

УДК 532.528

# ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СУПЕРКАВИТАЦИИ НА ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КОРПУСАХ

Ю. Н. САВЧЕНКО, Г. Ю. САВЧЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 02.07.2004

На примере двух схем суперкавитационного обтекания – "конус-каверна" и "конус-каверна-конус" – проведены расчеты объемного коэффициента сопротивления для чисел кавитации  $0,01 < \sigma < 0,1$  и диапазона углов полураствора конусов  $1,5^\circ < \beta < 90^\circ$ . Расчеты показали, что для тонких конусов ( $\beta < 15^\circ$ ) уже при  $\beta \leq 4,5^\circ$  сопротивление сил трения превосходит сопротивление давления. А наименьшие коэффициенты объемного сопротивления достигаются при уменьшении  $\sigma$  и использовании конусов с большими углами  $\beta$ , близкими по форме к диску ( $\beta = 90^\circ$ ).

На прикладі двох схем суперкавітаційного обтікання – "конус-каверна" і "конус-каверна-конус" – зроблено розрахунки об'ємного коефіцієнту опору для чисел кавітації  $0,01 < \sigma < 0,1$  і діапазону напівкутів конусів  $1,5^\circ < \beta < 90^\circ$ . Розрахунки показали, що для тонких конусів ( $\beta < 15^\circ$ ) уже при  $\beta \leq 4,5^\circ$  опір сил тертя перевищує опір тиску. А найменші коефіцієнти об'ємного опору досягають при зменшенні  $\sigma$  і використанні конусів з великими кутами  $\beta$ , близькими по формі до диску ( $\beta = 90^\circ$ ).

Calculations of the volumetric drag coefficient were performed for the cavitation number range  $0,01 < \sigma < 0,1$  and the cone half-angle range  $1,5^\circ < \beta < 90^\circ$  by the example of two schemes of the supercavitation flow – "cone – cavity" and "cone – cavity – cone". The calculations have shown that for slender cones ( $\beta < 15^\circ$ ) the drag of the frictional force exceeds the pressure drag already when  $\beta \leq 4,5^\circ$ . The lowest coefficients of the volumetric drag are attained when decreasing the cavitation numbers  $\sigma$  and using the cones with large angles  $\beta$  and having a shape close to a disk ( $\beta = 90^\circ$ ).

## ВВЕДЕНИЕ

Для оценки эффективности транспортировки полезного груза вычисление только сопротивления корпуса, отнесенного к характерной поверхности, в общем случае оказывается недостаточно.

Более важно знать энергетическую стоимость транспортировки единицы водоизмещения или полезного груза.

Поэтому в судостроении используют объемный коэффициент сопротивления  $C_V$ , отнесенный к объему транспортного средства,

$$C_V = \frac{2X}{\rho U_\infty^2 V^{2/3}}, \quad (1)$$

и удельный коэффициент энергозатрат [9, 10]

$$K = \frac{N}{Q} \left[ \frac{\text{кВт}}{\text{т}} \right],$$

где  $X$  – сопротивление;  $\rho$  – плотность воды;  $U_\infty$  – скорость;  $V$  – объем;  $Q$  – водоизмещение.

В настоящее время имеется достаточно много работ по оптимизации корпусов в сплошном обтекании, которые составили фундаментальную теорию корабля [9, 10].

Однако развитие суперкавитации и возможность использования суперкаверн на корпусах су-

дов требуют проведения соответствующих расчетов и оценки гидродинамических параметров суперкавитирующих объектов.

Суперкаверны можно использовать для снижения сопротивления путем исключения контакта корпуса с водой и уменьшения смоченной поверхности корпуса, а так же для увеличения объема корпуса до объема донной или присоединенной каверн.

На основе имеющихся данных для кавитационного обтекания конусов [3, 4, 7, 11, 12] интересно проанализировать появившиеся возможности использования суперкаверны для повышения эффективности транспорта.

## 1. СХЕМЫ СУПЕРКАВИТАЦИОННОГО ОБТЕКАНИЯ

Рассмотрим две возможные схемы использования суперкаверны.

Схема 1: "конус – каверна" (рис. 1, а).

Схема 2: "конус – каверна – конус" совпадает с теоретической расчетной схемой Рябушинского (рис. 1, б).

Условно можно выделить в обеих схемах характерные участки каверн: участок каверны от дна конуса до миделя каверны  $L_{cx}$  и полукаверну  $0,5L_c$ .

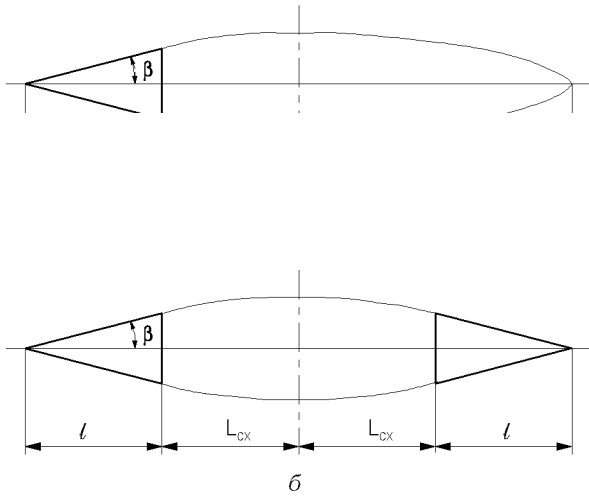


Рис. 1. Схемы суперкавитационного обтекания:  
 а – Схема 1 – “конус–каверна”;  
 б – Схема 2 – “конус–каверна–конус”

В схеме 1 длина каверны включает в себя два участка:

$$L_{c1} = L_{cx} + 0,5L_c,$$

а длина всей системы будет

$$L_{\Sigma} = l + L_{cx} + 0,5L_c.$$

Для схемы 2 длина всей каверны будет состоять из двух участков  $L_{cx}$ , а длина всей системы составит

$$L_{\Sigma} = 2l + 2L_{cx}.$$

Используя экспериментальные данные о том, что форма стационарной каверны при больших числах Фруда близка к эллипсоиду вращения [12], можно приближенно определить контуры каверны:

$$R^2 = \frac{x(1-x)}{\lambda^2}, \quad (2)$$

удлинение суперкаверны с максимальным радиусом  $R_c$  и длиной  $L_c$

$$R_c = r\sqrt{\frac{C_x}{\sigma}}; \quad L_c = \frac{2r}{\sigma}\sqrt{C_x \ln \frac{1}{\sigma}}, \quad (3)$$

где

$$\lambda = \sqrt{\frac{\ln \frac{1}{\sigma}}{\sigma}}. \quad (4)$$

Для расчета длины участка  $L_{cx}$  воспользуемся тем, что свободная граница сходит с поверхности конуса по направлению, совпадающему с образующей конуса, и что характерные сечения конуса и

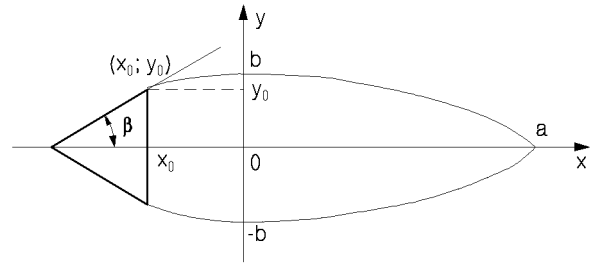


Рис. 2. Схема сопряжения конуса с суперкаверной

каверны подчиняются следующей зависимости от числа кавитации и коэффициента сопротивления [3]:

$$\frac{R_c^2}{r^2} = \frac{C_x}{\sigma}.$$

При этом образующая конуса должна быть касательной к контуру каверны (2) в точке сопряжения ( $L_{cx}; R$ ).

Согласно схеме (рис. 2), уравнение касательной к эллипсу в точке  $(x_0, y_0)$  имеет вид

$$\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1,$$

где  $a = 1/2L_c$ ;  $b = R_c$ ;  $x_0 = L_{cx}$ ;  $a/b = \lambda$ .

При заданном угле  $\beta$  полураствора конуса  $\text{tg } \beta$  будет равен угловому коэффициенту касательной [3, 6]:

$$\text{tg } \beta = -\frac{b^2 x_0}{a^2 y_0} = -\lambda^2 \frac{x_0}{y_0},$$

откуда

$$x_0 = -\lambda^2 y_0 \text{tg } \beta$$

или

$$L_{cx} = -\lambda^2 r \text{tg } \beta. \quad (5)$$

Если отнести  $L_{cx}$  к длине конуса  $l$ , то в безразмерном виде уравнение (5) можно записать как

$$\bar{L}_{cx} = \frac{\lambda^2 r^2}{l^2} = \frac{\lambda^2}{\lambda_c^2}, \quad (6)$$

где  $\lambda_c = l/r$  – удлинение конуса.

Из соотношения (6) видно, что длина участка каверны за конусом до миделя равна отношению квадратов удлинений каверны и конуса.

Объем части каверны между кавитатором (конусом) и миделевым сечением каверны  $V_x$  можно получить, интегрируя площадь сечения каверны  $F(x)$  на участке отрезка  $L_{cx} = x_0$ :

$$F(x) = \pi y^2 = \pi b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right);$$

$$V_x = \pi b^2 \int_0^{x_0} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) dx = \pi x_0 \left(b^2 - \frac{x_0^2}{3\lambda^2}\right).$$

С учетом выражений (2), (3) и (5) объем части каверны  $V_x$  будет

$$V_x = \pi \lambda^2 r \operatorname{tg} \beta \left(R_c^2 - \frac{\lambda^2}{3} r^2 \operatorname{tg}^2 \beta\right). \quad (7)$$

Полный объем каверны за конусом, согласно схеме 1 (рис. 1, а), будет равен сумме двух объемов:

$$\begin{aligned} V_{c1} &= V_x + \frac{2}{3} \pi b^2 a = \\ &= \pi \lambda^2 r \operatorname{tg} \beta \left(R_c^2 - \frac{\lambda^2}{3} r^2 \operatorname{tg}^2 \beta\right) + \frac{1}{3} \pi R_c^2 L_c. \end{aligned}$$

Для схемы 2 (рис. 1, б) полный объем каверны будет состоять из двух равных участков  $V_x$ , определяемых согласно выражению (7):

$$V_{c2} = 2V_x = 2\pi \lambda^2 r \operatorname{tg} \beta \left(R_c^2 - \frac{\lambda^2}{3} r^2 \operatorname{tg}^2 \beta\right).$$

Важно отметить, что в схеме 1 при  $\beta \rightarrow 0$   $V_{c1}$  стремится к объему полукаверны:

$$V_{c1} \Big|_{\beta \rightarrow 0} = \frac{1}{3} \pi R_c^2 L_c,$$

в то время как объем каверны схемы 2 стремится к нулю:

$$V_{c2} \Big|_{\beta \rightarrow 0} \rightarrow 0.$$

При расчете полезного объема  $V_\Sigma$  для схемы 1 следует добавить объем конуса:

$$V_{c0} = \frac{\pi}{3} r^2 l = \frac{\pi}{3} \frac{r^3}{\operatorname{tg} \beta}.$$

Для схемы 2 (рис. 1, б) следует добавить удвоенный объем конуса:

$$V_{\Sigma 1} = V_{c1} + V_{c0},$$

$$V_{\Sigma 2} = V_{c2} + 2V_{c0}.$$

## 2. СОПРОТИВЛЕНИЕ КОНУСА

Сопротивление конуса в общем случае можно рассматривать как сумму двух составляющих – сопротивления давления ( $X_P$ ) и сопротивления трения ( $X_F$ ):

$$X = X_P + X_F =$$

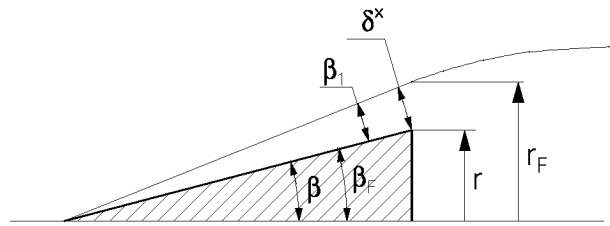


Рис. 3. Схема обтекания конуса с образованием пограничного слоя

$$= C_x(\beta; \sigma) \frac{\rho V^2}{2} \pi r^2 + C_x(\mathbf{Re}) \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi r^2}{\sin \beta}. \quad (8)$$

Для конусов с большими углами  $\beta \rightarrow \pi/2$  будет доминировать сопротивление давления  $X_P$ , где в качестве характерной поверхности взята площадь дна конуса.

Для тонких конусов, при  $\beta \rightarrow 0$ , будет преобладать сопротивление трения  $X_F$ , где характерной поверхностью является площадь боковой поверхности конуса.

Полный коэффициент сопротивления конуса, согласно выражения (8), будет

$$C_{x\Sigma} = C_x(\beta; \sigma) + C_x(\mathbf{Re}) \frac{1}{\sin \beta}, \quad (9)$$

где  $C_x(\mathbf{Re})$  – коэффициент сопротивления трения;  $C_x(\beta; \sigma)$  – коэффициент сопротивления давления;  $\mathbf{Re} = \frac{Ul}{\nu}$  – число Рейнольдса по длине образующей конуса  $l$ .

Появление пограничного слоя на поверхности конуса будет оказывать влияние и на сопротивление давления тонких конусов.

Исходя из схемы обтекания вязкой жидкостью с образованием пограничного слоя (рис. 3), реальный поток будет отнесен от поверхности конуса на величину толщины вытеснения пограничного слоя  $\delta^*$  [2].

Согласно этой же схеме, наличие пограничного слоя приведет к незначительному увеличению угла конусности и радиуса донной части конуса:

$$\beta_F = \beta + \beta_1 = \beta + \beta \frac{\delta^*}{r} = \beta + \frac{\delta^*}{l}, \quad (10)$$

$$r_F = r + \delta^*.$$

Например, для  $\mathbf{Re} = 10^5$  добавочный угол  $\beta_1 = 0.13^\circ$ .

Исследования пограничного слоя показали, что на конусах он тоньше, чем на плоской пластине [2]. Согласно исследованиям, толщина  $\delta^*$  вытеснения

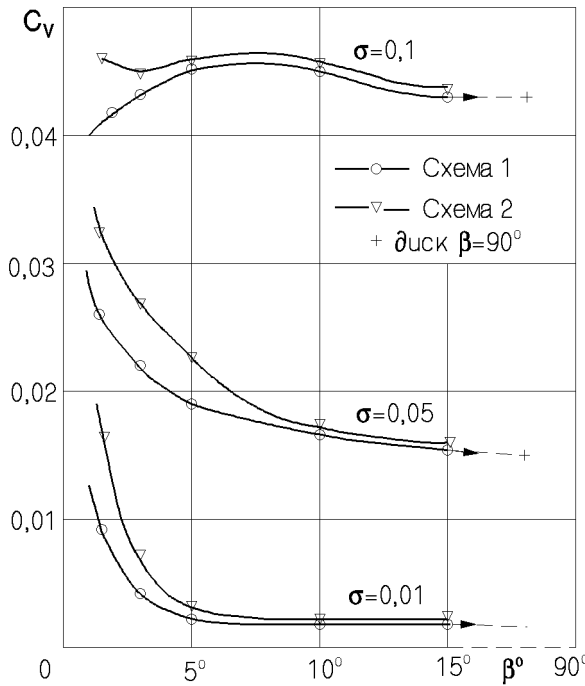


Рис. 4. Коэффициент объемного сопротивления схем 1 и 2 согласно рис. 1

пограничного слоя на конусе и толщина  $\delta_p^*$  вытеснения пограничного слоя на пластине находятся в соотношении

$$\delta^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \delta_p^* = 0.58 \delta_p^*.$$

В то же время коэффициент полного сопротивления трения конуса в  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$  больше, чем на пластине:

$$C_x(Re) = 1.16 C_{xp}(Re).$$

Согласно теории пограничного слоя, толщина вытеснения пограничного слоя  $\delta_p^*$  на плоской пластине и коэффициент сопротивления будут определяться следующими соотношениями [1, 2]:

при ламинарном пограничном слое:

$$Re < 10^5.$$

$$\overline{\delta}_p^* = \frac{\delta_p^*}{x} = 1,13 Re^{-\frac{1}{2}}; C_{xp} = 1,328 Re^{-\frac{1}{2}}; \quad (11)$$

при турбулентном пограничном слое:

$$Re > 10^5.$$

$$\overline{\delta}_p^* = \frac{\delta_p^*}{x} = 0,02 Re^{-\frac{1}{7}}; C_{xp} = 0,0307 Re^{-\frac{1}{7}}. \quad (12)$$

При кавитационном обтекании сопротивление давления рассматривается, как кавитационное сопротивление, тогда коэффициент сопротивления

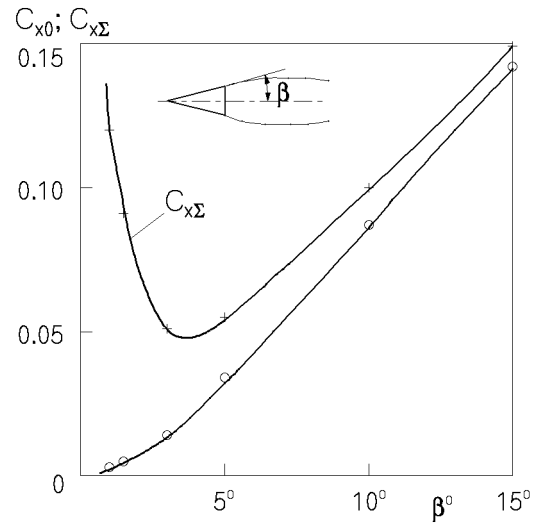


Рис. 5. Сопротивление тонкого конуса:  $C_{x0}$  – коэффициент сопротивления давления;  $C_{x\Sigma}$  – с учетом вязкого трения

$C_x(\beta; \sigma)$ , входящий в выражение (8), согласно теоретическим и экспериментальным исследованиям, имеет следующую структуру [3–5]:

$$C_x(\beta; \sigma) = C_{x0}(\beta)(1 + \sigma), \quad (13)$$

где  $C_{x0}(\beta)$  – коэффициент сопротивления конуса при  $\sigma = 0$ .

Зависимость  $C_{x0}(\beta)$  в диапазоне  $15^\circ < \beta < 90^\circ$  достаточно подробно исследована в работе Л.Г.Гузевского [3]. Для малых углов полураствора конуса  $\beta < 15^\circ$  И.Г.Нестеруком предложена формула [4]

$$C_{x0}(\beta) = -2\beta^2 \left( \ln \frac{\beta}{2} + 1 \right). \quad (14)$$

С учетом выражений (13), (14) и (10) при  $x = l$  в (11) и (12) формулу для полного сопротивления конуса (9) можно переписать в виде

$$C_{x\Sigma} = -2\beta_F^2 \left( \ln \frac{\beta_F}{2} + 1 \right) (1 + \sigma) + \frac{1,16}{\beta} C_{xp}(Re), \quad (15)$$

где  $\beta_F = \beta + \overline{\delta}^*$ , а  $\overline{\delta}^*$  и  $C_{xp}$  определяются из условий (11) и (12).

На графике рис. 5 показаны результаты расчета коэффициента сопротивления конуса по формулам (14) и (15).

Для оценки влияния сопротивления трения на общее сопротивление конуса важно отметить, что вклад сопротивления трения достигает величины сопротивления давления для угла полураствора конуса  $\beta = 0,076 = 4.4^\circ$  при  $Re = 10^8$ ;  $\sigma = 0.01$ .

### 3. РАСЧЕТ ОБЪЕМНОГО КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ $C_V$

Результаты расчета объемного коэффициента сопротивления представлены графически на рис. 4.

В общем случае  $C_V = \pi C_x \left(\frac{V}{r^3}\right)^{-\frac{2}{3}}$ , где для схемы 1 "конус-каверна" (см. рис. 1, а) полный объем рассчитывался по формуле

$$V = V_{\Sigma 1} = \pi \lambda^2 r \operatorname{tg} \beta \left( R_c^2 - \frac{\lambda^2}{3} R^2 \operatorname{tg}^2 \beta \right) + \frac{1}{3} \pi R_c^2 L_c + \frac{\pi}{3} \frac{r^3}{\operatorname{tg} \beta}, \quad (16)$$

а коэффициент сопротивления с учетом выражения (15) рассчитывался по формуле

$$C_x = C_{x1} = -2\beta^2 \left( \ln \frac{\beta}{2} + 1 \right) (1 + \sigma) + 1, 16 \frac{C_{xp}(\mathbf{Re})}{\sin \beta}.$$

Для схемы 2 "конус-каверна-конус" (см. рис. 1, б) полезный объем рассчитывался по формуле

$$V = V_{\Sigma 2} = 2\pi \lambda^2 r \operatorname{tg} \beta \left( R_c^2 - \frac{\lambda^2}{3} R^2 \operatorname{tg}^2 \beta \right) + \frac{2}{3} \pi r^3 \frac{1}{\operatorname{tg} \beta},$$

а коэффициент сопротивления – по формуле

$$C_x = C_{x2} = -2\beta^2 \left( \ln \frac{\beta}{2} + 1 \right) (1 + \sigma) + \frac{2, 32 C_{xp}(\mathbf{Re})}{\sin \beta}.$$

В расчетах для чисел Рейнольдса и кавитации, коэффициента сопротивления гладкой пластины  $\xi$ , угла конусности  $\beta$  были приняты следующие значения:

$$C_{xp}(\mathbf{Re}) \Big|_{\mathbf{Re}=10^8} = 2 \cdot 10^{-3};$$

$$\sigma = 0.1; 0.05; 0.01;$$

$$\beta = 1.5^\circ; 3^\circ; 5^\circ; 10^\circ; 15^\circ.$$

Анализ расчетов показывает, что коэффициент объемного сопротивления схемы 2 "конус – каверна – конус" выше коэффициента объемного сопротивления схемы 1 "конус – каверна" во всем диапазоне углов  $\beta$  и чисел кавитации  $\sigma$ . Причем разница в сопротивлении увеличивается с уменьшением угла конусности.

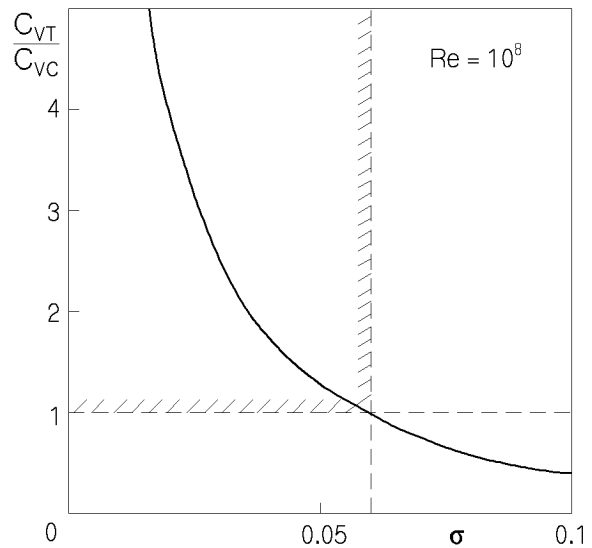


Рис. 6. График эффективности применения суперкавитации в зависимости от числа кавитации

Минимальные значения коэффициент объемного сопротивления принимает при  $\beta = 90^\circ$ ,  $\sigma \rightarrow 0$ .

Несколько anomальное поведение  $C_V$  отмечается для малых значений  $\beta < 10^\circ$  и  $\sigma > 0,1$ , что объясняется увеличением объема и смоченной поверхности конуса при  $\beta \rightarrow 0$ , в то время как с ростом  $\sigma$  каверна уменьшается.

### 4. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СУПЕРКАВИТАЦИОННОЙ СХЕМЫ ОБТЕКАНИЯ

Эффективность использования суперкавитационной схемы обтекания можно установить путем сравнения сопротивления твердого тела, аналогичного по форме суперкаверне с кавитационным сопротивлением.

Сопротивление эллипсоидов вращения при сплошном обтекании исследовалось экспериментально в гидроканале [1]. При этом было найдено, что для вытянутых эллипсоидов с удлинением  $\lambda = 4 \div 15$  в области чисел Рейнольдса  $\mathbf{Re} \geq 5 \cdot 10^5$  гидродинамическое сопротивление в основном определяется сопротивлением трения и может быть рассчитано по формуле [1]

$$X = K C_{xp}(\mathbf{Re}) \frac{\rho V^2}{2} S,$$

где  $C_{xp}(\mathbf{Re})$  – коэффициент сопротивления плоской поверхности;  $K$  – коэффициент, который для  $\lambda = 4 \div 15$  будет изменяться в пределах  $K =$

1.17 ÷ 1.1;  $S$  – смоченная поверхность для вытянутых эллипсоидов вращения  $S \approx 0.75\pi DL$ .

Учитывая структуру формул для объемного коэффициента сопротивления (1), объема суперкаверны (16) и ее удлинения, коэффициент сопротивления эллипсоида вращения, эквивалентного суперкаверне, можно записать в виде

$$C_{VT} = \frac{1.4C_{xp}(\mathbf{Re})0.75\pi D_c L_c}{V^{2/3}} = \\ = 0.0101 \sqrt[6]{\frac{\ln \frac{1}{\sigma}}{\sigma}}$$

для  $\mathbf{Re} \sim 10^8$ .

А объемный коэффициент сопротивления диска с суперкаверной, согласно формулам (3), (13), будет

$$C_{VC} = \frac{(0.82 + K\sigma)\pi r^2}{V^{2/3}} = 1.21 \sqrt[3]{\frac{\sigma^4}{\ln \frac{1}{\sigma}}}$$

Взяв отношение коэффициентов, можно построить график зависимости этого отношения от числа кавитации и выделить область применения суперкавитации, где  $C_{VT}/C_{VC} \gg 1$ ,  $\mathbf{Re} \approx 10^8$ :

$$\frac{C_{VT}}{C_{VC}} = 0,0084 \sqrt{\frac{\ln \frac{1}{\sigma}}{\sigma}}$$

На графике рис. 6 видно, что область  $C_{VT}/C_{VC} > 1$  лежит в области  $\sigma \leq 0.06$ . При этом для значения  $\sigma = 0.02$  объемный коэффициент сопротивления суперкаверны оказывается в четыре раза меньше объемного коэффициента сопротивления аналогичного тела вращения при сплошном обтекании.

Полученные результаты следует оценивать как максимально достижимые, потому что на практике между корпусом и свободной границей каверны должен существовать определенный зазор, заполненный паром или газом.

Необходимость поддерживать газовый зазор на корпусе снижает эффективность использования суперкавитации. Поэтому разработка способов минимизации газового зазора между суперкаверной и корпусом и стабилизации свободной границы суперкаверны будут актуальными для дальнейших исследований.

1. *Прандтль Л., Титъенс О.* Гидро- и аэромеханика.– М.: Том 2, 1935.– 279 с.
2. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя.– М.: Наука, 1969.– 742 с.
3. *Гузевский Л.Г.* Численный анализ кавитационных течений.– Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1979.– 39 с.
4. *Нестерук И.Г.* Некоторые задачи осесимметричных кавитационных течений // Изв. АН СССР.– МЖГ, N 1.– 1989.– С. 28 - 34.
5. *Егоров И.Г., Садовников Ю.М., Исаев И.И.* Искусственная кавитация.– Л.: Судостроение, 1971.– 284 с.
6. *Бурага О.А., Нестерук И.Г., Савченко Ю.Н.* Сравнение сопротивления тонких конусов при безотрывном и суперкавитационном режимах обтекания // Прикладная гидромеханика.– Т. 4 (76), N 2.– 2000.– С. 3 - 8.
7. *Савченко Ю.Н.* Перспективы методов снижения гидродинамического сопротивления // Прикладная гидромеханика.– Т. 1 (73), N 4.– 1999.– С. 42 - 50.
8. *Savchenko Yu. N.* Proceedings of the International Symposium on Seawater Drag Reduction // Newport. – RI. – July 1998. – P. 494.
9. *Войткунский Я.И., Першиц Р.Я., Титов И.А.* Справочник по теории корабля.– Л.: Судпромгиз, 1960.– 688 с.
10. *Павленко Г.Е.* Сопротивление воды движению судов.– Л.: Водтрансиздат, 1953.– 420 с.
11. *Savchenko Yu. N.* Supercavitating object propulsion // RTO AVT/VKI Special courses on Supercavitating Flows. – Brussels. – Feb. 2001. – P. 6.1 – 6.25.
12. *Савченко Ю. Н., Власенко Ю.Д., Семенов В.Н.* Экспериментальные исследования высокоскоростных кавитационных течений // Гидромеханика.– Вып. 72.– 1998.– С. 103 – 111.