

УДК 532.526.10

ДИНАМИЧЕСКИЕ ПОДСЕТОЧНЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ LES-ТЕХНОЛОГИИ

В. Г. КУЗЬМЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 25.02.2004 ◊ Пересмотрено 22.04.2004

Турбулентный пограничный слой на плоской пластине численно моделируется посредством экономичной LES-технологии для числа Рейнольдса, равного 10^5 , используя пристенную модель. Маломасштабные движения параметризованы посредством динамической подсеточной модели вихревой вязкости и динамической смешанной подсеточной модели. В явном виде записана операция первичного и вторичного фильтрования и получено ее представление в конечно-разностной форме. Исследовано влияние величины отношения ширины вторичного фильтра к ширине первичного на динамический подсеточный коэффициент. Численное моделирование выполнено для того, чтобы изучить среднюю скорость, полные турбулентные напряжения, диссипацию подсеточной энергии турбулентности и динамический подсеточный коэффициент. Существует хорошее согласие между вычисленным профилем средней скорости, турбулентными статистиками и экспериментальными данными.

Турбулентний пограничний шар на плоскій пластині чисельно моделюється за допомогою економічної LES-технології для числа Рейнольдса, яке дорівнює 10^5 , використовуючи пристінкову модель. Маломасштабні рухи параметризуються за допомогою динамічної підсіткової моделі вихрової в'язкості та динамічної змішаної підсіткової моделі. В явному виді записана операція первинного та вторинного фільтрування і отримано її представлення в кінцево-різницевої формі. Досліджено вплив величини відношення ширини вторинного фільтра до ширини первинного на динамічний підсітковий коефіцієнт. Чисельне моделювання виконано для того, щоб вивчити середню швидкість, повні турбулентні напруження, диссипацію підсіткової енергії турбулентності і динамічний підсітковий коефіцієнт. Існує добра згода між розрахованим профілем середньої швидкості, турбулентними статистиками та експериментальними даними.

The turbulent boundary layer on a flat plate is simulated by economical LES-technique for a Reynolds number of 10^5 , using wall model. The small-scale motions were parametrized by dynamic subgrid-scale eddy viscosity model and dynamic subgrid-scale mixed model. In an explicit definition the operation of primary and secondary filtering is described and her representation in a finite-difference form is received. The influence of size of relation of width of the secondary filter to width primary filter on dynamic subgrid-scale factor is investigated. The simulation were performed to study the mean velocity, the total turbulent stresses, the subgrid-scale turbulence energy dissipation and dynamic subgrid-scale coefficient. There is good agreement between the computer mean-velocity profile, turbulence statistics and experimental data.

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении последних лет проведено достаточно большое количество исследований, посвященных численному моделированию крупных вихрей (Large Eddy Simulation – LES) для различных турбулентных течений [1–12, 17–20]. LES технология является более экономичной, чем DNS (Direct Numerical Simulation), в которой все масштабы движения решаются на сетке и моделирование не используется [13–14]. LES-модели базируются на идее, что основная часть турбулентной кинетической энергии сосредоточена в вихрях большого масштаба. LES-подход соединяет численное моделирование основных уравнений для вихрей с масштабами, большими шага сетки, с моделями для вихрей с масштабами, меньшими шага сетки. В ранних LES-технологиях большинство используемых подсеточных моделей были типа Смагоринского [1], которые параметризовали подсеточные напряжения посредством вихревой вязкости. Она учитывает механизм прямого энергопереноса [16], имеет постоянный коэффициент C_V для под-

сеточных масштабов, но плохо определяет значение подсеточного напряжения, причем диссипация подсеточной энергии получается очень большой в сравнении с экспериментальными данными. Для неоднородных турбулентных течений необходимо, чтобы подсеточная модель приспособлялась к локальной гидродинамике течения. С этой целью в работе [3] разработана динамическая процедура, которая вычисляет значение модельного коэффициента C_V в зависимости от пространственных координат и времени. Однако система уравнений для вычисления C_V является переопределенной [11]. Для устранения этого недостатка в работе [4] разработана технология наименьших квадратов, позволяющая вычислить модельный коэффициент с большей степенью определенности. Но, несмотря на указанные улучшения, в результате для отдельных областей течения получается чрезмерное энергвозвратное рассеяние вследствие больших локальных флуктуаций динамического модельного коэффициента $C_V(t, x, y, z)$, которое ведет к экспоненциально возрастающей численной неустойчивости [3, 4, 11]. К другому ти-

пу подсеточных моделей принадлежит модель масштабного подобия [6, 7, 11], которая предсказывает подсеточное напряжение, основанное на наименьших сеточных масштабах с применением повторного фильтрования. Но модель масштабного подобия является недостаточно диссипативной. В настоящее время наиболее корректным считается использование смешанных моделей (модель вихревой вязкости плюс модель масштабного подобия). Применение динамической процедуры к смешанной модели делает ее более чувствительной к локальному состоянию потока [5, 8–12]. Использование стандартной LES-технологии для расчета характеристик турбулентных течений, ограниченных твердой поверхностью, в случае $Re \geq 10^5$ приводит к огромным численным затратам. Для преодоления этого применяется экономичная LES-технология с пристенной моделью [12, 20]. В то же время, использование динамической процедуры вычисления подсеточного коэффициента в сочетании с пристенной моделью мало изучено.

Цель данной работы – исследование расчетных характеристик при численном моделировании турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости при высоком числе Рейнольдса с использованием пристенной модели и выявление характерных черт и особенностей взаимосвязей конечно-разностного метода решения фильтрованных уравнений Навье-Стокса с выбором вида фильтров (первичного и повторного), их ширины, размерами сеточной ячейки и способа осреднения, используемого в динамической процедуре, их влияния на корректность и точность получаемых численных результатов в рамках применяемой LES-технологии.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основополагающие допущения математической формулировки задачи: 1) на плоскую длинную гидродинамически гладкую пластину натекает однородное течение вязкой несжимаемой жидкости с постоянными свойствами при отсутствии внешних массовых сил; 2) турбулентный пограничный слой в заданной вычислительной области находится в режиме $Re=10^5$.

Используем систему уравнений в безразмерном виде [18–20]:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \tilde{u}_i - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0.$$

Для сравнительных расчетов по LES-технологии применяются следующие подсеточные модели:

1. Динамическая подсеточная модель "вихревой вязкости" (M1) [4]:

$$\tau_{ij} = -2\nu_T \tilde{S}_{ij},$$

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right); \quad |\tilde{S}| = (2\tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij})^{1/2};$$

$$\nu_T = C_V (\tilde{\Delta})^2 |\tilde{S}|.$$

Оператор повторного фильтрования от произвольной величины \tilde{c} определяется как $\hat{c} = \bar{\tilde{c}}$:

$$C_V(y) = -\frac{\langle M_{ij} L_{ij} \rangle}{2 \langle M_{ij} M_{ij} \rangle},$$

$$L_{ij} = \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j;$$

$$M_{ij} = -\tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} + \hat{\Delta}^2 |\hat{S}| \hat{S}_{ij};$$

$$\hat{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right); \quad |\hat{S}| = (2\hat{S}_{ij} \hat{S}_{ij})^{1/2}.$$

Операция осреднения $\langle \cdot \rangle$ проводится по направлениям Ox и Oz .

2. Однопараметрическая динамическая смешанная подсеточная модель (M2) [9]:

$$\tau_{ij} = -2C_V \tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} + (\tilde{\epsilon}_{ij} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j),$$

где $\epsilon_{ij} = \tilde{u}_i \tilde{u}_j$;

$$C_V(y) = -\frac{\langle M_{ij} (L_{ij} - H_{ij}) \rangle}{2 \langle M_{ij} M_{ij} \rangle},$$

$$M_{ij} = -\tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} + \hat{\Delta}^2 |\hat{S}| \hat{S}_{ij};$$

$$H_{ij} = \overline{\tilde{b}_i \tilde{b}_j} - \tilde{b}_i \tilde{b}_j; \quad b_i = \tilde{u}_i; \quad b_j = \tilde{u}_j.$$

2. ОПЕРАЦИЯ ФИЛЬТРОВАНИЯ

В работе [17] тензор подсеточного напряжения исследуется с теоретической точки зрения, выводятся условия реализуемости для компонент этого тензора, которые справедливы тогда и только тогда, когда фильтр является "положительным" (подсеточная кинетическая энергия положительна во всей рассматриваемой области).

Положительные фильтры (Гауссов и top-hat) всегда приводят к положительной обобщенной турбулентной кинетической энергии.

В настоящей работе используется операция фильтрования (по однородному направлению Oz) с применением конечно-разностной схемы и Гауссова фильтра. При применении динамической

процедуры для определения коэффициента C_V используется наряду с первичным также и повторный фильтр. В одномерном случае операция повторного фильтрования имеет следующий вид:

$$\bar{u}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{G}(r) \tilde{u}(z-r) dr; \quad (2)$$

где $\bar{G}(r)$ – функция повторного фильтра. В процессе численного расчета не представляется возможным точно вычислить \bar{u} в соответствии с теоретическим определением.

Поэтому в данной работе выведем аналитически представление операции Гауссового фильтрования для непосредственного использования на конечно-разностной сетке в зависимости от шага сетки, ширины первичного и повторного фильтров. Сначала используем разложение Тейлора для определения \bar{u} с некоторой степенью точности. На первом этапе разложение Тейлора для функции \tilde{u} в окрестности точки z дает:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(z-r) &= \tilde{u}(z) - r\tilde{u}'(z) + \frac{r^2}{2}\tilde{u}''(z) - \\ &- \frac{r^3}{6}\tilde{u}'''(z) + \frac{r^4}{24}\tilde{u}''''(z) + O(r^5), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tilde{u}'(z)$ означает дифференцирование функции $\tilde{u}(z)$ по z . Подставляя выражение (3) в (2), получаем

$$\begin{aligned} \bar{u}(z) &= \tilde{u}(z) + \frac{\tilde{u}''(z)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r^2 \bar{G}(r) dr + \\ &+ \frac{\tilde{u}''''(z)}{24} \int_{-\infty}^{\infty} r^4 \bar{G}(r) dr + O(r^6), \end{aligned} \quad (4)$$

при этом учитываем, что Гауссов фильтр является симметричным положительным фильтром, удовлетворяет условиям реализуемости [17] и может быть использован правомерно без каких-либо ограничений в LES-технологии. Поэтому в данном исследовании в качестве первичного и повторного фильтра используется Гауссов фильтр, который для повторного фильтрования в одномерном случае имеет вид

$$\bar{G}(r) = \sqrt{\frac{6}{\pi\bar{\Delta}^2}} \exp\left(-\frac{6r^2}{\bar{\Delta}^2}\right),$$

где $\bar{\Delta}$ – ширина фильтра.

Следовательно, получаем:

$$\bar{u}(z) = \tilde{u}(z) + \frac{\bar{\Delta}^2}{24} \tilde{u}''(z) + O(\bar{\Delta}^4). \quad (5)$$

Также будет справедливым для первичного фильтра следующее выражение:

$$\tilde{u}(z) = u(z) + \frac{\tilde{\Delta}^2}{24} u''(z) + O(\tilde{\Delta}^4), \quad (6)$$

подстановка которого в соотношение (5) дает:

$$\begin{aligned} \bar{u}(z) &= u(z) + \frac{\tilde{\Delta}^2}{24} u''(z) + \frac{\bar{\Delta}^2}{24} u''(z) + O(\hat{\Delta}^4) = \\ &= u(z) + \frac{\hat{\Delta}^2}{24} u''(z) + O(\hat{\Delta}^4), \end{aligned} \quad (7)$$

где операторы фильтров связаны следующими зависимостями $\hat{G} = \bar{G} = \tilde{G}\bar{G}$, $\hat{\Delta} = \bar{\Delta}$ и справедливо выражение

$$\hat{\Delta}^2 = \tilde{\Delta}^2 + \bar{\Delta}^2. \quad (8)$$

Далее, используем определение производной в конечно-разностной форме в узле с номером n :

$$u'' \sim \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{\tilde{\Delta}_S^2}.$$

Соотношение (5) приобретает следующий вид:

$$\bar{u}_n = \tilde{u}_n + \frac{\bar{\Delta}^2}{24} \frac{\tilde{u}_{n+1} - 2\tilde{u}_n + \tilde{u}_{n-1}}{\tilde{\Delta}_S^2} + O(\bar{\Delta}^4). \quad (9)$$

В представленной работе шаг сетки $\tilde{\Delta}_S$ связан с шириной первичного фильтра $\tilde{\Delta}$ следующим образом: $\tilde{\Delta} = 2\tilde{\Delta}_S$. Величина $\tilde{\Delta}$ входит в состав M_{ij} и определяется соотношением (8). Поэтому важен выбор значения ширины повторного фильтра $\bar{\Delta}$.

3. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Каждое из уравнений (1) дискретизируется на прямоугольной расчетной сетке с шагом $\tilde{\Delta}_S$ в вычислительной безразмерной области (см. [18–20]): $D = \{x_1 \leq x \leq x_k; 0 \leq y \leq 1; 0 \leq z \leq z_k\}$. $x_k = x_1 + 1$; $z_k = 1$. Число расчетных точек по каждой координате равно 49.

Граничные условия в турбулентном пограничном слое при $Re = 10^5$ в режиме гидродинамически гладкой поверхности имеют следующий вид:

$$1) y = 0; 0 \leq z \leq z_k; x_1 \leq x \leq x_k : \text{ (работа [20])}$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{\tilde{u}(x, y_1, z) u_*^2(x) Re_a}{\langle \tilde{u}(x, y_1, z) \rangle_z}; \quad \tilde{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = \frac{\tilde{w}(x, y_1, z) u_*^2(x) Re_a}{\langle \tilde{u}(x, y_1, z) \rangle_z};$$

$$2) y = 1; 0 \leq z \leq z_k; x_1 \leq x \leq x_k:$$

$$\tilde{u} = 1; \quad \tilde{v} = \tilde{w} = 0;$$

$$3)-4) z = 0; z = z_k; 0 \leq y \leq 1; x_1 \leq x \leq x_k:$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} = \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} = 0;$$

$$5) \text{ условие на входе в расчетную область}$$

$$x = x_1; 0 \leq z \leq z_k; y_1 \leq y \leq 1:$$

$$\tilde{u} = U_c + \tilde{u}_p; \quad \tilde{v} = \tilde{v}_p; \quad \tilde{w} = \tilde{w}_p;$$

$$6) \text{ на выходе из расчетной области}$$

$$x = x_k; 0 \leq z \leq z_k; 0 \leq y \leq 1$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + u_c \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + v_c \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + w_c \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = 0.$$

Параметры u_p, v_p, w_p, u_c, v_c и w_c определяются аналогично [18], а U_c, u_* – в соответствии с [20].

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

На основе разработанного численного алгоритма в рамках экономичной LES-технологии проведены сравнительные расчеты параметров течения в турбулентном пограничном слое ($Re=10^5$ при $x_k=146$) с использованием динамической подсеточной модели "вихревой вязкости" (M1) и однопараметрической динамической смешанной подсеточной модели (M2). Для вычислений применяли компьютер PENTIUM-IV с тактовой частотой 1.6 ГГц и оперативной памятью 512 Мб. Расчет по методу установления прекращается при выполнении условия, описанного подробно в [18–20]. Полное время расчета поставленной задачи на указанном выше компьютере составляет 30 минут для модели M1 и 35 минут – для модели M2.

Результаты расчетов осредненных (по однородному направлению Oz) безразмерных характеристик турбулентного пограничного слоя (средней скорости и турбулентных напряжений) вдоль координаты $Y = (y - y_1)/\delta$, вычисленных с применением M2 при $\bar{\Delta} = 1.22\tilde{\Delta}$, хорошо согласуются с экспериментом [21] и данными расчета [20, рис. 1–3] при $Re=10^5$ и удалении от начала пластины вдоль по потоку $x=145.5$. Вычисления, проведенные на основе модели M2 для различных $\bar{\Delta}/\tilde{\Delta} = \{1.22; 1.6; 2\}$ показали, что отклонения соответствующих величин от представленных в [20]

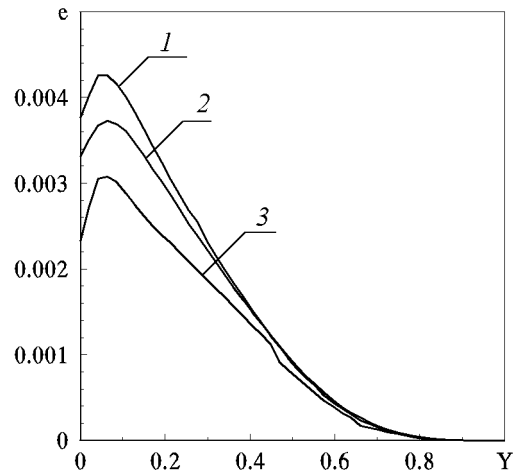


Рис. 1. Зависимость диссипации подсеточной энергии ϵ от Y для модели M1: 1 – при $\bar{\Delta} = 1.22\tilde{\Delta}$; 2 – при $\bar{\Delta} = 1.6\tilde{\Delta}$; 3 – при $\bar{\Delta} = 2\tilde{\Delta}$

на рис. 1–3 не превышают 0.5%, а аналогичные отклонения для модели M1 не превышают 0.5% для средней скорости и 1.5% для полных напряжений.

Очень важной характеристикой влияния подсеточной модели, по мнению авторов работ [1–7, 11, 17], является осредненная подсеточная диссипация кинетической энергии турбулентности:

$$\epsilon = -\langle \tau_{ij} \tilde{S}_{ij} \rangle_{xz}.$$

Величина ϵ входит в уравнение для осредненной расчетной кинетической энергии \mathbf{K} и учитывает наиболее значимое действие подсеточных масштабов на эволюцию \mathbf{K} [11]. На рис. 1–4 представлены изменения осредненных (по плоскости Oxz) безразмерных характеристик ϵ и C_V вдоль Y , вычисленных на основе моделей M1 и M2 при $\bar{\Delta} = 1.22\tilde{\Delta}$ (верхняя кривая); $\bar{\Delta} = 1.6\tilde{\Delta}$ (средняя кривая) и $\bar{\Delta} = 2\tilde{\Delta}$ (нижняя кривая).

На рис. 1 представлены изменения осредненной безразмерной подсеточной диссипации кинетической энергии турбулентности ϵ вдоль Y в случае применения модели M1. Увеличение ширины повторного фильтра $\bar{\Delta}$ ведет к уменьшению ϵ , но ее абсолютное значение для всех трех расчетных случаев по $\bar{\Delta}$ чрезвычайно большое [11], в то время как относительный вклад подсеточного напряжения в полное напряжение составляет всего лишь около 1%.

На рис. 2 приведены зависимости величины ϵ от Y при использовании модели M2. При увеличении $\bar{\Delta}$ наблюдается уменьшение ϵ , но уже при более низком ее абсолютном значении (для трех случаев

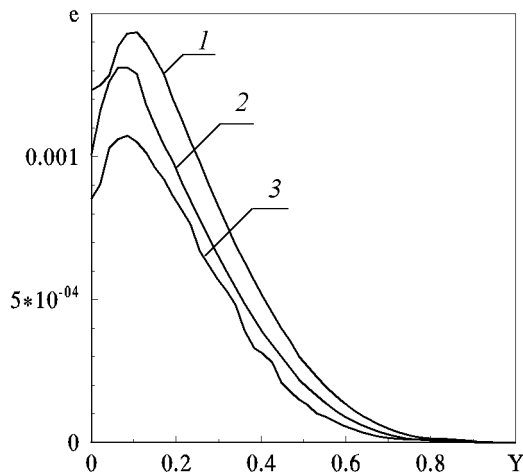


Рис. 2. Зависимость диссипации подсеточной

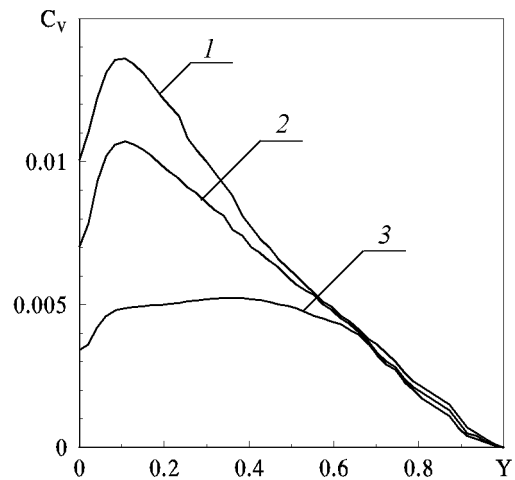


Рис. 4. Зависимость динамического подсеточного коэффициента C_V от Y для модели M2: 1 – при $\bar{\Delta} = 1.22\check{\Delta}$; 2 – при $\bar{\Delta} = 1.6\check{\Delta}$; 3 – при $\bar{\Delta} = 2\check{\Delta}$

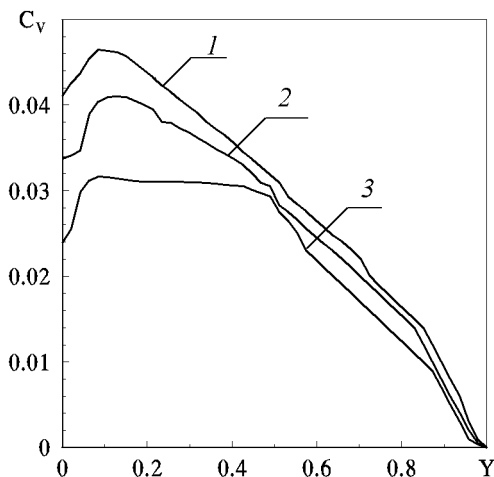


Рис. 3. Зависимость динамического подсеточного коэффициента C_V от Y для модели M1: 1 – при $\bar{\Delta} = 1.22\check{\Delta}$; 2 – $\bar{\Delta} = 1.6\check{\Delta}$; 3 – при $\bar{\Delta} = 2\check{\Delta}$

по $\bar{\Delta}$). Причем, относительный вклад подсеточного напряжения в полное напряжение составляет около 9% при очень слабой зависимости от Y . Эти характеристики однопараметрической динамической смешанной подсеточной модели M2 хорошо коррелируются с результатами исследований [8–11] и с выгодной стороны показывают преимущества модели M2 в сравнении с динамической подсеточной моделью "вихревой вязкости" M1.

На рис. 3 представлены изменения осредненного безразмерного динамического коэффициента C_V вдоль координаты Y в случае применения модели

M1. Рост ширины повторного фильтра $\bar{\Delta}$ ведет к уменьшению C_V . На рис. 4 даны зависимости C_V от Y для модели M2. Абсолютное значение динамического коэффициента C_V в модели M2 меньше, чем в модели M1 для каждого соответствующего $\bar{\Delta}$. Рост ширины повторного фильтра $\bar{\Delta}$ ведет к уменьшению C_V , а относительное изменение C_V в зависимости от $\bar{\Delta}$ выражено сильнее для модели M2 по сравнению с M1. Поэтому в модели M2 для подсеточного напряжения его составляющая "вихревой вязкости" в большей мере подвержена влиянию изменения ширины повторного фильтра. Увеличение $\bar{\Delta}$ ведет к уменьшению чувствительности динамической процедуры по коэффициенту C_V вдоль Y . Но масштабоподобная часть модели M2 стабилизирует и сглаживает влияние характера этой изменчивости путем уменьшения абсолютного значения C_V . Следовательно, для модели M2 наиболее оптимальным есть выбор $\bar{\Delta} = 1,22\check{\Delta}$. Это хорошо согласуется с тем, что в турбулентном течении наблюдается большее подобие характеристик для более близких масштабов [11,17], в нашем случае для $\check{\Delta}$ и $1,22\check{\Delta}$ по сравнению с подобием для масштабов $\check{\Delta}$ и $1,6\check{\Delta}$ (или $2\check{\Delta}$).

ВЫВОДЫ

Представленные в данной работе численные исследования на основе экономичной LES-технологии являются дальнейшим развитием LES-подхода, изложенного автором в [20], но уже с применением динамических подсеточных моделей (вихревой вязкости M1 и смешанной M2), в которых под-

сеточный коэффициент зависит от расстояния от стенки и определяется в процессе расчета в отличие от [20], где существует проблема заблаговременного задания этого коэффициента.

Проведено изучение LES-технологии для моделирования турбулентного пограничного слоя при высоком числе Рейнольдса с использованием пристенной модели, динамических подсеточных моделей и выявлены характерные черты взаимосвязей конечно-разностного метода решения фильтрованных уравнений Навье-Стокса с выбором вида фильтров, размера сеточной ячейки и их влияния на корректность и точность получаемых результатов.

Впервые аналитически получено представление операции Гауссового фильтрования для непосредственного использования на конечно-разностной сетке в зависимости от шага сетки, ширины первичного и вторичного фильтров. Исследовано влияние величины отношения ширины вторичного фильтра к ширине первичного (случаи: 1.22; 1.6; 2) на расчет динамического подсеточного коэффициента, средней диссипации подсеточной энергии, средней скорости и турбулентных напряжений. Установлено, что для представленного LES-подхода оптимальным является использование динамической смешанной модели при отношении ширины вторичного фильтра к ширине первичного, равного 1.22.

Впервые, по сравнению с другими исследователями, на основе экономичной LES-технологии для турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости в режиме гидродинамически гладкой поверхности для $Re=10^5$ с применением пристенной модели и динамической смешанной подсеточной модели получены численные значения осредненной скорости, полных и подсеточных турбулентных напряжений, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными другого автора.

Разработанная методика исследования влияния взаимоотношения размеров сеточной ячейки и ширин фильтров на величину диссипации подсеточной энергии и динамического подсеточного коэффициента будет особенно полезна в недалекой перспективе, когда компьютерные ресурсы позволят рассчитывать с помощью LES-технологии на мелкой сетке вязкий и буферный подслой, в которых существуют большие градиенты скорости и турбулентных напряжений. Учет этого потребует подробного изучения поведения динамического подсеточного коэффициента и его влияния на диссипацию энергии вблизи стенки.

1. Smagorinsky J. General circulation experiments with primitive equation // Mon. Wether.– 1963.– V. 91.– P. 99–105.
2. Deardorff J. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers // J. Fluid Mech.– 1970.– V. 41.– P. 453–480.
3. Germano M., Piomelli U., Moin P., Cabot W. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // Phys. Fluids A.– 1991.– V. 3, N 7.– P. 1760–1765.
4. Lilly D.K. A proposed modification of the Germano subgrid-scale close method // Phys. Fluids A.– 1992.– V. 4, N 3.– P. 633–635.
5. Vreman B., Geurts B., Kuerten H. On the formulation of the dynamic mixed subgrid-scale model // Phys. Fluids.– 1994.– V. 6, N 12.– P. 4057–4059.
6. Liu S., Meneveau C., Katz J. On the properties of similarity subgrid-scale models as deduced from measurements in a turbulent jet // J. Fluid Mech.– 1994.– V. 275.– P. 83–119.
7. Sarghini F., Piomelli U., Balaras F. Scale-similar models for large-eddy simulations // Phys. Fluids.– 1999.– V. 11, N 6.– P. 1596–1607.
8. Horiuti K. The role of the Bardina model in large eddy simulation of turbulent channel flow // Phys. Fluids A.– 1989.– V. 1, N 2.– P. 426–428.
9. Zang Y., Street R., Koseff J. A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows // Phys. Fluids A.– 1993.– V. 5, N 12.– P. 3186–3196.
10. Piomelli U. High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model // Phys. Fluids A.– 1993.– V. 5, N 6.– P. 1484–1490.
11. Meneveau C., Katz J. Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation // Annu. Rev. Fluid Mech.– 2000.– V. 32.– P. 1–32.
12. Piomelli U., Balaras E. Wall-layer models for Large-Eddy Simulations // Annu. Rev. Fluid Mech.– 2002.– V. 34.– P. 349–374.
13. Spalart P.R. Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_{\theta}=1410$ // J. Fluid Mech.– 1988.– V. 187.– P. 61–98.
14. Kong H., Choi H., Lee J. Direct numerical simulation of turbulent thermal boundary layers // Phys. Fluids.– 2000.– V. 12, N 10.– P. 2555–2568.
15. Ротта И.К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1967.– 231 с.
16. Колмогоров А.Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР, сер. физ.– 1942.– Т. 6, N 1-2.– С. 56–58.
17. Vreman B., Geurts B., Kuerten H. Realizability conditions for the turbulent stress tensor in large-eddy simulation // J. Fluid Mech.– 1994.– V. 278.– P. 351–362.
18. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме развитой шероховатости на основе LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– 4(76), N 3.– С. 31–41.
19. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме промежуточной шероховатости // Прикладна гідромеханіка.– 2003.– 5(77), N2.– С. 27–36.
20. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя на основе экономичной LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2004.– 6(78), N1.– С. 35–40.
21. Ligrani P., Moffat R. Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers // J. Fluid Mech.– 1986.– V. 162.– P. 69–98.