

УДК 532.526.10

# ЧИСЛЕННОЕ ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ОСНОВЕ ЭКОНОМИЧНОЙ LES-ТЕХНОЛОГИИ

В. Г. КУЗЬМЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 10.04.2003 ◊ Пересмотрено 03.12.2003

Турбулентный пограничный слой на плоской пластине численно моделируется посредством экономичной LES-технологии для числа Рейнольдса, равного  $10^5$ , используя конечно-разностный метод. Подсеточные масштабы параметризуются посредством "смешанной" модели. Применяются новые приближенные граничные условия в качестве "пристенной" модели, которые дают более точные результаты, чем граничные условия, ранее применяемые другими исследователями. Это позволяет получить значительное уменьшение расчетного процессорного времени в сравнении с другими стандартными LES-подходами. В экономичном вычислительном методе использовано  $49^3$  сеточных точек. Расчетные профили средней скорости и турбулентные напряжения хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Турбулентний пограничний шар на плоскій пластині чисельно моделюється за допомогою економічної LES-технології для числа Рейнольдса, яке дорівнює  $10^5$ , використовуючи кінцево-різницевий метод. Підсіткові масштаби параметризуються за допомогою "змішаної" моделі. Застосовуються нові наближені граничні умови в якості "пристінкової" моделі, які дають більш точні результати ніж раніше використані граничні умови інших дослідників, та дозволяють отримувати значне зменшення розрахункового процесорного часу в зрівнянні з іншими стандартними LES-підходами. В економічному чисельному методі було використано  $49^3$  сіткових точок. Розрахункові профілі середньої швидкості і турбулентні напруги добре узгоджуються з експериментальними даними.

The turbulent boundary layer on a flat plate is simulated by economical LES-technique for a Reynolds number of  $10^5$ , using a finite-difference method. The subgrid scales are parametrized by an "mixed" model. New approximate boundary conditions are applied as the "wall" model. These new boundary conditions give more accurate results than those previously in use and allow reduction of the required CPU time in comparison with another standard LES. The number of grid points used in the economical numerical method was  $49^3$ . Computer mean velocity profiles and turbulent stresses is good agreement with experimental data.

## ВВЕДЕНИЕ

Численное моделирование крупных вихрей (Large Eddy Simulation – LES) является более экономичной технологией, чем прямое численное моделирование, в котором все масштабы движения рассчитываются на сетке. В LES большие вихри рассчитываются, а малые движения подсеточного масштаба моделируются. Современная оценка для LES в случае свободной турбулентности составляет:  $N_x N_y N_z \sim Re^{9/8}$ . LES-технология используется в последние годы в качестве инструмента для изучения физики турбулентности в течениях при высоких числах Рейнольдса. Если LES применяется для расчета пристенного слоя (в смысле различения элементов течения на расчетной сетке с заданной разрешающей способностью), то оно именуется как стандартное LES. Использование стандартных LES в случае присутствия границы твердого тела менее успешно вследствие увеличения стоимости вычислений.

Первый полный анализ требований сеточного разрешения для LES в случае турбулентных пограничных слоев проведен в основополагающей ра-

боте [1]. Течение в пограничном слое на плоской пластине обычно разделяется на внутренний слой, в котором эффекты вязкости важны (вязкий и буферный подслои), и внешний слой, в котором прямое действие вязкости на среднее течение пренебрежимо мало. В [1] проверены требования по разрешению сетки для внутреннего и внешнего слоев отдельно. Оценочные результаты для всего пограничного слоя в полном числе сеточных точек пропорциональны  $Re^{1,2}$ . Требования к расчету внутреннего слоя намного более строгие. Так, в [1] получено, что число точек, требуемых для расчета вязкого подслоя, составляет  $(N_x N_y N_z) \sim Re^{1,8}$ . Используя оценки для течения в пограничном слое при  $Re \sim 10^6$ , в [5] определено, что 99 процентов точек используются для расчета внутреннего слоя, толщина которого составляет только около 10 процентов погранслоя. Следовательно, число точек, требуемых LES, в случае если внутренний слой рассчитывается, превышает современные возможности компьютеров уже при умеренных числах Рейнольдса.

Единственный экономичный путь выполнения LES для безотрывных течений при высоких чи-

слах Рейнольдса — расчет только внешнего слоя. В этом случае сеточный размер может быть определен посредством масштаба вихрей во внешнем слое, и стоимость вычисления становится только слегка зависимой от числа Рейнольдса. Поскольку сетка является слишком крупной, чтобы подробно рассчитать структуру внутреннего слоя, действие пристенного слоя должно быть моделировано. Необходимо установить некоторые феноменологические взаимоотношения, связывающие напряжение на стенке с параметрами течения во внешнем слое, что вынуждает развигать модели для пристенного слоя, также известные как приближенные граничные условия. LES с применением пристенного моделирования называется экономичная LES-технология.

Ограничения для LES в случае течений у стенки распознаны еще на очень ранней стадии развития этой технологии в работе для плоских каналов [2], где приближенные граничные условия на стенке введены для моделирования действия пристенного слоя, который не мог быть рассчитан при наличии компьютерной мощности, имеющейся на то время, даже для умеренных чисел Рейнольдса. В [2] в качестве приближенных граничных условий были ограничены вторые производные скорости в первой сеточной точке для того, чтобы профиль скорости, осредненный по плоскости  $xz$ , удовлетворял логарифмическому закону в  $y_1$  (первой расчетной точке вдоль по нормали к стенке). Результаты, полученные в [2] для турбулентного течения в канале при неограниченном числе Рейнольдса  $Re$ , плохо согласуются с экспериментальными данными.

В исследовании [3] использованы условия, которые прямо связывают локальные сдвиговые напряжения на стенке,  $\tau_{xy,w}$  и  $\tau_{zy,w}$ , со скоростью в ядре течения канала. Основная гипотеза пристенной модели: 1) отношение локального касательного напряжения на стенке  $\tau_{xy,w}$  к среднему напряжению на стенке равно отношению компоненты локальной скорости  $\bar{u}(x, y_1, z)$  к средней скорости в  $y_1$ ; 2) поперечная компонента  $\tau_{zy}$  определяется путем предположения, что профиль скорости  $\bar{w}$  линейный и вихревая вязкость постоянна в сеточном узле, примыкающем к стенке. Расчеты течения, выполненные в этом исследовании для  $Re < 10000$ , дают результаты, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

В работе [4] использована в качестве пристенной модели следующая гипотеза: отношение компонент локальных касательных напряжений к среднему напряжению на стенке равно отношению компонент локальных скоростей к средней скоро-

сти. Для учета наклона вытянутых вихревых структур в ближнестеночном регионе потребовано, чтобы напряжение на стенке коррелировалось с локальной скоростью, вычисляемой на некотором расстоянии вдоль по потоку от точки, где требуется напряжение на стенке.

Все приведенные выше приближенные граничные условия применяются для геометрически простых течений, в которых среднее напряжение на стенке может быть получено из некоторой формы "закона стенки", при заданном  $\bar{u}$  в первой сеточной точке примыкающей к стенке и операции осреднения по всей плоскости  $xz$ . Расчеты в [2-4] проводились на очень грубой сетке (порядка 500 пристенных единиц), что нарушает правомерность использования LES-технологии (масштаб шага сетки должен находится в середине инерционного интервала), а при более мелкой сетке согласование с экспериментом ухудшается под влиянием неадекватной пристенной модели. В обзорной работе [5] показано, что для LES шаг сетки корректно брать размером порядка 70 пристенных единиц и при этом расчетная точка  $y_1$  находится в логарифмическом слое, но рядом с началом буферной зоны.

Для более сложных течений развиваются зональные подходы [5]. Они базируются на решении различного рода уравнений в пристенном слое и итерационной взаимосвязи с характеристиками течения, получаемыми с помощью LES-технологии для основной части течения. Для сокращения вычислительных затрат обычно используются уравнения пограничного слоя с моделью вихревой вязкости. Применение итерационной взаимосвязи между характеристиками двух зон течения в десятки раз увеличивает время расчета. Следовательно, зональные подходы нельзя отнести к экономичным LES-технологиям. Кроме того, трехмерность и нестационарность характерна для пристенного слоя, где развиваются различные вихревые структуры (в том числе и когерентные) и наблюдаются резкие градиенты характеристик течения, а использование уравнений пограничного слоя неадекватно природе течения вблизи пластины. Поэтому определение характеристик течения при наличии градиента давления, отрыва, ступеньки на пластине в турбулентном пограничном слое при больших числах Рейнольдса в рамках LES-подхода связано с большими трудностями. Прежде всего необходимо определиться со способом вычисления напряжения на стенке и местного коэффициента сопротивления (в этих случаях применение логарифмического закона для скорости в традиционном виде некорректно).

Цель представленного исследования – разработка экономичной LES-технологии численного моделирования турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости на гладкой пластине при высоком числе Рейнольдса.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основополагающие допущения математической формулировки задачи: 1) на плоскую длинную гидродинамически гладкую пластину натекает однородное течение вязкой несжимаемой жидкости с постоянными свойствами при отсутствии внешних массовых сил; 2) турбулентный пограничный слой в заданной вычислительной области находится в режиме  $Re=10^9$ ; 3) все параметры и уравнения представлены в безразмерном виде.

Используем следующую систему уравнений [9,10]:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \bar{u}_i - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

где

$$\tau_{ij} = -2C_V \bar{\Delta}^2 | \bar{S}_{ij} | \bar{S}_{ij} + (\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j), \quad (2)$$

$C_V=0,032$  (см.[9]); ширина фильтра  $\bar{\Delta}=2\bar{\Delta}_S$ ;  $\bar{\Delta}_S$ –шаг сетки.

### 2. ПРИСТЕННАЯ МОДЕЛЬ

Для расчета течения турбулентного пограничного слоя в качестве пристенной модели используем приближенные граничные условия на пластине для локальных компонент скорости. Применение экономичной LES-технологии с пристенной моделью не позволяет использовать граничное условие на пластине:  $\bar{u}=\bar{v}=\bar{w}=0$  (при  $y=0$ ), согласно [3-5]. Поэтому необходимо иное граничное условие для компонент скорости. Подобно [3,4], полагаем в качестве одного из элементов приближенного граничного условия  $\bar{v}=0$ . Далее считаем, что касательные составляющие тензора полного напряжения на стенке (при  $y=0$ ), деленные на плотность жидкости, можно представить, используя [6-8], следующим образом:

$$\tau_{xy,w} = \frac{1}{Re} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}; \quad \tau_{zy,w} = \frac{1}{Re} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y}, \quad (3)$$

Согласно [6-8], наблюдается хорошая коррелированность между касательным напряжением на

стенке и скоростью в логарифмическом слое. В качестве пристенной модели в представленном нами исследовании предлагается использовать следующую гипотезу подобия: отношение компонент локальных касательных напряжений к среднему напряжению на стенке подобно отношению компонент локальных скоростей (в  $y_1$ ) к средней скорости (в  $y_1$ ). Следовательно, при определении зависимостей для  $\bar{u}, \bar{w}$  в качестве приближенных граничных условий на стенке используем функциональную зависимость в виде

$$\frac{\tau_{xy,w}}{u_*^2(x)} = \frac{\bar{u}(x, y_1, z)}{(1 + B_a) \langle \bar{u}(x, y_1, z) \rangle_z};$$

$$\frac{\tau_{zy,w}}{u_*^2(x)} = \frac{\bar{w}(x, y_1, z)}{(1 + B_a) \langle \bar{u}(x, y_1, z) \rangle_z}, \quad (4)$$

где  $\langle \cdot \rangle_z$  – операция осреднения вдоль оси  $z$ ; вычисляемая динамическая скорость  $u_*$  изменяется вдоль оси  $x$  и является внутренним параметром программы расчетов. После подстановки зависимостей (4) в (3) и последующих преобразований, получаем такие приближенные граничные условия при  $y=0$ :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\bar{u}(x, y_1, z) u_*^2(x) Re_a}{\langle \bar{u}(x, y_1, z) \rangle_z}; \quad \bar{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} = \frac{\bar{w}(x, y_1, z) u_*^2(x) Re_a}{\langle \bar{u}(x, y_1, z) \rangle_z}, \quad (5)$$

где  $Re_a = Re/(1 + B_a)$ ; параметр  $B_a$  определяется численно (см. 4. Результаты вычислений). Необходимо отметить, что в нашем случае все компоненты приближенных граничных условий рассчитываются в рамках общего численного алгоритма, в то время как в приведенных ранее случаях [2-4] распределение величин  $\bar{u}(x, y_1, z)$  и  $\bar{w}(x, y_1, z)$  необходимо задавать предварительно.

### 3. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Каждое из уравнений (1) дискретизируется на прямоугольной расчетной сетке с шагом  $\bar{\Delta}_S$  в вычислительной безразмерной области (см. [9, 10]):  $D = \{x_1 \leq x \leq x_k; 0 \leq y \leq 1; 0 \leq z \leq z_k\}$ ;  $x_k = x_1 + 1$ ;  $z_k = 1$ . Число расчетных точек по каждой координате равно 49.

Граничные условия имеют следующий вид:

- 1)  $y = 0; 0 \leq z \leq z_k; x_1 \leq x \leq x_k$  : уравнения (5);
- 2)  $y = 1; 0 \leq z \leq z_k; x_1 \leq x \leq x_k$  :

$$\bar{u} = 1; \quad \bar{v} = \bar{w} = 0;$$

- 3-4)  $z = 0; z = z_k; 0 \leq y \leq 1; x_1 \leq x \leq x_k$  :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0;$$

5) условие на входе в расчетную область  
 $x = x_1; 0 \leq z \leq z_k; y_1 \leq y \leq 1 :$

$$\bar{u} = \bar{U}_c + \bar{u}_p; \quad \bar{v} = \bar{v}_p; \quad \bar{w} = \bar{w}_p;$$

6) на выходе из расчетной области  
 $(x = x_k; 0 \leq z \leq z_k; 0 \leq y \leq 1)$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + u_c \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + v_c \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + w_c \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} = 0.$$

Точка  $y_1$  расположена в логарифмическом подслое. Параметры  $u_p, v_p, w_p, u_c, v_c$  и  $w_c$  определяются аналогично [9].

Распределение величины средней скорости течения вдоль оси  $Oy$  (при  $y \geq y_1$ ) в вычислительной области турбулентного пограничного слоя находится так:

$$U_c = \frac{u_*}{\kappa} \{ \ln(u_* y Re) + \kappa C + \Pi [1 - \cos(\pi y / \delta)] \}, \quad (6)$$

где  $C=5,2$ ;  $\kappa=0,4$ ;  $\Pi=0,55$ . Полагаем, что  $U_c(y=1)=1$ .

Размеры вычислительной области вдоль оси  $Ox$  для экономичного расчета задаем следующим образом. Динамическая скорость  $u_*$  определяется с помощью зависимости из [11], характерной для гладкой поверхности:

$$c_f = 0,0263 (Re_x)^{-1/7}.$$

Используя соотношения  $u_*^2 = c_f / 2$ ,  $Re_x = x Re$ , имеем окончательный вид зависимости для определения динамической скорости:

$$u_* = 0,1146 (x Re)^{-1/14}. \quad (7)$$

Считаем, что условная высота турбулентного пограничного слоя  $\delta$  равна такому значению координаты  $y$ , в которой  $U_c = 0,995$ :

$$\delta = \{ 1 / (u_* Re) \} \exp(0,995 \kappa / u_* - \kappa C - 1, 1). \quad (8)$$

В рамках выбранного способа задания физически значимой конечной вычислительной области важным является корректное определение значений  $x = x_1$  и  $x = x_k$ . С этой целью полагаем, что при  $x = x_k$  безразмерная высота турбулентного пограничного слоя равна 0,95. Определим значение  $u_*$  в точке  $x = x_k$  путем численного решения следующего уравнения, составленного на основе выражений (6)-(8):

$$0,995 \kappa - u_{*K} \{ \ln[0,95 u_{*K} Re] + \kappa C + 1, 1 \} = 0. \quad (9)$$

Подставляя результат решения (9) в (7), после преобразований находим значение  $x_k$ :

$$x_k = Re^{-1} [u_{*K} / 0,1146]^{-14}.$$

Параметр  $x_1$  определяется так:  $x_1 = x_k - 1$ . И как результат, находим распределение вдоль оси  $Oy$  величины средней скорости  $U_c$  на входе ( $x = x_1$ ) в вычислительную область.

В рамках полного численного алгоритма значение динамической скорости  $u_*(x)$  вычисляется по ходу итерационной процедуры. Используя результаты расчета на предыдущем шаге по времени  $t_{k-1}$ , находим динамическую скорость для текущего шага  $t_k$  (и так далее до выполнения условия сходимости LES-подхода):

$$u_*^k(x) = \frac{\langle \bar{u}(x, y_1, z) \rangle_z}{(1/\kappa) \ln(y_1 u_*^{k-1}(x) Re) + C}. \quad (10)$$

Зависимость (7) используется только для задания граничного условия на входе  $x = x_1$  и определения размеров экономичной расчетной области.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

На основе разработанного численного алгоритма в рамках экономичной LES-технологии проведен расчет параметров течения в турбулентном пограничном слое для случая  $Re = 10^5$  при  $x_k = 146$ . В вычислениях использован компьютер PENTIUM-I с тактовой частотой 150 МГц и оперативной памятью 32 Мб. Расчет по методу установления прекращается при выполнении следующего условия – осредненные по однородным направлениям  $Ox$  и  $Oz$  подсеточные напряжения на каждом шаге по времени изменяются меньше, чем на одну десятую процента. Для выхода на установившийся режим было произведено  $K=300$  шагов по времени с  $\Delta t = 0,004$  за промежуток времени  $T_c = K \Delta t$ . Полное время расчета поставленной задачи на указанном выше компьютере составляет 90 минут.

Величина параметра  $B_a = 10,5$  определена численно на основе того условия, что пристенная модель должна удовлетворять граничным условиям на входе в расчетную область.  $B_a$  находится посредством проведения серии предварительных расчетов на основе представленной в данной работе экономичной LES-технологии, но при заданном во всей вычислительной области постоянном значении динамической скорости, равного  $u_*(x_1)$  и определенного из эксперимента [12]. Пригодным выбиралось то значение  $B_a$ , при котором получалось наилучшее согласие вычисленных средней скорости и компонент тензора напря-

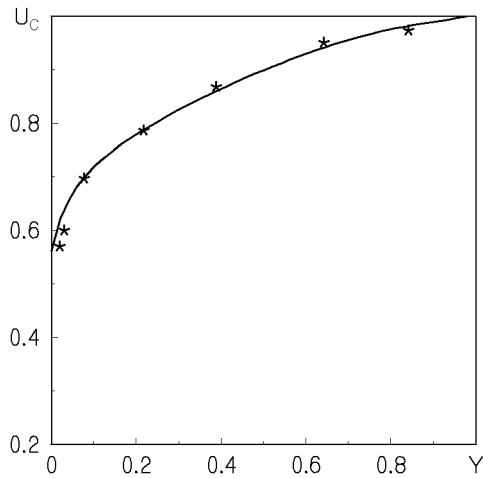


Рис. 1. Зависимость безразмерной средней скорости  $\langle \bar{U}_c \rangle$  от  $Y$  (сплошная линия) и экспериментальные данные [12] (значки \*).

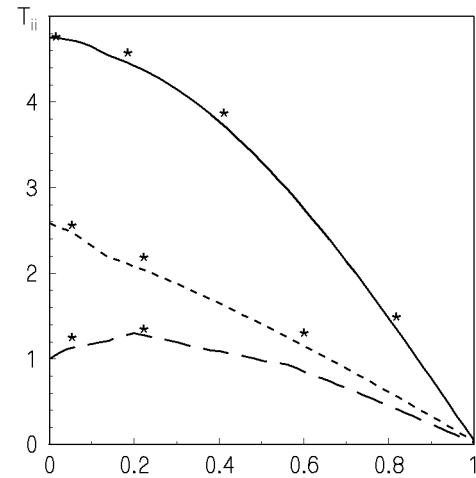


Рис. 2. Зависимость полных турбулентных напряжений  $T_{ii}$  от  $Y$  ( $T_{11}$  – сплошная кривая;  $T_{22}$  – — — ;  $T_{33}$  - - -) и экспериментальные данные [12] (значки \*).

жений (осредненных по плоскости  $Oxz$ ) с экспериментальными данными из [12] для тех же величин (но определенных при  $x = x_1$  и осредненных по  $Oz$ ). В нашем случае  $B_a$  является параметром подстройки пристенной модели к экономичной LES-технологии для расчета течения в турбулентном пограничном слое при итерационном способе определения  $u_*$  вдоль оси  $x$ . Приближенные граничные условия [3, 4] используются для расчета течения в канале при заданном предварительно: 1) постоянном значении динамической скорости  $u_*$ ; 2) распределении величин  $\bar{u}(x, y_1, z)$  и  $\bar{w}(x, y_1, z)$ .

На рис. 1–3 представлены изменения основных осредненных (по  $Oz$ ) безразмерных характеристик турбулентного пограничного слоя вдоль координаты  $Y = (y - y_1) / \delta$ . Там же приведены экспериментальные данные [12] ( $Re = 10^5$ , и удалении от начала пластины вдоль по потоку при  $x = 145.5$ ).

На рис. 1 представлено изменение безразмерной средней скорости  $\langle \bar{U}_c \rangle$  вдоль  $Y$  и экспериментальные данные [12]. Результаты расчета показывают, что разработанная модель точно определяет среднюю скорость течения поперек пограничного слоя в заданной вычислительной области. Этот факт является необходимым условием корректности экономичной LES-технологии, опираясь на который можно получить распределение характеристик турбулентности. На рис. 2 приведены зависимости полных турбулентных напряжений  $T_{ii} = \langle (u_i'' u_i'') / u_*^2 \rangle$  от координаты  $Y$  и экспериментальные данные [12]. Сравнительный анализ представленных данных устанавливает хоро-

шее согласие между ними. На рис. 3 показаны изменения полного сдвигового турбулентного напряжения  $T_{12} = -\langle (u'' v'') / u_*^2 \rangle$  вдоль  $Y$  и хорошо коррелирующие с ними экспериментальные данные [12].

В рамках экономичного LES-подхода на основе численного расчета установлен вклад подсеточных напряжений в полные турбулентные напряжения, который составляет около 14 процентов ( $\langle \tau_{ij} / u_*^2 \rangle \simeq 0,14 T_{ij}$ ). Необходимо отметить, что в научной литературе нами не найдены результаты расчетов течения в турбулентном пограничном слое на основе LES-технологий для случая гладкой плоской пластины при  $Re = 10^5$ .

Проведены расчеты для определения влияния вида граничных условий на плоской пластине. В случае использования условия  $u = v = w = 0$  при  $y = 0$  расчетные значения осредненной скорости меньше на 50 процентов у пластины и составляют около 15 процентов на внешней границе пограничного слоя в сравнении с ее экспериментальными аналогами [12]. Использование разработанной нами пристенной модели ведет к следующему отклонению расчетной средней скорости от ее аналога из эксперимента [12]: 1) при  $y = y_1$  – до 5 процентов; 2) при  $y > y_1$  – менее одного процента.

## ВЫВОДЫ

Приведенная в данном исследовании экономичная LES-технология является дальнейшим развитием LES-подхода, изложенного автором в [9, 10], но уже с применением пристенной модели и итера-

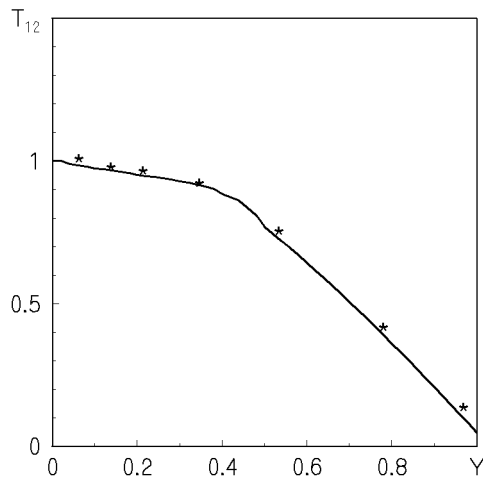


Рис. 3. Изменение полного сдвигового турбулентного напряжения  $T_{12}$  вдоль  $Y$  (сплошная кривая) и экспериментальные данные [12] (значки \*).

ционного метода определения динамической скорости для случая гладкой пластины. В представленном исследовании система уравнений решается численным методом [9, 10], но с применением экономичной модернизации алгоритма решения уравнения Пуассона. Начальное распределение давления для итерационного процесса на каждом шаге по времени задается в виде расчетного давления, полученного на предыдущем шаге по времени, а в [9, 10] начальное распределение давления было постоянным для каждого шага по времени. И как результат, количество итераций на каждом шаге по времени сократилось более чем в 10 раз и составляло одну или две итерации.

Выведены новые приближенные граничные условия на плоской пластине для расчета турбулентного пограничного слоя при  $Re=10^5$ , что позволяет параметризовать пристенные эффекты, в то время как пристенные модели [3–4] пригодны только для расчета течений в канале при низких  $Re$  на очень крупной сетке, поскольку созданы на основе эмпирической информации для  $Re < 10000$ . Все выше упомянутые приближенные граничные условия можно использовать в рамках экономичной LES-технологии с одинаковыми вычислительными затратами, но для различных типов течений. В научной литературе не обнаружено применение стандартной LES-технологии для  $Re=10^5$ . Это связано с тем, что, согласно [5], строгие требования для стандартной LES по количеству расчетных точек на весь пограничный слой превышают на порядок, как минимум, предел вычислительной способности современных суперкомпьютеров.

В представленной модели все параметры и уравнения имеют безразмерный вид в физически значимой конечной вычислительной области. Численная модель содержит два основных параметра: а) число Рейнольдса течения в заданной расчетной области  $Re$ ; б) число  $Re_a$ , характеризующее пристеночные эффекты в приближенных граничных условиях на плоской пластине. Подсеточная смешанная модель имеет константу  $C_V$ . Используются константы  $C$ ,  $\kappa$ ,  $\Pi$ ,  $B_a$ .

Впервые на основе экономичной LES-технологии для турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости в режиме гидродинамически гладкой поверхности для случая  $Re=10^5$  получены численные значения осредненной скорости, полных и подсеточных турбулентных напряжений, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными другого автора. Вклад подсеточных напряжений в полные турбулентные напряжения составляет 14 процентов.

1. *Chapmann D.* Computational aerodynamics, development and outlook // *AIAA J.*– 1979.– v.17.– P. 1293–1313.
2. *Deardorff J.* A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers // *J.Fluid.Mech.*– 1970.– v.41.– P. 453–480.
3. *Schumann U.* Subgrid-scale model for finite difference simulation of turbulent flows in plane channels and annuli // *J.Comput.Phys.*– 1975.– v.18.– P. 376–404.
4. *Piomelli U., Moin P., Ferziger J., Kim J.* New approximate boundary conditions for large-eddy simulations of wall-bounded flows // *Phys.Fluids A.*– 1989.– v.1,N6.– P. 1061–1068.
5. *Piomelli U., Balaras E.* Wall-layer models for Large-Eddy Simulations // *Annu.Rev.Fluid.Mech.*– 2002.– v.34.– P. 349–374.
6. *Ротта И.К.* Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1967.– 231 с.
7. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя.– М.: Инлит, 1956.– 528 с.
8. *Романенко П.Н.* Гидродинамика и теплообмен в пограничном слое. Справочник.– М.: Энергия, 1974.– 464 с.
9. *Кузьменко В.Г.* Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме развитой шероховатости на основе LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2002.– 4(76), N3.– С. 31–41.
10. *Кузьменко В.Г.* Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме промежуточной шероховатости // *Прикладна гідромеханіка.*– 2003.– 5(77), N2.– С. 27–36.
11. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа.– М.: Наука, 1987.– 840 с.
12. *Ligrani P., Moffat R.* Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers // *J.Fluid.Mech.*– 1986.– v.162.– P. 69–98.