

УДК 532.528

РОЗРАХУНОК ОПОРУ ТОНКИХ КОНУСІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ДРУГОГО НАБЛИЖЕННЯ ДЛЯ ФОРМИ УТВОРЕНИХ НИМИ КАВЕРН

І. Г. НЕСТЕРУК

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Отримано 09.07.2002

Розраховані об'ємні коефіцієнти опору тонких конусів, які обтікаються у суперкавітаційному режимі. Каверна вважається частиною корисного об'єму, який визначається за допомогою рівняння другого наближення. Запропоновано аналітичну формулу для об'ємного коефіцієнту опору диска в режимі суперкавітації з використанням відомих напівемпіричних співвідношень. Проведено порівняння з коефіцієнтами опору тонких осесиметричних тіл при безвідривному режимі обтікання. Визначені діапазони чисел кавітації, в яких суперкавітаційний режим має переваги.

Расчитаны объемные коэффициенты сопротивления тонких конусов для суперкавитационного режима обтекания. Каверна считается частью полезного объема, который определяется с помощью уравнения второго приближения. Предложена аналитическая формула для объемного коэффициента сопротивления диска в режиме суперкавитации с использованием известных полуэмпирических соотношений. Проведено сравнение с коэффициентами сопротивления тонких осесимметричных тел при безотрывном режиме обтекания. Определены диапазоны чисел кавитации, в которых суперкавитационный режим имеет преимущества.

The volumetric drag coefficients of slender cones for supercavitation flow patterns are calculated. Cavity is assumed as a part of useful volume, which is determined with the use of the second approximation equation. Analytic formula for the volumetric drag coefficient for a disk with the supercavity flow pattern is proposed with the use of known semiempirical equations. Comparison with the drag coefficients of slender axisymmetrical bodies with unseparated flow pattern are presented. The cavity number ranges are determined, where supercavitation flow is preferable.

ВСТУП

Робота присвячена актуальній проблемі зменшення опору осесиметричних тіл, що рухаються у воді з великою швидкістю, зокрема, порівнянню традиційного використання безвідривних ламинаризованих форм та суперкавітаційного режиму обтікання.

В статті [1] отримано аналітичні формули для коефіцієнту опору тонкого конічного кавітатора

$$C_x = \frac{2X}{\rho U_\infty^2 \Omega}. \quad (1)$$

Тут X – складова сил тиску в напрямку осі x ; Ω – площа основи конуса; ρ – густина води; U_∞ – стала швидкість руху твердого тіла.

Оскільки найбільший практичний інтерес має задача мінімізації опору осесиметричного тіла при фіксованому його об'ємі, то в роботі [2] були розраховані так звані "об'ємні коефіцієнти опору":

$$C_{xV} = \frac{2X}{\rho U_\infty^2 (V')^{2/3}}, \quad (2)$$

в яких використовується об'єм V' системи кавітатор–каверна–замікач. При цьому застосовувалось рівняння першого наближення з [3]

для визначення радіуса R тонкої осесиметричної кавітаційної порожнини

$$R^2(x) = \frac{\sigma x^2}{2ln\varepsilon} + 2\beta R_0 x + R_0^2. \quad (3)$$

Тут ε – малий параметр; L' – відношення максимального радіуса каверни до довжини системи кавітатор–каверна–замікач; β – похідна від радіуса кавітатора в точці сходу струменів (тангенс напівкута при вершині конуса); R_0 – радіус основи конуса; σ – число кавітації,

$$\sigma = \frac{2(p_\infty - p_k)}{\rho U_\infty^2}, \quad (4)$$

p_∞ – тиск в рідині далеко від тіла на глибині його руху; p_k – тиск у каверні. Всі довжини у формулі (3) віднесені до L' .

Простота рівняння (3) дозволила отримати в статті [2] аналітичні формули для об'ємного коефіцієнту опору у випадках довгої та короткої каверни. Але при використанні рівняння першого наближення (3) похибка становить $(-ln\varepsilon)^{-1}$ (див. [4]), тому розрахунки об'єму каверни та величини C_{xV} потребують уточнень. Зокрема, для радіуса та об'єму каверни можна використовувати запропоноване в [4] рівняння другого наближення. Ця задача була реалізована в даному дослідженні.

1. РОЗРАХУНОК ОБ'ЄМУ КАВЕРНИ В ДРУГОМУ НАБЛИЖЕННІ

Так само, як в [2], обмежимося рухом тонкого конуса зі сталою швидкістю в однорідній рідині вздовж осі симетрії при достатньо великих числах Рейнольдса ($Re_V = U_\infty V^{1/3}/\nu$, ν - кінематична в'язкість) та малих числах Маха, що дозволяє вважати рідину поза вузьким примезовим шаром ідеальною та нестисливою, а потік в цій області безвихровим. Крім того, обмежимося випадком великих чисел Фруда $Fr = U_\infty/\sqrt{gR_0}$ (тут g - прискорення вільного падіння). Тоді рідину можна вважати невагомою і всю течію - осесиметричною. Схема обтікання збігається з наведеною в роботі [2]. Точка сходу струменів (початку каверни) відповідає значенню циліндричної координати $x = 0$.

В статті [4] з використанням рівняння другого наближення було отримано наступну формулу для радіуса тонкої осесиметричної каверни:

$$R^2(x) = R_0^2 + (ln\varepsilon)^{-1}[0.5\sigma x^2 + (\gamma x^2 + 2\beta R_0 x)ln(2\varepsilon) + 0.25[\beta^2(x+l_k)^2(2ln(x+l_k)-3) - (\beta^2-\gamma)x^2(2lnx-3) - \gamma l^2(2lnl-3) - \gamma x^2 ln(-\gamma) - \beta^2 l_k^2(2lnl_k-3) - 2D_1 + \gamma(l-x)^2(2ln(l-x)-3)] - 0.125\gamma[(l-x)^2(2ln(l-x)-3) - l^2(2lnl-3) + (x-x_2)^2(2ln(x-x_2)-3) - x_2^2(2ln(-x_2)-3)] + W_1 x]. \quad (5)$$

Для сталих W_1, l, l_k, γ, x_2 та функції $D_1(x)$ справедливі співвідношення (див. [4])

$$W_1 = -2\beta R_0 ln2 + \beta R_0 ln R_0 + 0.5\gamma[l(lnl-1) + x_2(1-ln(-x_2))] - \beta^2 l_k(lnl_k-1); \quad (6)$$

$$l = -\frac{R_0}{\gamma}(\beta + \sqrt{\beta^2 - \gamma}); \quad \gamma = \frac{\sigma}{2ln\varepsilon}; \quad (7)$$

$$x_2 = -\frac{R_0}{\gamma}(\beta - \sqrt{\beta^2 - \gamma}); \quad l_k = \frac{R_0}{\beta} = 1 - l; \quad (8)$$

$$D_1(x) = x(0.5\gamma x + \beta R_0)ln(-\gamma) + 0.5\gamma[(l-x)^2 ln(l-x) - 0.5(l-x)^2 + (x-x_2)^2 ln(x-x_2) - 0.5(x-x_2)^2 - l^2 ln l + 0.5l^2 - x_2^2 ln(-x_2) + 0.5x_2^2] + \gamma[l^2(lnl-1) - l(l-x)(ln(l-x)-1) +$$

$$+ x_2(x-x_2)(ln(x-x_2)-1) + x_2^2(ln(-x_2)-1)] - \beta R_0[(l-x)(ln(l-x)-1) - l(lnl-1) - (x-x_2)(ln(x-x_2)-1) - x_2(ln(-x_2)-1)].$$

Якщо для визначення параметра ε , що збігається з максимальним значенням радіуса каверни, використувати рівняння першого наближення (3), то відповідне співвідношення має вигляд

$$\varepsilon^2 = R_0^2(1 - \frac{2\beta^2 ln\varepsilon}{\sigma}). \quad (10)$$

Рівнянь (5)-(10) достатньо для визначення форми каверни у другому наближенні. Їхній простий вигляд дозволяє також легко визначити об'єм кавітаційної порожнини V_k :

$$V_k = \pi \int_0^\lambda R^2(x) dx = \pi R_0^2 \lambda + \pi(ln\varepsilon)^{-1}[\sigma\lambda^3/6 + \lambda^2(\gamma\lambda/3 + \beta R_0) ln(2\varepsilon) + 0.25[\beta^2(F_1(\lambda, -l_k) - F_1(0, -l_k)) - (\beta^2 - \gamma)F_1(\lambda, 0) - \gamma\lambda l^2(2lnl-3) - \gamma\lambda^3 ln(-\gamma)/3 - \beta^2 l_k^2 \lambda(2lnl_k-3) - 2D_2 - \gamma(F_1(l, \lambda) - F_1(l, 0))] - 0.125\gamma[F_1(l, 0) - F_1(l, \lambda) - l^2 \lambda(2lnl-3) + F_1(\lambda, x_2) - F_1(0, x_2) - x_2^2 \lambda(2ln(-x_2)-3)] + 0.5\lambda^2 W_1], \quad (11)$$

$$D_2 = \int_0^\lambda D_1(x) dx = 0.5\lambda^2(\gamma\lambda/3 + \beta R_0)ln(-\gamma) + 0.5\gamma[-F_2(l, \lambda) + F_2(l, 0) + F_2(\lambda, x_2) - F_2(0, x_2) + \lambda(-l^2 ln l + 0.5l^2 - x_2^2 ln(-x_2) + 0.5x_2^2) + \gamma[l^2 \lambda(lnl-1) + l(F_3(l, \lambda) - F_3(l, 0)) + x_2(F_3(\lambda, x_2) - F_3(0, x_2)) + x_2^2 \lambda(ln(-x_2)-1)] - \beta R_0[-F_3(l, \lambda) + F_3(l, 0) - l\lambda(lnl-1) - F_3(\lambda, x_2) + F_3(0, x_2) - x_2 \lambda(ln(-x_2)-1)],$$

$$F_1(x, u) = 2(x-u)^3[ln(x-u) - 11/6]/3,$$

$$F_2(x, u) = (x-u)^3[ln(x-u) - 5/6]/3,$$

$$F_3(x, u) = 0.5(x-u)^2[ln(x-u) - 1.5].$$

Тут λ - довжина каверни в другому наближенні. Якщо знехтувати розмірами замикача, то величина λ визначається з рівняння

$$R(\lambda) = 0. \quad (12)$$

Через складність формули (5) значення λ можна знайти з рівняння (12) чисельними методами.

2. РОЗРАХУНОК ОПОРУ ТОНКИХ КОНІЧНИХ КАВІТАТОРІВ

Відповідно до [1] коефіцієнт опору, пов'язаного з розподілом тиску на поверхні кавітатора, визначається формулами

$$C_x = -2\beta^2 [\ln(0.5\beta) + 1] + \sigma + C_2, \quad (13)$$

$$C_2 = \frac{\sigma[l^2 - l + l(l-2)\ln l - l_k^2 \ln l_k]}{2l_k^2 \ln \varepsilon}.$$

Для мінімізації опору при фіксованому об'ємі потрібно за аналогією з роботою [2] замість C_x застосувати величину C_{xV} , тобто замінити площу основи конуса Ω об'ємом V' системи кавітатор-каверна-замикач в степеню $2/3$. Внаслідок формул (1), (2) зв'язок між коефіцієнтами опору має вигляд:

$$C_{xV} = \pi C_x \left(\frac{V}{R_0^3}\right)^{-2/3}. \quad (14)$$

Отже для визначення величини C_{xV} достатньо вирахувати об'єм кавітатора з каверною. Якщо знехтувати величиною замкача, то

$$\frac{V}{R_0^3} = \frac{\pi}{3\beta} + \frac{V_k}{R_0^3}. \quad (15)$$

Рівняння (5)–(15) дозволяють визначити коефіцієнт опору C_{xV} з більшою точністю, ніж за допомогою наведених в [2] формул. Результати розрахунків коефіцієнтів опору конічних кавітаторів зі значеннями $\beta = 0.01; 0.05; 0.25$ в різних діапазонах чисел кавітації представлені у вигляді маркерів на рис. 1-3.

Результати розрахунків свідчать про те, що використання рівнянь (5)–(15) може давати значні розбіжності порівняно з наведеними в [2] наближеними формулами

$$C_{xV} = \frac{\sigma^{4/3} (18\pi)^{1/3} (\ln 2 - \ln \beta - 1)}{4(-\ln \beta)^{4/3}} \quad (16)$$

для випадку довгих каверн та

$$C_{xV} = (9\pi)^{1/3} \sigma \beta^{2/3} \quad (17)$$

для коротких.

Запропонована в даній роботі методика дозволяє уточнити формули (16), (17) як за рахунок використання рівняння другого наближення, так і формули (10) для визначення параметра ε (в статті [2] застосувалась залежність $\varepsilon = \beta$). Окрім того, дана методика дозволяє охопити весь діапазон параметрів β, σ , а не тільки граничні випадки

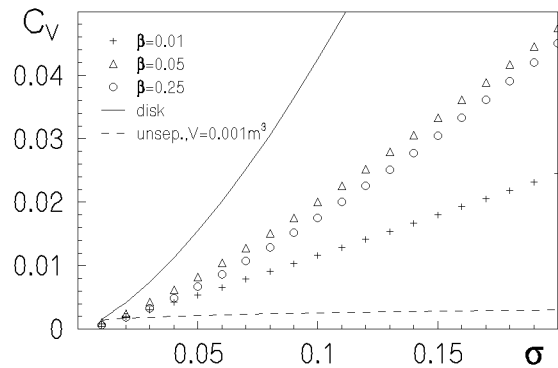


Рис. 1. Залежності об'ємного коефіцієнта опору при великих значеннях числа кавітації

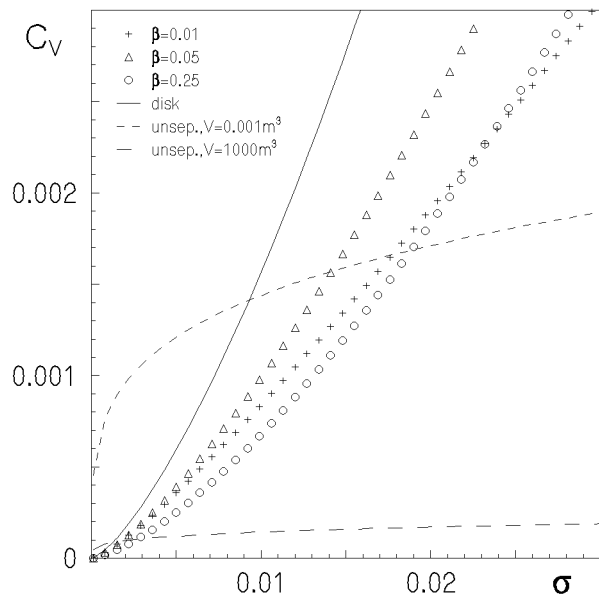


Рис. 2. Залежності об'ємного коефіцієнта опору при середніх значеннях числа кавітації

коротких та довгих каверн. Разом з тим, формули (16), (17) правильно описують всі основні тенденції.

Зокрема, для коротких каверн коефіцієнт опору C_{xV} за рівнянням (17) лінійно залежить від числа кавітації та зростає при збільшенні кута при вершині конуса за законом $\beta^{2/3}$. Обидві тенденції можна побачити на рис. 1. Деяка немонотонність залежності C_{xV} від β (опір при $\beta = 0.25$ виявився меншим, ніж при $\beta = 0.05$) пояснюється тим, що значення $\beta = 0.25$ знаходиться на межі області придатності застосованої теорії тонкого тіла.

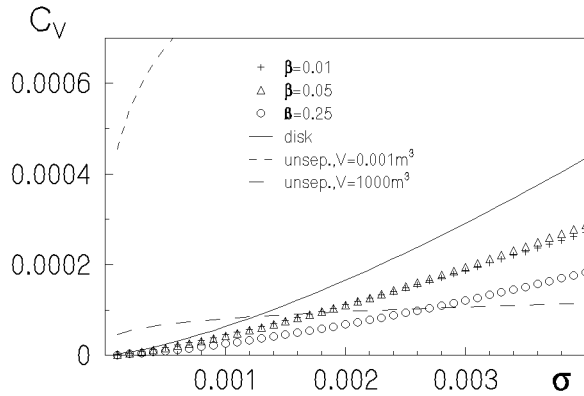


Рис. 3. Залежності об'ємного коефіцієнта опору при малих значеннях числа кавітації

Для довгих каверн (малих чисел кавітації) рівняння (16) свідчить про слабку залежність C_{xV} від β . Саме це можна побачити на рис. 2 та 3. Цікавим є зображений на рис. 2 діапазон середніх значень числа кавітації, в якому дуже тонкі кавітатори можуть мати коефіцієнт опору C_{xV} як менший від більш товстих конусів, так і більший.

3. ОБ'ЄМНИЙ КОЕФІЦІЄНТ ОПОРУ ДЛЯ ДИСКА В РЕЖИМІ СУПЕРКАВІТАЦІЇ

Для порівняння опору тонких конусів та диска, що обтікаються в режимі суперкавітації при фіксованому корисному об'ємі, достатньо знайти величину C_{xV} для диска. Теорія тонкого тіла є в цьому випадку непридатною, але можна скористатись напівемпіричними формулами роботи [5].

Зокрема, як зауважено в [5], експериментальні дані добре збігаються з наступною формулою для радіуса каверни за диском:

$$R^2 = \frac{x(1-x)}{\lambda_d^2}, \quad (18)$$

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{-\ln\sigma}{\sigma}}. \quad (19)$$

В рівнянні (18) безрозмірні радіус каверни R та координата x віднесені до довжини каверни.

Інтегрування залежності (18) дає можливість визначити корисний об'єм V , який в даному випадку збігається з об'ємом каверни:

$$V = \pi \int_0^1 R^2(x) dx = \frac{\pi}{6\lambda_d^2}. \quad (20)$$

Для розрахунку коефіцієнта опору за формулою (14) потрібна також величина R_0 , яка для диска може бути визначена з рівняння (див. [5])

$$\frac{1}{R_0} = \frac{2\sqrt{-C_x \ln\sigma}}{\sigma}. \quad (21)$$

Підстановка залежностей (19)-(21) у формулу (14) дає

$$C_{xV} = \frac{3^{2/3} \pi^{1/3} \sigma^{4/3}}{4^{2/3} (-\ln\sigma)^{1/3}}. \quad (22)$$

Варто зауважити, що об'ємний коефіцієнт опору диска не містить величини C_x . Залежність (22) представлена на рис. 1-3 суцільною лінією. Порівняння формули (22) з розрахунками для тонких конусів свідчить про більші значення опору диска в усіх діапазонах чисел кавітації. Отже, для мінімізації опору при фіксованому корисному об'ємі конічні кавітатори мають переваги над диском.

Даний факт є дещо несподіваним, хоча величина C_x для диска, звичайно, більша, ніж для конусів, але і каверна за диском має більші розміри. Проведений аналіз показує, що переваги у більших розмірах каверни за диском не компенсують програв у величині C_x .

4. ПОРІВНЯННЯ ОПОРУ ПРИ КАВІТАЦІЙНОМУ ТА БЕЗВІДРИВНОМУ РЕЖИМАХ ОБТІКАННЯ

Традиційні методи зменшення гідродинамічного опору передбачають використання безвідливних форм з максимально великою площею ламінарного примежового шару на поверхні. Найпростіший розв'язок цієї задачі полягає у використанні тонких форм, які забезпечують безвідливний режим обтікання незалежно від особливостей розподілу тиску на поверхні. В роботі [6] також було показано, що тонкі осесиметричні форми забезпечують ламінарний режим обтікання для досить великих чисел Рейнольдса. Зокрема, примежовий шар залишається ламінарним, якщо

$$Re_V < 60000 \varepsilon^{-4/3}.$$

Для об'ємного коефіцієнта опору тонких тіл при чисто ламінарному безвідливному режимі обтікання в роботах [2, 6] була запропонована формула

$$C_{dV} = \frac{4.708}{\sqrt{Re_V}}, \quad (23)$$

яка свідчить про незалежність величини C_{dV} від форми тонкого тіла. Опір в цьому випадку визначається лише тертям в примежовому шарі і залежить тільки від об'ємного числа Рейнольдса Re_V .

Формулу (23) можна обрати для порівняння об'ємних коефіцієнтів опору при суперкавітаційному та безвідривному режимах обтікання. Обмежимо спочатку випадком парової або природної кавітації, коли не використовується піддув газу до кавітаційної порожнини. Тоді

$$p_\infty - p_k = p_a + \rho gh, \quad (24)$$

оскільки тиском насиченої водяної пари при температурах, що мають місце в природних умовах, можна знехтувати порівняно з атмосферним тиском p_a . Величина h у формулі (24) є глибиною руху тіла.

З рівнянь (4), (24) можна визначити швидкість руху тіла, що відповідає заданому числу кавітації

$$U_\infty = \sqrt{\frac{2(p_a + \rho gh)}{\rho \sigma}}. \quad (25)$$

Підстановка формули (25) у залежність (23) дає

$$C_{dV} = 3.96 \frac{\sqrt{\nu}(\sigma\rho)^{1/4}}{(p_a + \rho gh)^{1/4} V^{1/6}}, \quad (26)$$

де V' – фізичний (розмірний) об'єм тіла.

Результати розрахунків за рівнянням (26) для значень $h = 0$, $p_a = 1 \text{ атм}$, $\nu = 0.013 \text{ см}^2/\text{с}$, $\rho = 998.2 \text{ кг/м}^3$ показані на рис. 1-3 штриховими лініями. Для того, щоб охопити максимально великий діапазон розмірів тіл, використовувались два значення об'єму: $V' = 0.001 \text{ м}^3$ та $V' = 1000 \text{ м}^3$.

З рис. 1 видно, що для $\sigma > 0.02$ безвідривний режим обтікання забезпечує менший опір для $V' > 0.001 \text{ м}^3$ та довільних глибин руху (при $h > 0$ відповідні криві (26) знаходяться нижче зображеної на рис. 1). Оскільки зазначеному діапазону чисел кавітації відповідають швидкості руху, менші 100 м/с, то можна констатувати, що для всіх традиційних об'єктів, що рухаються у воді, безвідривна схема обтікання має переваги порівняно з режимом парової суперкавітації. Ефективність останнього може проявитись лише при дуже великих швидкостях руху ($U_\infty > 100 \text{ м/с}$).

З рис. 2 та 3 видно, що в діапазоні $0.002 < \sigma < 0.02$ переваги безвідривного або суперкавітаційного режимів залежать від об'єму тіла та глибини його руху. Нарешті, для $\sigma < 0.002$ суперкавітація, як правило, забезпечує менший опір при фіксованому корисному об'ємі.

Зроблені висновки не стосуються штучної кавітації, коли малі значення σ досягаються при поміркованих швидкостях руху за рахунок піддуву газу. Для оцінок можливостей мінімізації опору в цьому випадку потрібно знайти витрати енергії та корисного об'єму на організацію піддуву.

5. ВИСНОВКИ

Проведені розрахунки об'ємних коефіцієнтів опору тонких конусів свідчать про менші значення порівняно з диском в усіх діапазонах чисел кавітації. Отже для мінімізації опору при фіксованому корисному об'ємі конічні кавітатори мають переваги над диском.

При значеннях числа кавітації $\sigma > 0.02$ форма мінімального опору має бути безвідривною. В діапазоні $0.002 < \sigma < 0.02$ доцільність суперкавітаційного режиму залежить від об'єму тіла та глибини його руху у воді. При $\sigma < 0.002$ суперкавітація забезпечує менші значення об'ємного коефіцієнту тиску порівняно з безвідривним обтіканням.

1. Нестерук І.Г. Некоторые задачи осесимметричных кавитационных течений // Изв. АН СССР, МЖГ.– 1982.– N 1.– С. 28-34.
2. Бурага О.А., Нестерук І.Г., Савченко Ю.М. Порівняння опору тонких конусів при безвідривному та суперкавітаційному режимах обтікання // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– Т.4 (76), N 1.– С. 44-49.
3. Нестерук І.Г. К вопросу о форме тонкой осесимметричной каверны в несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР, МЖГ.– 1979.– N 6.– С. 133-136.
4. Нестерук І.Г. Об определении формы тонкой осесимметричной каверны на основе интегродифференциального уравнения // Изв. АН СССР, МЖГ.– 1985.– N 5.– С. 83-90.
5. Савченко Ю. Н. О движении в воде на суперкавитационных режимах обтекания // Гидромеханика.– 1996.– вып. 70.– С. 105-115.
6. Нестерук І.Г. Особливості турбулізації та відриву примежового шару на тонких осесиметричних дозвукових тілах // Наукові вісті НТУУ "КПІ".– 2002.– N 3.– С. 70-76.