

## Розрахунок довговічності матеріалів при нерегулярному непропорційному навантажуванні

**М. В. Бородій**

Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України, Київ, Україна

*Із метою розробки адекватних моделей для розрахунку довговічності аналізуються наведені в літературних джерелах експериментальні дані щодо малоциклової втоми сталі 304 та титанового сплаву VT9 під час деформування за складними історіями навантаження, що являють собою у просторі повних деформацій послідовність блоків різних за формою циклів. За базові використовуються чотири моделі накопичування пошкоджень та деформаційний критерій малоциклової втоми. Виконано порівняльний аналіз моделей прогнозування довговічності. Показано, що застосування удосконаленого нелінійного правила накопичування пошкоджень дозволяє покращити результати прогнозування довговічності, причому у більшій мірі для програм, що включають непропорційні цикли.*

**Ключові слова:** малоциклова втома, блок циклів, деформаційне зміцнення, пошкодження, довговічність.

**Вступ.** Інженерні конструкції часто піддаються дії складних (багато-вісних) навантажень. У багатьох випадках такі навантаження змінюються в часі за циклічними законами. Вони можуть бути регулярними, коли амплітуда і форма циклу залишаються постійними, або нерегулярними зі ступінчатою зміною амплітуди чи форми циклу (так зване блочне навантажування) та стохастичними, коли амплітуда або форма циклу змінюються випадковим чином. Останній випадок навантажування для спрощення розрахунків зводять до нерегулярного блочного із застосуванням різних правил схематизації циклів, наприклад методу повних циклів, “дошу” та ін. Вивчення поведінки матеріалів за регулярних циклів здійснюється вже тривалий час, і на даний момент у науковій літературі наведено достатню кількість експериментального матеріалу стосовно такого виду навантажування. Можна також констатувати, що провадиться інтенсивна розробка відповідних математичних моделей для опису кінетики напружено-деформованого стану за регулярного циклічного навантажування в рамках застосування різних теорій пластичності [1–4]. Проводяться також інтенсивні дослідження щодо побудови моделей прогнозування довговічності [5–8]. Що стосується нерегулярного непропорційного навантажування, то через більшу складність реалізації воно менш експериментально досліджене, особливо для складних (непропорційних) циклів навантажування. У цьому аспекті слід виділити найбільш характерні роботи, наприклад [9, 10], що з’явилися останнім часом, в яких досліджується поведінка матеріалів за складних програм нерегулярного (блочного) навантажування.

Зазвичай для прогнозування довговічності при нерегулярному навантажуванні використовують лінійне правило підсумовування пошкоджень Майнера [11], згідно з яким пошкоджуваність  $D$  при змінній амплітуді навантажування накопичується лінійно з ростом числа циклів, і руйнування відбувається тоді, коли пошкоджуваність досягне значення 1, тобто

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = 1. \quad (1)$$

Цей підхід є досить простим і у багатьох випадках широко використовується, проте він не завжди дає адекватний прогноз довговічності, особливо коли навантажування має певні тенденції до постійного росту або, навпаки, до зниження. Тому спроби розробки моделей пошкоджуваності, які базуються на нелінійному правилі накопичування втомних пошкоджень, були цілком природними. У моделях пошкоджуваності, запропонованих Річартом і Ньюмарком [12] та Марко і Старкі [13], використовувалися вже експоненційні рівняння:

$$D = \sum_i \left( \frac{n_i}{N_i} \right)^q, \quad (2)$$

де показник степеня  $q$  залежить від рівня напружень циклу.

Морроу [14] запропонував правило, що базується на роботі пластичної взаємодії і враховує ефект послідовності циклів навантажування. Згідно з цим методом правило накопичування пошкоджень при змінній амплітуді записується як

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_m} \right)^q, \quad D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_m} \right)^q, \quad (3)$$

де  $\sigma_m$  – максимальна амплітуда напружень за всю історію навантажування, що розглядається;  $q$  – показник степеня, який залежить від роботи пластичної взаємодії. Експонента інтерпретується як чутливість матеріалу до змінної амплітуди історії напружень.

Менсон із співавторами [15] запропонував подвійне лінійне правило для розгляду двостадійних циклічних навантажень. За цим методом визначається точка перегину, в якій перетинаються дві лінії пошкоджуваностей. Це можна представити як

$$\frac{n_1}{N_1} = 0,35 \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^{0,25}, \quad \frac{n_2}{N_2} = 0,65 \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^{0,25}, \quad (4)$$

де  $N_1$  і  $N_2$  – втомні довговічності для першої і другої стадій навантажування відповідно;  $n_1$  і  $n_2$  – прикладене число циклів для першої і другої стадій навантажування відповідно. Цей підхід дає  $D > 1$  для двостадійного навантажування при послідовності: менша–більша амплітуди навантаження та  $D < 1$  при послідовності: більша–менша амплітуди навантаження.

Підхід, що базується на кривій пошкоджуваності [16], дозволяє розраховувати рівень пошкоджуваності на першій і другій стадіях наступним чином:

$$D_1 = \frac{n_1}{N_1}, \quad D_2 = \left( \frac{n_2}{N_2} \right)^{(N_1/N_2)^{0,4}}. \quad (5)$$

У роботі [10] запропоновано модифікацію моделі (5) в тому разі, коли при двостадійному навантажуванні мають місце непропорційні цикли. У цьому випадку виникає необхідність врахування додаткового деформаційного зміцнення, яке властиве непропорційним траєкторіям і зазвичай знижує довговічність. Згідно з [10] за модифікованим підходом (5) пошкоджуваність визначається як

$$D_1 = \frac{n_1}{N_1}, \quad D_2 = \left( \frac{n_2}{N_2} \right)^{(1/(1+\alpha\Phi))(N_1/N_2)^{0,4}}, \quad (6)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт чутливості до непропорційності циклу;  $\Phi$  – коефіцієнт непропорційності циклу.

Найбільш повно гіпотези підсумовування втомних пошкоджень на етапі зародження і розвитку тріщиноподібних пошкоджень проаналізовано в оглядовій роботі Фатемі і Янга [17].

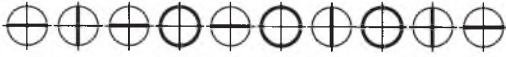

Незважаючи на велику кількість моделей, що запропоновано в літературних джерелах для прогнозування довговічності за нерегулярних режимів втомного навантажування, питання про надання будь-якій з них переваги при розгляді програм із непропорційними циклами залишається відкритим. Тому метою даної роботи є дослідження можливості використання запропонованих раніше деформаційного критерію малоциклової втоми [18] та нелінійного правила накопичування пошкоджень для прогнозування довговічності матеріалів при нерегулярному навантажуванні за наявності в програмах навантажування непропорційних циклів.

**Експеримент і модель прогнозування пошкоджуваності.** Для аналізу ефективності застосування деформаційного критерію було використано дані щодо малоциклової втоми титанового сплаву ВТ9 при його деформуванні в жорсткому режимі з амплітудою еквівалентних по Мізесу деформацій 1% для двох нерегулярних програм, які являють собою послідовність блоків з однаковою кількістю циклів (20 циклів) різної форми (розтяг–стиск, кручення, кругова циклічна траєкторія (табл. 1)) [9]. Також було використано дані щодо малоциклової втоми нержавіючої сталі 304 при деформуванні зразків у жорсткому режимі з амплітудою еквівалентних деформацій 0,6% за 13 програмами нерегулярного навантажування (табл. 2) [10]. Вони включали наступні цикли: **a** – розтяг–стиск, **t** – знакозмінне кручення, **i** – інфазна двовісна пропорційна траєкторія, **o** – кругова непропорційна траєкторія. В обох групах експериментів кількість циклів до руйнування  $N$  визначалась моментом часу, коли фіксувався стрибок навантаження на 10%, що свідчило про утворення в матеріалі макротріщини.

Для проведення порівняльного аналізу розглядали чотири моделі накопичування пошкоджень: лінійне правило накопичування пошкоджень (1), модель Морроу (3), модель Менсона (5) і нелінійне правило Марко–Старкі (2).

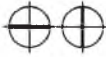



Т а б л и ц я 1

Експериментальні програми нерегулярного навантажування сплаву ВТ9

Програма	Послідовність циклів	Число циклів до руйнування $N_f$
А		200
Б		160

Т а б л и ц я 2

Експериментальні програми нерегулярного навантажування сталі 304

Програма	Послідовність циклів	Число циклів до руйнування $N_f$	Програма	Послідовність циклів	Число циклів до руйнування $N_f$
at		3969 (973/2994)	oi		3936 (364/3572)
		2927 (1946/981)			3157 (583/2574)
io		2281 (1228/1053)	ta		3209 (728/2481)
		3190 (1965/1225)			3258 (1093/2165)
		3143 (2456/687)			2869 (1559/1310)
		4234 (3685/549)			3942 (3117/825)
					5044 (4676/368)

**Примітка.** У дужках наведено число циклів навантажування відповідно для першого та другого блоків.

Останнє було модифіковане шляхом використання безрозмірного параметра – зведеної амплітуди деформацій  $\varepsilon_{пр}$  як показника степеня  $q$  в рівнянні (2) для можливості врахування складності циклічного деформування (непропорційності навантажування). Параметр  $q$  визначають як

$$q = \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_{eq}} \quad (7)$$

Зведену амплітуду деформації  $\varepsilon_{пр}$  було запропоновано в роботі [18] як деформаційний критерій малоциклової втоми при розгляді складного циклічного навантажування. Аналітичний запис цього параметра такий:

$$\varepsilon_{eq} = (1 + k \sin \varphi)(1 + \alpha \Phi) \varepsilon_M, \quad (8)$$

де  $k$  – коефіцієнт чутливості матеріалу до виду напруженого стану;  $\varepsilon_M$  – максимальна амплітуда деформації циклу по Мізесу.

Амплітуда деформацій  $\bar{\varepsilon}$  визначається з аналізу кривої втоми Басквіна–Менсона–Коффіна при одновісному навантажуванні і відповідає точці перетину асимптот до цієї кривої, які характеризують області пружно-пластичного і пружного деформування (рис. 1). По суті цей параметр відповідає умовній межі по амплітудах деформацій між областями малоциклової і багатоциклової втоми.

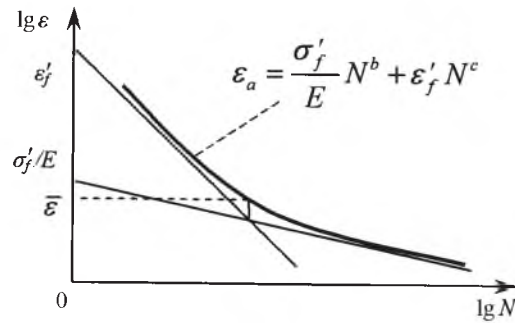


Рис. 1. Схема визначення параметра  $\bar{\varepsilon}$ .

Коли зведена амплітуда деформації  $\varepsilon_{\text{пр}} < \bar{\varepsilon}$ , то показник степеня  $q > 1$ . У цьому випадку крива пошкоджуваності 2 (рис. 2) має увігнутий характер і проходить під прямою 1, яка відповідає лінійному закону накопичування пошкоджень. Зазначимо, що амплітуди деформування, як правило, відповідають пружній області, а за таких режимів навантажування пошкодження на початкових стадіях циклічного навантажування накопичуються набагато повільніше, ніж на циклах, близьких до руйнування ( $n/N = 1$ ). За режимів пружно-пластичного деформування, коли зведена амплітуда деформації  $\varepsilon_{\text{пр}} > \bar{\varepsilon}$ , показник степеня  $q < 1$ , і крива пошкоджуваності 3 має опуклий вид. Тобто пошкоджуваність є найбільшою на початкових стадіях навантажування, потім вона зменшується по мірі пристосування матеріалу до циклічного навантажування. Для багатьох матеріалів є характерною висока пошкоджуваність на перших циклах, коли циклічне деформування відбувається в пружно-пластичній області. Внаслідок цього, наприклад, спостерігається значний приріст зміцнення матеріалу на початкових стадіях малоциклового деформування, яке поступово зменшується до стану стабілізації циклічних властивостей і остаточного пристосування матеріалу до циклічного навантаження.

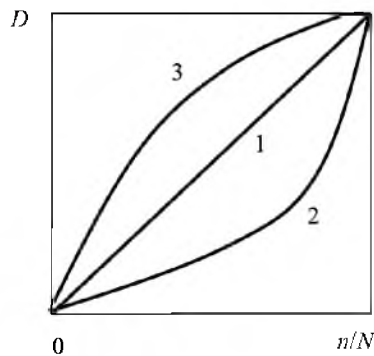


Рис. 2. Схематичне зображення лінійного і нелінійного правил накопичування пошкоджень: 1 – лінійне для  $\varepsilon_{\text{пр}} = \bar{\varepsilon}$ ; 2 – нелінійне для  $\varepsilon_{\text{пр}} < \bar{\varepsilon}$ ; 3 – нелінійне для  $\varepsilon_{\text{пр}} > \bar{\varepsilon}$ .

На основі нелінійного степеневого правила накопичення пошкоджень (2) і запропонованого виразу для визначення показника степеня (7) можна отримати наступне рекурентне рівняння для розрахунку пошкоджуваності:

$$D_i = \left( D_{i-1}^{1/q_i} + \frac{n_i}{N_i} \right)^{q_i}, \quad (9)$$

яке враховує ефект послідовності блоків циклів меншого і більшого рівнів навантажування. У нашому випадку через параметр  $\varepsilon_{eq}$  враховується ступінь непропорційності циклів. Нагадаємо, що для складних циклів є характерними більші рівні деформаційного зміцнення (напруження) у порівнянні з пропорційними програмами навантажування.

**Результати прогнозування довговічності.** Для прогнозування довговічності в рамках вищеописаних програм нерегулярного деформування матеріалів було конкретизовано параметри (табл. 3), що входять у визначальні співвідношення (7) і (8), а також визначено параметри аналітичних залежностей базових кривих втоми для досліджуваних матеріалів. Зазначимо, що оскільки титановий сплав ВТ9 деформувався за дуже високих амплітуд пружно-пластичних деформацій, експериментальні точки малоциклової втоми [9] при деформуванні розтягом–стиском були апроксимовані лінійною залежністю. Останню можна вважати справедливою для діапазону довговічностей 100...10000 цикл, а саме:

$$\lg \varepsilon_a = 1,015 - 0,432 \lg N. \quad (10)$$

Для нержавіючої сталі 304 [10] було визначено параметри аналітичної залежності кривої втоми Басквіна–Менсона–Коффіна:

$$\varepsilon_{eq} = \frac{742}{171000} (2N)^{-0,081} + 0,03(2N)^{-0,28}. \quad (11)$$

Результати прогнозування довговічності при нерегулярному деформуванні (табл. 1 і 2) досліджуваних матеріалів за допомогою лінійного і нелінійного (2) правил накопичування пошкоджень наведено в табл. 4. На рис. 3 показано середньоквадратичні абсолютні похибки визначення довговічності для однотипних програм блочного навантажування сталі 304 за чотирма правилами накопичування пошкоджень. Порівняльний аналіз показав, що найменший розкид даних, якщо розглядати всі програми нерегулярного навантажування, спостерігається при застосуванні нелінійних правил накопичування пошкоджень: модифікованого Марко–Старкі (2) та Морроу (3). Найкращі результати отримано в разі використання правила Морроу (3). Однак це правило вимагає знання рівнів напружень на кожному блоці, які зазвичай беруться безпосередньо з експерименту (були в наявності) і які не завжди можна точно визначити для довільної траєкторії при теоретичному прогнозуванні. При цьому точність прогнозування довговічності була більшою для програм із непропорційними циклами. Це свідчить, що для сталі 304 існує суттєвий вплив такого фактору, як порядок послідовності блоків циклів меншого і більшого рівнів навантажування.

Т а б л и ц я 3

## Параметри рівнянь (7) і (8)

Матеріал	$\bar{\varepsilon}$	$\alpha$	$k$
ВТ9	0,0034	0,17	0,26
Сталь 304	0,0039	0,90	0,20

Т а б л и ц я 4

## Результати прогнозування довговічності

Траекторія	Лінійне правило (1)		Нелінійне правило (2)		Експериментальна довговічність $N_{\text{експ}}$
	Пошкоджуваність $D$	Розрахункова довговічність $N_{\text{прогн}}$	Пошкоджуваність $D$	Розрахункова довговічність $N_{\text{прогн}}$	
Нержавіюча сталь 304					
at01	0,730890	5643	0,838868	5426	3967
at02	0,657826	5058	0,784421	4848	2927
ta01	0,587119	4475	0,702826	4605	2869
ta02	0,712589	5060	0,793057	5195	3942
ta03	0,845418	5645	0,890581	5731	5044
io01*	0,830269	2568	0,867121	2701	2281
io02*	1,057089	3093	0,981700	3251	3190
io03*	0,823038	3443	0,852514	3605	3143
io04*	0,950544	4318	0,932029	4456	4279
oi01*	0,822144	4982	0,942723	4446	3936
oi02*	0,781719	4441	0,918454	3878	3157
oi03*	0,851487	4082	0,962963	3540	3209
oi04*	1,013186	3180	1,052353	2778	3258
Титановий сплав ВТ9					
А	1,063528	194	1,023201	192	200
Б	0,884664	172	0,948349	173	160

\* Програми, що включають непропорційні цикли.

## В и с н о в к и

1. При розрахунку довговічності за нерегулярних режимів навантаження використання деформаційного параметра втомного руйнування  $\varepsilon_{eq}$  дозволяє враховувати вплив непропорційних циклів, які зазвичай знижують довговічність матеріалів.

2. Порівняння застосування різних правил накопичування пошкоджень показало перевагу удосконаленого нелінійного правила для всіх досліджуваних програм нерегулярного навантаження сталі 304. До того ж, для програм, що включали непропорційні цикли, точність прогнозування була найвищою.

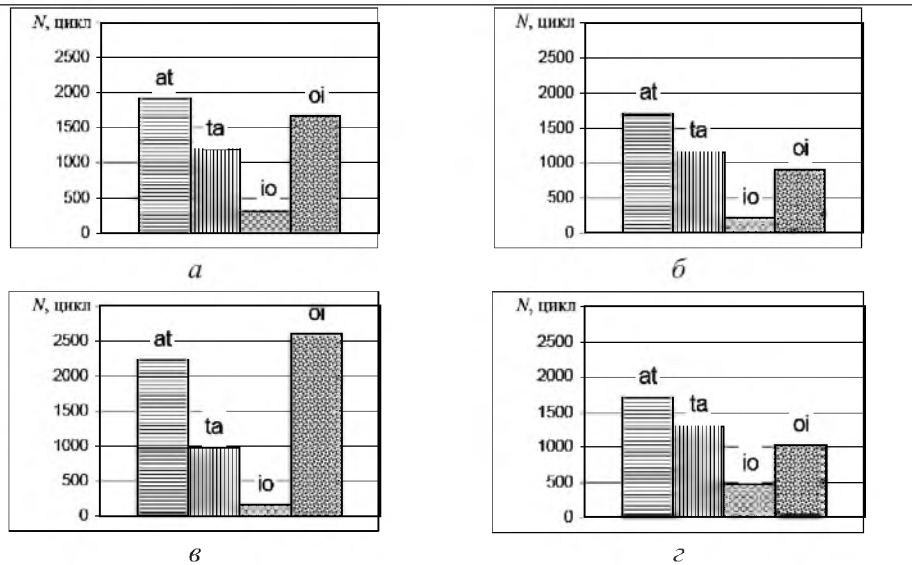


Рис. 3. Середньоквадратичні абсолютні похибки при прогнозуванні довговічності для однотипних програм нерегулярного навантажування сталі 304 при використанні різних законів накопичування пошкоджень: *a* – лінійний (1); *б* – Морроу (3); *в* – Менсона (5); *г* – модифікований Марко–Старкі (2).

3. При розгляді нерегулярного навантажування титанового сплаву ВТ9 ефективність моделей майже однакова. Це можна пояснити тим, що зазначений сплав відноситься до матеріалів, які є слабчутливими до додаткового циклічного зміцнення при складному циклічному деформуванні. Отже, рівні напружень за пропорційних і непропорційних циклів для цього матеріалу є подібними, що зумовлює відсутність суттєвих відмінностей при застосуванні різних моделей.

### Резюме

С целью разработки адекватных моделей для расчета долговечности анализируются приведенные в литературных источниках данные по малоцикловой усталости стали 304 и титанового сплава ВТ9 в процессе деформирования по сложным историям нагружения, которые представляют собой в пространстве полных деформаций последовательность блоков разных по форме циклов. В качестве базовых применяются четыре модели накопления повреждений и деформационный критерий малоцикловой усталости. Проведен сравнительный анализ моделей прогнозирования долговечности. Показано, что применение усовершенствованного нелинейного правила накопления повреждений позволяет улучшить результаты прогнозирования долговечности, причем в большей степени для программ, которые включают непропорциональные циклы.

1. *Lamba H. S. and Sidebottom O. M. Cyclic plasticity for non-proportional paths. Part I: Cyclic hardening, erasure of memory, and subsequent strain hardening experiment // ASME J. Eng. Mat. Tech. – 1978. – 100. – P. 96 – 103.*



2. *Tanaka E., Murakami S., and Ooka M.* Effects of strain shapes on nonproportional cyclic plasticity // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1985. – **33**. – P. 559 – 575.
3. *McDowell D. L.* A simple, experimentally motivated cyclic plasticity model // *J. Eng. Mech.* – 1987. – **113**, No. 3. – P. 378 – 397.
4. *Kucher N. K. and Borodii M. V.* Analysis of nonproportional cyclic deformation of materials within the scope of endochronous plasticity theory // *Strength Mater.* – 1993. – **25**, No 1. – P. 19 – 28.
5. *Morrow J.* Fatigue properties in metal // *Fatigue Design Handbook. Advances in Engineering.* – Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1968. – P. 21 – 29.
6. *Kandil F. A., Brown M. W., and Miller K. J.* Biaxial low-cycle fatigue fracture of 316 stainless steel at elevated temperatures // *Book 270.* – London: The Metals Society, 1982. – P. 203 – 210.
7. *Fatemy A. and Socie D. F.* A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out of phase loading // *Fatigue Eng. Mater. Struct.* – 1988. – **11**. – P. 149 – 165.
8. *Chen X., Xu S., and Huang D.* Critical plane-strain energy density criterion of multiaxial low-cycle fatigue life under non-proportional loading // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1999. – **22**. – P. 679 – 686.
9. *Shukaev S. N.* Deformation and life of titanium alloy VT9 under conditions of nonproportional low-cycle loading // *Strength Mater.* – 2001. – **33**, No. 4. – P. 333 – 338.
10. *Chen X., Jin D., and Kim D. S.* Fatigue life prediction of type 304 stainless steel under sequential biaxial loading // *Int. J. Fatigue.* – 2006. – **28**. – P. 289 – 299.
11. *Miner M. A.* Cumulative damage in fatigue // *J. Appl. Mech.* – 1945. – **67**. – P. A159 – A164.
12. *Richart F. E. and Newmark N. M.* A hypothesis for the determination of cumulative damage in fatigue // *ASTM Proc.* – 1948. – **48**. – P. 768 – 800.
13. *Marco S. M. and Starkey W. L.* A concept of fatigue damage // *Trans. ASME J. Eng. Mater. Tech.* – 1954. – **76**. – P. 627 – 632.
14. *Morrow J. D.* The effect of selected sub-cycle sequences in fatigue loading histories // *Random Fatigue Life Prediction.* – ASME Publication, PVP 72. – 1986. – P. 43 – 60.
15. *Manson S. S., Frech J. C., and Ensing S. R.* Application of a double linear damage rule to cumulative fatigue // *ASTM STP 415.* – 1967. – P. 384 – 412.
16. *Manson S. S. and Halford G. R.* Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage // *Int. J. Fracture.* – 1981. – **18**. – P. 169 – 192.

17. *Fatemi A. and Yang L.* Cumulative fatigue damage and life prediction theories: A survey of the state of the art for homogeneous materials // *Int. J. Fatigue.* – 1998. – **20**, No. 1. – P. 9 – 34.
18. *Borodii M. V.* Obtaining a low-cycle fatigue strain criterion // *Strength Mater.* – 2001. – **33**, No. 3. – P. 28 – 37.

Поступила 28. 04. 2007