

## **14 Економіко-математичне моделювання соціально-економічних систем**

*Збірник наукових праць МНЦ ITiC*

- 
- 7. Майкл Дж. Д. Саттон Корпоративный документооборот. Принципы, технологии, методология внедрения / Дж. Д. Майкл, Азбука, 2002. - 446 с.
  - 8. А. В. Жеребенкова Документооборот на предприятиях / Жеребенкова А. В., Вершина, 2005. - 384 с.

УДК 519.21:621.86

**В.І Лісовський, Л.А.Пономаренко**

### **Оптимізація ієрархічної системи матеріально-технічного забезпечення військового призначення**

*Запропонована економіко-математична модель для визначення базових параметрів ієрархічної системи матеріально-технічного забезпечення Збройних Сил України*

**Ключові слова:** економіко-математична модель, ієрархічна система управління запасами, теорія масового обслуговування.

*Economical and mathematical model to define the basic parameters of the hierarchical logistical support system of Ukrainian Military Forces is proposed.*

**Keywords:** economical and mathematical model, hierarchical inventory control system, theory of queues.

**Вступ.** Система матеріально-технічного забезпечення (МТЗ) є важливою складовою будь-якої армії. Відповідно до вимог Міністра оборони України та начальника Генерального штабу – Головнокомандувача Збройних Сил України, діяльність Тилу Збройних Сил України спрямована на недопущення зниження рівня бойової готовності Збройних Сил (ЗС) України за напрямом тилового забезпечення, підтримку належного стану живучості та безпеки на об'єктах ЗС, а також підтримання

рівня готовності органів управління Тилу та підпорядкованих частин до виконання завдань тилового забезпечення військ у ході їх підготовки та застосування за необхідності [1].

Зараз у ЗС у цілому створена та функціонує централізована система тилового забезпечення, яка через Генеральний штаб ЗС України передбачає відповідну вертикаль управління від Тилу ЗС України, як вищого органу військового управління в системі МТЗ ЗС України, до окремої військової частини включно. Як і будь-яка управлінська система, вона, не будучи на сьогодні оптимальною, потребує подальшого удосконалення.

На сьогодні Тил ЗС України організаційно складається з трьох постачальних Центральних управлінь (забезпечення пально-мастильними матеріалами, продовольчого та речового забезпечення), автотранспортного управління та служби ветеринарної медицини.

**Аналіз останніх досліджень.** Питанням організації систем управління запасами матеріально-технічних засобів присвячено досить багато наукових праць, зокрема, [2 - 11]. Окремо слід звернути увагу на роботи П.В.Онуфрійчука [3-5], Б.О.Плужнікова [6, 7], В.І.Щелкунова [7], в яких вивчаються питання МТЗ окремих військових формувань і ЗС України в цілому. Але в цих роботах не врахована чинна структура системи МТЗ ЗС України, а застосований математичний апарат не завжди здатний розв'язувати проблеми, що дедалі частіше стають болючими.

**Невирішені проблеми.** Однією з важливих складових боєздатності ЗС України вважається питання створення та утримання непорушних запасів матеріальних засобів у обсягах, які забезпечують гарантоване виконання

ЗС конституційних завдань щодо захисту суверенітету держави, особливо у початковий період воєнного конфлікту.

Дуже непростим є питання речового забезпечення. На жаль, через недостатнє фінансування не здійснювалось забезпечення офіцерів, прапорщиків, військовослужбовців служби за контрактом повсякденною та польовою формами.

Пріоритетними завданнями Тилу, виходячи з оцінки воєнно-політичної та воєнно-стратегічної обстановки, розвитку ЗС України на середньострокову перспективу на період 2011–2015 років є створення більш гнучкої комплексної системи тилового забезпечення ЗС України як складової частини їх боєздатності.

Безпосередньо на Тил ЗС України покладено планування і контроль за використанням коштів, визначення потреби у продукції та послугах тилового призначення для потреб ЗС України; планування забезпечення по службах тилу у мирний час та в особливий період; організація централізованого постачання майна від центрів (об'єднаних центрів) забезпечення до військових частин; оперативне управління службами тилу видів ЗС України, з'єднань, частин та установ з питань матеріального забезпечення; організація прийому і контролю якості продукції та послуг, що надходять від підприємств-постачальників тощо.

Проведення запропонованих заходів дає можливість планово виконати основні завдання щодо реорганізації системи забезпечення військ і створити єдину комплексну, необтяжливу в процесі управління, ефективну, економічно доцільну та науково обґрунтовану систему тилового забезпечення Збройних Сил України.

З урахуванням визначених пріоритетів та Державного бюджету України на 2011 рік у частині видатків Міністерства оборони України, начальник Тилу Збройних Сил України полковник Є.Гороховський [1] вважає пріоритетним забезпечення спроможності Тилу Збройних Сил виконувати завдання тилового забезпечення Сил бойового чергування та ОСШР, а також підготовки визначених підрозділів і персоналу ЗС до участі в міжнародних миротворчих операціях та інших міжнародних заходах. У напрямку забезпечення повсякденної діяльності військ та їх сталого функціонування вкрай важливо забезпечити виконання заходів Плану підготовки ЗС України у 2011 році, а саме завдань бойового чергування і повсякденної життєдіяльності з'єднань та військових частин.

Організація МТЗ всіх військових формувань здійснюється за такою загальною схемою: підприємства промисловості (інші недержавні структури), сільського господарства - бази (арсенали) Держрезерву - бази, склади центру - опорні (базові) склади - бази територіальних районів забезпечення, об'єднань - з'єднання - військова частина - військовослужбовець. На практиці доволі часто зустрічаються випадки, коли окремі ланки ланцюгів постачання не використовуються.

У кожній ланці такого ланцюга необхідно дотримуватися суворої економії матеріальних ресурсів, здійснювати постачання на підставі науково обґрунтованих нормативів і процедур, оптимізованих за допомогою економіко-математичних моделей і методів.

**Метою** даної статті є розробка економіко-математичних моделей на базі адекватного реальним процесам математичного апарату, які допомогли би керівництву Тилу ЗС України приймати обґрунтовані

рішення щодо оптимізації ієрархічної системи МТЗ військових формувань.

**Постановка завдання.** Очевидно, що зберігати весь запас матеріальних ресурсів (МР), хоча й обмежений, але величезний за обсягом, в одному місці неможливо. Виникає необхідність оптимального (раціонального) розподілу (розміщення) цього запасу МР на початку запланованого періоду забезпечення  $T$  у різних місцях (ланках, рівнях підпорядкованості), при якому середній час доставки МР безпосереднім споживачам по мірі витрачення у них МР не перевищував би заданої величини. При цьому втрати МР за рахунок можливого впливу на них різних негативних чинників у місцях їх утримання мають бути мінімальними за весь плановий період забезпечення  $T$ .

**Основний матеріал.** Розглянемо розв'язок такої задачі на прикладі системи забезпечення якимось видом МР, яка має три рівні ієрархії з позначеннями III, II, I. При цьому запаси МР рівня III поповнюються центральним органом постачання, позначенням IV, що утворює немов би четвертий рівень ієрархії нашої системи забезпечення МР. Запаси МР цього рівня вважаються умовно необмеженими.

Таким чином, взаємодія зазначених рівнів забезпечення може здійснюватися за схемою:  $IV \rightarrow III \rightarrow II \rightarrow I$ .

Як видно, безпосереднім споживачем МР у всій системі забезпечення є підсистема I-го рівня. Не виключаються й інші варіанти послідовності забезпечення, а саме:  $IV \rightarrow III \rightarrow II$ ,  $IV \rightarrow III \rightarrow I$ ,  $IV \rightarrow II \rightarrow I$ ,  $IV \rightarrow III \rightarrow II \rightarrow I$ .

Середні значення випадкової величини (ВВ) часу  $\tau_j$  доставки МР функціонально залежать від варіанту послідовності подачі МР:

$f(\text{II} \rightarrow \text{I}) = \tau_1; f(\text{III} \rightarrow \text{II}) = \tau_2; f(\text{IV} \rightarrow \text{III}) = \tau_3;$   
 $f(\text{IV} \rightarrow \text{I}) \approx \tau_1 + \tau_2 + \tau_3; f(\text{III} \rightarrow \text{I}) \approx \tau_1 + \tau_2; f(\text{IV} \rightarrow \text{II}) \approx \tau_2 + \tau_3;$

$$0 \leq \tau \leq \tau_1 + \tau_2 + \tau_3.$$

Якщо за період забезпечення, що планується, прогнозується витрачення  $Q_0$  умовних одиниць МР певного виду, то з урахуванням різного призначення складів II-го і I-го рівнів, що визначається їхнім напрямком розміщення, цю кількість  $Q_0$  можна первинно розподілити за цими напрямками таким чином:

$$Q_S = \frac{Z_S}{\sum_S Z_s} Q_0,$$

де  $Z_S$  - визначений методом експертних оцінок коефіцієнт важливості того або іншого напряму, на якому містяться склади, що забезпечуються (звичайно  $Z_S = 1 \div 4$ );  $Q_S$  - кількість МР, що виділяється для витрачення за період  $T$  складами МР, що містяться на  $S$ -му напрямку.

Нехай, далі, в системі забезпечення III-го рівня на  $S$ -му напрямку є  $l$  складів МР, кожний з яких забезпечує  $n$  складів II-го рівня. В свою чергу кожний склад МР II-го рівня забезпечує  $m$  складів I-го рівня. Для прикладу можна припустити, що  $l = 1 \div 2; n = 1 \div 4; m = 1 \div 5$ .

Таким чином, задача зводиться до оптимального (раціонального) розподілу (ешелонування) до початку періоду забезпечення  $T$  загальної кількості  $Q_S$  МР між  $l, m, n$  складами МР, що в процесі їхнього функціонування можуть наражатися на різноманітні негативні впливи, що призводять до втрат МР, відносна величина яких може складати за  $i$ -й інтервал часу  $\beta_{3i}, \beta_{2i}, \beta_{1i}$  відповідно на кожному складі III, II, I-го рівнів ( $1 \leq i \leq T$ ), при цьому звичайно  $\beta_{3i} < \beta_{2i} < \beta_{1i}$ . Величина  $\beta_{1i}$  може дорівнювати 15-

## 20 Економіко-математичне моделювання соціально-економічних систем

Збірник наукових праць МННЦ ITiC

20 % від виділеного для витрачання запасу МР. Розв'язок подібної оптимізаційної задачі за критерієм мінімуму втрат МР за період  $T$  і своєчасності подачі МР споживачам здійснюється в даному випадку на основі відомих моделей управління запасами [12–15], а також теорії масового обслуговування [16, 17] і математичного програмування [18–20, 21].

Нехай після оптимального розподілу МР в кількості  $Q_s$  одиниць між розглянутими рівнями забезпечення отримано, що на кожному складі ІІІ-го рівня міститься  $Q_{s1}$ , ІІ-го рівня -  $Q_{s2}$  і І-го рівня -  $Q_{s3}$  одиниць МР. Тоді повинна виконуватися умова балансу

$$mQ_{s3} + nQ_{s2} + lQ_{s1} = \frac{Z_s}{\sum_s Z_s} Q_0.$$

Природно, що запаси МР, що містяться на всіх складах, повинні бути рухомими, для чого ці склади забезпечуються транспортними засобами, кількість яких складає на складах ІІІ-го, ІІ-го і І-го рівня, відповідно  $n_{mp3}$ ,  $n_{mp2}$ ,  $n_{mp1}$ .

Нехай також на складі І-го рівня є додаткові спеціальні транспортні засоби у кількості  $n_{ct}$ . При цьому відповідний транспортний засіб може транспортувати  $\delta_3$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_1'$  одиниць МР. Тоді для підйому відпущених до витрачання за період  $T$  МР в кількості  $Q_s$  одиниць необхідне виконання наступних умов:

$$Q_{s1} \leq \delta_1 n_{mp1} + \delta_1' n_{cm}; \quad (1)$$

$$Q_{s2} \leq \delta_2 n_{mp2}; \quad (2)$$

$$Q_{s3} \leq \delta_3 n_{mp3}. \quad (3)$$

Якщо початкове значення  $Q_0$  прийняти умовно за 1.0, то  $Q_{s1}$ ,  $Q_{s2}$ ,  $Q_{s3}$  можна записати через частки загального

запасу  $Q_0$  таким чином:  $\frac{Q_S}{Q_0} = \frac{Z_S}{\sum_S Z_S} = a_S$ . Звідки

$$Q_S = a_S Q_0. \quad (4)$$

Аналогічно далі маємо

$$Q_{S1} = a_S a_1 Q_0. \quad (5)$$

$$Q_{S2} = a_S a_2 Q_0. \quad (6)$$

$$Q_{S3} = a_S a_3 Q_0. \quad (7)$$

При цьому

$$ma_1 + na_2 + la_3 = 1,$$

$$0 \leq a_S, a_1, a_2, a_3 \leq 1.$$

Тоді умови підйому транспортом всього запасу МР ( $Q_S$ ) з урахуванням виразів (1) - (3), а також (5), (6), (7) запишуться так:  $a_1 \leq \frac{\delta_1 n_{mp1} + \delta'_1 n_{cm}}{a_S Q_0}$ ;  $a_2 \leq \frac{\delta_2 n_{mp2}}{a_S Q_0}$ ;  $a_3 \leq \frac{\delta_3 n_{mp3}}{a_S Q_0}$ .

Структурна схема розглянутої системи забезпечення МР з визначеними значеннями інтенсивностей споживання і поповнення МР показана на рис.1.

По мірі зниження встановленого запасу МР на складах I, II, III-го рівня здійснюється запит (подаються заявки) на поповнення запасів з інтенсивністю відповідно  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  одиниць МР за одиницю часу. Вважаємо при цьому, що наявний попит на МР утворює найпростіші потоки вимог з інтенсивностями  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , а час поповнення запасу ВВ  $\tau_j$  - розподілений за експоненціальними законами із параметрами  $\bar{t}_1 = \frac{1}{\tau_1}, \bar{t}_2 = \frac{1}{\tau_2}, \bar{t}_3 = \frac{1}{\tau_3}$ .

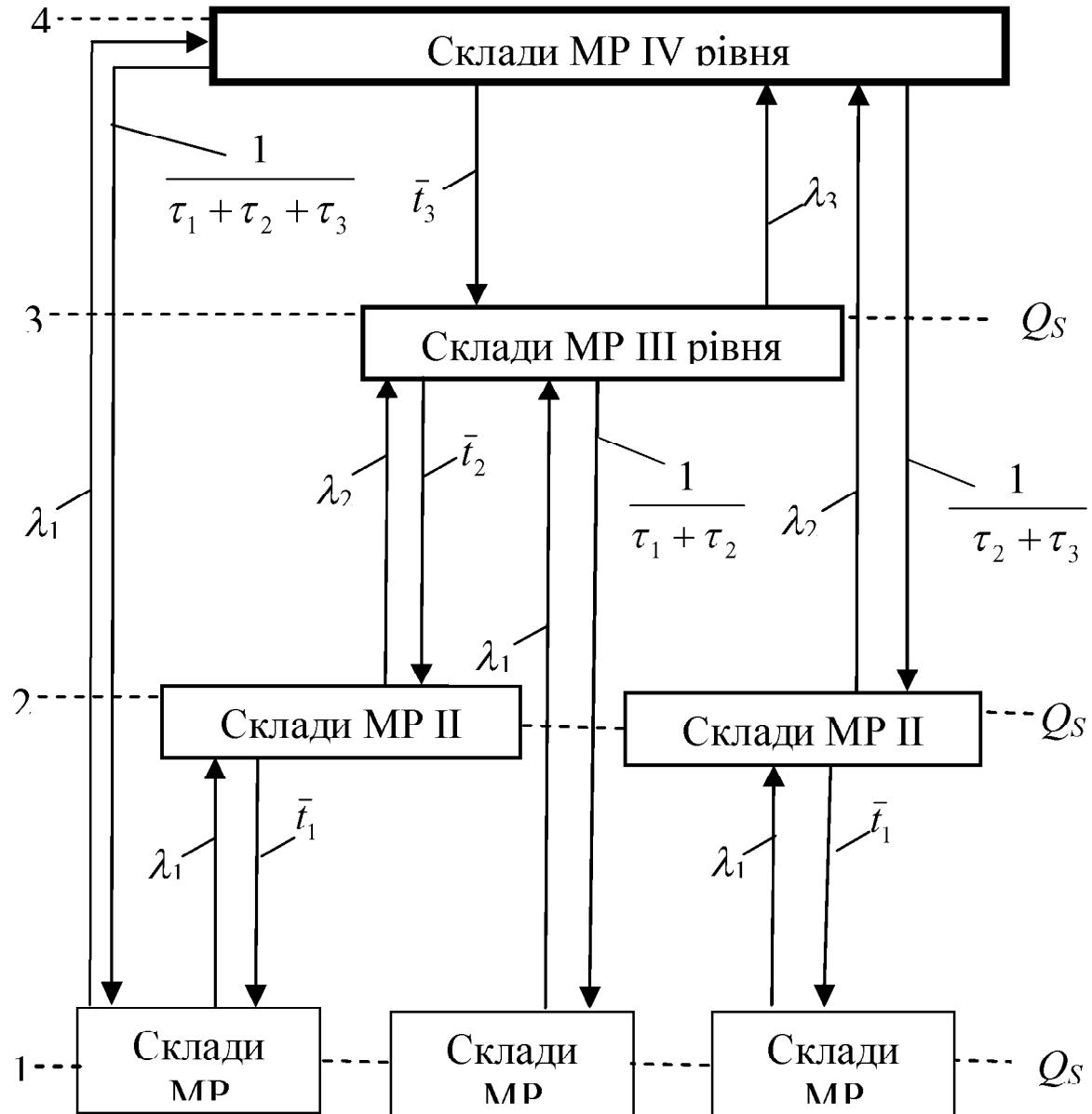


Рис. 1. Структурна схема системи забезпечення

Таким чином, система «донор-акцептор» будь-якого рівня в даному випадку є марковською і може моделюватися розімкненою системою масового обслуговування (СМО) з відмовами, граф переходів між станами якої у загальному вигляді поданий на рис.2.

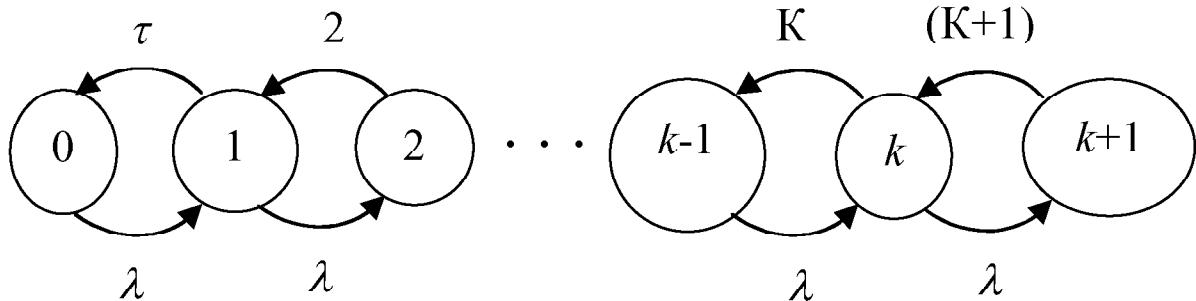


Рис. 2. Граф переходів між станами розімкнutoї СМО з відмовами

Стан, наприклад,  $k$  даної СМО означає, що в системі перебувають  $k$  заявок, що вимагають обслуговування (задоволення споживача в  $k$  одиницях МР). Ймовірність  $k$ -го стану позначається як  $P_k$ .

Стан 0, що має стаціонарну ймовірність  $P_0$ , означає, що система певного рівня, яка забезпечується, має призначений запас МР, і заявки на їхнє поповнення не надходять.

Тоді з урахуванням прийнятої схеми забезпечення МР (рис. 1) ймовірність відсутності МР на складі I-го рівня при забезпеченні його складом II-го рівня -  $P_{12}$  обчислюється так:

$$P_{12} = \frac{\alpha_{12}^{Q_{S1}}}{\sum_{k=0}^{Q_{S1}} \frac{Q_{S1}!}{k!} \alpha_{12}^k}, \text{де } \alpha_{12} = \lambda_1 \tau_1. \quad (8)$$

При забезпеченні складу I-го рівня безпосередньо зі складів III-го рівня ймовірність відсутності МР на складі I-го рівня:

$$P_{13} = \frac{\alpha_{13}^{\underline{Q}_{S1}}}{\sum_{k=0}^{\underline{Q}_{S1}} \frac{\underline{Q}_{S1}!}{\alpha_{13}^k k!}}, \text{де } \alpha_{13} = \lambda_1(\tau_1 + \tau_2). \quad (9)$$

При надходженні МР на склад безпосередньо зі складів IV-го рівня відсутності МР на складі I-го рівня дорівнює

$$P_{14} = \frac{\alpha_{14}^{\underline{Q}_{S1}}}{\sum_{k=0}^{\underline{Q}_{S1}} \frac{\underline{Q}_{S1}!}{\alpha_{14}^k k!}}, \text{де } \alpha_{14} = \lambda_1(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3). \quad (10)$$

Аналогічно ймовірність відсутності МР на складі II-го рівня при забезпеченні його за допомогою складів III-го рівня:

$$P_{23} = \frac{\alpha_{23}^{\underline{Q}_{S2}}}{\sum_{k=0}^{\underline{Q}_{S2}} \frac{\underline{Q}_{S2}!}{\alpha_{23}^k k!}}, \text{де } \alpha_{23} = \lambda_2 \tau_2. \quad (11)$$

Ймовірність відсутності МР на складі II-го рівня при подачі МР безпосередньо зі складів IV-го рівня:

$$P_{24} = \frac{\alpha_{24}^{\underline{Q}_{S2}}}{\sum_{k=0}^{\underline{Q}_{S2}} \frac{\underline{Q}_{S2}!}{\alpha_{24}^k k!}}, \text{де } \alpha_{24} = \lambda_2(\tau_2 + \tau_3). \quad (12)$$

Ймовірність відсутності МР на складі III-го рівня:

$$P_{34} = \frac{\alpha_{34}^{\underline{Q}_{S3}}}{\sum_{k=0}^{\underline{Q}_{S3}} \frac{\underline{Q}_{S3}!}{\alpha_{34}^k k!}}, \text{де } \alpha_{34} = \lambda_3 \tau_3. \quad (13)$$

Очевидно, що заявки на поповнення МР, що надходять зі складів I-го рівня з інтенсивністю  $\lambda_1$ , повинні передбачати компенсацію (поповнення) добового видатку МР  $\omega$  та їхніх втрат із середньодобовою відносною величиною  $\beta_1$ . Отже,

$$\lambda_1 = \omega + \beta_1 Q_{S1} = \omega + \beta_1 a_1 a_S Q_0,$$

де  $\beta_1 = (\sum_{i=1}^T \beta_{1i}) / T$ .

Заявки на поповнення МР одного складу II-го рівня, що обслуговує  $m$  складів I-го рівня, повинні передбачати компенсацію (поповнення) МН, виданих складам S-го рівня, і втрачених МН із середньодобовою величиною втрат  $\beta_2$ . Отже,

$$\lambda_2 = m\lambda_1 + \beta_2 Q_{S2} = m\lambda_1 + \beta_2 a_2 a_S Q_0,$$

де  $\beta_2 = (\sum_{i=1}^T \beta_{2i}) / T$ .

Аналогічно для складу III-го рівня, що обслуговує  $n$  складів II-го рівня:

$$\lambda_3 = n\lambda_2 + \beta_3 Q_{S3} = n\lambda_2 + \beta_3 a_3 a_S Q_0,$$

Оскільки склади IV-го рівня вважаються джерелами з необмеженими можливостями, то ймовірність того, що МР в них будуть відсутні, можна вважати достатньо малою, тобто прийняти  $P_4 = 0$ . Тоді ймовірність наявності МР в джерслах IV-го рівня  $P_4(H_4) = 1 - P_4 = 1$ .

У цьому випадку склад III-го рівня буде забезпечуватися МР із ймовірністю

$$P_3(A/H_4) = 1 - P_{34}.$$

Використовуючи формулу повної ймовірності в дискретній формі,

$$P(A) = \sum_{\xi} P(H_{\xi})P(A/H_{\xi}),$$

можна отримати формулу для повної ймовірності

**26 Економіко-математичне моделювання соціально-економічних систем**

*Збірник наукових праць МННЦ ITiC*

наявності призначеного запасу МР на складі III-го рівня:

$$P_3(A) = P_4(H_4) \quad P_3(A/H_4) = 1 - P_{34} = 1 - P_3.$$

Звідси випливає, що ймовірність відсутності МР на складі III-го рівня дорівнює

$$P_3 = 1 - P_3(A) = P_{34}.$$

Аналогічно для складу II-го рівня: якщо на складі III-го рівня МР будуть відсутні, то ймовірність цієї гіпотези дорівнює

$$P_3(H_3) = P_3;$$

У цьому випадку склад II-го рівня забезпечується за рахунок складів IV-го рівня із ймовірністю

$$P_2(A/H_3) = 1 - P_{24}.$$

Якщо на складі III-го рівня МР наявні, то ймовірність цієї гіпотези:

$$P_3(H_3') = 1 - P_3;$$

У цьому випадку склад II-го рівня буде забезпечуватися зі складу III-го рівня із ймовірністю

$$P_3(A/H_3') = 1 - P_{23}.$$

Тоді, відповідно до формули повної ймовірності, ймовірність забезпечення складу II-го рівня призначеним запасом матеріальних ресурсів  $Q_{S2}$ , незалежно від джерела забезпечення, дорівнює

$$P_2(A) = P_3(1 - P_{24}) + (1 - P_3)(1 - P_{23}).$$

У свою чергу, ймовірність відсутності МР на складі II-го рівня:

$$P_2 = 1 - P_2(A) = 1 - P_3(1 - P_{24}) - (1 - P_3)(1 - P_{23}) = P_{23}(1 - P_3) + P_3 P_{24}.$$

Раніше вже було зазначено, що склад I-го рівня може забезпечуватися за рахунок складів II-го і III-го рівнів, а також складів IV-го рівня.

Якщо на складі II-го рівня МР будуть відсутні, то ймовірність цієї гіпотези

$$P_2(H_2) = P_2.$$

У цьому випадку склад I-го рівня може забезпечуватися зі складу III-го рівня, якщо на складі III-го рівня є MP (ймовірність цієї події дорівнює  $(1 - P_3)$ ), із ймовірністю

$$(1 - P_3)(1 - P_{13}).$$

Якщо на складі III-го рівня MP немає (ймовірність цієї події  $P_3$ ), то склад I-го рівня може забезпечуватися MP за рахунок складів IV-го рівня із ймовірністю

$$P_3(1 - P_{14}).$$

Якщо на складі II-го рівня MP є, то ймовірність цієї гіпотези

$$P_2(H_2') = 1 - P_2.$$

У цьому випадку склад I-го рівня буде забезпечуватися за рахунок складу II-го рівня із ймовірністю

$$P_1(A/H_2') = 1 - P_{12}.$$

Тоді ймовірність забезпечення складу I-го рівня призначеним запасом MP  $Q_{S1}$ , незалежно від джерел забезпечення, визначається з використанням формули повної ймовірності:

$$\begin{aligned} P_1(A) &= P_2[(1 - P_3)(1 - P_{13}) + P_3(1 - P_{14})] + (1 - P_2)(1 - P_{12}) = \\ &= 1 - P_{12} - P_2 P_{13} + P_2 P_3 P_{13} - P_2 P_3 P_{14} + P_2 P_{12}. \end{aligned}$$

Отже ймовірність відсутності MP на складі I-го рівня:

$$P_1 = 1 - P_1(A) = P_{12}(1 - P_2) + P_2 P_{13} (1 - P_3) + P_2 P_3 P_{14}.$$

Можна вважати, що в розглянутих умовах забезпечення з певною ймовірністю може підтримуватися наступна кількість MP:

На складі III-го рівня:  $Q_{S3}(1 - P_3) = Q_0 a_3 a_S (1 - P_3)$ ;

На складі II-го рівня:  $Q_{S2}(1 - P_2) = Q_0 a_2 a_S (1 - P_2)$ ;

На складі I-го рівня:  $Q_{S1}(1 - P_1) = Q_0 a_1 a_S (1 - P_1)$ .

Протягом планового періоду забезпечення  $T$  розмір втрат матеріальних засобів  $\Delta Q_i$ , наприклад за  $i$ -у добу, на

**28 Економіко-математичне моделювання соціально-економічних систем**

*Збірник наукових праць МННЦ ITiC*

кожному рівні (на кожному окремому складі I, II і III-го рівнів) визначається наступним чином:

$$\begin{aligned}\Delta Q_{1i} &= Q_{S1}(1-P_1)\beta_{1i} \prod_{j=1}^{i-1} (1-\beta_{1j}) = Q_0(1-P_1)a_1a_S\beta_{1i} \prod_{j=1}^{i-1} (1-\beta_{1j}); \\ \Delta Q_{2i} &= Q_{S2}(1-P_2)\beta_{2i} \prod_{j=1}^{i-1} (1-\beta_{2j}) = Q_0(1-P_2)a_2a_S\beta_{2i} \prod_{j=1}^{i-1} (1-\beta_{2j}); \\ \Delta Q_{3i} &= Q_{S3}(1-P_3)\beta_{3i} \prod_{j=1}^{i-1} (1-\beta_{3j}) = Q_0(1-P_3)a_3a_S\beta_{3i} \prod_{j=1}^{i-1} (1-\beta_{3j});\end{aligned}$$

Зазначимо, що якщо до початку  $i$ -ї доби кількість МР складала

$$Q_{i-1} = Q_0 \prod_j^{i-1} (1-\beta_j),$$

то до кінця цієї доби з урахуванням втрат у розмірі  $\beta_i$  у загальному випадку залишиться МР у кількості

$$Q_i = Q_0 \prod_j^i (1-\beta_j) = Q_0(1-\beta_i) \prod_j^{i-1} (1-\beta_j).$$

Кількість втрачених МР за цю ж добу складе

$$\Delta Q_i = Q_0 \beta_i \prod_j^{i-1} (1-\beta_j),$$

де  $Q_0$  - кількість МН до початку періоду  $T$ .

Природно, що завжди повинна виконуватися умова балансу

$$Q_{i-1} = Q_i + \Delta Q_i.$$

Тоді за весь період забезпечення тривалістю,

наприклад,  $T$  діб, розмір втрат МР на одному складі I, II, III-го рівнів складе

$$\Delta Q_{1T} = \sum_{i=1}^T \Delta Q_{1i} = Q_0(1-P_1)a_1 a_S b_1;$$

$$\Delta Q_{2T} = \sum_{i=1}^T \Delta Q_{2i} = Q_0(1-P_2)a_2 a_S b_2;$$

$$\Delta Q_{3T} = \sum_{i=1}^T \Delta Q_{3i} = Q_0(1-P_3)a_3 a_S b_3;$$

$$\text{де } b_1 = \sum_{i=1}^T \beta_{1i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \beta_{1j}); \quad b_2 = \sum_{i=1}^T \beta_{2i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \beta_{2j});$$

$$b_3 = \sum_{i=1}^T \beta_{3i} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \beta_{3j});$$

Загальний розмір втрат МР на всіх складах за плановий період забезпечення складе:

$$\begin{aligned} \Delta Q_T = m\Delta Q_{1T} + n\Delta Q_{2T} + l\Delta Q_{3T} &= Q_0 a_S [(1 - P_1) m a_1 b_1 \\ &\quad + \\ &\quad + (1 - P_2) n a_2 b_2 + (1 - P_3) l a_3 b_3] = Q_0 \\ &\quad a_S \sum_{j=1}^3 (1 - P_j) m_j b_j, \end{aligned}$$

де  $m_1 = m$ ;  $m_2 = n$ ;  $m_3 = l$ .

Запишемо отримані значення втрат через частку  $Q_S$  МР, виділених на період  $T$ :

$$\Delta Q_{1T}/Q_S = (1 - P_1) a_1 b_1;$$

$$\Delta Q_{2T}/Q_S = (1 - P_2) a_2 b_2;$$

$$\Delta Q_{3T}/Q_S = (1 - P_3) a_3 b_3;$$

$$\Delta Q_T/Q_S = \sum_{j=1}^3 (1 - P_j) m_j a_j b_j.$$

Оскільки метою оптимального ешелонування МР по рівням системи забезпечення МР є приведення до мінімуму величини можливих втрат  $\Delta Q_T$  від негативних

чинників, що впливають на МР впродовж періоду  $T$ , і забезпечення вчасної подачі МР (у всякому випадку, не пізніше заданого часу  $\bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_3$ ) на відповідний рівень забезпечення, та умова оптимізаційної задачі може бути записана в термінах задач математичного програмування наступним чином:

$$\min [ \Delta Q_T / Q_S = \sum_{j=1}^3 (1 - P_j) m_j a_j b_j ] \quad (14)$$

при обмеженнях, які задаються особою, що приймає рішення (ОПР), наприклад:

$$1 - P_1 \geq 0,9; 1 - P_2 \geq 0,7; 1 - P_3 \geq 0,5; \quad (15)$$

$$l = 1 \div 2; \quad m = 1 \div 5; \quad n = 1 \div 4. \quad (16)$$

При цьому можуть використовуватися також наступні обмеження:

$$\frac{T\omega}{a_S Q_0 (1 - P_1)} \leq a_1 \leq \frac{\delta_1 n_{mp1} + \delta'_1 n_{cm}}{a_S Q_0 (1 - P_1)};$$

$$a_2 \leq \frac{\delta_2 n_{mp2}}{a_S Q_0 (1 - P_2)};$$

$$a_3 \leq \frac{\delta_3 n_{mp3}}{a_S Q_0 (1 - P_3)};$$

$$0 \leq a_S, a_1, a_2, a_3 \leq 1;$$

$$m_1 = m; m_2 = n; m_3 = l;$$

$$ma_1 + na_2 + la_3 = 1.$$

Вирішити поставлену задачу можна одним із методів, викладених в роботах [18–21].

**Висновки.** Описаний в цій статті підхід, заснований на застосуванні методів теорії масового обслуговування та

математичного програмування, дає змогу розв'язувати завдання оптимального за критерієм мінімізації можливих втрат ешелонування запасів матеріальних ресурсів, яке виникає завжди, коли через якісь причини не можна утримувати в одному місці встановлену і обмежену кількість таких ресурсів, призначених до витрачання протягом певного періоду часу. Знайдені ймовірності відсутності матеріальних ресурсів певного типу на кожному рівні ієрархії ешелонованої системи запасів при різних схемах постачання матеріальних ресурсів служать підставою для прийняття управлінських рішень стосовно визначення стратегії й тактики постачання матеріальних ресурсів.

### **Література**

1. Гороховський Є. Тил Збройних Сил України: надійність в ім'я боєздатності / Є.Гороховський // Військо України, 2011. – № 1. – С. 26–29.
2. Шуенкин В.А. Математические модели управления запасами / В.А.Шуенкин, В.С.Донченко, С.Н.Константинов, В.Ю.Шапировский. – К.: ООО "Международное финансовое агентство", 1997. – 302 с.
3. Онофрійчук П.В. Нові підходи до обґрунтування рішень у сфері ресурсного та організаційного забезпечення Збройних сил України / П.В. Онофрійчук // Пробл. науки. – 2008. – № 4. – С. 20–26.
4. Онофрійчук П.В. Інноваційна модель системи матеріального забезпечення Збройних сил України / П.В. Онофрійчук // Пробл. науки. – 2008. – № 7. – С. 32–38.
5. Онофрійчук П.В. Підвищення рівня воєнно-економічної безпеки держави на основі логістичного підходу до матеріально-технічного забезпечення Збройних Сил України: автореф. дис... канд. екон. наук: 21.04.01 / П.В. Онофрійчук; Рада нац. безпеки та оборони України; Нац. ін-т пробл. міжнар. безпеки. – К., 2009. – 20 с.
6. Плужніков Б.О. Економіко-математичне моделювання процесів прийняття рішень з матеріального забезпечення Збройних Сил України: Автореф. дис... канд. екон. наук: 08.03.02 / Б.О. Плужніков; Нац. авіаційн. ун-т. – К., 2001. – 19 с.

**32 Економіко-математичне моделювання соціально-економічних систем**

*Збірник наукових праць МНЦ ITiC*

- 
7. Щелкунов В.И. Стратегии материального обеспечения Вооруженных Сил Украины в современных условиях / В.И. Щелкунов, Б.А. Плужников. – К.: Наук. думка, 2001. – 279 с.
  8. Нечаев Г.И. Технология и организация работы транспортно-складских систем / Г.И.Нечаев. – Луганск: Изд-во Восточноукраинского гос. ун-та, 1999. – 230 с.
  9. Плоткин Б.К. Экономические методы и модели в управлении материальными ресурсами: Учеб. пособие / Б.К.Плоткин. – Л.: Изд-во ЛФЭИ, 1992. – 220 с.
  10. Беляев Ю.А. Дефицит, рынок и управление запасами / Ю.А.Беляев. – М.: Ун-т дружбы народов, 1991. – 228 с.
  11. Лотоцкий В.А. Модели и методы управления запасами / В.А.Лотоцкий, А.С.Мандель. – М.: Наука, 1991. – 188 с.
  12. Гурин Л.С. Задачи и методы оптимального распределения ресурсов / Л.С.Гурин, Я.С.Дымарский, А.Д.Меркулов. – М.: Сов.радио, 1968. – 464 с.
  13. Хедли Д. Анализ систем управления запасами / Д.Хедли, Т.Уайтин. – М.: Наука, 1969. – 512 с.
  14. Фасоляк Н.Д. Управление производственными запасами / Н.Д.Фасоляк. – М.: Экономика, 1972. – 216 с.
  15. Хэнсменн Ф. Применение математических методов в управлении производством и запасами / Ф.Хэнсменн. – М.: Прогресс, 1966. – 280 с.
  16. Ивченко Г.И. Теория массового обслуживания [Учеб. пособие для вузов] / Г.И.Ивченко, В.А.Каштанов, И.Н.Коваленко. – М.: Высш.школа, 1982. – 256 с.
  17. Шуенкин В. А. Прикладные модели теории массового обслуживания / В.А.Шуенкин, В. С.Донченко. – К.: НМК ВО, 1992. – 398 с.
  18. Канторович Л.В. Оптимальные решения в экономике / Л.В.Канторович, А.Б.Горстко. – М.: Наука, 1972. – 232 с.
  19. Зуховицкий С.И. Линейное и выпуклое программирование / С.И.Зуховицкий, Л.И.Авдеева. – М.: Наука, 1967. – 460 с.
  20. Романюк Т.Л. Математичне програмування [Навч. посібник] / Т.Л.Романюк, Т.А.Терещенко, Г.В.Присенко, І.М.Городкова. – К.: ІЗМН, 1996. – 312 с.
  21. Карманов В.Г. Математическое программирование [Учеб. пособие.- 3-е изд., перераб. и доп.] / В.Г.Карманов. – М.: Наука, 1986. – 286 с.