

Сравнительный анализ подходов к оценке прочности слоистых композиционных материалов

Я. С. Карпов, В. Г. Ставиченко

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков, Украина

Проведен сравнительный анализ подходов к оценке прочности слоистых композиционных материалов, которые базируются на применении критериев прочности к отдельным слоям пакета или к пакету в целом. Рассмотрены критерии прочности Мизеса–Хилла и Гольденблата–Копнова.

Ключевые слова: композиционный материал, критерий прочности, предел прочности, предельная поверхность.

Введение. Для оценки несущей способности конструкций из анизотропных материалов используются многочисленные критерии [1, 2], разработанные с учетом большого объема теоретических и экспериментальных исследований. В общем случае критерии прочности позволяют прогнозировать работоспособность материала, находящегося в условиях комбинированного нагружения, если известны его прочностные характеристики при простых нагрузках (растяжение, сжатие, сдвиг).

В инженерной практике используются два подхода к оценке прочности слоистых композиционных материалов (КМ), применяемые на различных этапах разработки конструкции. В соответствии с первым с помощью того или иного критерия оценивается прочность каждого слоя и по полученным результатам делается заключение о прочности всего пакета. Согласно второму подходу определяется прочность всего пакета слоев, который рассматривается как условно однородный анизотропный материал, наделенный некоторыми прочностными характеристиками.

На этапе проектирования изделий из КМ, когда неизвестны структура материала, а значит, пределы прочности, модули упругости и другие характеристики (как теоретические, так и экспериментальные), используется критерий прочности для оценки каждого слоя, на этапе поверочного расчета на прочность – критерий прочности для оценки пакета слоев в целом. Это может привести к некоторой неопределенности и сомнениям относительно правильности расчетов по оценке несущей способности. В настоящее время для сопоставления результатов широко применяется критерий Мизеса–Хилла. В связи с вышеизложенным актуальным представляется сравнение результатов, полученных с использованием двух указанных подходов. Данная работа является продолжением проводимых ранее исследований [3].

Критерии прочности и подходы к их применению. Рассматриваются два известных критерия прочности анизотропных материалов: Мизеса–Хилла и Гольденблата–Копнова.

Критерий прочности Мизеса–Хилла имеет вид [4]

$$\frac{\sigma_x^2}{F_x^2} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{F_x F_y} + \frac{\sigma_y^2}{F_y^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{F_{xy}^2} \leq 1, \quad (1)$$

где σ_x , σ_y , τ_{xy} – напряжения; F_x , F_y , F_{xy} – пределы прочности материала в соответствующих направлениях.

Если пределы прочности при растяжении и сжатии различаются, следует принимать

$$F_x = \begin{cases} F_{xp} & \text{при } \sigma_x > 0; \\ F_{xc} & \text{при } \sigma_x < 0; \end{cases} \quad F_y = \begin{cases} F_{yp} & \text{при } \sigma_y > 0; \\ F_{yc} & \text{при } \sigma_y < 0; \end{cases}$$

где индексами “р” и “с” обозначены пределы прочности при растяжении и сжатии.

Критерий прочности Гольденблата–Копнова запишем следующим образом [1]:

$$\Pi_1 \sigma_x + \Pi_2 \sigma_y + \sqrt{\Pi_{11} \sigma_x^2 + \Pi_{12} \sigma_x \sigma_y + \Pi_{22} \sigma_y^2 + \Pi_{33} \tau_{xy}^2} \leq 1, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{F_{xc} - F_{xp}}{2F_{xc}F_{xp}}; & \Pi_2 &= \frac{F_{yc} - F_{yp}}{2F_{yc}F_{yp}}; \\ \Pi_{11} &= \left(\frac{F_{xc} + F_{xp}}{2F_{xc}F_{xp}} \right)^2; & \Pi_{22} &= \left(\frac{F_{yc} + F_{yp}}{2F_{yc}F_{yp}} \right)^2; \\ \Pi_{12} &= \left(\frac{F_{xc} + F_{xp}}{2F_{xc}F_{xp}} \right)^2 + \left(\frac{F_{yc} + F_{yp}}{2F_{yc}F_{yp}} \right)^2 - \left(\frac{F_{45}^- + F_{45}^+}{2F_{45}^- F_{45}^+} \right)^2; & \Pi_{33} &= \frac{1}{F_{xy}^2}. \end{aligned}$$

Здесь величины F_{45}^+ , F_{45}^- являются пределами прочности при сдвиге материала, повернутого на 45° , соответственно при положительном и отрицательном знаке касательных напряжений.

При оценке прочности пакета под напряжениями σ_x , σ_y , τ_{xy} подразумеваются действующие в нем средние напряжения, пределы прочности F_x , F_y , F_{xy} являются максимальными значениями средних напряжений, при которых материал не испытывает разрушения. При послойной оценке прочности напряжения σ_x , σ_y , τ_{xy} в (2) следует заменить напряжениями в местной системе координат каждого слоя σ_{1i} , σ_{2i} , τ_{12i} и соответствующими им пределами прочности F_{1i} , F_{2i} , F_{12i} . Местная система координат каждого слоя связана с направлением его армирования и повернута на угол φ_i относительно оси x глобальной системы координат (рис. 1).

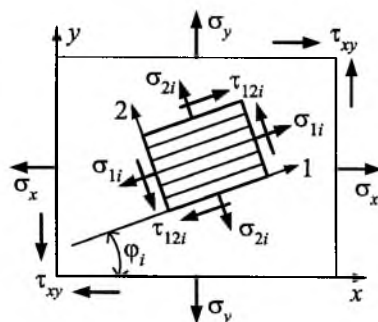


Рис. 1. Система координат слоистого композита.

В [5] отмечается, что при оценке прочности однонаправленных материалов с высокой степенью анизотропии физико-механических свойств в критерии (2) можно пренебречь коэффициентом Π_{12} .

Численные исследования и анализ результатов. При проведении исследований пределы прочности слоев предполагаются известными, пределы прочности пакета вычисляются по аналитической методике [4], базирующейся на постулате о том, что пределом прочности пакета является максимальная величина среднего напряжения, при котором послойный критерий прочности удовлетворяется для всех его слоев. Напряжения в слоях КМ определяются через средние напряжения в пакете по известным зависимостям механики композиционных материалов [4].

Любой критерий прочности описывает некоторую область в пространстве компонентов напряжения, внутри которой условия прочности материала удовлетворяются. Границу этой области называют предельной поверхностью. При послойной оценке прочности предельная поверхность пакета является внутренней огибающей предельных поверхностей всех слоев.

Сечения предельных поверхностей плоскостями $\sigma_x = \text{const}$, $\sigma_y = \text{const}$ или $\tau_{xy} = \text{const}$ представляют собой некоторые замкнутые кривые (далее – предельные кривые).

Исследования проводили для материала слоев с прочностными свойствами, типичными для однонаправленного углепластика: $F_{1p} = 900$ МПа; $F_{1c} = 700$ МПа; $F_{2p} = 50$ МПа; $F_{2c} = 120$ МПа; $F_{12} = 75$ МПа.

На рис. 2 показаны предельные кривые для пакета, построенные по критерию Мизеса–Хилла, в осях σ_x , σ_y для материалов с различной схемой укладки слоев.

Видно, что в некоторых случаях различие между предельными кривыми для пакета и внутренней огибающей предельных кривых для слоев весьма существенное, для материала с углами укладки слоев $[\pm 45^\circ]$ оно наибольшее.

Предельные кривые для пакета, построенные в осях σ_x , τ_{xy} , незначительно отличаются от внутренней огибающей предельных кривых для слоев и совпадают с ней для структуры $[0, 90^\circ]$ (рис. 3).

Таким образом, полученные результаты не подтверждают корректность применения различных подходов к оценке прочности слоистых КМ с использованием критерия Мизеса–Хилла.

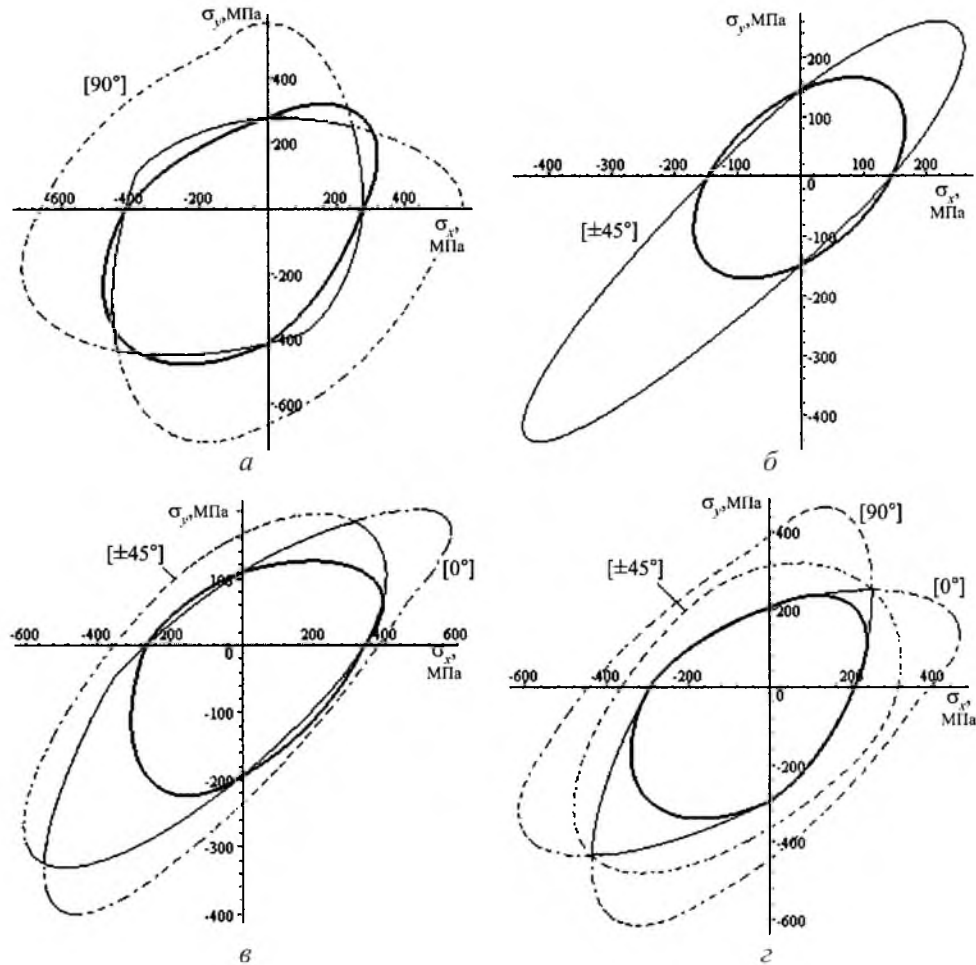


Рис. 2. Предельные кривые для пакета, построенные по критерию Мизеса–Хилла, в осях σ_x , σ_y для материалов с различной структурой. (Здесь и на рис. 3, 4: *a* – $[0, 90^\circ]$; *б* – $[\pm 45^\circ]$; *в* – $[0, \pm 45^\circ]$; *г* – $[0, 90, \pm 45^\circ]$. Штрихпунктирные линии – предельные кривые для слоев, тонкие сплошные линии – их внутренняя огибающая; жирные сплошные линии – предельные кривые для пакета.)

Результаты оценки прочности с помощью критерия Гольденבלата–Копнова показали значительно лучшую их сопоставимость (рис. 4). Примечательно, что для структуры $[\pm 45^\circ]$, для которой наблюдалось наибольшее расхождение в результатах по критерию Мизеса–Хилла, предельная кривая для пакета совпадает с предельными кривыми для слоев (рис. 4, *a*).

Это можно объяснить тем, что в критерий Гольденבלата–Копнова входят две дополнительные прочностные характеристики: пределы прочности при сдвиге материала, повернутого на угол 45° . Такая схема нагружения соответствует двухосному нагружению материала в исходной системе координат нагрузками, равными по величине, но противоположными по направлению.

Предельные кривые для пакета и внутренние огибающие предельных кривых для слоев, построенные по критерию Гольденבלата–Копнова, в осях

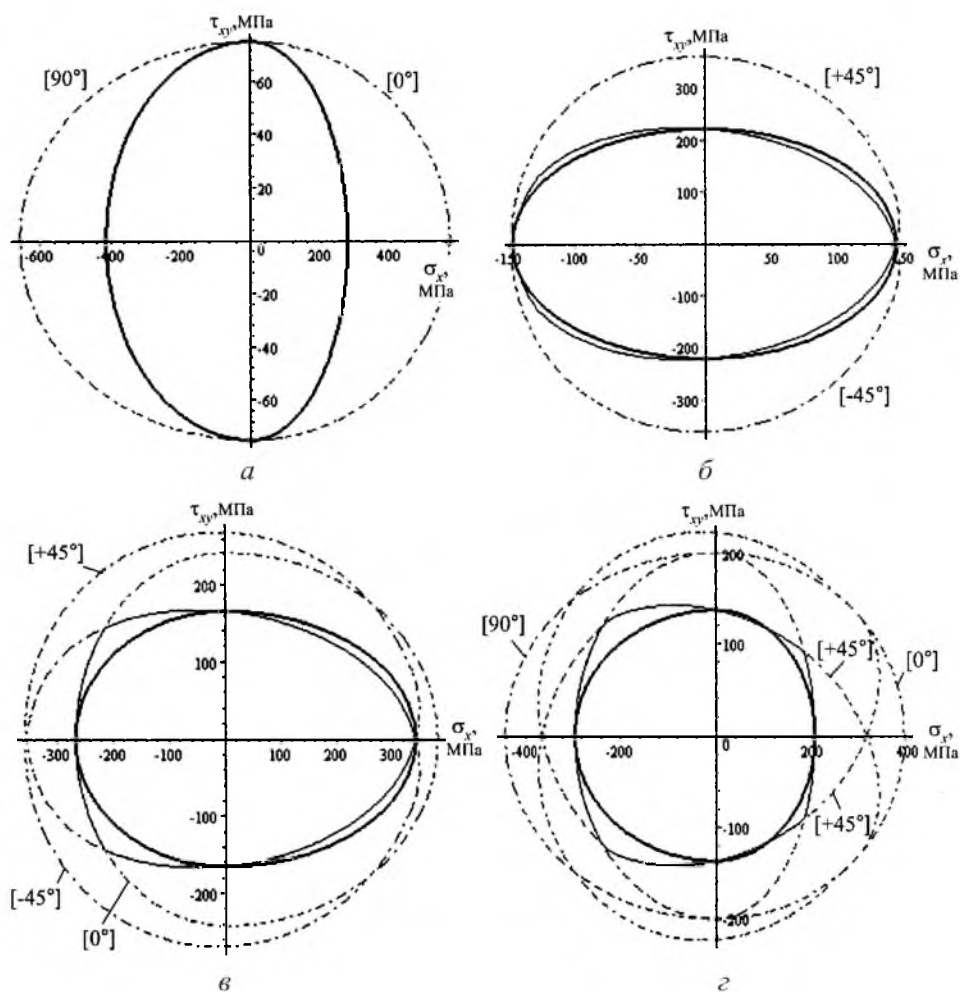


Рис. 3. Предельные кривые для пакета, построенные по критерию Мизеса–Хилла, в осях σ_x , τ_{xy} для материалов с различной структурой.

σ_x , τ_{xy} , незначительно отличаются друг от друга, а также от аналогичных кривых, построенных по критерию Мизеса–Хилла (здесь не приведены).

Сравнительная оценка подходов. Исследования показывают, что в ряде случаев возможно существенное расхождение в результатах оценки прочности слоистых КМ с использованием различных подходов. Между формой предельных кривых для пакета и внутренней огибающей предельных кривых для слоев, построенных по критерию Мизеса–Хилла, в осях σ_x , σ_y наблюдается заметное различие. Можно предположить, что это обусловлено тем, что критерий Мизеса–Хилла недостаточно адекватно учитывает взаимное влияние нормальных напряжений на разрушение материалов с высокой степенью анизотропии физико-механических свойств. Формы предельных кривых для пакета и внутренней огибающей предельных кривых для слоев, полученные по критерию Гольденблата–Копнова, различаются незначительно.

При нагружении нормальными напряжениями только в одном направлении и сдвигом, который характерен для агрегатов летательных аппаратов,

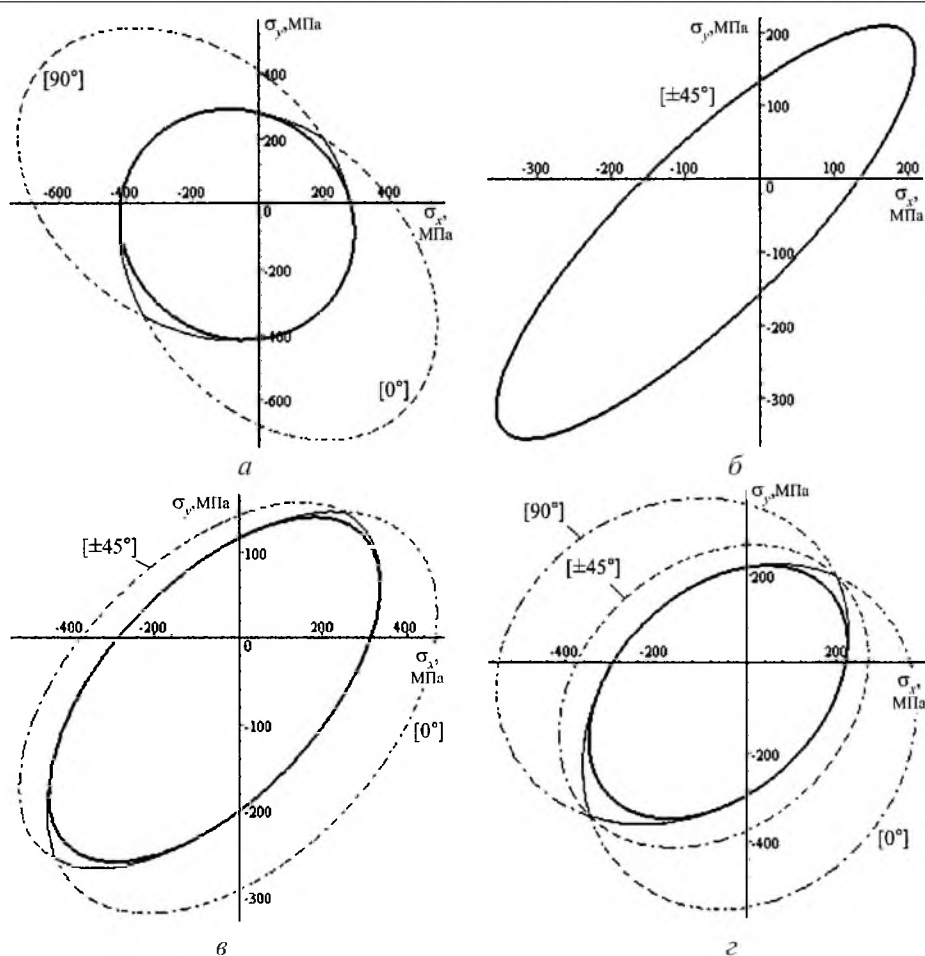


Рис. 4. Предельные кривые для пакета, построенные по критерию Гольденבלата–Копнова, в осях σ_x , σ_y для материалов с различной структурой.

результаты, полученные с использованием различных подходов, удовлетворительно согласуются друг с другом для двух рассматриваемых критериев.

Обычно в расчетах на прочность используются экспериментальные физико-механические характеристики однонаправленных КМ (монослоев), полученные на соответствующих образцах, данные о том, каковы они в пакете слоев со сложным армированием, отсутствуют. В связи с этим представляет большой практический интерес тщательная и всесторонняя проверка степени соответствия между свойствами слоистого КМ, полученными экспериментально и путем расчета на базе любого критерия прочности, при принятии постулата о пределе прочности, соответствующем напряжениям начала разрушения какого-либо слоя [4]. Это позволило бы, с одной стороны, иметь достоверный аппарат (хотя бы для конкретного класса КМ) прогнозирования свойств слоистого КМ, с другой – обосновать целесообразность применения того или иного критерия прочности.

Если бы работоспособность разработанной методики была экспериментально подтверждена при одноосном нагружении в известных пределах,

были бы основания для расширения области ее применения на случай сложного нагружения. Это, в свою очередь, решило бы проблему сопоставления результатов проектирования, полученных в разных организациях и фирмах. Такого доверия к математическим моделям напряженно-деформированного состояния и такого количества феноменологических критериев прочности, как для слоистых КМ, нет ни для одного из традиционных материалов. Это в некоторой степени обусловлено исключительными трудностями адекватной экспериментальной проверки, несмотря на многочисленные исследования в этом направлении. Например, в критерий Гольденблата–Копнова необходимо, чтобы входило два дополнительных предела прочности: F_{45}^+ и F_{45}^- (см. формулу (2)), которые корректно практически невозможно определить. Кроме того, они не приводятся в нормативной документации на материалы (в стандартах или технических условиях). Это не дает оснований для применения такого критерия, особенно из-за различия в стандартах испытаний в разных странах.

Заключение. Вполне вероятно, что все проблемы исследования напряженно-деформированного состояния и прочности композиционных материалов связаны с тем, что они не являются материалом в классическом понимании этого термина. Достаточно вспомнить отрицательные и более чем 0,5 величины коэффициентов Пуассона слоистых КМ. Для описания их поведения под нагрузкой более подходила бы модель конструкции, а не материала, но создание соответствующего математического описания – это далекая перспектива.

Резюме

Проведено порівняльний аналіз підходів до оцінки міцності шаруватих композиційних матеріалів, що базуються на застосуванні критеріїв міцності до окремих шарів пакету або до пакету в цілому. Розглянуто критерії міцності Мізеса–Хілла та Гольденблата–Копнова.

1. Гольденблат И. И., Копнов В. А. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов. – М.: Машиностроение, 1971. – 312 с.
2. Лебедев А. А., Ковальчук Б. И., Гигиняк Ф. Ф., Ламашевский В. П. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии / Под общ. ред. А. А. Лебедева. – Киев: Издательский дом “Ин Юре”, 2003. – 540 с.
3. Карпов Я. С., Ставиченко В. Г. Исследование и анализ способов удовлетворения критериям прочности слоистого композиционного материала // *Авиац.-косм. техника и технология*. – 2004. – Вып. 1. – С. 3 – 10.
4. Карпов Я. С. Механика композиционных материалов. Учеб. пособие. – Харьков: Изд. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н. Е. Жуковского “ХАИ”, 2001. – 75 с.
5. Молодцов Г. А., Биткин В. Е., Симонов В. Ф., Урмансов Ф. Ф. Формостабильные и интеллектуальные конструкции из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 2000. – 352 с.

Поступила 06. 06. 2007