозволяє побачити відмінність між випадковим та невипадковим рядом навіть тоді, коли випадковий ряд має не гаусовський розподіл (тобто не підпорядковується розподілу за нормальним законом).

Показник Херста пов’язаний з коефіцієнтом нормованого розмаху (*R/S*), де *R* — розрахований «розмах» відповідного часового ряду, а *S* — стандартне відхилення. У свій час Херст експериментально виявив, що для багатьох динамічних рядів виконується співвідношення:

$$R/S=(a\cdot N)^H, \qquad (3)$$

де *R/S* – нормований розмах від накопиченого середнього, *N* – число спостережень, а – константа, *H* – показник Херста.

Розглянемо алгоритм розрахунку показника Херста на прикладі одновимірного часового ряду.

Нехай ряд складається з *N* спостережень деякої величини *X*:

$$X \in \{x_1, x_2, \ldots x_N\}, \ N – \text{об'єм вибірки.} \qquad (4)$$

Параметр Херста розраховується як відношення розмаху накопиченого відхилення *R* до середньоквадратичного відхилення ряду *S* (при різних об’ємах вибірки *N*) (табл. 1):

$$R/S = f(N). \qquad (5)$$

Цю залежність Б. Мандельброт визначив такою теоретичною залежністю для броуновського руху:

$$R/S = (AN)^H, \tag{6}$$

де A – деяка константа для конкретного процесу;

$0 \leq H \leq 1$ - показник Херста, що характеризує фрактальну розмірність процесу.

Таблиця 1

Перелік показників для розрахунку параметру Херста

Показ-ники	**Зміст показника**	**Формула розрахунку**
$\bar{X}$	середнє арифметичне ряду спостережень	$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$
S	середньоквадратичне відхилення ряду	$S = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{X})^2}$
Z	накопичине відхилення ряду X від середнього $\bar{X}$	$Z_u = \sum_{i=1}^{U}(x_i - \bar{X})$
R	розмах накопиченого відхилення (різниця між максимальним та мінімальним накопиченим відхиленням Z)	$R = \max\limits_{1 \leq u \leq N}\{Z_u\} - \min\limits_{1 \leq u \leq N}\{Z_u\}$

Оцінку показника Херста визначають на основі залежності:

$$\log(R/S) = H \log A + H \log N \tag{7}$$

Показник *H* визначається кутом нахилу прямої лінії, яка апроксимує фрактальну залежність. За графіком функцій *log(R/S)* та *log(N)* знаходимо нахил шляхом лінійної апроксимації. Тангенс кута цього нахилу і є показником Херста.

Аналіз значень показника Херста визначає три головних ознаки часового ряду:

0,5<H<1 (1<D<1,5). Цьому діапазону відповідають *персистентні*, чи *трендостійкі* часові ряди. Якщо ряд зростає (знижується) у попередній період, то, ймовірно, ця тенденція буде збережена якийсь час і у майбутньому. Чим більше значення *H*, тим сильніша ця тенденція. Чим ближче *H* до значення 0,5, тим більше існує шуму і тим менше проявляється тренд.

H = 0,5 (D = 1,5). Це вказує на випадковий характер значень ряду, який має властивості так званого «білого шуму». Тобто значення ряду абсолютно незалежні, і між ними немає яких-небудь автокореляцій. У цьому випадку стосовно прогнозування динаміки процесу можна зробити висновок, що теперішній стан часового ряду ніяк не впливає на майбутнє.

H<0,5 (D>1,5). Цей діапазон відповідає *антиперсистентним* рядам. Такий тип часового ряду називають «повернення до середнього». Якщо система демонструє «зростання» у попередньому періоді, то, скоріше за все, у наступному періоді почнеться зниження. І навпаки, якщо було зниження, то очікується близьке зростання. Коли *H* наближується до 0, графік ряду немов би намагається заповнити площину, перетворитися з лінії у плоску фігуру, що відповідало би значенню *D* = 2.

При цьому слід зазначити таку закономірність, що для дуже великої кількості спостережень *N* можна очікувати збіжності ряду до значення *H=0,5*, бо ефект пам'яті зменшується до того рівня, коли стає непомітним. Іншими словами, у випадку надто довгого ряду спостережень можна очікувати, що його властивості стануть подібні до властивостей звичайного броунівського руху, оскільки ефект пам'яті буде розсіюватися.

Таким чином, перевагою застосування фрактальної теорії є те, що вона дозволяє моделювати хаотичний розвиток економічних процесів. Іншими словами, фрактальні структури ілюструють внутрішній відмінний від рівноваги стан системи, що балансує між порядком та хаосом. Щоразу, коли змінюється масштаб розгляду складної системи, фрактальний аналіз дозволяє в існуючій хаотичності визначити закони зростання нової фрактальної форми та визначити її властивості.

Наприклад, в результаті фрактального аналізу ряду спостережень за рівнями регіональної зайнятості населення з часовим інтервалом до 60 місяців визначені два зломи показника Херста на інтервалах 40 та 55:

- на інтервалі від 0 до 40 місяців: $H = 0{,}8$;
- на інтервалі від 40 до 55 місяців: $H = 0{,}5$;
- на інтервалі від 55 до 60 місяців: $H = 0{,}3$.

Аналіз значень H показує, що на інтервалі до 30 місяців процес поводить себе досить передбачувано, зберігаючи тенденцію, наприклад, до зростання показника зайнятості в регіоні.

На інтервалі від 40 до 55 місяців закономірність управління процесом була аналогічна генератору випадкових чисел, цей стан часового ряду ніяк не впливає на майбутнє.

На інтервалі від 55 місяців існує висока імовірність того, що напрямок процесу буде змінено на протилежний, тобто якщо у попередньому періоді спостерігалося зростання рівня зайнятості населення, то у наступному періоді почнеться спад.

Таким чином, показник Херста можна використовувати для класифікації та оцінки стохастичності або детермінованості реальних процесів, а також для оцінки часових інтервалів прогнозування. Використання фрактальної теорії розкриває нові можливості в задачах прогнозування на основі аналізу динамічних рядів.

Висновки. Часові ряди є одними із найпоширеніших об'єктів економічних досліджень. Аналіз властивостей часових рядів дозволяє передбачити поведінку економічної системи у майбутньому. Вирішення задачі прогнозування дозволяє знизити ризик прийняття помилкових, необґрунтованих чи суб'єктивних управлінських рішень.

Для прогнозування поведінки складної економічної системи на основі попередньої інформації, закладеної у вигляді часового ряду, найбільш поширеним є використання методів математичної статистики. Проте, незважаючи на значну теоретичну розробку цих методів, застосування їх на практиці пов'язане з проблемами, наявність яких пояснює постійний інтерес дослідників до задач даного типу. Важливою проблемою прогнозування часових рядів, а також інших нестаціонарних процесів є достовірність отриманих прогнозів.

Оскільки в реальному житті багато економічних процесів не підпорядковуються нормальному закону розподілу внаслідок невиконання умови незалежності спостережень, це ставить під сумнів правомірність використання відомих класичних методів прогнозування.

Розглянутий у статті фрактальний підхід може бути застосований до економічного аналізу рядів динаміки, він дозволяє встановити відмінність між випадковим та невипадковим часовим рядом навіть у випадку, коли випадковий часовий ряд не має нормального розподілу. Крім того, застосування фрактального підходу дає змогу розпізнати порушення динаміки часового ряду, що має важливе значення при вирішенні задач прогнозування.

Таким чином, використання теорії фракталів розкриває нові можливості в задачах економічного прогнозування на основі аналізу часових рядів. Фрактальний аналіз дає змогу класифікувати часові ряди за значенням показників Херста та фрактальної розмірності, що сприяє зростанню надійності прогнозів поведінки економічної системи у майбутніх періодах. Теоретичні дослідження на базі фрактального аналізу часових рядів надають ефективний інструментарій для математичного моделювання складних економічних систем, особливо у випадку, коли наявних даних недостатньо для побудови економіко-математичної моделі іншим способом.

Література

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: Прогноз и управление. Вып.1 – М.: Мир. – 1974. – 406с.
2. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. — М.: Мир, 1976. — 755 с.
3. Геєць В.М. та ін. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування. – Х.: ВД «ІНЖЕК», 2005. – 396 с.
4. Бідюк П.І., Савенков О.І., Баклан І.В. Часові ряди: моделювання і прогнозування. — К.: ЕКМО, 2003. — 144 с.
5. Лук’яненко І.Г., Городніченко Ю.О. Сучасні економетричні методи у фінансах. Навчальний посібник. – К.: Літера ЛТД, 2002. – 352с.
6. Мандельброт Б., Хадсон Р.Л. (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах. – М.: Вильямс, 2006. – 400 с.
7. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. - М.: Интернет-Трейдинг 2004 - 304с.

8. Вильямс Б., Грегори-Вильямс Д. Торговый хаос II.- М.: ИК «Аналитика», 2005.- 208 с.
9. Алмазов А.А. Фрактальная теория рынка Forex. – М.: Адмирал Маркетс, 2009. – 291 с.
10. Михайловська О.В. Самоорганізація світового інвестиційного процесу в умовах глобалізації: можливості фрактального аналізу // Актуальні проблеми економіки. – 2009. - №1. – с.218-228.
11. Венецкий И.Г., Венецкая В.Й. Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе. - М.: Статистика, 1974. - 447 с.
12. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. — М.: «Институт компьютерных исследований», 2002. – 656 с.
13. Кроновер. Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории.- Москва: Постмаркет, 2000. — 352 с.
14. Федер Е. Фракталы / Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 254с.

УДК 330.4:519.86:336 **Л.І. Кайдан, Л.І. Соболевська**

Двоетапна модель оптимізації інвестиційної політики комерційного банку при поетапному інвестуванні техніко-технологічного переоснащення підприємств регіонів

Пропонуються двоетапна модель підтримки прийняття рішень сукупностями регіональних об'єктів розподіленої банківської системи при розподілі фінансових ресурсів та виборі варіантів поетапного інвестування техніко-технологічного переоснащення промислових підприємств.

Ключові слова: *інвестування, розподілена банківська система, комерційний банк, регіональні об'єкти розподіленої банківської системи, інвестиційна привабливість*

The author offers a two-stage decision-making support model, which can be used by distributed banking system