

УДК 532.546:627.11

О ДЕЙСТВИИ МАКРОПОР В ДОННЫХ ОТЛОЖЕНИЯХ

В. Л. ПОЛЯКОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 03.08.2003

Рассмотрено теоретическими методами движение жидкости и перенос загрязняющего вещества (ЗВ) в однородных донных отложениях (ДО), пористое пространство которых состоит из пор двух типов: микро- и макропор. Область движения условно разделена на равновеликие цилиндрические микрообласти с макропорой в центре каждой из них. Найдено точное аналитическое решение задачи фильтрации в такой микрообласти и выполнен обстоятельный анализ влияния макропор на фильтрационную картину. Установлено соотношение между исходными параметрами, при котором в верхней части ДО образуется застойная зона и жидкость в них поступает исключительно через макропоры. Оценены изменения фильтрационного расхода, обусловленные действием отдельных макропор. Изучена гидравлика потока жидкости внутри макропоры и ее вклад в динамику внешнего течения. Определен общий расход жидкости при участии системы макропор, характеризуемой экспоненциальной функцией их распределения по длине. Исходя из решения фильтрационной задачи с использованием эффективных гидрохимических параметров и переменного расхода грунтовых вод, проведено исследование установившегося диффузионно-конвективного переноса нестабильного ЗВ (деградация согласно кинетике нулевого порядка) при наличии вторичной пористости.

Розглянуто теоретичними методами рух рідини і перенос забруднюючої речовини (ЗР) в однорідних донних відкладеннях (ДВ), поровий простір яких складається з пор двох типів: мікро- і макропор. Область руху умовно поділено на рівновеликі циліндричні мікрообласті з макропорою в центрі кожної з них. Отримано точний аналітичний розв'язок задачі фільтрації в такій мікрообласті і виконано ґрунтовий аналіз впливу макропор на фільтраційну картину. Встановлено співвідношення між вихідними параметрами, за якого у верхній частині ДВ утворюється застійна зона і рідина в них поступає виключно через макропори. Оцінені зміни фільтраційної витрати, обумовлені дією окремих макропор. Вивчена гідравліка потоку рідини в середині макропори і її внесок у динаміку зовнішньої течії. Визначена загальна витрата рідини у випадку системи макропор, яка характеризується експоненціальною функцією їх розподілу по довжині. Виходячи з розв'язку фільтраційної задачі з використанням ефективних гідрохімічних параметрів і змінної витрати ґрунтових вод, досліджений установившийся дифузійно-конвективний перенос нестабільної ЗР (деградація згідно кінетики нульового порядку) при наявності вторинної поруватості.

Solution movement and contaminant transport is considered in uniform sediment with porous space consisted of two-type pores, namely, micro- and macropores by theoretical methods. The motion domain is conditionally divided in equal cylindrical microdomains with a macropore in the center of each one. An exact analytical solution is obtained to a problem of groundwater flow within such a microdomain and a detailed analysis is conducted of macropore effect on water regime. A relationship between initial parameters is found which promotes forming a stagnant zone. An estimation is performed of changes in groundwater recharge due to separate macropores action. Hydraulics of water flow inside a macropore and its influence on external flow is studied. A general water recharge is determined in case of macropores system described by exponential function of their distribution with length. Steady diffusive-convective transport of unstable contaminants (degradation occurs according to kinetics of zero order) is investigated in presence of secondary porosity coming from groundwater.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время предметом интенсивного изучения стали фильтрационные и гидрохимические процессы в пористых средах со сложной организацией порового пространства. Особое внимание в теоретических и экспериментальных исследованиях уделяется грунтам и материалам с двойной пористостью в силу их широкого распространения в природе и технике. Специфической особенностью таких грунтов является наличие в них пустот двух типов, а именно: микро- и макропор. Чаще всего сеть макропор образуется на фоне изотропной пористости, причем не в результате длительных структуроформирующих процессов, а вследствие относительно кратковременных внешних воздействий техническими средствами (агротехническая обработка земель), представителями биоты (жизнедеятельность растений и животных), геотек-

тонической деятельности земли [1 – 6]. Объем, занимаемый макропорами, как правило, значительно уступает суммарному объему мелких пор [7, 8]. Тем не менее, значение больших пор для фильтрационного течения и переноса растворенных веществ, твердых частиц, несмотря на их относительную малочисленность, оказывается весьма важным, а в некоторых случаях (сильно трещиноватые породы и агрегированные почвогрунты) может быть и вовсе решающим. Объясняется это сравнительно правильной геометрией макропор и существенно меньшим по отношению к микропорам сопротивлением, которое грунт оказывает движущейся в них жидкости. Следует заметить, что система макропор обычно отличается высокой динамичностью и поддерживаться в квазиустойчивом состоянии может только за счет систематического выполнения агротехнических мероприятий, благодаря длительному обитанию со-

обществ подземных животных, многолетнему использованию сельскохозяйственных угодий. Кстати, модели двойной пористости (проницаемости) полезны и при рассмотрении крупномасштабных фильтрационных и экологических задач, когда характерные размеры зон влияния источников жидкости и загрязняющего вещества (ЗВ) измеряются сотнями метров и километрами. Тогда роль макропор играют хорошо проницаемые горизонты, прослойки, линзы, из-за которых распространение ЗВ может многократно ускориться [9, 10].

В теоретических разработках последовательно реализуются два подхода. Принципиальное отличие между ними прежде всего заключается в разной степени детализации строения грунта. При первом подходе грунт рассматривается как ансамбль множества структурных элементов (агрегаты, блоки) и изучаются физико-химические процессы в типичной его ячейке, включающей отдельно взятый элемент и примыкающие или расположенные внутри макропоры [11 – 14]. Получить содержательные результаты здесь удастся лишь при серьезной схематизации строения пористой среды. Важнейшее достоинство такого подхода состоит в возможности обосновывать интегральные (эффективные) физико-механические и гидрохимические параметры данной среды, исходя из ее локальных свойств. Для второго подхода характерно описывать грунты как многофазную среду с однородным (несвязные, слабоагрегированные) и двухкомпонентным (связные) поровым пространством, а основные трудности возникают из-за необходимости находить исходные характеристики отдельных компонентов и коэффициентов обмена между ними [15 – 17]. Однако при этом снимаются жесткие ограничения, накладываемые на форму макропор и агрегатов [18 – 20], что свойственно структурному подходу.

В данной работе в качестве физической среды выбраны донные отложения (ДО) и принят из-за специфических особенностей их сложения и функционирования первый подход. Именно ДО являются одним из важнейших факторов сдерживания распространения ЗВ в природной среде, и естественно, что прогноз поведения загрязнений в них в условиях резко нарастающей антропогенной нагрузки приобретает особый смысл. В ДО сосредоточены многочисленные и разнообразные организмы, жизненный цикл которых серьезно отражается на свойствах среды. В частности, имеют место системы макропор в виде вертикальных каналов, прорытых макробентосными животными. Основная их часть находится на верхнем участке ДО, хотя некоторые проникают и заметно глуб-

же. Располагаются в плане каналы-поры хаотично, так что уместным было бы использование аппарата теории вероятностей. Однако ввиду отсутствия в настоящее время надлежащей статистической информации о положении и размерах макропор подобный анализ пока следует признать преждевременным. Поэтому приходится ограничиваться математическим ожиданием их распределения по всему диапазону возможных длин, то есть усредненным по множеству пор межпоровым расстоянием, которое затем приводится к радиусу принятой в цилиндрической форме микрообласти фильтрации R [21]. Скудность данных о структуре порового пространства в ДО оправдывает увязывание плотности макропор с численностью и плотностью роющих организмов, измеряемых сравнительно просто по отработанным методикам.

При сверхтонких источниках жидкости, к которым есть все основания относить некоторые из макропор, внутри них могут иметь место ощутимые потери механической энергии (сопоставимые с аналогичными потерями в прилегающем грунте). В подобных ситуациях уже нельзя игнорировать внутривискозную гидравлику и, строго говоря, необходимо изучать движение жидкости внутри и вне пор совместно. Тем не менее, в первом приближении здесь, по-видимому, достаточно учитывать этот фактор приближенно. Для этого обычно устанавливаются потери напора внутри протяженного источника (стока), исходя из теоретических предпосылок в отношении внутреннего течения [22 – 24] и решения внешней (фильтрационной) задачи, полученного чаще всего при постоянном напоре на его боковой поверхности. И только затем оценивается обратное влияние гидравлики источника на внешнее течение [25]. Именно таким путем найдено ниже соотношение между параметрами внутренней и внешней задач, при котором указанная гидравлика становится значимой для фильтрационного течения.

Экологические исследования состояния ДО проводятся, в первую очередь, с тем, чтобы определить содержание, распределение и предсказать возможное перемещение ЗВ в них. Теоретический анализ должен основываться на решении соответствующей фильтрационной задачи, так как движение жидкости в порах инициирует оба главных механизма переноса ЗВ – дисперсионный и конвективный. Очевидно, что макропоры будут ускорять проникновение ЗВ вглубь ДО. Однако обоснованно судить об этом можно, только опираясь на решения задач конвективно-диффузионного переноса в грунтах с двойной пористостью [26 – 28]. Для рассматриваемых условий базовая математи-

ческая модель в общем является двухмерной, нестационарной с переменными коэффициентами и аналитические методы в таком случае оказываются неэффективными. Однако, если иметь в виду долгосрочный прогноз, то оправдано ограничиваться изучением исключительно вертикального транспорта ЗВ. Между прочим, допустимость упрощенного (одномерного) рассмотрения поведения ЗВ в грунтовых экосистемах подтверждается и результатами экспериментальных исследований, выполнявшихся для условий функционирования сложной разветвленной корневой системы [29]. Поскольку же речь идет лишь о выяснении ориентировочного вклада макропор в динамику ЗВ в ДО, вполне можно обойтись и стационарным аналогом модели.

Исходя из вышесказанного, в данной работе преследовались две основные цели. Первая из них состояла в количественной оценке значения отдельных вертикальных макропор для фильтрации жидкости и переноса ЗВ в ДО, а также установлении примерных диапазонов изменения физико-механических и гидрохимических параметров, обуславливающих при этом существенное увеличение расходов жидкости и ЗВ. Вторая же заключалась в выработке некоторых предложений по обоснованию обобщенных модельных параметров, учитывающих в целом особенности действия сети макропор.

1. ФИЛЬТРАЦИЯ ЖИДКОСТИ

Первоначально исследование фильтрации жидкости сквозь слой осадений сводится к изучению аналитическими методами фильтрационного процесса в зоне влияния отдельной типичной макропоры. Ввиду относительной малости времени релаксации указанного процесса в ДО, а также проведенной схематизации водно-физических условий, была сформулирована и решалась стационарная задача в цилиндрической области движения с хорошо проницаемыми основаниями и непроницаемой боковой поверхностью. Так как грунт принимался однородным, то в основе исходной математической модели фильтрации лежат:

уравнение Лапласа в цилиндрических координатах относительно напора H

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

условия на внешних границах

$$r = R, \quad \frac{\partial H}{\partial r} = 0; \quad z = 0, \quad H = H_1;$$

$$z = m, \quad H = H_2. \quad (2)$$

Здесь m – мощность ДО (высота области); начало координат находится в центре верхнего основания области; ось OZ направлена вниз. Подобные задачи, но для других краевых условий и иными методами решались, например, в [30, 31]. Влияние источника (макропоры) на фильтрационный режим ДО учитывается посредством специального условия, задаваемого на его поверхности. В этом краевом условии отражаются характер действия источника, его форма, размеры и местоположение. Вообще говоря, реальные системы источников (стоков) могут быть искусственного (скважины) или естественного (макропоры) происхождения. Передко такие системы состоят из нескольких сходных по своим характеристикам групп источников. Кроме того, если источники расположены более-менее регулярно, то их группы удается иногда заменить одним эквивалентным по действию и протяженным в плане. Тем самым достигается значительное упрощение и хода решения, и вида конечных зависимостей при минимальных дополнительных погрешностях. Ниже искомая функция $H(r, z)$ находится в результате решения не уравнения (1) при условиях (2), а схожей и заметно более простой задачи о действии элементарного (точечного) источника. Для большей общности этот источник принимается в форме кольца с удельной интенсивностью q_e и радиусом r_e . Подобная конфигурация оказывается подходящей при моделировании группы точечных источников (дрен), расположенных по кругу. Упомянутая задача для элементарного источника имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} &= -\frac{q_e}{2\pi k} \delta(r - r_e) \delta(z - \zeta), \\ r = R, \quad \frac{\partial h}{\partial r} &= 0; \quad z = 0, \quad h = 0; \\ z = m, \quad h &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где k – коэффициент фильтрации; источник размещен на глубине ζ ; в качестве недостающего принимается условие ограниченности напора h на центральной оси ($r = 0$). Решение задачи (3) построено с использованием конечного интегрального преобразования Фурье. Промежуточные выкладки опущены. В итоге получены следующие представления для $h(r, z, \zeta)$:

$$h = \frac{Q}{\pi m k} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_1 \left(\frac{n\pi R}{m} \right)}{I_1 \left(\frac{n\pi R}{m} \right)} I_0 \left(\frac{n\pi r_0}{m} \right) + K_0 \left(\frac{n\pi r_0}{m} \right) \right] \times$$

$$\times I_0\left(\frac{n\pi r}{m}\right) \sin\frac{n\pi\zeta}{m} \sin\frac{n\pi z}{m}, \quad \text{при } r \leq r_e, \quad (4)$$

$$h = \frac{Q}{\pi mk} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_1\left(\frac{n\pi R}{m}\right)}{I_1\left(\frac{n\pi R}{m}\right)} I_0\left(\frac{n\pi r}{m}\right) + K_0\left(\frac{n\pi r}{m}\right) \right] \times \\ \times I_0\left(\frac{n\pi r_e}{m}\right) \sin\frac{n\pi\zeta}{m} \sin\frac{n\pi z}{m}, \quad \text{при } r > r_e,$$

где Q – мощность элементарного источника; I_ν , K_ν – функция Бесселя мнимого аргумента ν -го порядка первого и второго рода. В последующих преобразованиях, имея ввиду центральное положение макропоры, задействовано выражение для $h(r, z, \zeta)$ частного вида, а именно, когда кольцо стягивается в точку ($r_e \rightarrow 0$). Вытекает оно из выражения (4) и имеет вид

$$h = \frac{Q}{\pi mk} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_1\left(\frac{n\pi R}{m}\right)}{I_1\left(\frac{n\pi R}{m}\right)} I_0\left(\frac{n\pi r}{m}\right) + K_0\left(\frac{n\pi r}{m}\right) \right] \times \\ \times \sin\frac{n\pi\zeta}{m} \sin\frac{n\pi z}{m}. \quad (5)$$

На следующем этапе определения функции $H(r, z)$, во-первых, осуществляется переход от точечного к линейному источнику путем интегрирования уравнения (5) вдоль него, во-вторых, учитывается неоднородность граничных условий на основаниях области движения. Тогда

$$H = H_1 - \frac{H_1 - H_2}{m} z + \int_0^l h(r, z, \zeta) d\zeta = \\ = H_1 - \frac{H_1 - H_2}{m} + \\ + \frac{q_0}{\pi^2 k} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_1\left(\frac{n\pi R}{m}\right)}{I_1\left(\frac{n\pi R}{m}\right)} I_0\left(\frac{n\pi r}{m}\right) + K_0\left(\frac{n\pi r}{m}\right) \right] \times \\ \times \frac{1 - \cos\left(\frac{n\pi l}{m}\right)}{n} \sin\left(\frac{n\pi z}{m}\right), \quad (6)$$

где $q_0 = Q/l$ – удельная (на единицу длины) мощность линейного источника, которая заранее неизвестна и для ее нахождения принимается условие постоянства напора на поверхности макропоры:

$$H(r_0, z) = H_0, \quad \text{при } 0 \leq z \leq l. \quad (7)$$

В действительности напор в макропоре будет с глубиной снижаться, а значит и ее влияние на

фильтрационный режим будет несколько меньшим, чем при условии (7). Соответствующие оценки сделаны в следующем разделе. Значение q_0 следует из выражений (6), (7), так что

$$H_0 = \frac{1}{l} \int_0^l H(r_0, \zeta) d\zeta = H_1 - \frac{H_1 - H_2}{2m} l + \frac{\alpha m q_0}{\pi l k}, \quad (8)$$

откуда вытекает, что

$$q_0 = \frac{\pi l k}{\alpha m} \left(H_0 - H_1 + \frac{H_1 - H_2}{2m} l \right). \quad (9)$$

Здесь

$$\alpha = \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_1\left(\frac{n\pi R}{m}\right)}{I_1\left(\frac{n\pi R}{m}\right)} I_0\left(\frac{n\pi r_0}{m}\right) + K_0\left(\frac{n\pi r_0}{m}\right) \right] \times \\ \times \frac{\left(1 - \cos\left(\frac{n\pi l}{m}\right)\right)^2}{n^2}.$$

Для удобства последующего анализа вводятся безразмерные координаты и параметры: $\bar{r} = r/m$, $\bar{r}_0 = r_0/m$, $\bar{R} = R/m$, $\bar{z} = z/m$, $\bar{l} = l/m$, а также приведенный напор $\tilde{H} = (H_1 - H)/(H_1 - H_2)$. Для величины \tilde{H} , исходя из зависимостей (6) и (9), получаем следующее выражение:

$$\tilde{H} = \bar{z} + \frac{\bar{l}}{\alpha} \left(\tilde{H}_0 - \frac{\bar{l}}{2} \right) f(\bar{r}, \bar{z}), \quad (10)$$

где $\tilde{H}_0 = (H_1 - H_0)/(H_1 - H_2)$,

$$f(\bar{r}, \bar{z}) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_1(n\pi\bar{R})}{I_1(n\pi\bar{R})} I_0(n\pi\bar{r}) + K_0(n\pi\bar{r}) \right] \times \\ \times \frac{1 - \cos(n\pi\bar{l})}{n} \sin(n\pi\bar{z}).$$

На боковой границе области движения ($\bar{r} = \bar{R}$)

$$f(\bar{R}, \bar{z}) = \frac{1}{\pi^2 \bar{R}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos(n\pi\bar{l})}{n^2 I_1(n\pi\bar{R})} \sin(n\pi\bar{z}).$$

При больших значениях \bar{l} ($\bar{l} \geq 0.75$) или меньших \bar{R} ($\bar{R} \leq 0.05$) для расчета $f(\bar{R}, \bar{z})$ можно рекомендовать простые формулы:

$$f(\bar{R}, \bar{z}) = \frac{1}{\bar{R}^2} \left(\frac{\bar{z}^3 - \bar{l}^3}{6} + \frac{\bar{z} - \bar{l}}{3} + \frac{\bar{l}^2 - \bar{l}\bar{z}^2}{2} \right) \quad \text{при } \bar{z} \leq \bar{l},$$

$$f(\bar{R}, \bar{z}) = \frac{\bar{l}^2}{2\bar{R}^2} (1 - \bar{z}) \quad \text{при } \bar{z} > \bar{l}.$$

Из выражения (10) следуют зависимости для вычисления вертикальной и горизонтальной скоростей фильтрации, фильтрационного расхода. В частности, относительные компоненты скорости фильтрации будут

$$\bar{v}_r = \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \bar{r}} = \frac{\bar{l}}{\alpha} \left(\tilde{H}_0 - \frac{\bar{l}}{2} \right) f'_r(\bar{r}, \bar{z}), \quad (11)$$

$$\bar{v}_z = \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \bar{z}} = 1 + \frac{\bar{l}}{\alpha} \left(\tilde{H}_0 - \frac{\bar{l}}{2} \right) f'_z(\bar{r}, \bar{z}),$$

где

$$f'_r(\bar{r}, \bar{z}) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_1(n\pi\bar{R})}{I_1(n\pi\bar{R})} I_1(n\pi\bar{r}) - K_1(n\pi\bar{r}) \right] \times$$

$$\times \left(1 - \cos(n\pi\bar{l}) \right) \sin(n\pi\bar{z}),$$

$$f'_z(\bar{r}, \bar{z}) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_1(n\pi\bar{R})}{I_1(n\pi\bar{R})} I_0(n\pi\bar{r}) + K_0(n\pi\bar{r}) \right] \times$$

$$\times \left(1 - \cos(n\pi\bar{l}) \right) \cos(n\pi\bar{z}).$$

Здесь величины \bar{v}_r , \bar{v}_z представляют собой отношения размерных скоростей v_r , v_z к постоянной скорости фильтрации v_0 , которая имела бы место в ДО в отсутствии макропор, $v_0 = k(H_1 - H_2)/m$. Но наиболее показательными и полезными для оценки роли макропор в формировании гидрохимического режима являются зависимости $V(z)$, описывающие изменение фильтрационного расхода в области движения по глубине. В расчетах переноса ЗВ используется безразмерный расход $\bar{V}(\bar{z})$, для нахождения которого V соотносится с V_0 (здесь $V_0 = \pi R^2 k(H_1 - H_2)/m$ – аналогичный расход в ДО без макропор). Вначале $\bar{V}(\bar{z})$ представляются в виде хорошо сходящегося ряда:

$$\bar{V}(\bar{z}) = 1 + \frac{2\bar{l}}{\pi^2 \alpha \bar{R}^2} \left(\tilde{H}_0 - \frac{\bar{l}}{2} \right) \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos(n\pi\bar{l})}{n^2} \cos(n\pi\bar{z}), \quad (12)$$

суммирование которого позволило получить удобные для фильтрационных и экологических расчетов функции расходов:

$$V_1 = 1 + \frac{\bar{l}}{\alpha \bar{R}^2} \left(\tilde{H}_0 - \frac{\bar{l}}{2} \right) \left(\bar{l} - \frac{\bar{l}^2}{2} - \bar{z} \right),$$

при $0 \leq \bar{z} \leq \bar{l}$, (13)

$$V_2 = 1 - \frac{\bar{l}^3}{2\alpha \bar{R}^2} \left(\tilde{H}_0 - \frac{\bar{l}}{2} \right), \quad \text{при } \bar{l} < \bar{z} \leq 1. \quad (14)$$

Формально из формулы (13) вытекает, что расход V_1 при определенных соотношениях между \bar{l} , \bar{R} и \bar{r}_0 в верхней части области движения стает отрицательным. Из физических соображений такой результат можно трактовать, как свидетельство формирования застойной зоны, в пределах которой фильтрационный расход в вертикальном направлении равен 0. Нижняя граница этой зоны находится на глубине z_* , причем

$$\bar{z}_* = \bar{l} - \frac{\bar{l}^2}{2} + \frac{2\alpha \bar{R}^2}{\bar{l}(2\tilde{H}_0 - \bar{l})}. \quad (15)$$

Используя уравнение (15), легко вывести условие отсутствия застойной зоны, например, при $\bar{l} > 2\tilde{H}_0$:

$$\bar{l}^4 - 2(\tilde{H}_0 + 1)\bar{l}^3 + 4\tilde{H}_0\bar{l}^2 + 4\alpha\bar{R}^2 \geq 0.$$

Следовательно, в случае $\bar{z}_* \geq 0$ вся жидкость поступает в ДО исключительно через макропоры, причем "работать" будут только их нижние части в пределах от \bar{z}_* до \bar{R} . И в заключение фильтрационных исследований был найден относительный расход отсоединяемой из макропоры жидкости $\bar{Q}_w(\bar{z})$, которой на участке между отметками (глубинами) \bar{z} и \bar{l} определяется как

$$\bar{Q}_w = 2\pi\bar{r}_0 \int_{\bar{z}}^{\bar{l}} \bar{v}_r(\bar{r}_0, \zeta) d\zeta = \quad (16)$$

$$= \frac{2\bar{r}_0\bar{l}}{\alpha\bar{R}^2} \left(\tilde{H}_0 - \frac{\bar{l}}{2} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_1(n\pi\bar{R})}{I_1(n\pi\bar{R})} I_1(n\pi\bar{r}_0) - \right.$$

$$\left. - K_1(n\pi\bar{r}_0) \right] \frac{1 - \cos(n\pi\bar{l})}{n} (\cos(n\pi\bar{z}) - \cos(n\pi\bar{l})).$$

Очевидно, что полный расход отсоединяемой жидкости $\bar{Q}_w(\bar{z}_*)$ совпадает с максимальным расходом внутри макропоры Q_{po} , расходом V_2 и поэтому может рассчитываться по формуле (14). Единственное затруднение, с которым приходится сталкиваться при определении \bar{V} , Q_{po} , связано с вычислением параметра α . Найти точную сумму ряда, содержащегося в выражении для α , не представляется возможным. Вместо этого предлагается эффективная приближенная формула

$$\alpha = \frac{\bar{l}}{2} \ln \frac{2}{\pi\gamma\bar{r}_0} + \frac{\bar{l}^3}{\bar{R}^2} \left(\frac{1}{3} - \frac{\bar{l}}{4} \right), \quad (17)$$

где γ – постоянная Эйлера. Погрешность при вычислениях α по этой формуле не превышает 15–20% при $\bar{l} \geq 0.75$ и $\bar{R} \leq 0.05$, а при $\bar{R} \leq 0.01$ снижается до 2%. Следует еще добавить, что и эта трудность устраняется в случае известного расхода источника Q . Тогда с учетом $\bar{Q} = Q/(kl(H_1 - H_2))$

имеем:

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \bar{z} - \frac{\bar{Q}}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{K_1(n\pi\bar{R})}{I_1(n\pi\bar{R})} I_0(n\pi\bar{r}) + \right. \\ &\quad \left. + K_0(n\pi\bar{r}) \right] \frac{1 - \cos(n\pi\bar{l})}{n} \sin(n\pi\bar{z}), \\ V_1 &= 1 + \frac{\bar{l}^2 \bar{Q}}{4\pi\bar{R}^2} (l^2 - 2\bar{l} + 2\bar{z}), \quad \text{при } \bar{z} \leq \bar{l}, \\ V_2 &= 1 + \frac{\bar{l}^4 \bar{Q}}{4\pi\bar{R}^2}, \quad \text{при } \bar{z} > \bar{l}. \end{aligned} \quad (18)$$

2. ВНУТРИПОРОВАЯ ГИДРАВЛИКА

Принятое в предыдущем разделе допущение о постоянстве напора на поверхности источника вследствие малости диаметра последнего требует тщательной проверки. Обоснование упомянутого допущения базируется на уравнениях движения и неразрывности в макропоре, учитывающих отсоединение массы вдоль пути. В размерной форме указанные уравнения имеют вид [23]

$$-\frac{dH_p}{dz} = \frac{\beta}{2\pi^2 gr_0^4} \frac{dQ_p^2}{dz} + \frac{\lambda_h}{4\pi^2 gr_0^5} Q_p^2, \quad (20)$$

$$\frac{dQ_p}{dz} = -q = -2\pi r_0 v_r. \quad (21)$$

Здесь H_p , Q_p – напор и расход жидкости внутри макропоры; β – коэффициент, характеризующий скорость и направление отсоединения жидкости; g – ускорение земного притяжения; λ_h – коэффициент гидравлического трения. Далее принимается во внимание, что движение жидкости в макропорах ДО происходит, как правило, в ламинарном режиме и снова вводятся безразмерные величины. Тогда уравнение (20) трансформируется следующим образом:

$$-\frac{d\bar{H}_p}{d\bar{z}} = \frac{\beta\varphi\psi\bar{R}^4}{2\bar{r}_0^4} \frac{d\bar{Q}_p^2}{d\bar{z}} + 8\varphi\frac{\bar{R}^2}{\bar{r}_0^4} \bar{Q}_p, \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{H}_p &= \frac{H_p}{H_1 - H_2}; \quad \varphi = \frac{\nu k}{gm^2}; \\ \psi &= \frac{k(H_1 - H_2)}{\nu}; \quad \bar{Q}_p = \frac{mQ_p}{\pi R^2 k(H_1 - H_2)}; \end{aligned}$$

ν – кинематическая вязкость. Выражение для $\bar{Q}_p(\bar{z})$ находится из формулы (13) и равенства $d\bar{Q}_p/d\bar{z} = -d\bar{V}/d\bar{z}$, которое легко получить путем интегрирования двухмерного уравнения неразрывности. В итоге находим

$$\tilde{H}_p(\bar{z}) = \bar{H}_1 - \bar{H}_p = \frac{\delta}{2}(\bar{z}^2 - 2\bar{l}\bar{z}), \quad (23)$$

где

$$\delta = \frac{8\varphi\bar{l}}{\alpha\bar{r}_0^4} \left(\tilde{H}_0 - \frac{\bar{l}}{2} \right) \left[1 + \frac{\beta\psi\bar{l}}{8\alpha} \left(\tilde{H}_0 - \frac{\bar{l}}{2} \right) \right].$$

Итак, полная потеря приведенного напора в макропоре \tilde{H}_{pm} будет

$$\tilde{H}_{pm} = \tilde{H}_p(\bar{l}) = -\frac{\delta\bar{l}^2}{2}. \quad (24)$$

Так как макропоры образуются, главным образом, при перемещении роющих животных вглубь ДО с их верхней границы или при движении в обратном направлении, заканчивающимся на той же границе, то сначала полагалось $\tilde{H}_0 = 0$. Естественно, что внутрипоровая гидравлика будет несущественной для фильтрационного процесса при условии

$$\tilde{H}_{pm} \ll 1$$

или в развернутом виде

$$\frac{4\varphi\bar{l}^2}{\alpha\bar{r}_0^4} \left(1 - \frac{\beta\psi\bar{l}^2}{16\alpha} \right) = \varepsilon \ll 1. \quad (25)$$

Количественный анализ значимости этого фактора выполняется в пятом разделе данной работы.

3. МИГРАЦИЯ ЗАГРЯЗНЕНИЯ

Рассматривается длительная миграция ЗВ в ДО при наличии вторичной пористости, что дает основание применить стационарную модель его диффузионно-конвективного переноса и результаты фильтрационных исследований из первого раздела. Большинство загрязняющих веществ являются неустойчивыми в химическом отношении, и их токсичность в силу разных причин, которые здесь не обсуждаются, постепенно убывает. Деградация ЗВ существенно сказывается на гидрохимическом режиме ДО. Если на верхней границе ДО или на некоторой глубине в вышележащем водоисточнике концентрация ЗВ не меняется ($C(r, 0) = C_0 = \text{const}$), то при $t \rightarrow \infty$ такая же концентрация должна установиться во всем слое, включая и макропоры ($0 \leq \bar{z} \leq 1$). В случае неустойчивого ЗВ его концентрация всюду в ДО будет ниже C_0 , причем отклонение от простейшего гидрохимического режима $C(r, z) = C_0$ будет тем ощутимее, чем больше неустойчивость ЗВ. Вообще в природную среду проникает огромное количество химических веществ с чрезвычайно отличающимися физико-химическими свойствами. Совершенно естественно, что и кинетика их деградации также отличается большим разнообразием. В данной работе, однако, ставилась задача не

углубленного изучения поведения различных видов ЗВ, а задача количественной оценки влияния системы макропор на фильтрационные и миграционные процессы в ДО. Поэтому для последующих теоретических исследований выбрана кинетика нулевого порядка, которая, во-первых, характерна для многих видов ЗВ, во-вторых, наиболее подходит для реализации математических моделей аналитическими методами. Еще одно важное преимущество такой кинетики заключается в том, что подбором коэффициента скорости деградации ЗВ можно добиться распределения ЗВ, свойственного любому этапу загрязнения ДО. Так как ЗВ в грунт поступает главным образом через нижний участок макропор ($0 \leq \bar{z} \leq \bar{z}_*$), то исходная математическая модель включает два уравнения диффузионно-конвективного переноса для относительных концентраций $\bar{C}_1 = C_1/C_0$ и $\bar{C}_2 = C_2/C_0$ в слоях $\bar{z}_* \leq \bar{z} \leq \bar{l}$ и $\bar{l} < \bar{z} \leq 1$. В безразмерной форме уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\bar{z}} \left[(\bar{D}_0 + \bar{\chi}\bar{V}) \frac{d\bar{C}_1}{d\bar{z}} - \bar{V}\bar{C}_1 \right] + a - \bar{\lambda} &= 0, \\ \bar{D}_m \frac{d^2\bar{C}_2}{d\bar{z}^2} - \bar{V}_m \frac{d\bar{C}_2}{d\bar{z}} - \bar{\lambda} &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь $\bar{\chi} = \chi/m$, χ – коэффициент гидродинамической дисперсии; $\bar{V}(z)$ для удобства представляется как $a\bar{z} + b$ и в соответствии с выражением (13)

$$a = \frac{\bar{l}^2}{2\alpha\bar{R}^2}, \quad b = 1 - \frac{\bar{l}^3}{2\alpha\bar{R}^2} \left(1 - \frac{\bar{l}}{2} \right);$$

$$\bar{D}_m = \bar{D}_0 + \bar{\chi}\bar{V}_m, \quad \bar{D}_0 = \frac{D_0}{k(H_1 - H_2)},$$

D_0 характеризует молекулярную диффузию и в илистых осадках приближается к коэффициенту молекулярной диффузии;

$$\bar{V}_m = a\bar{l} + b; \quad \bar{\lambda} = \frac{m\lambda}{kC_0(H_1 - H_2)}.$$

Для описания миграции ЗВ в микрообласти движения по аналогии с фильтрационной задачей, строго говоря, следовало бы использовать двухмерную модель. Вместе с тем для оценочного анализа значимости макропор вполне достаточно ограничиться одномерной моделью (26), которая формально получается путем интегрирования в радиальном направлении упомянутой двухмерной модели и введения эффективных параметров задачи, в частности, осредненных по r концентраций \bar{C}_1 , \bar{C}_2 . При задании краевых условий трудности возникают только с условием на границе $\bar{z} = \bar{z}_*$, так как здесь по существу неизвестна и концентрация,

и расход ЗВ. Имея, однако, ввиду узость области движения ($\bar{R} \ll 1$) и определяющее влияние макропор на поле концентраций в верхней части ДО, искомую величину C_* (среднее значение \bar{C}_1 на указанной границе) удастся приближенно вычислить из решения одномерной осесимметричной задачи с условием первого и второго рода на внутренней $\bar{r} = \bar{r}_0$ и внешней $\bar{r} = \bar{R}$ границах. При больших значениях коэффициента $\bar{\lambda}$ в верхней части ДО вблизи внешней границы $r = R$ возможно образование чистой зоны. Ее положение определяется границей $\bar{r} = \bar{r}_*$. Значение \bar{r}_* прежде всего зависит от скорости деградации ЗВ и вычисляется из уравнения

$$2\bar{r}_*^2 \ln \frac{\bar{r}_*}{\bar{r}_0} - \bar{r}_*^2 = \frac{4\bar{D}_0}{\bar{\lambda}_0} - \bar{r}_0^2. \quad (27)$$

Средняя величина C_* в общем случае рассчитывается по формуле

$$\begin{aligned} C_* = \frac{\bar{r}_*^2 - \bar{r}_0^2}{\bar{R}^2 - \bar{r}_0^2} \left[1 + \frac{3\bar{\lambda}_0\bar{r}_*^2}{8\bar{D}_0} - \right. \\ \left. - \frac{\bar{\lambda}_0\bar{r}_0^2}{8\bar{D}_0} - \frac{\bar{\lambda}_0\bar{r}_*^4}{2\bar{D}_0(\bar{r}_*^2 - \bar{r}_0^2)} \ln \frac{\bar{r}_*}{\bar{r}_0} \right], \end{aligned} \quad (28)$$

причем при $\bar{r}_* \geq \bar{R}$ в (28) следует положить $\bar{r}_* = \bar{R}$. Остальные краевые условия будут

$$\begin{aligned} \bar{z} = \bar{l}, \quad \bar{C}_1 = \bar{C}_2; \quad \frac{d\bar{C}_1}{d\bar{z}} = \frac{d\bar{C}_2}{d\bar{z}}; \\ \bar{z} = 1, \quad \frac{d\bar{C}_2}{d\bar{z}} = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

В результате интегрирования второго уравнения системы (26) получено

$$\begin{aligned} \bar{C}_2 = \bar{C}_1(\bar{l}) - \frac{\bar{\lambda}}{\bar{V}_m}(\bar{z} - \bar{l}) + \\ + \frac{\bar{\lambda}\bar{D}_m}{\bar{V}_m^2} \left(e^{\frac{\bar{V}_m}{\bar{D}_m}(\bar{z}-1)} - e^{\frac{\bar{V}_m}{\bar{D}_m}(\bar{l}-1)} \right). \end{aligned} \quad (30)$$

Для полного решения поставленной задачи зависимость (30) необходимо дополнить решением первого уравнения (26), но уже при условиях

$$\begin{aligned} \bar{z} = \bar{z}_*, \quad \bar{C}_1 = C_*; \\ \bar{z} = \bar{l}, \quad \frac{d\bar{C}_1}{d\bar{z}} = A = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{V}_m} \left(e^{\frac{\bar{V}_m}{\bar{D}_m}(\bar{l}-1)} - 1 \right). \end{aligned}$$

Это решение выражается следующей зависимостью:

$$\bar{C}_1 = e^{\frac{\bar{V}}{a\bar{D}_0}} \left(\bar{z} + \frac{b}{a} + \bar{D}_0 \right)^{-\frac{\bar{D}_0}{\bar{\chi}}} \times \quad (31)$$

$$\times \left[C_* \tilde{D}_0^{\frac{\tilde{D}_0}{\bar{\chi}}} - \frac{a - \bar{\lambda}}{a \bar{\chi}} Y_1 \left(\bar{z} + \frac{b}{a} \right) - B Y_2 \left(\bar{z} + \frac{b}{a} \right) \right].$$

Здесь

$$\tilde{D}_0 = \frac{\bar{D}_0}{a \bar{\chi}}, \quad Y_1(x) = \int_0^x \xi (\xi + \tilde{D}_0)^{\frac{\tilde{D}_0}{\bar{\chi}} - 1} e^{-\frac{\xi}{\bar{\chi}}} d\xi,$$

$$Y_2(x) = \int_0^x (\xi + \tilde{D}_0)^{\frac{\tilde{D}_0}{\bar{\chi}} - 1} e^{-\frac{\xi}{\bar{\chi}}} d\xi,$$

$$B = \left\{ \left(1 - \frac{\bar{D}_0}{\bar{D}_m} \right) \left[C_* \tilde{D}_0^{\frac{\tilde{D}_0}{\bar{\chi}}} - \frac{a - \bar{\lambda}}{a \bar{\chi}} Y_1 \left(\bar{l} + \frac{b}{a} \right) \right] - \left[\bar{\chi} A \left(\frac{\bar{D}_m}{a \bar{\chi}} \right)^{\frac{\tilde{D}_0}{\bar{\chi}}} + \frac{a - \bar{\lambda}}{a^2} \left(\frac{\bar{D}_m}{a \bar{\chi}} \right)^{\frac{\tilde{D}_0}{\bar{\chi}} - 1} \right] e^{-\frac{\bar{V}_m}{a \bar{\chi}}} \right\} /$$

$$/ \left\{ \left(1 - \frac{\bar{D}_0}{\bar{D}_m} \right) Y_2 \left(\bar{l} + \frac{b}{a} \right) + \bar{\chi} \left(\frac{\bar{D}_m}{a \bar{\chi}} \right)^{\frac{\tilde{D}_0}{\bar{\chi}} - 1} e^{-\frac{\bar{V}_m}{a \bar{\chi}}} \right\}.$$

Подстановка найденного с помощью выражения (31) значения \bar{C}_1 на уровне $\bar{z} = \bar{l}$ в (30) позволяет, используя эту пару зависимостей, рассчитать профиль относительной концентрации ЗВ в пределах от \bar{z}_* до 1. Второй важной гидрохимической характеристикой является расход ЗВ $I_c(\bar{z})$, который легко определяется при известном $\bar{C}_1(\bar{l})$ из формул

$$I_c = (a - \bar{\lambda})(\bar{z} - \bar{l}) - \bar{D}_m A + \bar{V}_m \bar{C}_1(\bar{l}),$$

при $\bar{z}_* \geq \bar{z} \geq \bar{l}$,

$$I_c = \bar{\lambda}(\bar{l} - \bar{z}) - \bar{D}_m A + \bar{V}_m \bar{C}_1(\bar{l}),$$

при $1 \geq \bar{z} > \bar{l}$.

Практическое применение основных формул, полученных в разделах 1–3, демонстрируется в пятом разделе на многочисленных примерах расчетов.

4. ЭФФЕКТИВНЫЙ ФИЛЬТРАЦИОННЫЙ РАСХОД

В реальных ДО размеры макропор, и в первую очередь их длина, сильно различаются, хотя большая их часть сосредоточена вблизи границы между ДО и водоисточником. Так, параметр \bar{l} в принципе может меняться в полном диапазоне от 0 до 1 (при небольшой мощности ДО). Для оценки влияния вторичной пористости на фильтрационный процесс целесообразно воспользоваться приведенным в первом разделе решением о действии отдельной макропоры и иметь достоверную информацию о поверхностной плотности таких пор

N_0 (их количество, приходящееся на единицу площади верхней границы ДО) в общем, а также их длине. Подобную информацию затем следует обобщить в целях упрощения анализа фильтрационного режима. При этом строится функция распределения макропор по их длине, которая может быть кусочно-постоянной или непрерывной. Пусть имеющиеся данные позволяют условно разделить систему на такие группы, что макропоры любой из них имеют примерно одну длину. Понятно, что число характерных длин должно совпадать с количеством выделенных групп (для определенности это число принимается равным s). Также полагается, что макропоры из i -й группы плотностью N_i имеют среднюю длину \bar{l}_i , а относительные элементарные расходы в их зонах влияния согласно выражений (13), (14), будут

$$\bar{V}_i(\bar{z}, \bar{l}_i) = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq \bar{z} \leq \bar{z}_{*i}, \\ \bar{V}_{i1}(\bar{z}, \bar{l}_i), & \text{при } \bar{z}_{*i} < \bar{z} \leq \bar{l}_i, \\ \bar{V}_{i2}(\bar{l}_i), & \text{при } \bar{l}_i < \bar{z} \leq 1, \end{cases} \quad (33)$$

где $\bar{z}_{*i} = \bar{z}_*(\bar{l}_i)$ – глубина застойной зоны в микрообласти движения, содержащей макропору длиной \bar{l}_i ; $\bar{l}_{j+1} > \bar{l}_j$. Очевидно, что

$$\frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^s N_j = 1.$$

Общий расход жидкости (безразмерный) сквозь часть горизонтального сечения в ДО единичной площади на произвольной глубине $\bar{V}_t(\bar{z})$ складывается из элементарных расходов во всех зонах влияния рассматриваемых макропор на той же глубине. Вычисляются эти расходы в зависимости от соотношения между \bar{z} , \bar{l}_j , \bar{z}_{*k} . В частности, при $\bar{l}_j \leq \bar{z} \leq \bar{l}_{j+1}$ вклад в величину \bar{V}_t микропотоков из группы микрообластей с источниками длиной \bar{l}_j составит $N_j \bar{V}_{j2}(\bar{l}_j)/N_0$. В то же время вклад микропотоков, образованных с участием источников длиной \bar{l}_{j+1} , при $\bar{z} > \bar{z}_{*j+1}$, оценивается величиной $N_{j+1} \bar{V}_{j+1,2}(\bar{l}_{j+1})/N_0$, а при $\bar{z} < \bar{z}_{*j+1}$ вообще отсутствует. Для определения результирующего удельного расхода (потока) жидкости $\bar{V}_t(\bar{z})$ необходимо все относительные элементарные расходы сложить. Окончательно формула для расчета \bar{V}_t при $\bar{z}_{*k} \leq \bar{z} \leq \bar{z}_{*k+1}$ и $\bar{l}_i \leq \bar{z} \leq \bar{l}_{i+1}$ принимает вид

$$\bar{V}_t = \frac{1}{N_0} \left[\sum_{j=1}^i N_j \bar{V}_{j2}(\bar{l}_j) + \sum_{j=i+1}^k N_j \bar{V}_{j1}(\bar{z}, \bar{l}_j) \right]. \quad (34)$$

При $\bar{z} > \bar{z}_{*s}$ застойные зоны в ДО не влияют на \bar{V}_t и тогда во второй сумме из формулы (34) следует k заменить на s .

Функция распределения макропор по их длине $N(\bar{l})$ может быть и непрерывной, так что для ее нормированного аналога $\bar{N} = N/N_0$ справедливо равенство

$$\int_0^{\bar{l}} \bar{N}(\eta) d\eta = 1. \quad (35)$$

Если застойные зоны не образуются, то в соответствии с формулой (34)

$$\begin{aligned} \bar{V}_i &= I_{w1} + I_{w2} = \\ &= \int_0^{\bar{z}} \bar{N}(\bar{l}) \bar{V}_2(\bar{l}) d\bar{l} + \int_{\bar{z}}^1 \bar{N}(\bar{l}) \bar{V}_1(\bar{z}, \bar{l}) d\bar{l}. \end{aligned} \quad (36)$$

Сложнее рассчитывать \bar{V}_i при наличии указанных зон. В этом случае сначала необходимо найти зависимость $\bar{l}_*(\bar{z})$ из уравнения

$$\bar{z} = \bar{l}_* - \frac{\bar{l}_*^2}{2} + \frac{2\alpha(\bar{l}_*)\bar{R}^2}{\bar{l}_*(2\bar{H}_0 - \bar{l}_*)},$$

и только затем искомым \bar{V}_i вычислить по формуле

$$\bar{V}_i = \int_0^{\bar{z}} \bar{N}(\bar{l}) \bar{V}_2(\bar{l}) d\bar{l} + \int_{\bar{z}}^{\bar{l}_*} \bar{N}(\bar{l}) \bar{V}_1(\bar{z}, \bar{l}) d\bar{l}. \quad (37)$$

В простейшем случае системы макропор одной длины \bar{l}_0 функция $\bar{N}(\bar{l})$ имеет вид функции Дирака $\delta(\bar{l} - \bar{l}_0)$, и из формулы (37) для $\bar{z} \leq \bar{l}_0$ и $\bar{z} > \bar{l}_0$ легко получить выражения (13), (14). Вид функции $N(\bar{l})$ и особенности расчета действия сложной системы макропор обсуждаются в следующем разделе.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Полученные в предыдущих разделах теоретические результаты в аналитической форме позволяют выполнять разносторонний анализ фильтрационного и гидрохимического режимов в ДО, содержащих сеть вертикальных макропор. Ввиду многообразия природных условий и физико-химических свойств осадков не представляется возможным в рамках одной статьи охватить все характерные случаи. Поэтому приходится акцентировать внимание на размерах и плотности макропор, их влиянии на потоки грунтовых вод и ЗВ.

О серьезности трансформации фильтрационной картины под действием указанных пор прежде всего свидетельствуют данные расчетов приведенного напора \bar{H} , которые проводились при двух радиусах области движения ($\bar{R} = 0.01$ и 0.1) и трех

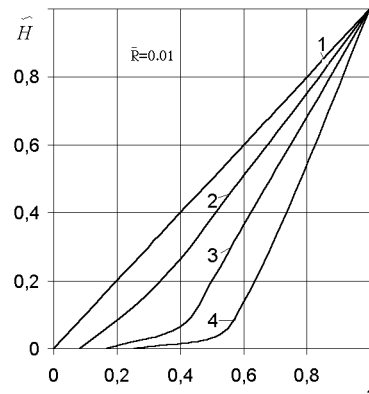


Рис. 1. Профили приведенного напора $\bar{H}(\bar{z})$: 1 - $\bar{l} = 0$; 2 - $\bar{l} = 0.25$; 3 - $\bar{l} = 0.5$; 4 - $\bar{l} = 0.75$

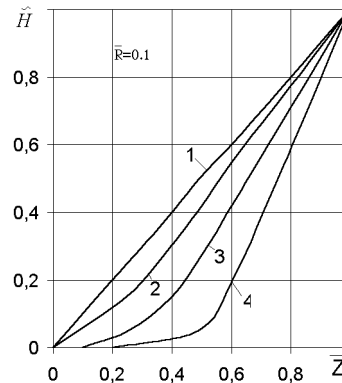


Рис. 2. Профили приведенного напора $\bar{H}(\bar{z})$: 1 - $\bar{l} = 0$; 2 - $\bar{l} = 0.25$; 3 - $\bar{l} = 0.5$; 4 - $\bar{l} = 0.75$

значениях длины макропоры ($\bar{l} = 0.25, 0.5, 0.75$). На рис.1, 2 приведены соответствующие профили $\bar{H}(\bar{z})$. Особенно рельефно просматривается значение внутренних источников для фильтрационного течения при сопоставлении указанных профилей с кривой 1 на обоих рисунках, которая описывает линейное снижение напора с глубиной в ДО без макропор. Естественно, что большее расхождение между ней и другими кривыми имеет место при меньшем \bar{R} . Напор $\bar{H}(\bar{z})$ во всех выбранных вариантах, кроме одного ($\bar{R} = 0.1, \bar{l} = 0.25$), обращался в 0 при $\bar{z} > 0$, что указывает на отсутствие течения в верхней части ДО. Образование застойной зоны свойственно именно фильтрационным процессам в области движения с густой сетью источников и практически не наблюдается в задачах подземной гидравлики из-за значительной удаленности источников (стоков) друг от дру-

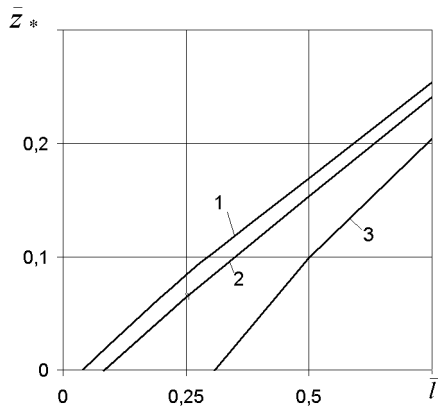


Рис. 3. Графики зависимости $\bar{z}_*(\bar{l})$:
 1 – $\bar{R} = 0.01$; 2 – $\bar{R} = 0.05$; 3 – $\bar{R} = 0.1$

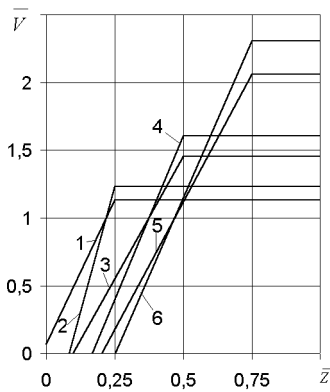


Рис. 4. Изменение относительного фильтрационного расхода по глубине ДО:
 1, 3, 5 – $\bar{R} = 0.1$; 2, 4, 6 – $\bar{R} = 0.01$;
 1, 2 – $\bar{l} = 0.25$; 3, 4 – $\bar{l} = 0.5$; 5, 6 – $\bar{l} = 0.75$

га. В рассматриваемой же ситуации область фильтрации оказывается сильно вытянутой по вертикали, а ее большая часть пронизывается источником. Посредством этого источника напор H_1 почти без изменения передается далеко вглубь физической области и как следствие этого сверху ДО градиент напора стремится к 0, а фильтрационный процесс тормозится вплоть до полного его прекращения. Размеры (глубина) застойной зоны сильно зависят и от \bar{R} , и от \bar{l} , на что указывает рис. 3. При относительно малой длине источника застойная зона не образуется. Например, даже при $\bar{R} = 0.01$ эта зона будет отсутствовать в случае $\bar{l} \leq 0.04$. Таким образом, из всех рассчитанных случаев (рис. 1, 2) только в одном, выделенном выше, верхняя граница ДО будет служить в качестве контура питания. В остальных же жид-

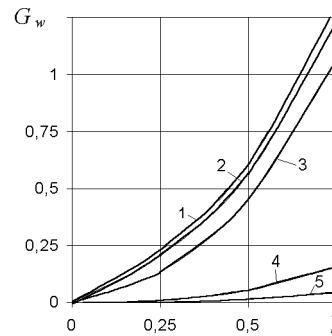


Рис. 5. Графики зависимости $G_w(\bar{l})$:
 1 – $\bar{R} = 0.01$; 2 – $\bar{R} = 0.05$; 3 – $\bar{R} = 0.1$;
 4 – $\bar{R} = 0.5$; 5 – $\bar{R} = 1$

кость притекает в грунт исключительно из нижней части макропор. Также в результате действия макропор существенно меняется и характер фильтрационного течения, что выражается в возникновении его неравномерности на верхнем участке ДО ($\bar{z}_* \leq \bar{z} \leq \bar{l}$). Фильтрационный расход линейным образом возрастает от 0 при $\bar{z}_* \geq 0$ (кривые 2 – 6 на рис. 4) до своего максимального значения на уровне $\bar{z} = \bar{l}$, которое затем сохраняется вплоть до нижнего основания. И как видно из рис. 4, только в случае $\bar{R} = 0.1$ поток жидкости охватывает весь слой ДО, причем расход во входном сечении ($\bar{z} = 0$) здесь составил всего 6.7% от эталонного (сформированного без участия макропор). Но, пожалуй, лучше всего уяснить роль системы вторичной пористости в усилении фильтрационного течения удастся, опираясь на данные вычислений относительной величины G_w изменения расхода V , а именно $G_w = (V(m) - V_0)/V_0$. Параметр G_w рассчитывался в зависимости от длины \bar{l} при фиксированных \bar{R} (рис. 5) и в зависимости от \bar{R} при постоянных \bar{l} (рис. 6). Параметр \bar{l} изменялся в полном диапазоне $[0,1]$, то есть допускалось прорезание макропорой всего слоя осадков, но жидкость, проходящая через ДО транзитом (минуя грунт), во внимание не принималась. Действительно, подобные поры встречаются крайне редко и в принципе транзитный поток просто не в состоянии дать ощутимую добавку к фильтрационному расходу. Из рис.6 следует, что величина G_w с увеличением \bar{l} растет нелинейно, причем, особенно резко при малых значениях \bar{R} . Поэтому даже при малом количестве длинных макропор их вклад в общую фильтрационную картину может оказаться важным. Влияние радиуса области фильтрации на расход грунтовых вод проявляется по-разному при малых и больших его значениях

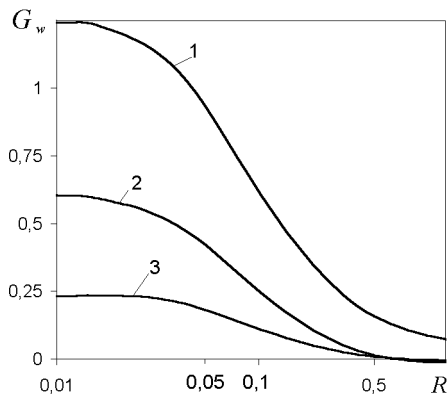


Рис. 6. Графики зависимости $G_w(\bar{R})$:
 1 - $\bar{l} = 0.75$; 2 - $\bar{l} = 0.5$; 3 - $\bar{l} = 0.25$

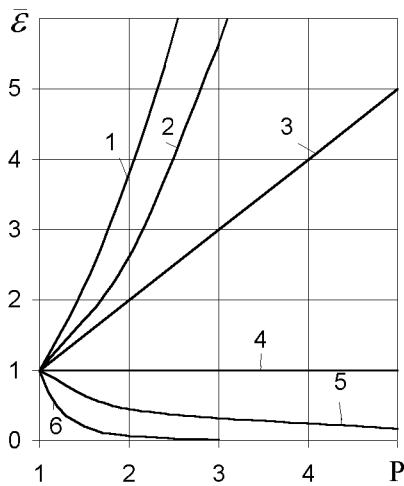


Рис. 7. Анализ чувствительности модели гидравлики макропоры:
 1 - $P = R$; 2 - $P = l$; 3 - $P = k$; 5 - $P = m$;
 4 - $P = H_1 - H_2$; 6 - $P = r_0$

(\bar{R} в примерах изменялся на два порядка). При густой сети макропор ($\bar{R} < 0.05$) расход жидкости в ДО увеличивается за счет действия макропор даже на сотни процентов (при $\bar{l} = 0.75$, $\bar{R} = 0.01$ – в 2.3 раза), причем этот рост почти не зависит от \bar{R} . В диапазоне значений \bar{R} от 0.05 до 1 наблюдается тесная связь между G_w и \bar{R} – с увеличением \bar{R} происходит резкое снижение величины G_w , причем в наибольшей степени при $\bar{l} = 0.75$. Наконец, при $\bar{R} = 1$ (разреженная сеть макропор) влияние макропор почти неощутимо вне зависимости от их длины.

Изучению значимости внутрипоровой гидравлики предшествовал анализ чувствительности гидравлической модели (20), (21) к изменениям параметров задачи. Для этого использовалась раз-

мерная форма условия (25):

$$\frac{2\nu k l^4}{g m^2 \alpha r_0^4} \left[1 - \frac{\beta k l^2 (H_1 - H_2)}{16 \nu m^2 \alpha} \right] = \varepsilon. \quad (38)$$

По очереди изменялись в несколько раз значения физических параметров (значения других параметров при этом сохранялись неизменными), которые характеризуют фильтрационные свойства ДО (k, m), размеры макропоры (r_0, l), их систему в целом (R), водно-физические условия в смежных средах (H_1, H_2), и в каждом таком варианте вычислялась величина ε . Данные расчетов относительного параметра $\bar{\varepsilon} = \varepsilon/\varepsilon_0$ (ε_0 – отвечает базовому примеру с исходными значениями вышеупомянутых параметров) показаны на рис. 7. Естественно, что наибольшую чувствительность распределение напора в макропоре обнаруживает к ее радиусу r_0 . Так, его увеличение в 2 раза ведет к уменьшению потерь напора почти в 16 раз. Также важными в этом отношении есть и параметры l, R . Следует подчеркнуть, что внутренняя гидравлика остро реагирует на изменение R только при $R \ll m$, а при $R > 0.5$ этот параметр слабо отражается на напоре H_p . Почти одинаково и весьма ощутимо влияют на потери напора в макропоре фильтрационные параметры, а вот изменение $H_1 - H_2$ почти не сказывается на ε . Таким образом, определяющим параметром здесь надо признать радиус r_0 . Из условия (25) несложно вывести выражения для оценки приведенного радиуса \tilde{r}_0 в удобной для расчетов форме и в зависимости от практических требований к изменениям напора внутри макропоры, имея ввиду

$$\tilde{r}_0 = \bar{r}_0 \varphi^{-0.25}.$$

В качестве характерных и в определенном смысле предельных значений для $\bar{\varepsilon}$ были выбраны 0.1 и \bar{l} . В первом случае уменьшение напора в макропоре составило всего 10% от полного изменения в области фильтрации $H_1 - H_2$. Во втором случае происходит синхронное снижение напора внутри и вне макропоры. Последнее значит, что вследствие очень малого r_0 эффект от действия всей сети макропор тождественен эффекту, обусловленному природной пористостью. Тогда вообще нет смысла выделять систему макропор как отдельную компоненту порового пространства. Первому предельному случаю отвечает значение приведенного радиуса $\tilde{r}_{П1}$, второму – $\tilde{r}_{П2}$, и вычисляются они по формулам:

$$\tilde{r}_{П1} = \bar{l} \sqrt{\frac{20}{\alpha} \left(1 - \frac{\beta \psi \bar{l}^2}{16 \alpha} \right)}, \quad (39)$$

$$\tilde{r}_{\Pi 2} = \bar{l} \left(\frac{2\bar{l}^3}{\alpha} \left(1 - \frac{\beta\psi\bar{l}^2}{16\alpha} \right) \right)^{\frac{1}{4}}.$$

Результаты расчетов зависимостей $\tilde{r}_{\Pi i}(\bar{R})$, $i = 1, 2$ приведены на рис. 8. При большой плотности макропор в ДО $\tilde{r}_{\Pi 1}$ и $\tilde{r}_{\Pi 2}$ слабо отличаются, а внутреннюю гидравлику необходимо учитывать лишь при очень малых значениях \tilde{r}_0 , r_0 особенно когда ими прорезается только верхняя часть осадков. При значениях \bar{R} , которые соизмеримы с мощностью слоя ДО ($\bar{R} \geq 0.5$), кривые $\tilde{r}_{\Pi i}(\bar{R})$ становятся более пологими и значительные величины $\tilde{r}_{\Pi i}$ уже почти не зависят от \bar{R} . Вообще, при действии системы вертикальных макропор часто нельзя заранее быть уверенным в важности или малосущественности их гидравлики для фильтрационного режима ДО. Действительно, среди рассмотренных многочисленных примеров с реальными исходными данными встречались и такие, в которых $\bar{\epsilon}$ доходило до нескольких десятков процентов. Следовательно, значимые потери напора внутри макропор в принципе возможны. В подобных ситуациях правильную фильтрационную картину удастся предсказать только при совместном решении внешней фильтрационной и внутренней гидравлической, а зависимости из первого раздела в лучшем случае требуют корректировки. Между прочим, опираясь на указанные зависимости, достаточно легко установить профили напора в области движения, которые наверняка будут ограничивать фактический профиль сверху H_u и снизу H_b . Верхняя мажоранта $H_u(r, z)$ рассчитывается по формуле (10) при $\tilde{H}_0 = 0$. Для определения нижней H_b прежде всего необходимо вычислить приведенный напор на нижнем конце макропоры $\tilde{H}_p(\bar{l})$, который затем применяется опять-таки в выражении (10) в качестве \tilde{H}_0 . С целью иллюстрации методики оценки взаимовлияния фильтрации и внутривязовой гидравлики сначала были найдены профили $H_u(R, z)$, $H_b(R, z)$ при исходных данных $\tilde{r}_0 = 1$, $\bar{R} = 0.01, \bar{l} = 0.25, 0.5$ и 0.75 , а затем отношение

$$\Delta \bar{H} = \frac{H_u - H_b}{H_1 - H_2}.$$

На рис. 9 изображены кривые, свидетельствующие об относительно малой ошибке при вычислениях в данном примере напора без учета гидравлики макропоры. Ожидаемая ошибка после принятия на поверхности макропоры постоянного напора H_1 не должна превышать 12%. И, наконец, гидравликой макропор вправе пренебрегать при их большой плотности ($\bar{R} < 0.1$) и ограниченной длине ($\bar{l} \leq 0.5$).

Действие макропор также сильно сказывается и

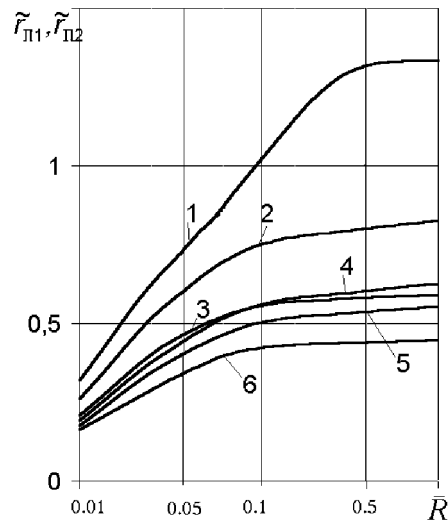


Рис. 8. Графики зависимостей $\tilde{r}_{\Pi 1}(\bar{R})$, $\tilde{r}_{\Pi 2}(\bar{R})$:
1–3 – $\tilde{r}_{\Pi 1}$; 4–6 – $\tilde{r}_{\Pi 2}$; 1, 4 – $\bar{l} = 0.75$; 2, 5 – $\bar{l} = 0.5$;
3, 6 – $\bar{l} = 0.25$

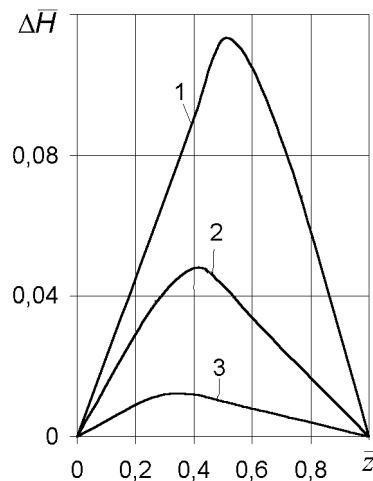


Рис. 9. Профили относительной погрешности $\Delta \bar{H}(z)$:
1 – $\bar{l} = 0.75$; 2 – $\bar{l} = 0.5$; 3 – $\bar{l} = 0.25$

на гидрохимических характеристиках в ДО, о чем можно судить прежде всего по профилям осредненной концентрации ЗВ $\bar{C}(z)$ на рис. 10. Указанные профили состоят из двух частей, характеризующих распределение ЗВ в пределах слоев $[\bar{z}_*, \bar{l}]$ и $[\bar{l}, 1]$. Соответствующие относительные величины \bar{C}_1, \bar{C}_2 рассчитаны по формулам (30), (31) при $\bar{l} = 0.25, 0.5, 0.75$; $\bar{R} = 0.01, 0.05$ и изображены на рис. 10 кривыми 1–4. Кроме того, задавались $\tilde{r}_0 = 0.001$, $\bar{\chi} = 0.05$, $\bar{D}_0 = 0.002$. Число Пекле на уровне $\bar{z} = \bar{l}$ $Pe_m = \bar{V}_m / \bar{D}_m$ во всех этих примерах приблизительно равняется 19.5. Значения \bar{C} на границах области серьезного загрязнения

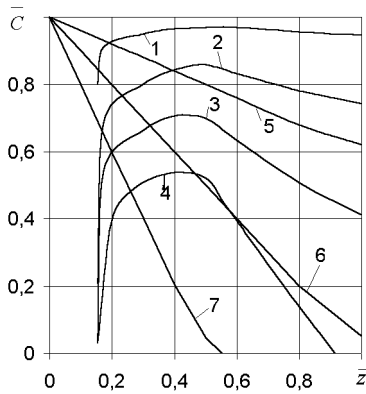


Рис. 10. Профили концентрации ЗВ в ДО:
 1-4 - $\bar{l} = 0.5$; 5-7 - $\bar{l} = 0$; 1 - $\bar{\lambda} = 0.1$;
 2, 5 - $\bar{\lambda} = 0.4$; 3, 6 - $\bar{\lambda} = 1$; 4, 7 - $\bar{\lambda} = 2$

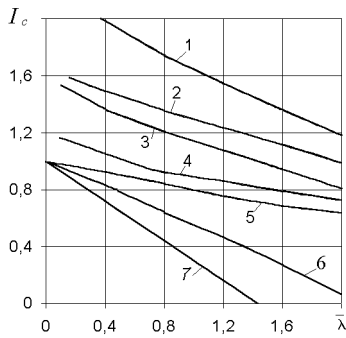


Рис. 11. Изменение расхода ЗВ на глубине \bar{l} в зависимости от скорости его деградации:
 1-4 - $\bar{l} > 0$; 5-7 - $\bar{l} = 0$; 1, 3, 4 - $R = 0.05$;
 2 - $R = 0.01$; 1, 7 - $\bar{l} = 0.75$; 2, 3, 6 - $\bar{l} = 0.5$;
 4, 5 - $\bar{l} = 0.25$

ния ($\bar{z}_* \leq \bar{z} \leq 1$) оказались значительно меньше, чем внутри нее уже при $\bar{\lambda} = 0.4$, и тесно связаны с коэффициентом $\bar{\lambda}$. Так, \bar{C}_* резко убывает при увеличении $\bar{\lambda}$, например, с 0.802 при $\bar{\lambda} = 0.1$ до 0.21 при $\bar{\lambda} = 0.4$. Тем самым за счет молекулярной диффузии создается поток ЗВ в застойную зону, где по мере его деградации жидкость очищается вплоть до образования чистой зоны. Однако подавляющая часть ЗВ все-таки мигрирует вместе с нисходящим фильтрационным потоком. Именно конвективный перенос ЗВ, который интенсифицируется макропорами, может представлять большую опасность для окружающей среды в отдаленном будущем. Иной характер имеют профили $\bar{C}(\bar{z})$ в ДО с изотропной пористостью ($\bar{l} = 0$). Концентрация \bar{C} монотонно убывает от 1 на верхней границе ДО до минимального значения на выходе потока ЗВ (кривые 5 - 7). С ростом $\bar{\lambda}$ различия между профилями для случаев $\bar{\lambda} > 0$ и $\bar{\lambda} = 0$ заметно увеличиваются. При больших $\bar{\lambda}$ ЗВ лока-

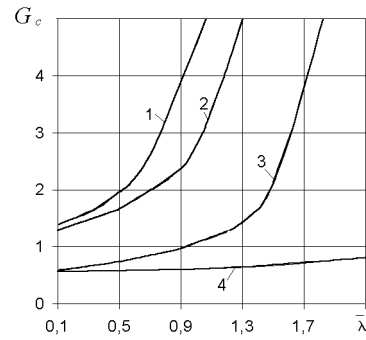


Рис. 12. Графики зависимости $G_c(\bar{\lambda})$:
 1, 2 - $\bar{l} = 0.75$; 3, 4 - $\bar{l} = 0.5$; 1, 3 - $Pe_m = 19.5$;
 2, 4 - $Pe_m = 4.9$

лизуются в верхней части ДО и нижняя часть не будет загрязнена, что как раз формально соответствует начальному этапу их загрязнения. Размеры чистой зоны внизу ДО значительно уменьшаются из-за действия макропор (кривые 4 и 7). Однако, пожалуй, наиболее показательным есть влияние макропор на поток ЗВ и вынос его в подстилающий грунт, которое выражается в увеличении расхода ЗВ I_c внутри ДО. На рис. 11 даны зависимости расхода I_c на глубине \bar{l} от коэффициента $\bar{\lambda}$ также для двух ситуаций - $\bar{l} = 0$ (кривые 5 - 7) и $\bar{l} > 0$ (кривые 1 - 4). Как видно, увеличение I_c достигает десятков и даже сотен процентов и особенно велико для длинных макропор. Однако лучшее представление о степени различия между расходами ЗВ на глубине \bar{l} в ДО, содержащем и не содержащем макропоры, дает рис. 12. На нем показаны кривые зависимости относительной величины $G_c = (I_c - I_0)/I_0$ (I_0 - расход ЗВ при $\bar{z} = \bar{l}$ и отсутствии вторичной пористости) от коэффициента $\bar{\lambda}$. Расчеты выполнялись для двух пар значений - $\bar{l}(0.5, 0.75)$ и $Pe_m(4.6, 19.5)$. Общий перенос ЗВ оказался чувствительным к соотношению конвективной и диффузионной составляющих. Увеличение Pe ведет, с одной стороны, к ощутимому росту общего расхода ЗВ, что особенно заметно при снижении стабильности веществ, а с другой стороны - к уменьшению протяженности (глубины) чистой зоны внизу ДО.

Фильтрационный макропоток, составленный из множества элементарных потоков, имеет выраженную неравномерность, которая прежде всего вызвана истечением жидкости из макропор, и, кроме того, преобладанием коротких источников. Как известно [32], роющие животные, с деятельностью которых увязывается создание сети макропор, сосредоточены вблизи границы ДО с водои-

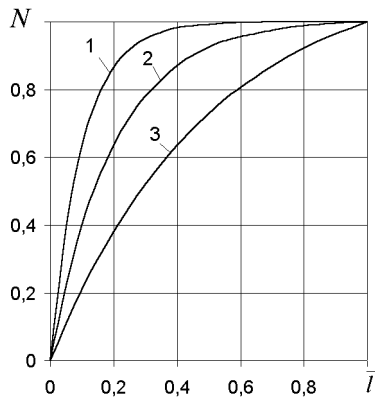


Рис. 13. Функция плотности распределения $N(\bar{l})$:
 1 – $\omega = 10$; 2 – $\omega = 5$; 3 – $\omega = 2$

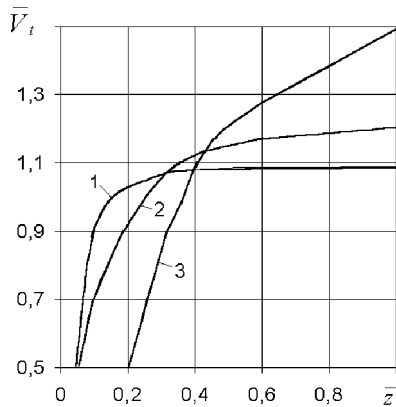


Рис. 14. Изменение относительного расхода
 жидкости в ДО с глубиной:
 1 – $\omega = 10$; 2 – $\omega = 5$; 3 – $\omega = 2$

сточником. Удобнее всего определять количество макропор той или иной длины, используя функции плотности распределения $N(l)$ или распределения $F(l)$. Так, функция $N(l)$ позволяет просто найти долю макропор от общего их количества с длиной, принадлежащей любому заданному интервалу значений l . В свою очередь, функция $F(l) = \int_0^l N(\eta) d\eta$ указывает на долю макропор не больше l . Воспользовавшись существующей аналогией между пространственным распределением активных корней культурных растений в сельскохозяйственных почвах и макробентосных организмов в ДО целесообразно в соответствии с рекомендациями работ [33, 34] выбрать для $N(\bar{l})$ экспоненциальную форму:

$$N = \frac{\omega}{1 - e^{-\omega}} e^{-\omega \bar{l}}. \quad (40)$$

Коэффициент при экспоненте подобран так, чтобы обеспечить нормировку интеграла (35), а коэффициент ω в показателе степени контролирует соотношение между плотностями длинных и ко-

ротких макропор. Большим ω отвечают системы макропор с преобладанием коротких элементов. Напрашивается связь между величиной ω и качеством условий обитания макробентоса, например, концентрацией растворенного кислорода в ДО. На рис. 13 приведены кривые $N(\bar{l})$ для значений $\omega = 2, 5, 10$. Судя по имеющимся разрозненным данным, реальные сети макропор состоят почти исключительно из более коротких макропор. Тогда, по-видимому, кривая 1 будет лучше соответствовать действительному их распределению. Исходя из (35) по формулам (36), (37) был рассчитан относительный расход V_t . Данные вычислений указанного расхода представлены на рис. 14. При этом использовалось аппроксимационное выражение (17), что позволило определять интегралы I_{W1}, I_{W2} из (36) по следующим формулам:

$$I_{W1} = \frac{4\omega}{3(1 - e^{-\omega})} e^{-\frac{4}{3}\omega} \times \quad (41)$$

$$\times \left[Ei^* \left(\frac{4\omega}{3} \right) - Ei^* \left(\frac{4\omega}{3} - \omega \bar{z} \right) \right],$$

$$I_{W2} = \frac{\omega}{1 - e^{-\omega}} \left\{ \frac{3\bar{z}}{2} [Ei(-\omega \bar{l}_*) - Ei(-\omega \bar{z})] + \right.$$

$$\left. + e^{-\frac{4}{3}\omega} \left(\frac{3\bar{z}}{2} - \frac{2}{3} \right) \times \right.$$

$$\left. \times \left[Ei^* \left(\frac{4\omega}{3} - \omega \bar{z} \right) - Ei^* \left(\frac{4\omega}{3} - \omega \bar{l}_* \right) \right] \right\}.$$

Здесь $Ei^*(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^\tau}{\tau} d\tau$, интегральная показательная функция $Ei(x) = - \int_{-\infty}^x \frac{e^\tau}{\tau} d\tau$. При густой сети макропор ($\bar{R} \leq 0.05$) из (15) и (17) вытекает $\bar{l} \approx 3\bar{z}$, а погрешность вследствие применения соотношения (40) будет минимальной (до процента). Понятно, что в варианте с наибольшим содержанием коротких макропор ($\omega = 10$) искомый расход будет меньше, но только в нижней части ДО. Обратная картина наблюдается на верхнем участке. Объясняется этот факт малыми глубинами застойных зон при действии коротких макропор (по сравнению с длинными).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Часто ДО можно относить к биологически активным пористым средам, хотя физико-механические условия в них далеки от оптимальных для существования биоты (малое содержание

кислорода, низкая температура). Одним из важнейших проявлений жизнедеятельности обитающих в ДО организмов является образование рожками животными вторичной пористости – системы вертикальных макропор. Полученное в работе строгое решение фильтрационной задачи применительно к отдельной макропоре свидетельствует о коренном изменении фильтрационного течения под действием таких пор. Прежде всего при высокой плотности макропор вблизи верхней границы ДО формируется застойная зона, так что эта граница перестает быть контуром питания. Таким образом, жидкость поступает в ДО только из макропор, более того, из их нижних частей. Существенно возрастает фильтрационный расход, причем в случае длинных макропор его приращение может составлять сотни процентов. Кроме того, он становится неравномерным, возрастая от 0 на границе с застойной зоной до максимума на уровне $\bar{z} = \bar{l}$. Движение жидкости внутри макропор, как правило, происходит в ламинарном режиме и обуславливает незначительные потери напора. Такие потери могут быть значимыми и должны учитываться в фильтрационных расчетах лишь в особых случаях – при очень тонких макропорах и больших их длине и скорости течения. Был проведен теоретический анализ поведения неустойчивого ЗВ на основе модели конвективно-диффузионного переноса с переменным по глубине фильтрационным расходом, который позволил сделать вывод о важности влияния макропор и на гидрохимические характеристики – концентрацию и расход ЗВ в ДО. Также начинается раньше и ускоряется вынос ЗВ в подстилающий грунт. Однако в наибольшей степени наличие макропор отражается на начальном загрязнении ДО. Реальные системы вторичной пористости в ДО состоят из макропор, относительная длина которых меняется от 0 до 1, но преобладают короткие. Тем самым усиливается неравномерность потоков жидкости и ЗВ, что должно учитываться при прогнозировании распространения загрязнений в ДО. Для учета указанного фактора в практических расчетах теоретические результаты, полученные для отдельных макропор, были обобщены на систему макропор, глубина которых в целом характеризуется функцией плотности распределения по длине в экспоненциальной форме. Эти данные будут в дальнейшем использованы при моделировании физических и химических процессов в ДО с учетом биоперемешивания.

1. Bouma J. Soil morphology and preferential flow along macropores // *Agric. Water Manage.*– 1981.– 3.– P. 235–250.
2. Fong F. K., Mulkey L. A. Solute transport in aggregated media: aggregate size distribution and mean radii // *Water Resour. Res.*– 1990.– 26, N 6.– P. 1291–1303.
3. Rao P. S. C., Rolston D. E., Jessup R. E., Davidson J. M. Solute transport in aggregated porous media: Theoretical and experimental evaluation // *Soil Sci. Soc. Am. J.*– 1980.– 44, N 6.– P. 1139–1146.
4. Rasmuson A., Neretnieks I. Radionuclide transport in strongly fissured zones: the sensitivity to some assumptions and parameters // *Water Resour. Res.*– 1988.– 24, N 1.– P. 75–84.
5. VandenBygaart A. I., Fox C. A., Follow D. I., Protz R. Estimating earthworm-influenced soil structure by morphometric image analysis // *Soil Sci. Soc. Am. J.*– 2000.– 64.– P. 982–988.
6. Wang D., Norman J. M., Lowery B., McSweeney K. Nondestructive determination of hydrogeometrical characteristics of soil macropores // *Soil Sci. Soc. Am. J.*– 1994.– 58.– P. 294–303.
7. Chen C., Thomas D. M., Green R. E., Wagenet R. J. Two-domain estimation of hydraulic properties in macropore soils // *Soil Sci. Soc. Am. J.*– 1993.– 57.– P. 680–686.
8. Костерин А. В., Скворцов Э. В. Фильтрация жидкости с поверхности земли в трещиновато-пористую зону аэрации // *МЖГ.*– 2002.– N 5.– С. 93–98.
9. Gilham R. W., Sudicky E. A., Cherry J. A., Frind E. O. An advection-diffusion concept for solute transport in heterogeneous unconsolidated geological deposits // *Water Resour. Res.*– 1984.– 20, N3.– P. 369–378.
10. Feehley C. E., Zheng C., Molz F. J. A dual-domain mass transfer approach for modeling solute transport in heterogeneous aquifers: Application to the macrodispersion experiment (MADE) site // *Water Resour. Res.*– 2000.– 36, N9.– P. 2501–2515.
11. Genuchten van M. T., Tang D. H., Guennelon R. Some exact solutions for solute transport through soils containing large cylindrical macropores // *Water Resour. Res.*– 1984.– 20, N3.– P. 335–346.
12. Pappoldt C. The application of diffusion models to an aggregated soils // *Soil Sci.*– 1990.– 150, N3.– P. 643–661.
13. Sudicky E. A., Frind E. O. Contaminant transport in fractured porous media: Analytical solutions for a system of parallel fractures // *Water Resour. Res.*– 1982.– 18, N6.– P. 1634–1642.
14. Tang D. H., Frind E. O., Sudicky E. A. Contaminant transport in fractured porous media: Analytical solution for a single fracture // *Water Resour. Res.*– 1981.– 17, N3.– P. 555–564.
15. Durner W. Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure // *Water Resour. Res.*– 1994.– 30, N2.– P. 211–223.
16. Timlin D. J., Ahuja L. R., Ankeny M. D. Comparison of three field methods to characterize apparent macropore conductivity // *Soil Sci. Soc. Am. J.*– 1994.– 58, N2.– P. 278–284.
17. Wallah R., Parlange J.-Y. Applying the boundary layer concept to model transport of dissolved chemicals in preferential flow paths // *Water Resour. Res.*– 2000.– 36, N10.– P. 2845–2851.

18. Пачепский Я. А. Математические модели физико-химических процессов в почвах.– М.: Наука, 1990.– 188 с.
19. Toride N., Leij F. J., Genuchten van M. T. A comprehensive set of analytical solutions for nonequilibrium solute transport with first-order decay and zero-order production // *Water Resour. Res.*– 1993.– 29, N7.– P. 2167–2182.
20. Zhang D., Sun A. Y. Stochastic analysis of transient saturated flow through heterogeneous fractured porous media: A double permeability approach // *Water Resour. Res.*– 2000.– 36, N4.– P. 865–874.
21. Scotter D. R. Preferential solute movement through large soil voids 1. Some computations using simple theory // *Aust. J. Soil Res.*– 1978.– 16.– P. 257–267.
22. Дмитриев Л. Ф., Безусяк А. В., Хлапук Н. Н. Совершенствование осушительно-увлажнительных систем.– Львов: Світ, 1992.– 176 с.
23. Константинов Ю. М., Кравчук А. М. Спеціальні питання гідраліки систем водопостачання та водовідведення.– Київ: ІСДО, 1993.– 136 с.
24. Штыков В. И., Гордиенко С. Г. Бесполостной дренаж: гидравлическое обоснование, расчет и эффективность действия.– С.-Петербург: Изд-во СевНИИГиМ, 1997.– 224 с.
25. Поляков В. Л. Об увлажнительном действии дренажа с учетом внутридренной гидравлики // Докл. АН УССР.– 1983.– N 7.– С. 47–51.
26. Grisak G. E., Pickens J. E. An analytical solution for solute transport through fractured media with matrix diffusion // *J. Hydrol.*– 1981.– 52.– P. 47–57.
27. Iqbal M. Z. Role of macropores in solute transport under ponded water condition produced by laboratory simulated intense storms // *Ground Water.*– 1999.– 37, N5.– P. 674–681.
28. Quisenberry V. Z., Philips R. E., Zeleznik J. M. Spatial distribution of water and chloride macropore flow in a well-structured soil // *Soil Sci. Soc. Am. J.*– 1994.– 58, N5.– P. 1294–1390.
29. Katul G., Todd P., Pataki D., Kabala Z., Oren R. Soil water depletion by oak trees and the influence of root water uptake on the moisture content spatial statistics // *Water Resour. Res.*– 1997.– 33, N4.– P. 611–623.
30. Стклянин Ю. И. Точное решение задачи о потенциале точечного стока в однородно-анизотропном пласте с осевой симметрией и конечным радиусом контура питания // ПМТФ.– 1962.– N 2.– С. 136–139.
31. Edwards W. M., Ploeg van der R. R. Ehlers W. A numerical study of the effects on noncapillary-sized pores under infiltration // *Soil Sci. Soc. Am. J.*– 1979.– 43, N5.– P. 851–856.
32. Бреховских В. Ф., Вишневская Г. Н. Влияние макробентоса на массообмен на границе вода-донные отложения (обзор) // *Водн. ресурсы.*– 1994.– 21, N 3.– С. 326–333.
33. Raats P. A. C. Steady flows of water and salt in uniform soil profiles with plant roots // *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*– 1974.– 38, N5.– P. 717–722.
34. Rubin Y., Or D. Stochastic modeling of unsaturated flows in heterogeneous soils with water uptake by plant roots: the parallel columns model // *Water Resour. Res.*– 1993.– 29, N3.– P. 619–631.