

Сравнительный анализ моделей накопления рассеянных повреждений в металле при нерегулярной переменной нагруженности*

В. П. Багмутов, А. Н. Савкин

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

Проведен анализ моделей суммирования усталостных повреждений при нерегулярном переменном нагружении, основанных на линейной и нелинейной трактовке функции поврежденности. Показана необходимость учета основных физико-механических процессов в металле при циклическом нагружении, что может повысить достоверность проводимых расчетов.

Ключевые слова: модели суммирования усталостных повреждений, физико-механические процессы, циклическое нагружение.

Требования инженерной практики при проектировании новых и совершенствовании имеющихся технических изделий, работающих при регулярном и нерегулярном переменном нагружении, внедрение новых перспективных материалов определяют развитие моделей и расчетных методов, способствующих более точному прогнозированию долговечности технического объекта в эксплуатационных условиях для обеспечения его высокой надежности и конкурентоспособности [1, 2]. При этом актуальны как сравнительный анализ существующих моделей, так и разработка новых, особенно доступных для инженерной практики, с учетом реальных механизмов накопления повреждений, повышающих достоверность прогнозирования.

Решение такой многогранной проблемы связано с поиском наиболее общих закономерностей, описывающих кинетику накопления повреждаемости в металле. При этом стремление к более точному учету явлений, происходящих в структуре металла, приводит к усложнению существующих зависимостей. Один из подходов в теории суммирования усталостных повреждений – понятие зарождения и развития трещин, что нашло свое отражение в моделях суммирования, согласно которым усталость имеет две стадии.

Первая – стадия зарождения трещин, или развития рассеянных повреждений связана с кинетикой накопления микропластических деформаций, приводящих к развитию повреждений в виде коротких рассеянных трещин. По достижении критической точки процесс повреждаемости переходит во вторую стадию – распространения и роста магистральной трещины, которая, достигнув критической длины, приводит к разрушению материала или конструктивного элемента. Согласно другому подходу, в структуре металла всегда может быть дефект в виде трещины, особенно при наличии концентрации напряжений, и долговечность следует рассматривать как живучесть конструкции с трещиной, ресурс которой определяется кинетикой ее распространения до критического размера. Такое представление правомерно для находящихся в эксплуатации конструктивных элементов, особенно для профилакти-

* Доклад на III Международной научно-технической конференции “Проблемы динамики и прочности в газотурбостроении” (ГТД-2007).

Т а б л и ц а 1

Модели суммирования повреждений при нерегулярном нагружении

Модель и литературный источник	Оценка повреждения и долговечности
Линейная [3]	$D_{\text{л}} = \sum_{j=1}^{\lambda} \left(\sum_{i=1}^{r^*} d_i \right) = 1; \tag{1}$
Корректированная линейная [4]	$D_{\text{л}} = \sum_{j=1}^{\lambda} \left(\sum_{i=1}^{r^*} d_i \right) = a_p; \tag{2}$ $a_p = \frac{\sigma_{a \max} \sum_{i=1}^{r^{**}} (\sigma_{ai} / \sigma_{a \max}) \nu_{ai} / \nu_6^* - \kappa \sigma_{-1}}{\sigma_{a \max} - \kappa \sigma_{-1}};$
Нелинейная с инкубационным периодом [5]	$D_{\text{н}} = \{[(d_1^{\alpha_1} + d_2)^{\alpha_2} + d_3]^{\alpha_3} + \dots d_{N_{\Sigma}}^{\alpha_n}\} = 1; \tag{3}$ $\alpha = \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^{\beta} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1 \right) \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{-1}} - 1 \right)^{-1}; \tag{4}$
Нелинейная с учетом механизмов упрочнения и разупрочнения структуры [6]	$\sum_{i=1}^r S_i = \sum_{i=1}^r (W_i - H_i) = 1; \tag{5}$ $S_i = d_i^{\alpha_i} \frac{(1 - a_i)(1 - d_i)}{d_i b_i} \exp \left[- \frac{[\ln(c d_i) - a_i^{2\beta}]^2}{2 b_i} \right]; \tag{6}$ $a_i = \left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{ai-1}} \right); \quad b_i = \left(\frac{\sigma_{ai-1}}{\sigma_{-1}} \right)^{\beta};$ <p>c – нормирующий коэффициент. Граничные условия: $0 \leq W \leq 1; W(0) = 0; W(N) = 1; 0 \leq H \leq 1; H(0) = 0; H(N) = 0;$ W, H – функции разупрочнения и упрочнения. Мера состояния структуры $S = S(n)$ при стационарном режиме нагружения: $S = W - H;$ $S = \begin{cases} S_W \equiv D \geq 0; & N_{\text{н}} \leq n \leq N, \\ S_H \equiv R \leq 0; & 0 \leq n \leq N_{\text{н}}, \\ 0, & n = N_{\text{н}}, \end{cases} \tag{7}$ D – мера повреждаемости структуры, соответствующая условию (2); R – мера упрочнения структуры такая, что $R = 0$ при $n = 0$ и $n = N_{\text{н}}$.</p>

Примечание. $i = 1, \dots, r$ – число ступеней в блоке нагружения; r^*, r^{**} – число ступеней нагружения при $\sigma_a > \sigma_{-1}$ и $\sigma_a > \kappa \sigma_{-1}$; λ – число блоков нагружения до разрушения; κ – коэффициент уменьшения предела выносливости σ_{-1} ; ν_{ai}, ν_6^* – число циклов в ступени и блоке нагружения; ν_6^* – продолжительность блока нагружения при $\sigma_a > \kappa \sigma_{-1}$; $d_i = n_i / N_i$ – критерий повреждения; $D_{\text{л}}, D_{\text{н}}$ – меры повреждения по линейной и нелинейной моделям. Граничные условия: $D_{\text{л}}(0) = 0; D_{\text{л}}(\lambda) = 1; D_{\text{н}}(N_{\text{н}}) = 0; D_{\text{н}}(N_{\Sigma}) = 1.$ $\sigma_{ai}, \sigma_{ai+1}$ – амплитуды напряжения двух последующих циклов нагружения; β – коэффициент наследственности по развитию неупругих процессов в металле; $N_{\text{н}}; N_{\Sigma}$ – инкубационное и суммарное число циклов до разрушения.

ческих мероприятий, и определения их остаточного ресурса. В зависимости от эксплуатационных, технологических и конструктивных факторов эта стадия может составлять 10...30% ресурса конструкции [7].

В данной работе рассматривается проблема оценки долговечности материала и конструктивных элементов на стадии рассеянных повреждений как стадии, определяющей основной ресурс конструкции до ее отказа. Для прогноза долговечности на этой стадии в инженерной практике до настоящего времени применяются феноменологические подходы суммирования повреждений на основе линейной модели Пальмгрена–Майнера [3], использование которых позволяет ориентировочно оценивать долговечность технического элемента при минимальном количестве входных параметров.

В табл. 1 приведены некоторые линейные и как их дальнейшее развитие нелинейные модели по оценке повреждения материала при нерегулярном нагружении. Последнее представлено путем схематизации эксплуатационного нагружения в виде обобщенного блочного нагружения с выделением основных поражающих факторов в ходе усталости материала – максимального амплитудного $\sigma_{a\max}$ и амплитудного напряжения σ_a в блоке нагружения. Для нелинейной модели возможности прогноза долговечности при нерегулярном нагружении представлены в работе [8]. Известные недостатки линейной модели корректировались путем изменения предельной меры нагружения D с учетом программности нагружения [4], оценки накопления повреждения на основании вторичных кривых усталости [9]. В приведенных зависимостях исходная кривая усталости при одноступенчатом нагружении описывалась уравнением

$$\begin{cases} \sigma_a^m N = \sigma_{-1}^m N_0 & \text{при } \sigma_a \geq \sigma_{-1}; \\ N = \infty & \text{при } \sigma_a < \sigma_{-1}, \end{cases} \quad (8)$$

где m – параметр, характеризующий наклон кривой усталости в двойных логарифмических координатах; N_0 – долговечность точки перегиба кривой усталости при $\sigma_a = \sigma_{-1}$.

На стадии рассеянных повреждений характерной особенностью является выделение инкубационного периода, в котором не происходит накопления повреждаемости. Известно, что в этом периоде возможно упрочнение структурных элементов металла [10, 11]. Так, для сталей после кратковременной циклической перегрузки умеренной величины наблюдается увеличение долговечности при последующем циклическом нагружении на пониженных ступенях нагружения [11].

В работе [12] на основании экспериментальных данных испытания сталей при двухступенчатом нагружении предложено историю нагружения и наследственных свойств материала учитывать путем изменения параметра α в виде (4). Параметр β в этом уравнении характеризует развитие неупругих процессов в материале при нестационарном и стационарном нагружении при одном и том же циклическом напряжении. Для углеродистых сталей коэффициент наследственности β может принимать значения 1,2...2,3. Многоступенчатое нагружение для углеродистых сталей с затухающей интенсивностью накопления повреждений по нелинейной модели описывается уравнением (3).

Однако такой подход, исключая инкубационную стадию из рассмотрения, не позволяет описать процессы, например, при кратковременных циклических перегрузках невысокого уровня, протекающие в металле при двухступенчатом нагружении. Для оценки повреждения металла в рамках стадийности усталостного процесса и учета явлений, протекающих при начальных кратковременных циклических перегрузках, предложена нелинейная модель усталостной поврежденности [6] как суперпозиция процессов упрочнения H и разупрочнения W его структуры. Соотношение между двумя стадиями (упрочнения H_i и разупрочнения W_i) определяет состояние структуры S_i и описывается уравнениями (5)–(7). Использование функции меры состояния структуры S с учетом двух функций мер поврежденности структуры D и ее упрочнения R при циклическом стационарном нагружении позволяет объяснить ряд эффектов, связанных с кратковременными перегрузками при двухступенчатом режиме нагружения. Более подробно эта модель рассмотрена в работе [13].

С наступлением стадии разупрочнения металла изменяются параметры базовой кривой усталости, используемой для прогнозирования долговечности (8). Это приводит в первую очередь к снижению первоначального предела выносливости [14, 15]. При внешнем переменном нагружении на этой стадии повреждающее действие оказывают все меньшие по величине амплитуды циклических напряжений, что может приводить к снижению долговечности металла по сравнению с прогнозируемой. Это учитывается при оценке повреждения по скорректированной модели суммирования, согласно которой повреждающее воздействие могут оказывать амплитуды напряжений $\sigma_{a\max} \geq k\sigma_{-1}$ [4]. В работе [14] предлагается связать кинетику изменения параметров исходной кривой усталости (снижение предела выносливости σ_{-1} и долговечности N_0) с накопленной поврежденностью металла d :

$$\sigma_{-1,d} = \sigma_{-1}(1-d)^{\gamma(1-h)}, \quad (9)$$

$$N_{0,d} = N_0(1-d)^{1-\gamma m(1-h)}, \quad (10)$$

где σ_{-1} , $\sigma_{-1,d}$ – первоначальное и измененное значения предела выносливости; d – мера повреждения, которую можно в первом приближении принять равной $\Sigma n/N$; γ – параметр, зависящий от свойств материала; $h = \sigma_{-1,d}/\sigma_a$. Тогда $(1-h)$ – степень перегрузки по отношению к пределу выносливости. Если $h = 1$, перегрузка равна нулю, снижения предела выносливости не происходит. Этот подход использовался в сравнительном анализе получаемой долговечности по предлагаемым моделям.

Рассмотрим результаты прогноза долговечности при многоступенчатом нагружении по указанным моделям, задавая параметры случайного внешнего нагружения и циклической прочности материала, описываемые нормальным законом распределения.

В математическом эксперименте было принято среднее значение амплитуды циклического напряжения $\bar{\sigma}_a = 130$ МПа и предела выносливости $\bar{\sigma}_{-1} = 100$ МПа. Параметры исходной кривой усталости в двойных логарифми-

ческих координатах принимали $m = 5$, $N_0 = 2 \cdot 10^6$ цикл, что близко к значениям для среднеуглеродистых сталей.

Случайный характер циклического напряжения моделировался генератором случайных чисел, соответствующих нормальному закону распределения. Тогда получим

$$\sigma_{ai} = \bar{\sigma}_a (1 + \vartheta_{\sigma a} x_i); \quad (11)$$

$$\sigma_{-1i} = \bar{\sigma}_{-1} (1 + \vartheta_{\sigma -1} y_i). \quad (12)$$

В данном случае модель внешней нагрузки задавалась средним значением амплитуды циклического напряжения $\bar{\sigma}_a$ и ее коэффициентом вариации $\vartheta_{\sigma a}$; x_i – псевдослучайное число, выбранное генератором случайных чисел со средним значением, равным нулю, и единичной дисперсией по нормальному закону распределения. Предполагалось, что циклическое нагружение имело место в области многоциклового усталости, т.е. амплитуда циклического напряжения не превышала предела текучести σ_T ($\sigma_{ai} < \sigma_T$). Коэффициент вариации $\vartheta_{\sigma a}$ принимался, согласно рекомендациям [4], в пределах 0,05...0,15. Аналогично задавался случайный характер изменения характеристик выносливости материала. Коэффициент вариации $\vartheta_{\sigma -1}$ изменялся в тех же пределах (0,05...0,15).

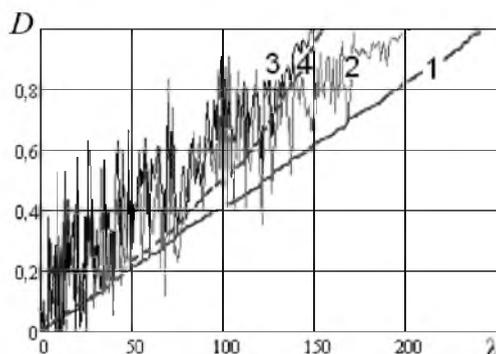


Рис. 1. Выборочные кривые функции поврежденности стали $D(\lambda)$ с учетом различных закономерностей суммирования повреждений при нормальном распределении случайной внешней нагрузки: 1 – линейная модель; 2 – нелинейная модель (7); 3 – нелинейная модель с учетом стадийности и снижения предела выносливости материала (9), (10), (11); 4 – линейная модель с учетом снижения предела выносливости (10), (11). (Принимали: $\vartheta_{\sigma a} = 0,05$; $\vartheta_{\sigma -1} = 0,1$; 1-й блок – 2000 цикл; $\beta = 2,3$; λ – долговечность в блоках нагружения.)

На рис. 1 показаны выборочные кривые функции поврежденности стали по линейной (кривая 1, уравнение (1)) и нелинейной (кривая 2, уравнение (6)) моделям, по нелинейной модели на основе механизмов упрочнения и разупрочнения структуры металла и снижения предела выносливости (кривая 3, уравнения (5) и (6)), а также линейной модели суммирования повреждений с учетом снижения предела выносливости (кривая 4, уравнения (1), (9) и (10)). Видно, что результаты прогноза долговечности, полученные по нелинейным моделям, менее консервативны по сравнению с линейной моделью. Если линейная модель учитывает принцип снижения предела выносливости, то

полученные результаты близки к прогнозу долговечности по нелинейным моделям. Это свидетельствует о том, что фактор снижения предела выносливости может оказывать существенное влияние на поврежденность материала.

Оценка функции распределения долговечности металла до разрушения по различным моделям суммирования повреждений (рис. 2) проводится статистическим моделированием по методу Монте-Карло. При статистической обработке результатов расчета за оценку вероятности разрушения принимается величина

$$P = (z - 0,5)/l, \quad (13)$$

где z – накопленная частота разрушенных образцов при данной долговечности; l – общее число циклов моделирования.

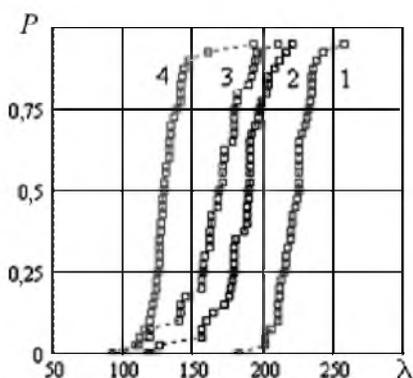


Рис. 2. Функции распределения усталостной долговечности по различным моделям суммирования повреждений при нормальном распределении внешней случайной нагрузки: 1 – линейная модель; 2 – нелинейная модель (7); 3 – нелинейная модель с учетом стадийности (9); 4 – нелинейная модель с учетом стадийности (9) и снижения предела выносливости (10), (11).

Как видно из рис. 2, кривые функций распределения долговечностей по нелинейным моделям суммирования повреждений по сравнению с линейным суммированием усталостных повреждений смещаются в сторону меньших значений долговечности. Наибольшее смещение отмечается для модели с учетом стадийности при наличии процессов упрочнения и разупрочнения структуры и нелинейности усталостного процесса (на рис. 2 кривая 3), а также с учетом снижения предела выносливости (кривая 4).

В работе [16] приведены результаты летных экспериментов по измерению эксплуатационных нагрузок, представленных в виде гистограмм для отдельных конструктивных элементов шасси самолета, усталостных испытаний для оценки статистических характеристик сопротивления усталости, данных по эмпирическим характеристикам надежности натурных элементов.

Сравнительный анализ прогноза долговечности по различным моделям суммирования повреждений осуществлялся для нижнего звена шлиц-шарнира стойки основной опоры самолета типа А из стали 30ХГСНА (табл. 2). При этом использовались характеристики выносливости конструктивного элемента, приведенные к симметричному циклу нагружения: предел вынос-

ливости $\sigma_{-1д}$; m , N_0 ; параметры нагружения (амплитуда напряжения σ_{ai} , частота повторения амплитуд напряжений в блоке ν_{ai} , частота циклов в блоке нагружения $\nu_б$); статистические характеристики (по максимальным напряжениям $\vartheta_{\sigma_{a \max}}$, по пределу выносливости $\vartheta_{\sigma_{-1}}$).

Т а б л и ц а 2

Исходные данные по моделированию повреждения конструктивного элемента [16]

Характеристики выносливости			Параметры нагружения			Коэффициент вариации	
$\bar{\sigma}_{-1д}$, МПа	Параметры кривой выносливости		σ_{ai} , МПа	ν_{ai}	$\nu_б$	$\vartheta_{\sigma_{-1}}$	$\vartheta_{\sigma_{a \max}}$
	m	N_0 , цикл					
182,0	4,35	$2 \cdot 10^6$	320,54	1,733	1523,7	0,07	0,083
			284,92	5,3			
			249,31	8,9			
			213,69	14,2			
			178,08	20,6			
			142,46	49,4			
			106,85	241,3			
			71,23	674,0			
			35,62	508,6			

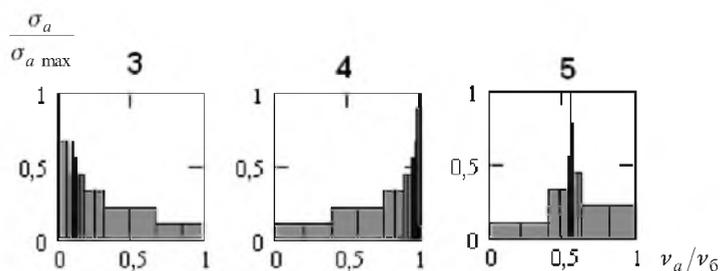


Рис. 3. Блок-схемы моделирования нагружения конструктивного элемента шлиц-шарнира стойки основной опоры самолета типа А по [16] по параметрам, показанным в табл. 2: 3 – “сверху–вниз”, 4 – “снизу–вверх”, 5 – “снизу–вверх–вниз”.

Для нелинейной модели, учитывающей историю нагружения, было также принято моделирование нагружения “сверху–вниз” (на рис. 3 гистограмма 3), “снизу–вверх” (гистограмма 4), “снизу–вверх–вниз” (гистограмма 5). Проводилось сравнение с результатами долговечности по линейной модели (1) и скорректированной модели Серенсена–Когаева (2) с коэффициентом снижения предела выносливости $\kappa = 0,5$.

На рис. 4 приведены функции распределения долговечности шлиц-шарнира стойки основной опоры самолета типа А [16] по различным моделям суммирования повреждений. Лабораторные исследования выносливости данного конструктивного элемента показаны светлыми точками и проводились по гистограмме “сверху–вниз”. В линейных моделях (1) и (2) взаимодействие амплитуд циклических напряжений не проявляется, поэтому по линейной

модели (1) получено наибольшее значение долговечности до разрушения. Хотя следует заметить, что в данной модели учитывалось повреждающее воздействие только амплитуд напряжений выше исходного предела выносливости. Корректированная линейная модель Серенсена–Когаева (2) дает значение долговечности, близкое к экспериментальному, поскольку в ней учитывается снижение предела выносливости $\bar{\sigma}_{-1д}$ и программность нагружения, определяемая коэффициентом a_p . В свою очередь, и нелинейная модель (3) для гистограммы “сверху–вниз” также показала достаточно хорошие результаты (на рис. 4 кривая 3) по сравнению с лабораторными испытаниями конструктивного элемента. Это говорит о том, что заложенные в модель влияние истории нагружения и взаимодействие амплитуд циклических напряжений правильно отражают физику процесса повреждения конструктивного элемента. Учитывая взаимодействие амплитуд напряжений по принципу “снизу–вверх” (на рис. 4 кривая 4), можно получить значения долговечности, близкие к таковым по линейной модели (кривая 1). При нерегулярном нагружении “снизу–вверх–вниз” (на рис. 4 кривая 5) по нелинейной модели получены промежуточные результаты по сравнению с другими видами гистограмм нагружения.

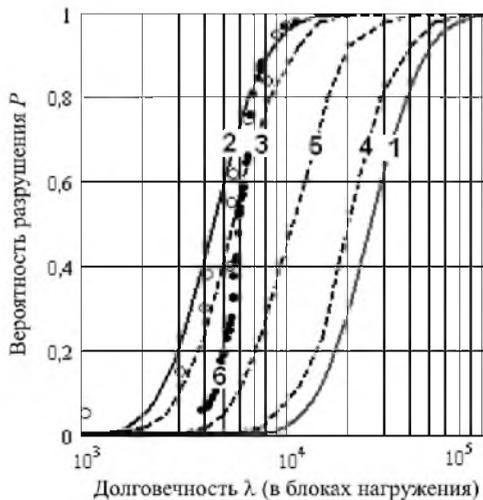


Рис. 4. Вероятность разрушения P в зависимости от долговечности λ в блоках нагружения конструктивного элемента шлиц-шарнира стойки основной опоры самолета типа A [16] по линейной модели (1), по корректированной модели Серенсена–Когаева (2), по нелинейной модели (3)–(5) в соответствии с блок-схемой на рис. 3, нелинейной модели с учетом механизмов упрочнения и разупрочнения структуры (6).

Результаты, полученные для модели на основании механизмов упрочнения и разупрочнения (5)–(7) при блочном нагружении “сверху–вниз”, показаны на рис. 4 темными точками (кривая 6). В уравнении (6) принят нормирующий коэффициент $c = 45$, $\beta = 0,65$. Расчет проводился на основе статистического моделирования с использованием уравнений (11)–(13) и учета снижения предела выносливости по уравнениям (9), (10). Сложная взаимосвязь между перегрузочными режимами и снижением предела выносливости в соответствующих зависимостях (5), (6) привела к тому, что кривая 6 (рис. 4)

имеет меньший наклон по сравнению с кривыми, построенными по другим моделям суммирования повреждений. В области, близкой к 50%-ной вероятности разрушения, значения долговечности по линейной модели близки к таковым по нелинейной модели (3) и к данным лабораторных испытаний конструктивного элемента (на рис. 4 светлые точки). Введение усложненной модели, учитывающей противодействие механизмов упрочнения и разупрочнения (5) и (6), полезно при оценке эффекта тренировки кратковременной перегрузкой при двухступенчатом нагружении [6]. Однако при многоступенчатом нагружении лучше использовать менее специализированные модели учета различных факторов при накоплении повреждений. На примере данного конструктивного элемента удовлетворительное соответствие результатов получено по модели Серенсена–Когаева [4] и нелинейной модели [5]. Как показал анализ оценки поврежденности других конструктивных элементов и материалов при нерегулярном циклическом нагружении, удовлетворительные результаты в ряде случаев можно получить и по линейной модели накопления повреждений [13, 17].

Таким образом, учет изменения физико-механических свойств материала в процессе усталости и истории циклического нагружения позволяет моделировать накопление поврежденности при нерегулярном внешнем воздействии с более обоснованных физических позиций. Проведенный сравнительный анализ функций распределения долговечности материала по нелинейной модели суммирования усталостных повреждений с учетом изменения физико-механических свойств в процессе усталости, истории циклического нагружения показывает снижение суммарной долговечности материала по сравнению с результатами, полученными по линейной модели суммирования. Отмечается значительное влияние на полученные результаты изменения параметров базовой кривой усталости. Сравнительный анализ поврежденности материалов и конструктивных элементов по различным моделям суммирования повреждений при нерегулярном нагружении позволит оценить надежность получаемых прогнозов с выделением областей эффективного применения моделей.

Резюме

Проведено аналіз моделей підсумовування пошкоджень від утомленості при нерегулярному змінному навантаженні, що базуються на лінійному та нелінійному трактуванні функції пошкоженості. Показано необхідність урахування основних фізико-механічних процесів у металі за циклічного навантаження, що може підвищити вірогідність розрахунків.

1. Троценко В. Т. Рассеянное усталостное повреждение металлов и сплавов. Сообщ. 1. Неупругость, методы и результаты исследования // Пробл. прочности. – 2005. – № 4. – С. 5 – 33.
2. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
3. Miner M. A. Cumulative damage in fatigue // J. Appl. Mech. – 1945. – 67. – P. A159 – A164.

4. *Козаев В. П.* Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
5. *Гурьев А. В., Савкин А. Н.* О накоплении усталостных повреждений в углеродистой стали при нестационарных режимах нагружения // Изв. АН СССР. Металлы. – 1975. – № 4. – С. 190 – 197.
6. *Багмутов В. П., Савкин А. Н.* Моделирование усталостной поврежденности углеродистых сталей при нестационарном нагружении // Деформация и разрушение материалов. – 2006. – № 9. – С. 33 – 38.
7. *Шаньявский А. А., Тушенцов А. Л.* Относительная живучесть валов винтов самолета АН-24 // Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения: Тр. VI Междунар. конф. – СПб.: Изд. СПб политехн. ун-та, 2005. – С. 431 – 442.
8. *Багмутов В. П., Савкин А. Н.* Оценка ресурса деталей машин при блочном нагружении // Пробл. машиностроения и надежности машин. – 2007. – № 2. – С. 116 – 122.
9. *Corten H. T. and Dolan T. J.* Cumulative fatigue damage // Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals (Inst. of Mech. Eng. and ASME). – 1956. – P. 235 – 246.
10. *Иванова В. С., Терентьев В. Ф.* Природа усталости металлов. – М.: Металлургия, 1975. – 455 с.
11. *Гурьев А. В., Савкин А. Н.* О влиянии кратковременных циклических перегрузок на усталостную долговечность и демпфирующую способность углеродистых сталей // Пробл. прочности. – 1978. – № 7. – С. 17 – 22.
12. *Гурьев А. В., Савкин А. Н.* Суммирование усталостных повреждений при нестационарных режимах нагружения углеродистых сталей // Изв. АН СССР. Металлы. – 1978. – № 5. – С. 112 – 119.
13. *Багмутов В. П., Савкин А. Н.* Прогнозирование долговечности конструкционных материалов при регулярном и нерегулярном нагружении с учетом различных механизмов повреждения. – Волгоград: Изд. Волгоград. гос. техн. ун-та, 2008. – 408 с.
14. *Гусев А. С.* Сопротивление усталости и живучесть конструкции при случайных нагрузках. – М.: Машиностроение, 1989. – 248 с.
15. *Гусев А. С., Вафин Р. К., Мальцев А. А.* Расчет усталостной долговечности конструкций с учетом снижения предела выносливости // Изв. вузов. Машиностроение. – 2004. – № 5. – С. 35 – 46.
16. *Бойцов Б. В.* Прогнозирование долговечности напряженных конструкций: комплексное исследование шасси самолета // Машиностроение. – 1985. – 232 с.
17. *Савкин А. Н.* К вопросу оценки долговечности материала при нерегулярной переменной нагруженности // Завод. лаб. – 2008. – 74, № 7. – С. 43 – 47.

Поступила 25. 10. 2007