

УДК 532.528

РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КАВЕРН В РЕШЕТКАХ

В. Н. СЕМЕНЕНКО*, Т. Н. СЕМЕНЕНКО**

* Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

** Киевский университет экономики и технологии транспорта

Получено 22.09.2003

Рассматривается задача об обтекании решетки тонких колеблющихся профилей в режимах частичной кавитации и суперкавитации. Течение считается потенциальным, колебания профиля считаются малыми и синфазными. Основное внимание в статье уделено расчету переменных длины, формы и объема каверн и изучению их влияния на суммарные гидродинамические характеристики решетки. Исследовано также влияние переменной длины каверн на кавитационную податливость течения, т.е. степень изменения объема каверн при колебаниях входного давления.

Розглядається задача про обтікання решітки тонких профілей, які коливаються, в режимах часткової кавітації та суперкавітації. Течія вважається потенціальною, коливання профілю вважаються малими і синфазними. Основна увага в статті приділена розрахунку змінних довжини, форми та об'єму каверн і вивченню їхнього впливу на сумарні гідродинамічні характеристики решітки. Досліджено також вплив змінності довжини каверн на кавітаційну податливість течії, тобто ступінь зміни об'єму каверн при коливаннях вхідного тиску.

A problem on flow through a cascade of slender oscillating hydrofoils in both partial cavitation stage and supercavitation stage is considered. The flow is considered to be potential, the hydrofoil oscillation is supposed to be small and co-phased. In this article, the main attention is focused to calculation of a variable length, shape and volume of the cavities and also to studying of their influence on the cascade performance. An influence of the cavity length variability on the cavitation compliance of the flow through the cascade, i.e. degree of the cavity volume variation under the inlet pressure oscillation, is also considered.

ВВЕДЕНИЕ

Линейная теория развитого кавитационного обтекания профилей и решеток [1, 2] широко применяется для практических расчетов лопаток быстроходных турбомашин и движителей быстроходных судов, а также для анализа устойчивости течения в гидравлических системах [3–6]. Между тем, даже в современных работах изменение длины каверн во времени не учитывается либо считается малым, что не соответствует действительности. В работах [7–11] нами разработан метод расчета переменной длины суперкаверны при колебаниях профиля и при произвольной зависимости течения от времени, а также для случая вентилируемых суперкаверн. В данной работе этот метод применяется для расчета решеток тонких колеблющихся профилей, обтекаемых в режимах частичной кавитации и суперкавитации.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Схема течения и система координат для случая суперкавитационного обтекания решетки $l(t) > b$ показаны на рис. 1. Здесь h – шаг решетки; β – угол выноса; b – хорда профиля; $l(t)$ – длина каверны; V_m – средняя скорость набегающего потока, параллельная оси Ox . В случае частично кавитирующей решетки $l(t) < b$ будем считать, что каверна в любой момент времени замыкается на верхней

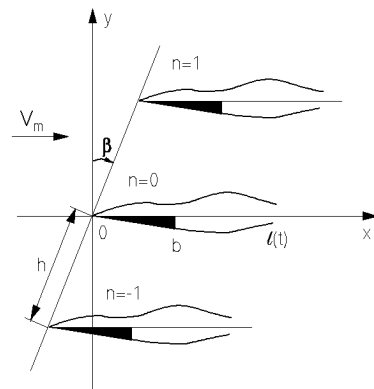


Рис. 1. Решетка колеблющихся суперкавитирующих профилей

стороне профиля. Профили решетки предполагаются тонкими и слабоизогнутыми, колебания профилей – синфазными. Изменение длины каверны во времени имеет порядок единицы.

Координаты (ξ_n, η_n) произвольной точки, принадлежащей n -му профилю с каверной, связаны соотношениями:

$$\xi_n + i\eta_n = \xi_0 + n h e^{i(\frac{\pi}{2} - \beta)}, \quad (1)$$

где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Сформулируем краевую за-

дачу для потенциала возмущенных ускорений

$$\theta(x, y, t) = N\varphi = \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_m \frac{\partial}{\partial x} \right) \varphi(x, y, t), \quad (2)$$

где φ – потенциал возмущенных скоростей. Преимущество использования потенциала ускорений состоит в том, что при этом не требуется специально учитывать слои свободных вихрей за колеблющимися профилями.

Потенциал возмущенных ускорений должен удовлетворять уравнению Лапласа $\Delta\theta(x, y, t) = 0$. На проекциях нулевого профиля и каверны на ось Ox в случае суперкавитирующей решетки он должен удовлетворять линеаризованным граничным условиям:

$$N^{-1}\theta_y = \varphi_y = Nf(x, t), \quad 0 < x < b, \quad y \rightarrow -0, \quad (3)$$

$$\theta = \frac{\sigma}{2}, \quad 0 < x < l(t), \quad y \rightarrow +0, \quad (4)$$

$$b < x < l(t), \quad y \rightarrow -0,$$

где N^{-1} – линейный оператор, обратный к N . В случае частично кавитирующей решетки граничные условия (3), (4) изменяются очевидным образом.

Заметим, что разные авторы используют различные условия на бесконечности перед и за решеткой. Мы будем считать, следуя [2], что решетка вносит возмущения как вниз, так и вверх по потоку. Тогда при отсутствии колебаний компоненты скорости на бесконечности перед и за решеткой будут:

$$\varphi_{x0}(-\infty) = V_m + \frac{\sin \beta}{2h} \Gamma_0, \quad \varphi_{y0}(-\infty) = \frac{\cos \beta}{2h} \Gamma_0, \quad (5)$$

$$\varphi_{x0}(+\infty) = V_m - \frac{\sin \beta}{2h} \Gamma_0, \quad \varphi_{y0}(+\infty) = -\frac{\cos \beta}{2h} \Gamma_0, \quad (6)$$

где Γ_0 – циркуляция скорости вокруг профиля. При этом потенциалы возмущенных скоростей и ускорений также не стремятся к нулю при $x \rightarrow -\infty$, а принимают там конечные значения. Поэтому обратный оператор N^{-1} для нестационарного обтекания решетки будет иметь вид:

$$\varphi(x, y, t) = N^{-1}\theta(x, y, t) = \varphi(-\infty, t) + \quad (7)$$

$$+ \frac{1}{V_m} \int_{-\infty}^x [\theta(s, y, t - x + s) - \theta(-\infty, t - x + s)] ds.$$

В дальнейшем обезразмерим все переменные, используя в качестве масштабов длины и скорости

соответственно b и V_m . Число кавитации определим следующим образом:

$$\sigma = \frac{2(p_m - p_c)}{\rho V_m^2}, \quad (8)$$

где $p_m = \frac{1}{2}[p_0(-\infty) + p_0(+\infty)]$; $p_c = p_v$ – давление в каверне, равное давлению насыщенного водяного пара. Ограничимся случаем гармонических колебаний профиля

$$y = \alpha f_0(x) + \kappa Re \{ f^*(x) e^{jkt} \}, \quad (9)$$

где α – средний угол атаки профиля; κ – амплитуда колебаний; $f^*(x) = f_1(x) + j f_2(x)$ – комплексная амплитуда нестационарных возмущений. Величины α, κ предполагаются малыми первого порядка. В этом случае операторы, связывающие потенциалы возмущенных скоростей и ускорений, имеют вид

$$N = jk + \frac{\partial}{\partial x}, \quad N^{-1} = e^{jkx} \int_{-\infty}^x e^{-jks} ds. \quad (10)$$

В дальнейшем все неизвестные функции будем искать в виде (9).

2. ВЫВОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом интегральных уравнений. Системы интегральных уравнений для колеблющегося суперкавитирующего профиля и решетки профилей при $l = \text{const}$ получены в работах [12, 13]. Повторим здесь основные пункты вывода с некоторыми изменениями.

Решение уравнения Лапласа, обладающее нужными свойствами разрывности при переходе через отрезки (0; 1) и (0; l) оси Ox , можно получить, располагая на этих отрезках слои вихрей и источников-стоков с погонными интенсивностями $\gamma(x, t)$ и $q(x, t)$:

$$\gamma(x, t) = \theta(x, +0, t) - \theta(x, -0, t), \quad (11)$$

$$q(x, t) = N^{-1}[\theta_y(x, +0, t) - \theta_y(x, -0, t)]. \quad (12)$$

Тогда потенциал возмущенных ускорений, индуцируемый n -ым профилем с каверной, можно записать в виде [2, 12]:

$$\theta^*(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \gamma^*(\xi) \frac{y - \eta_n}{(x - \xi_n)^2 + (y - \eta_n)^2} d\xi +$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_0^l Nq^*(\xi) \ln \sqrt{(x - \xi_n)^2 + (y - \eta_n)^2} ds. \quad (13)$$

Суммируя потенциалы ускорений всех профилей от $n = -\infty$ до $n = +\infty$ и применяя известные формулы суммирования [14], получаем потенциал ускорений, индуцируемый всей решеткой:

$$\theta^*(x, y) = \int_0^1 \gamma^*(s) L_2(x - s, y) ds + \quad (14)$$

$$+ \int_0^l q^*(s) \left[L_1(x - s, y) + \frac{jk}{4\pi} \ln \left(\frac{cha - \cos b}{2} \right) \right] ds,$$

где

$$L_1 = \frac{1}{2h} \frac{\sin \beta \sin b + \cos \beta sha}{cha - \cos b},$$

$$L_2 = \frac{1}{2h} \frac{\cos \beta \sin b - \sin \beta sha}{cha - \cos b},$$

$$a = \frac{2\pi}{h} [(x - s) \cos \beta - y \sin \beta],$$

$$b = \frac{2\pi}{h} [(x - s) \sin \beta + y \cos \beta].$$

Легко видеть, что для того, чтобы потенциал ускорений (14) был ограниченным на бесконечности, необходимо выполнение условия

$$\int_0^l q^*(s) ds = 0. \quad (15)$$

При этом

$$\theta^*(-\infty) = \frac{\sin \beta}{2h} \int_0^1 \gamma^*(s) ds. \quad (16)$$

Подставляя выражение (14) в граничные условия (3), (4), получаем с учетом соотношения (7) два сингулярных интегральных уравнения:

$$\int_0^1 \gamma^*(s) \left[L_1(x - s) - jke^{-jk(x-s)} A^*(x - s) \right] ds +$$

$$+ H(l - x) \frac{q^*(x)}{2} - \quad (17)$$

$$- \int_0^l q^*(s) L_2(x - s) ds = -Nf^*(x), \quad 0 < x < 1,$$

$$H(1-x) \frac{\gamma^*(x)}{2} + \int_0^1 \gamma^*(s) L_2(x - s) ds +$$

$$+ \int_0^l q^*(s) \left[L_1(x - s) + \frac{jk}{4\pi} \ln(cha - \cos b) \right] ds -$$

$$- \frac{\sigma^*}{2} = 0, \quad 0 < x < l, \quad (18)$$

где

$$A^*(x - s) = \int_{-\infty}^{x-s} \left[L_1(\lambda) + \frac{\cos \beta}{2h} \right] e^{jk\lambda} d\lambda;$$

$H(x)$ – единичная функция Хевисайда. Система трех уравнений (15), (17), (18) дает решение задачи для решетки суперкавитирующих профилей при $l > 1$ и решетки частично кавитирующих профилей при $l < 1$. В предельном случае $h \rightarrow \infty$ она вырождается в систему уравнений для изолированного профиля [12]. При $k = 0$ она дает решение задачи о стационарном обтекании решетки $\gamma_0(x), q_0(x), \sigma_0$. В этом случае условие (15) является условием замкнутости каверн. Решения задач о стационарном обтекании частично кавитирующей и суперкавитирующей решеток данным методом были получены в [15, 16].

3. ФОРМА И ОБЪЕМ НЕСТАЦИОНАРНОЙ КАВЕРНЫ

Определив интенсивности $\gamma^*(x), q^*(x)$, можно рассчитать возмущения погонной толщины и объема каверны:

$$\delta^*(x) = e^{-jkx} \int_0^x q^*(s) e^{jks} ds, \quad 0 < x < l(t), \quad (19)$$

$$Q^* = \int_0^l \delta^*(s) ds = \frac{j}{k} \delta^*(l). \quad (20)$$

Для случая частичной кавитации легко найти форму верхней границы каверны:

$$F^{(2)}(x, t) = f(x, t) + \delta(x, t), \quad 0 < x < l(t). \quad (21)$$

Для случая суперкавитации формула (21) справедлива при $0 < x < 1$. При $x > 1$ необходимо дополнительно определить форму средней линии суперкаверны:

$$F_c^*(x) = e^{-jkx} \times \quad (22)$$

$$\times \left[F_c^*(1) + \int_1^x \frac{\varphi_y^*(s, +0) + \varphi_y^*(s, -0)}{2} e^{jks} ds \right],$$

где

$$\frac{\varphi_y^*(s, +0) + \varphi_y^*(s, -0)}{2} = -\frac{1}{2\pi} \times$$

$$\times \int_0^1 \gamma^*(\lambda) \left[L_1(s-\lambda) - j k e^{-j k(x-s)} A^*(s-\lambda) \right] d\lambda.$$

Форма верхней и нижней границ каверны при $1 < x < l(t)$ определяется соответственно формулами

$$F^{(2)}(x, t) = F_c(x, t) + \frac{1}{2} \delta(x, t), \quad (23)$$

$$F^{(1)}(x, t) = F_c(x, t) - \frac{1}{2} \delta(x, t). \quad (24)$$

Комплексные амплитуды нестационарных возмущений коэффициентов подъемной силы и момента, действующих на профиль, рассчитываются по формулам:

$$c_y^* = 2 \int_0^1 \gamma^*(s) ds, \quad c_m^* = 2 \int_0^1 \gamma^*(s) s ds. \quad (25)$$

4. РАСЧЕТНЫЙ АЛГОРИТМ

Если полагать длину каверны l постоянной и заданной, то система интегральных уравнений (15), (17), (18) является линейной и позволяет определить отдельно стационарную часть решения $\gamma_0(x)$, $q_0(x)$, σ_0 и комплексные амплитуды нестационарных возмущений $\gamma^*(x)$, $q^*(x)$, σ^* численным методом дискретных особенностей [2].

Однако в действительности в случае естественной кавитации число кавитации $\sigma = \sigma_v$ следует считать известным и постоянным, а длину каверны $l(t)$ – неизвестной функцией времени. В такой постановке задача является нелинейной, при этом разделять решение на стационарную и нестационарную части нельзя. Будем полагать, что в уравнениях (15), (17), (18) длина каверны $l(t)$ параметрически зависит от времени, и будем разыскивать ее в дискретные моменты времени $t^{(n)} = t^{(n-1)} + \Delta t$, $n = 1, 2, \dots, T/\Delta t$, где $T = 2\pi/k$ – период колебаний, как корень функционального уравнения

$$\sigma(t) = \sigma_0(l^{(n)}) + \bar{\kappa} Re \left\{ \sigma^*(l^{(n)}) e^{j k t} \right\} = \sigma_0(l_0), \quad (26)$$

где $\bar{\kappa} = \kappa/\alpha$ – относительная амплитуда нестационарных возмущений. Уравнение (26) решается численно итерационным методом. На каждой итерации численно решается система линейных интегральных уравнений (15), (17), (18) при $l = l^{(n)}$. После нахождения $l^{(n)}$ характеристики течения при $t = t^{(n)}$ вычисляются по формулам

$$c_y(t^{(n)}) = c_{y0}(l^{(n)}) + \bar{\kappa} Re \left\{ c_y^*(l^{(n)}) e^{j k t} \right\} \quad (27)$$

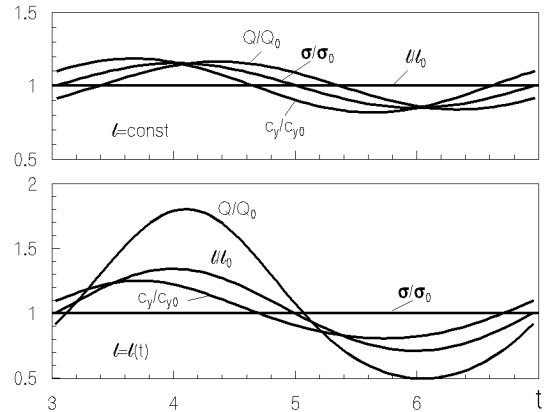


Рис. 2. Результат учета зависимости $l(t)$: режим частичной кавитации; $l_0 = 0.4$; $k = 1.6$; $\bar{\kappa} = 0.3$; поперечные колебания

и т. п.

Первый член в выражении (27) представляет собой квазистационарную часть решения, которая зависит от времени лишь постольку, поскольку изменяется длина каверны.

Рис. 2 наглядно демонстрирует результат применения описанного алгоритма для расчета колеблющегося частично кавитирующего профиля ($h = \infty$). На верхнем графике нанесены зависимости от времени числа кавитации, коэффициента подъемной силы и объема каверны, рассчитанные по уравнениям (15), (17), (18) при $l = \text{const}$. Стационарные значения параметров при этом равны $\sigma_0 = 12.835$, $c_{y0} = 7.202$, $Q_0 = 0.261$. На нижнем графике нанесены те же зависимости при тех же параметрах, а также функция $l(t)$ после пересчета с использованием уравнения (26).

Как видно, учет зависимости $l(t)$ в случае частичной кавитации приводит к небольшому сдвигу по фазе и к существенному увеличению амплитуд колебаний подъемной силы и объема каверны. Для случая суперкавитации это также имеет место, но тем в меньшей степени, чем больше средняя длина каверны l_0 .

5. НЕСТАЦИОНАРНАЯ КАВЕРНА НА ИЗОЛИРОВАННОМ ПРОФИЛЕ

Приведем результаты расчета эволюции нестационарных каверн в предельном случае $h \rightarrow \infty$, т.е. для изолированного профиля. Для определенности расчеты проводились для профиля в виде плоской пластинки $f_0(x) = -1$ и двух стандартных типов колебаний:

$$- \text{поступательные колебания } f^*(x) = \kappa, \quad (28)$$

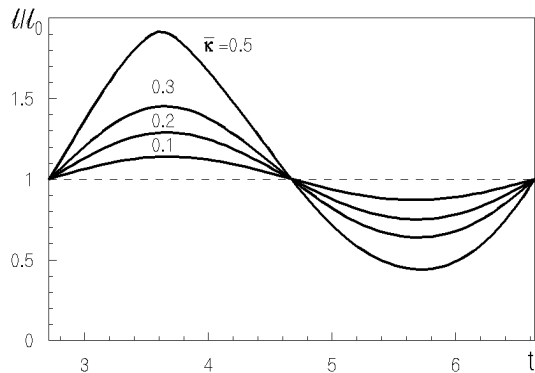


Рис. 3. Изменение длины частичной каверны: $l_0 = 0.4; k = 1.6$; крутильные колебания

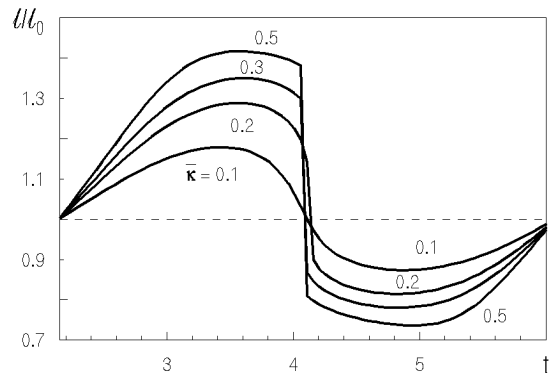


Рис. 5. Изменение длины суперкаверны: $l_0 = 5.0; k = 1.6$; крутильные колебания

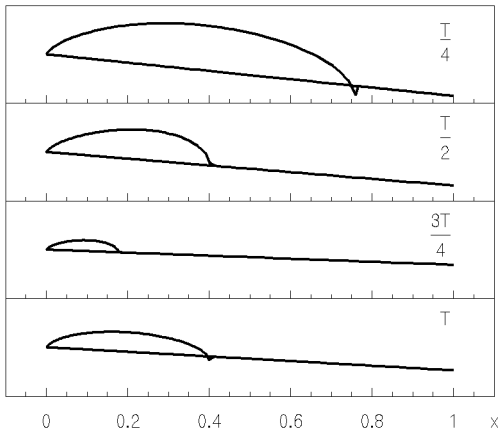


Рис. 4. Изменение формы частичной каверны: $l_0 = 0.4; k = 1.6; \bar{\kappa} = 0.5$; крутильные колебания

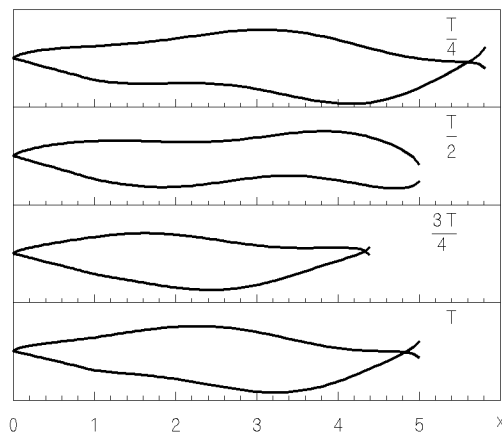


Рис. 6. Изменение формы суперкаверны: $l_0 = 5.0; k = 1.6; \bar{\kappa} = 0.1$; крутильные колебания

– крутильные колебания $f^*(x) = \kappa x$. (29)

На рис. 3 показано изменение длины частичной каверны на периоде колебаний в зависимости от относительной амплитуды $\bar{\kappa}$. За начало периода для определенности выбран момент времени $t^{(0)} = 2.708$, при котором $l(t^{(0)}) = l_0$. На рис. 4 показана соответствующая мгновенная форма частичной каверны через каждую четверть периода колебаний.

На рис. 5 и 6 приведены те же зависимости для случая суперкавитации (в данном случае $t^{(0)} = 2.143$). Как видно, при увеличении амплитуды колебаний функция $l(t)$ все больше отклоняется от синусоидальной, приобретая типичный для нелинейных колебаний вид "падающей" волны конечной амплитуды. При достаточно больших амплитудах колебания суперкаверны становятся разрывными.

Опыт расчетов по данному методу показал, что в случае частичной кавитации расчет всегда дает физически реальную форму каверны. Напротив, для суперкавитирующего профиля уже при умеренных значениях $\bar{\kappa}$ появляются самопересечения верхней и нижней границ каверны. Для практических целей, однако, важна не столько эволюция формы, сколько зависимость от времени объема нестационарной каверны $Q(t)$. Последняя удовлетворительно рассчитывается данным методом.

6. НЕСТАЦИОНАРНАЯ КАВЕРНА

РЕШЕНИЕ ПРОФИЛЕ В

Выясним, насколько описанный алгоритм нахождения функции $l(t)$ применим к решеткам кавитирующих профилей. Для этого рассмотрим зависимость числа кавитации от длины каверны при

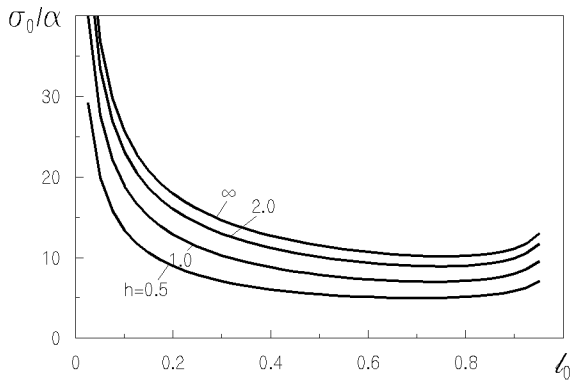


Рис. 7. Влияние h на зависимость $\sigma_0(l_0)$: режим частичной кавитации; $\beta = 0$

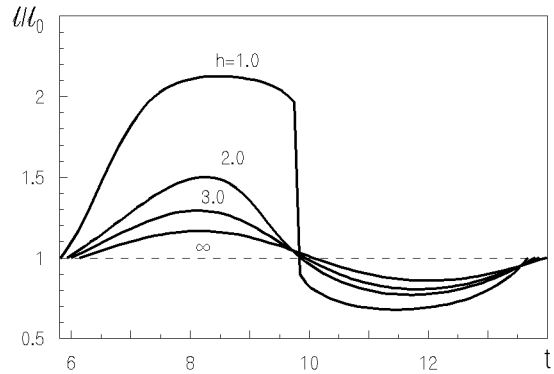


Рис. 9. Влияние h на функцию $l(t)$: $\beta = 0$; $l_0 = 2.0$; $k = 0.8$; $\bar{\kappa} = 0.2$; поперечные колебания

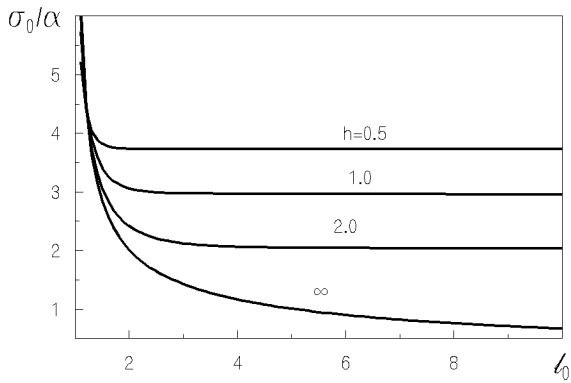


Рис. 8. Влияние h на зависимость $\sigma_0(l_0)$: режим суперкавитации; $\beta = 0$

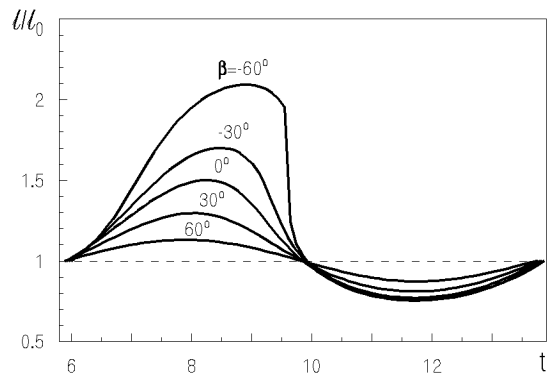


Рис. 10. Влияние β на функцию $l(t)$: $h = 2.0$; $l_0 = 2.0$; $k = 0.8$; $\bar{\kappa} = 0.2$; поперечные колебания

различных значениях густоты решетки при стационарном обтекании. На рис. 7 и 8 эта зависимость представлена соответственно для частично кавитирующей и суперкавитирующей решеток. Кривые $h = \infty$ соответствуют обтеканию изолированного профиля.

Как известно, любой численный метод решения нелинейного уравнения (26) будет работать корректно, если функция $\sigma(l)$ монотонна и ее производная не слишком близка к 0. Из рис. 7 видно, что для частичной кавитации эти требования удовлетворяются при любых h в диапазоне $0 < l_0 < 0.6$. При $0.75 < l_0 < 1.25$, как известно [2], решение задачи в данной постановке является нефизичным. Для суперкавитации (рис. 8), число кавитации при увеличении густоты решетки быстро перестает зависеть от длины каверны. То же справедливо для коэффициентов c_y и c_m . Поэтому для достаточно длинных каверн задача нахождения корня уравнения (26) становится некорректной и предложенный метод расчета функции

$l(t)$ не приводит к результату.

Заметим, что уточнение $l(t)$ практически лишено смысла, если целью решения является вычисление коэффициентов c_y и c_m . Однако оно может оказаться существенным при вычислении объема нестационарной суперкаверны и кавитационной податливости.

На рис. 9 и 10 показано влияние густоты и угла выноса на функцию $l(t)$ для суперкавитирующей решетки. Как видно, оба параметра существенно влияют на амплитуду колебаний $l(t)$ и слабо влияют на фазу колебаний. В случае частично кавитирующей решетки их влияние на амплитуду $l(t)$ значительно слабее.

На рис. 11 и 12 приведены амплитудно-частотные характеристики коэффициента подъемной силы $c_y(t)$ профиля и объема каверны $Q(t)$ в частично кавитирующей решетке. Штриховыми линиями проведены кривые, рассчитанные при $l = \text{const}$, сплошными – с учетом зависимости

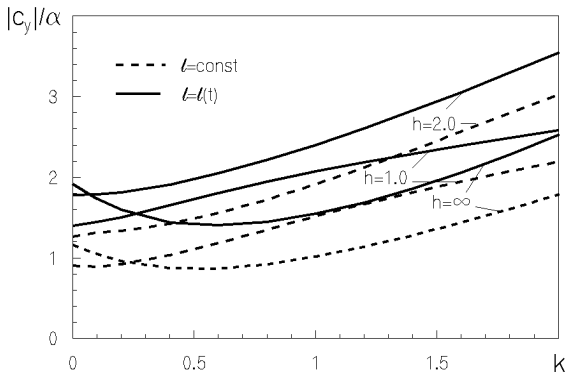


Рис. 11. АХЧ коэффициента подъемной силы $c_y(t)$: $\beta = 30^\circ$; $l_0 = 0.4$; $\bar{\kappa} = 0.2$; крутильные колебания

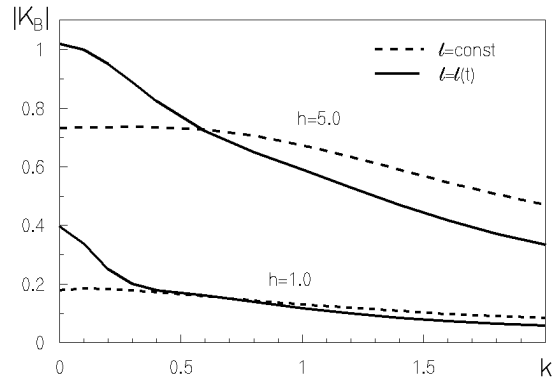


Рис. 13. Кавитационная податливость при частичной кавитации: $\beta = 30^\circ$; $l_0 = 0.4$; крутильные колебания

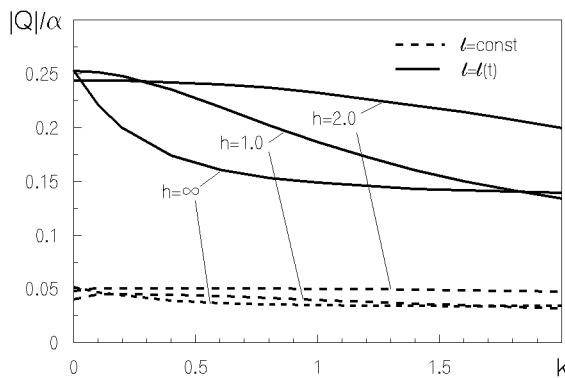


Рис. 12. АХЧ объема каверны $Q(t)$: $\beta = 30^\circ$; $l_0 = 0.4$; $\bar{\kappa} = 0.2$; крутильные колебания

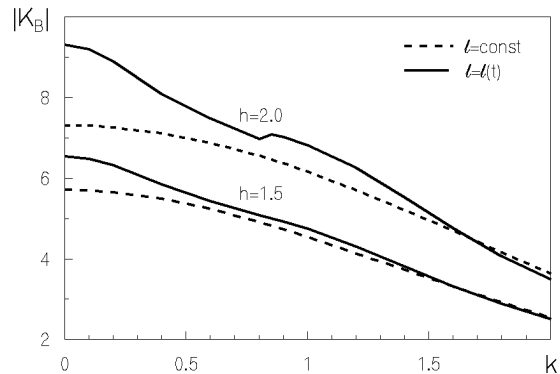


Рис. 14. Кавитационная податливость при суперкавитации: $\beta = 30^\circ$; $l_0 = 2.0$; поперечные колебания

$l = l(t)$

Ранее мы показали [7], что для случая колебаний изолированного суперкавитирующего профиля с достаточно длинной каверной влияние переменности длины суперкаверны на коэффициенты сил, действующих на профиль, мало. Как видно из рис. 11, для частично кавитирующего профиля это несправедливо и при расчете объема нестационарной каверны (рис. 12) учет зависимости $l(t)$ необходим.

7. КАВИТАЦИОННАЯ ПОДАТЛИВОСТЬ

Важным параметром при анализе динамики течения в гидравлических системах, содержащих кавитирующие элементы, является кавитационная податливость K_B , которая характеризует степень изменения объема каверн $Q(t)$ при изменении “входного” давления $p_{-\infty}(t)$. На практике этот параметр традиционно рассчитывается по гипотезе квазистационарности $k \rightarrow 0$. Поскольку предла-

гаемый метод позволяет более точно определить объем нестационарной каверны, представляет интерес установить, насколько его применение влияет на значение K_B . Заметим, что разные авторы по-разному определяют кавитационную податливость. Следуя [4], определим ее следующим образом:

$$K_B = \frac{\partial(Q^* e^{jkt})}{\partial(p_{-\infty}^* e^{jkt})} = \frac{Q^*}{2\theta^*(-\infty)}. \quad (28)$$

Из выражения (16) видно, что для полученного решения формула (28) имеет смысл только при $\beta \neq 0$. На рис. 13 и 14 дано сравнение зависимости кавитационной податливости от частоты, рассчитанной по уравнениям (15), (17), (18) при $l = \text{const}$ (штриховые линии) и пересчитанной с использованием уравнения (26) (сплошные линии). Поскольку функция $K_B(t)$ во втором случае не является синусоидальной, ее амплитуда вычисляется по фор-

муле:

$$|K_B| = \frac{\max(K_B) - \min(K_B)}{2}. \quad (29)$$

Значения $|K_B|$ при $k = 0$ соответствуют квазистатическому значению податливости. Как видно, учет зависимости длины каверны от времени приводит к росту кавитационной податливости при сравнительно малых частотах колебаний. При больших частотах влияние изменения $l(t)$ на кавитационную податливость мало для обоих режимов кавитации. Кавитационная податливость уменьшается с увеличением частоты колебаний и густоты решетки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье представлены метод и результаты расчета обтекания решетки тонких колеблющихся профилей, обтекаемых с частичной кавитацией и суперкавитацией. Метод расчета включает определение зависимости длины каверны от времени $l = l(t)$. Исследовано влияние учета зависимости $l(t)$ на форму нестационарных каверн, коэффициенты сил и кавитационную податливость потока сквозь решетку.

Показано, что увеличение густоты решетки приводит к росту относительных амплитуд колебаний длины каверн и коэффициентов гидродинамических сил. Для режима суперкавитации изменение длины каверны в процессе колебаний слабо влияет на амплитуду сил. Напротив, для режима частичной кавитации учет зависимости $l(t)$ приводит к существенному увеличению амплитуд колебаний сил и объема каверны по сравнению с расчетом при $l = \text{const}$.

Для обоих режимов кавитации учет зависимости $l(t)$ при частотах колебаний $k < 0.5$ приводит к существенному увеличению кавитационной податливости по сравнению с расчетом при $l = \text{const}$. При больших частотах влияние изменения $l(t)$ на кавитационную податливость слабо. Показано, что кавитационная податливость существенно зависит от частоты колебаний, что противоречит гипотезе квазистационарности.

Установлены границы применимости данного метода расчета $l(t)$ к решеткам профилей. В случае частичной кавитации метод можно с успехом применять при любых значениях густоты решетки во всем диапазоне средних длин каверн $0 < l_0 < 0.7$, для которых физически оправдана данная постановка задачи. В случае суперкавитационного обтекания метод применим только для сравнительно коротких каверн, причем допустимая длина

l_0 резко уменьшается с увеличением густоты решетки, а также частоты колебаний. При больших значениях густоты решетки изменение длины суперкаверны в процессе колебаний перестает оказывать влияние на коэффициенты сил, в то время как объем суперкаверны $Q(t)$ зависит от $l(t)$ практически линейно. При определенных частотах это обстоятельство может существенно сказаться на величине кавитационной податливости.

1. Tulin M.P. Supercavitating flows – small perturbation theory // J. of Ship Research.– 1964.– Vol. 7. – No 3.– P. 16–37.
2. Ефремов И.И. Лінеаризована теорія кавітаційного обтікання.– К.: Наук. думка, 1974.– 156 с.
3. Kim J.H., Acosta A.J. Unsteady flow in cavitating turbopumps // Journal of Fluids Engineering.– 1975.– Vol. 97. – No 4.– P. 412–419.
4. Nishiyama T., Nishiyama H. Dynamic responses of partially cavitated hydrofoil cascade to axial gust in bubbly water // Journal of Fluids Engineering.– 1984.– Vol. 106.– P. 312–318.
5. Watanabe S., Tsujimoto Y., Franc J.-P., Michel J.-M. Linear analysis of cavitating instabilities // Proc. of 3rd International Symposium on Cavitation, Grenoble, France.– 1998.– Vol.1.– P. 347–352.
6. Семенов Ю.А. Динамика кавитационного течения в решетке профилей и анализ устойчивости системы // Техническая механика.– 2002.– N 2.– С. 139–151.
7. Семененко В.Н., Семененко Т.Н. Колебания тонкого суперкавитирующего профиля вблизи свободной поверхности // Прикладна гідромеханіка.– 1999.– Т. 1, N 3.– С. 48–54.
8. Семененко В.Н. Расчет формы плоских суперкаверн при гармонических возмущениях // Прикладна гідромеханіка.– 2000.– Т. 2, N 3.– С. 87–93.
9. Семененко В.Н. Расчет плоских нестационарных суперкаверн при произвольной зависимости от времени // Прикладна гідромеханіка.– 2001.– Т. 3, N 4.– С. 47–52.
10. Semenenko V.N. Calculation of two-dimensional unsteady supercavitating flows around wedges and hydrofoils // Oceanic Engineering International.– 2002.– Vol. 6, No. 2.– P. 66–73.
11. Semenenko V.N. Notes on the two-dimensional unsteady supercavity calculations // Proc. of the International Summer Scientific School "High Speed Hydrodynamics".– Cheboksary, Russia.– 2002.– P. 167–175.
12. Ефремов И.И., Семененко В.Н. Кавитационное обтекание колеблющегося профиля // Изв. АН СССР. МЖГ.– 1975.– N 1.– С. 163–166.
13. Ефремов И.И., Семененко В.Н. Колебания тонких кавитирующих профилей в решетке // Вопросы прикладной математики и механики.– 1977.– Вып. 29.– С. 31–36.
14. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений (пятое издание).– М.: Наука, 1971.– 1108 с.
15. Ефремов И.И., Марко М.Э. Приближенный расчет решетчатых профилей в режиме частичной кавитации // Гидромеханика.– 1973.– Вып. 24.– С. 83–88.
16. Ефремов И.И., Марко М.Э. Расчет суперкавитационного обтекания решетчатых тонких профилей методом интегральных уравнений // Гидромеханика.– 1974.– Вып. 29.– С. 38–43.