

Кінетика розсіяного руйнування металевих конструкційних матеріалів при пружно-пластичному деформуванні

М. І. Бобир, А. П. Грабовський, О. П. Халімон, О. В. Тимошенко, О. М. Масло

Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”, Київ, Україна

Розглянуто методику дослідження кінетики накопичення пошкоджень при пружно-пластичному деформуванні конструкційних матеріалів типу сталі 45, нержавіючої сталі 12Х18Н10Т, алюмінієвого сплаву Д16Т та титанового сплаву ВТ22 за параметрами зміни модуля пружності і питомого електричного опору. Для умов складного напруженого стану запропоновано континуальну модель накопичення пошкоджень, яка зв'язує параметр пошкоджуваності з інтенсивністю накопиченої пластичної деформації. Наведено порівняння розрахункових результатів згідно з розробленою континуальною моделлю з експериментальними, отриманими при дослідженні кінетики накопичення пошкоджень для ряду металевих конструкційних матеріалів.

Ключові слова: накопичення пошкоджень, модуль пружності, питомий електроопір, континуальна модель накопичення пошкоджень.

Вступ. Зародження мікропустот, мікротріщин та їх зростання і об'єднання є передумовою виникнення макротріщини в конструкційних матеріалах, що з часом призводить до їх руйнування. На рівні мікроструктури поява мікрodefektів впливає на такі фізико-механічні властивості матеріалу, як модуль пружності, густина, твердість, електроопір та ін. [1, 2]. Це, в свою чергу, призводить до зниження здатності конструкції чинити опір експлуатаційним навантаженням.

Указані зміни фізико-механічних властивостей матеріалу свідчать про його деградацію, що можна використати для розробки зручної експериментальної методики виміру накопичення пошкоджень у структурі матеріалу. При цьому критичне значення пошкоджуваності розглядається як важливий параметр руйнування, що є основою для розробки теоретичного підходу до прогнозування стадії руйнування.

Метою роботи є порівняння двох експериментальних методів визначення пошкоджень конструкційних матеріалів: за зміною питомого електроопору та модуля пружності при статичному деформуванні і на основі феноменологічної моделі накопичення пошкоджень, параметри якої визначаються з макроекспериментів.

Визначення пошкоджуваності. Згідно з основними положеннями континуальної механіки пошкоджень, скалярний параметр пошкоджень D в матеріалі при пружно-пластичному деформуванні визначимо наступним чином [1, 3]:

$$D = \frac{S_D}{S_i}, \quad (1)$$

де S_i – поточна площа поперечного перерізу; S_D – загальна площа мікропустот та мікротріщин.

Ефективне напруження $\tilde{\sigma}$ відповідає площі перерізу пошкодженого матеріалу, яка ефективно сприймає навантаження F [3]:

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{S_i - S_D} = \frac{\sigma}{1 - D}, \quad (2)$$

де σ – дійсне напруження в деформованому матеріалі.

В роботі [1] запропоновано гіпотезу еквівалентної деформації. Прийнято, що пошкоджуваність змінює деформований стан тільки через ефективне напруження. Деформований стан пошкодженого матеріалу описується визначальними рівняннями непошкодженого матеріалу, в потенціалі якого напруження замінено ефективним напруженням. Таким чином, пружна деформація ε^e , модуль пружності E та параметр пошкоджень D для одновісного випадку визначимо зі співвідношення

$$\varepsilon^e = \frac{\tilde{\sigma}}{E} = \frac{\sigma}{E(1 - D)}. \quad (3)$$

У результаті отримаємо

$$D = D_E = 1 - \frac{E}{E_0}, \quad (4)$$

де D_E – параметр пошкоджень, визначений через зміну модуля пружності та при використанні гіпотези еквівалентної деформації; E_0 , E – модулі пружності для непошкодженого та пошкодженого матеріалу відповідно.

Подібну до (4), але нелінійну залежність отримано, базуючись на основних положеннях термодинаміки незворотних процесів.

Так, згідно з [4] авторами використано гіпотезу еквівалентної пружної енергії, за якою пружна енергія пошкодженого матеріалу приймається рівною як і для непошкодженого, але напруження і деформація замінені їх ефективними складовими. Накопичену пружну енергію запишемо у вигляді

$$W(\sigma, D) = \frac{1}{2} \sigma_{ij} E_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl}. \quad (5)$$

Якщо використати ефективне напруження $\tilde{\sigma}$ та тензор пошкоджень $M(D)$ (тензор четвертого рангу), то накопичена енергія набуде такого вигляду:

$$W(\tilde{\sigma}, 0) = \frac{1}{2} \tilde{\sigma}_{ij} (E_0)_{ijkl}^{-1} \tilde{\sigma}_{kl} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} M_{ijkl}^T (E_0)_{ijkl}^{-1} M_{ijkl} \sigma_{kl}. \quad (6)$$

Рівність двох наведених вище залежностей для накопиченої пружної енергії дає:

$$\begin{cases} E_{ijkl}^{-1} = M_{ijkl}^T (E_0)_{ijkl}^{-1} M_{ijkl}; \\ E_{ijkl} = M_{ijkl}^{-1} (E_0)_{ijkl} M_{ijkl}^{-T}; \\ \tilde{\sigma}_{ij} = (E_0)_{ijkl} \tilde{\varepsilon}_{kl}^e. \end{cases} \quad (7)$$

Принцип еквівалентності пружної енергії в деформаційній формі запишемо наступним чином:

$$\begin{aligned} W(\varepsilon^e, D) &= \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^e E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^e M_{ijkl}^{-1} (E_0)_{ijkl} M_{ijkl}^{-T} \varepsilon_{kl}^e = \\ &= \frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}_{ij}^e (E_0)_{ijkl} \tilde{\varepsilon}_{ij}^e = W(\tilde{\varepsilon}^e, 0); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{kl}^e = M_{klij}^{-T} \varepsilon_{ij}^e, \quad \tilde{\varepsilon}_{kl}^p = M_{klij}^{-T} \varepsilon_{ij}^p. \quad (9)$$

Ефективні напруження визначимо зі співвідношень

$$\tilde{\sigma}_{ij} = (I_{ijkl} - D_{ijkl})^{-1/2} \sigma_{ij} (I_{ijkl} - D_{ijkl})^{-1/2} \equiv M(D)_{ijkl} \sigma_{ij}, \quad (10)$$

де I_{ijkl} – одиничний тензор четвертого рангу.

Тензор пошкоджень четвертого рангу $M(D)$ представимо так:

$$M(D)_{ijkl} = (\delta_{ik} - D_{ik})^{1/2} (\delta_{jl} - D_{jl})^{1/2}. \quad (11)$$

За допомогою принципів еквівалентності пружної енергії визначимо тензор жорсткості:

$$\tilde{E}_{ijkl} = (\delta_{im} - D_{im})^{1/2} (\delta_{jn} - D_{jn})^{1/2} (\delta_{ko} - D_{ko})^{1/2} (\delta_{lp} - D_{lp})^{1/2} E_{mnop}. \quad (12)$$

Із (12) для умов одновісного розтягу отримаємо ненульові значення тензору пошкоджень. Тоді D запишемо у вигляді

$$(1 - D)^2 = \frac{\tilde{E}}{E}. \quad (13)$$

На основі (13) залежність параметра пошкодження D_E має вигляд

$$D_E = 1 - \sqrt{\frac{\tilde{E}}{E}}. \quad (14)$$

Відомо, що накопичення мікропошкоджень призводить до зміни електроопору металевих матеріалів [1, 2, 5]. Зміну поперечного перерізу деформи-

ваного зразка без врахування зміни питомого електроопору (без врахування дефектів пружно-пластичного деформування) визначимо наступним чином [5]:

$$S_i = \frac{\rho_0 l_i}{R_i}, \quad (15)$$

де ρ_0 – питомий електроопір зразка перед його деформуванням,

$$\rho_0 = \frac{R_0 S_0}{l_0} = \frac{S_0 U_0}{I_0 l_0}; \quad (16)$$

l_0, l_i – відповідно початкова та поточна довжина зразка; R_i – електричний опір зразка,

$$R_i = \frac{U_i}{I_i};$$

S_0 – початкова площа поперечного перерізу; U_0, U_i – відповідно початкова та поточна електрична напруга; I_0, I_i – відповідно початковий та поточний електричний струм.

Зміну поперечного перерізу (площі) зразка з врахуванням пошкоджень за допомогою питомого електроопору визначимо наступним чином:

$$\tilde{S}_i = \frac{\rho_i l_i}{R_i}. \quad (17)$$

Таким чином, рівняння визначення пошкоджуваності через зміну питомого електроопору має вигляд

$$D = \frac{S_i - \tilde{S}_i}{S_i} = \frac{\rho_i - \rho_0}{\rho_0} = \frac{F_i U_i l_0 I_0}{F_0 U_0 l_i I_i} - 1. \quad (18)$$

Експериментальне визначення параметра пошкоджень. Статичний модуль пружності E визначали на експериментальному стенді [6] як нахил кривої $\sigma(\varepsilon)$ згідно з ГОСТ 1497-84 за допомогою методу найменших квадратів [7].

Зміна модуля пружності від рівня пружно-пластичних деформацій (до рівня границі міцності матеріалу) для ряду конструкційних металевих матеріалів показана на рис. 1. Більш детально розглянуто ділянку до границі міцності, де зміна модуля пружності відбувається монотонно, та проведено для експериментальних точок на ній математичну екстраполяцію. Перетин лінії математичної екстраполяції з віссю абсцис дає значення сталого модуля пружності $E_{ст}$ (рис. 2). Аналіз кривих зміни модуля пружності при розвантаженні показує, що для пластичних матеріалів (типу сталей 45 і 12Х18Н10Т) на початковому етапі з появою пластичної складової деформації він значно змінюється, в той час як для крихких матеріалів (типу Д16Т та ВТ22)

характер його зміни більш лінійний. Оскільки накопичення пошкоджень зростає монотонно, за початковий модуль пружності прийнято стале значення $E_{ст}$ [8]. Для алюмінієвого сплаву Д16Т та титанового сплаву ВТ22 прийнято $E_{ст} = E_0$.

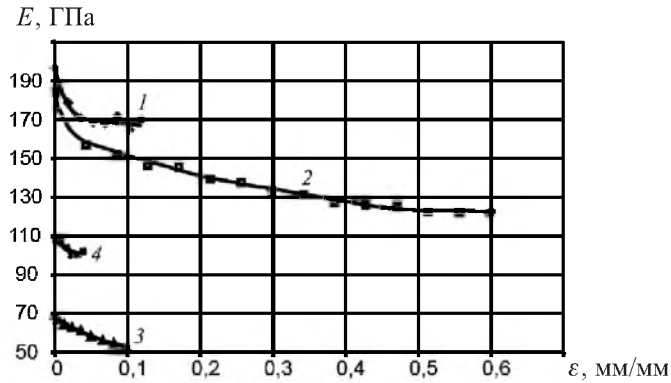


Рис. 1. Залежність модуля пружності E від рівня пружно-пластичного активного деформування для конструкційних матеріалів при $T = 293$ К: 1 – сталь 45; 2 – сталь 12Х18Н10Т; 3 – сплав Д16; 4 – сплав ВТ22.

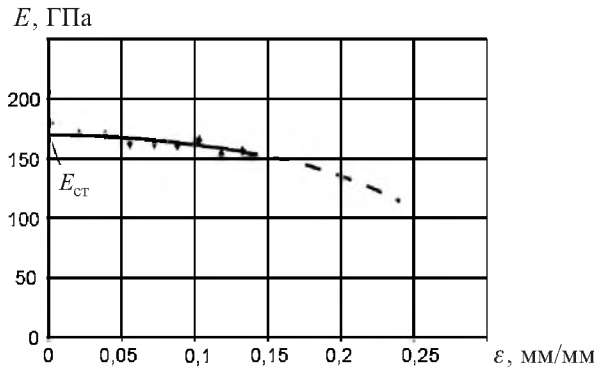
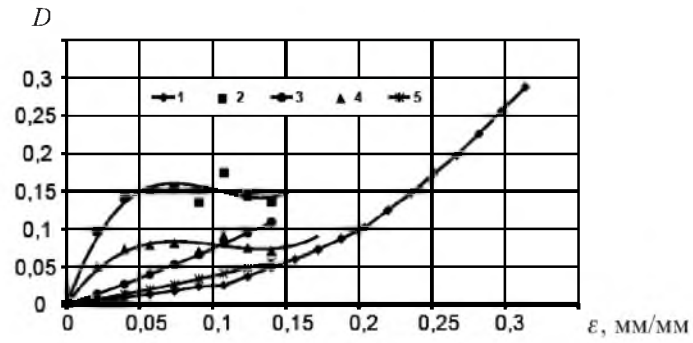


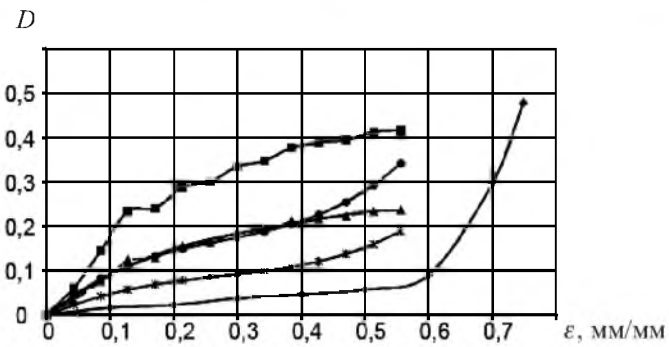
Рис. 2. Визначення сталого модуля пружності $E_{ст}$ для сталі 45.

Для визначення закономірності накопичення пошкоджень у конструкційних матеріалах у подальших розрахунках будемо використовувати екстрапольовані значення модуля пружності $E_{ст}$. Дана закономірність порівнюється з кривою накопичення пошкоджень, отриманою через зміну питомого електропопору (18). На рис. 3 наведено криві накопичення пошкоджень для ряду металевих конструкційних матеріалів, де криву 1 отримано згідно із залежністю (18), криві 2, 3 – згідно з (4), криві 4, 5 – згідно з (14). При цьому для кривих 2, 4 за основу прийнято модуль пружності E_0 , для кривих 3, 5 – $E_{ст}$.

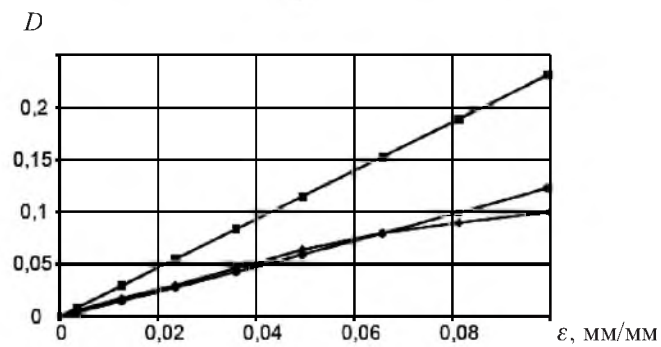
Аналіз рис. 3 показав, що для пластичних матеріалів крива накопичення пошкоджень 5 через зміну модуля пружності $E_{ст}$, що розрахована за формулою (14), найбільш наближена до кривої 1. В свою чергу, для більш крихких матеріалів (на рис. 3 крива 4) за основу при розрахунках береться величина E_0 .



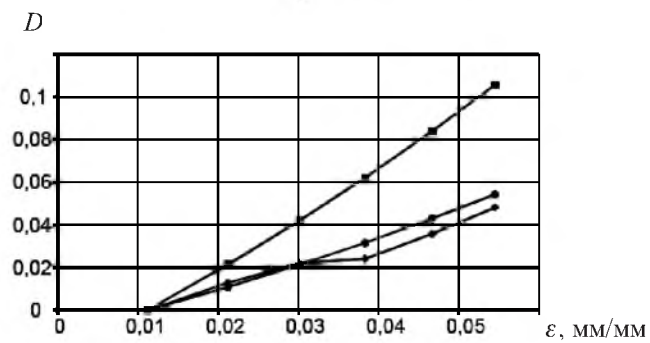
a



б



в



з

Рис. 3. Кінетика накопичення пошкоджень для металевих конструкційних матеріалів: *a* – сталь 45; *б* – сталь 12X18H10T; *в* – сплав Д16Т; *з* – сплав BT22.

Континуальна модель пошкоджуваності. У межах пружності за осно-ву береться поняття вільної енергії ψ_e , за допомогою якої встановлюється зв'язок із пошкоджуваністю матеріалу через ефективне напруження у вигляді [9]

$$\psi_e = \frac{1}{2\rho} E_{ijkl} \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{kl}^e (1-D), \quad (19)$$

де E_{ijkl} – тензор пружності четвертого рангу; ρ – густина.

У результаті закон пружності з врахуванням пошкоджуваності запишемо наступним чином:

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \psi_e}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e (1-D). \quad (20)$$

Питому енергію, що отримує тіло при пружному деформуванні dW_e , виразимо так:

$$dW_e = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^e. \quad (21)$$

Із закону пружності при врахуванні пошкоджуваності та постійній температурі (при $d\sigma_{ij} = 0$) отримуємо:

$$d\sigma_{ij} \Big|_{T=\text{const}} = (1-D) E_{ijkl} d\varepsilon_{kl}^e - E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e dD = 0;$$

$$\frac{dW_e}{dD} = E_{ijkl} \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{kl}^e.$$

Прийнято, що β є швидкість вивільнення енергії деформації пошкод-женого матеріалу (аналогічно G в механіці руйнування) [8]:

$$-\beta = \frac{1}{2} \frac{dW_e}{dD}. \quad (22)$$

Із виразів для β і W_e випливає, що

$$-\beta = \frac{W_e}{1-D}. \quad (23)$$

У результаті отримуємо рівняння для швидкості вивільнення енергії деформації пошкоджененого матеріалу у розгорнутому вигляді:

$$-\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{1+\nu}{E} \frac{s_{ij} s_{ij}}{(1-D)^2} + \frac{3(1-2\nu)}{E} \frac{\sigma_0^2}{(1-D)^2} \right), \quad (24)$$

де ν – коефіцієнт Пуассона; σ_0 – середнє напруження.

Згортка девіатора напружень $s_{ij}s_{ij}$ описує гіперповерхню пластичності матеріалу, якій у відповідність можна поставити еквівалентне напруження:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij}s_{ij}}. \quad (25)$$

За еквівалентне напруження прийнято напруження Писаренко–Лебедева [10]:

$$\sigma_{eq} = \chi\sigma_i + (1 - \chi)\sigma_1, \quad (26)$$

де χ – параметр матеріалу; σ_i – інтенсивність напружень.

Із врахуванням (25) та (26) залежність (24) набуде такого вигляду:

$$-\beta = \frac{\sigma_i^2}{2E(1-D)^2} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) \left(\chi + (1-\chi) \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^2 + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_i} \right)^2 \right]. \quad (27)$$

Асоційований закон, що описує зміну пошкоджень, представимо наступним чином [9]:

$$\dot{D} = -\frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial y} = \left(\frac{-\beta}{A} \right)^m \dot{\varepsilon}_i^p, \quad (28)$$

де A , m – параметри матеріалу; φ^* – потенціал дисипації.

При визначенні інтенсивності швидкості пластичних деформацій $\dot{\varepsilon}_i^p$ використовується закон зміцнення Рамберга–Осгуда [1]:

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma^*}{B} \right)^n, \quad \sigma^* = \sigma - \sigma_T, \quad (29)$$

де n – показник зміцнення матеріалу, $n > 1$, або

$$\sigma = \sigma_T + B(\varepsilon^p)^{1/n}.$$

У рамках цієї гіпотези проведено інтегрування рівняння для кінетики пошкодження (28) і отримано залежність між дійсним значенням параметра пошкодження D та накопиченою пластичною деформацією ε_i^p . Для умов складного напруженого стану введено порогове значення деформації пошкодження ε_{iD}^p , за якої починається процес накопичення пошкоджень. Прийнято, що для рівня пластичних деформацій, менших за ε_{iD}^p , процес пошкодження не виникає. Цю умову можна записати так:

$$\varepsilon_i^p \leq \varepsilon_{iD}^p \rightarrow D = 0. \quad (30)$$

За допомогою (27) отримуємо остаточне рівняння для параметра пошкоджень D [11]:

$$D = \left(\frac{B^2}{2EA} H_\sigma \right)^m \frac{n}{2m+n} \left((\varepsilon_i^p)^{(2m+n)/n} - (\varepsilon_{iD}^p)^{(2m+n)/n} \right), \quad (31)$$

де

$$H_\sigma = \frac{2}{3}(1+\nu) \left(\chi + (1-\chi) \frac{\sigma_1}{\sigma_i} \right)^2 + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_i} \right)^2. \quad (32)$$

Таким чином, для умов складного напруженого стану отримано залежність параметра пошкоджень від накопиченої пластичної деформації у вигляді степеневі функції зі змінним показником степені $(2m+n)/n$.

Із використанням граничної деформації руйнування ε_{iR}^p як функції, що враховує складний напружений стан та неоднорідність властивостей матеріалу при розтязі і стиску, отримуємо граничне значення параметра пошкоджень D_c :

$$\varepsilon_i^p = \varepsilon_{iR}^p \rightarrow D = D_c.$$

У результаті знайдемо співвідношення для визначення поточного пошкодження в конструкційному матеріалі при складному напруженому стані:

$$D = D_c \left(\frac{(\varepsilon_i^p)^b H_\sigma^m - (\varepsilon_{iD}^p)^b}{(\varepsilon_{iR}^p)^b - (\varepsilon_{iD}^p)^b} \right), \quad (33)$$

де

$$b = \frac{2m+n}{n}.$$

Із виразу (32) при одновісному напруженому стані отримуємо:

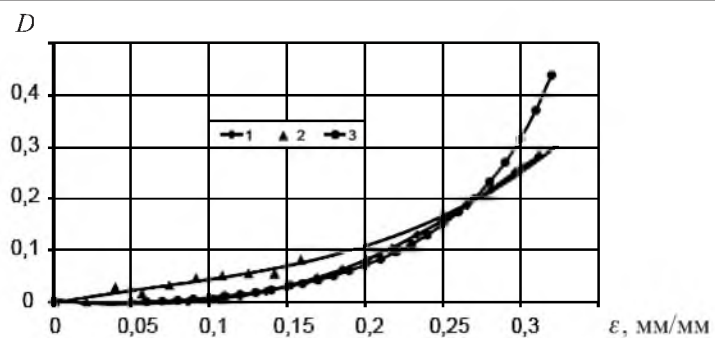
$$H_\sigma = 1.$$

Остаточно для одновісного напруженого стану залежність (33) запишемо у вигляді

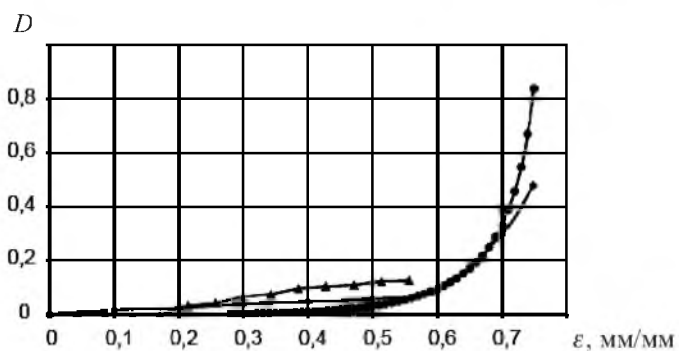
$$D = D_c \left(\frac{(\varepsilon^p)^b - (\varepsilon_D^p)^b}{(\varepsilon_R^p)^b - (\varepsilon_D^p)^b} \right), \quad (34)$$

де ε_R^p – деформація руйнування при одновісному розтязі; ε_D^p – порогове значення пластичної деформації пошкодження при одновісному розтязі.

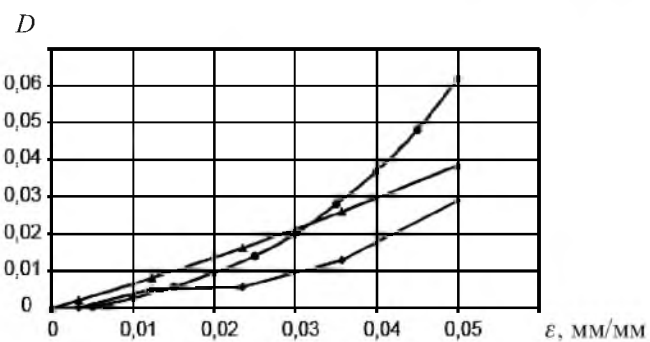
Постійні параметри матеріалу, а саме: граничне значення параметра пошкоджень D_c та значення деформацій ε_R^p і ε_D^p , що входять у рівняння (33) та (34), визначимо безпосередньо з експериментів на розтяг. Їх числові значення для ряду металевих конструкційних матеріалів наведено у таблиці.



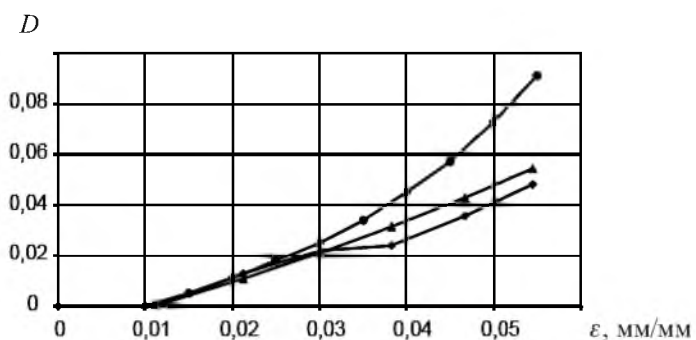
a



б



в



г

Рис. 4. Кінетика накопичення пошкоджень для сталей 45 (*a*), 12X18H10T (*б*) та сплавів Д16Т (*в*) і VT22 (*г*).

Параметри моделі пошкоджень для металевих конструкційних матеріалів

Матеріал	D_c	ε_R^p	ε_D^p	b
Сплав Д16Т	0,0805	0,05305	0,00205	2,15
Сталь 45	0,4405	0,330	0,0525	2,60
Сталь 12Х18Н10Т	0,8345	0,075	0,0210	5,40
Сплав ВТ22	0,0935	0,0535	0,011	1,20

Показник зміцнення n в законі Рамберга–Осгуда [1] визначимо зі степеневій апроксимації діаграми деформування при розтязі, побудованої в координатах $\sigma^* - \varepsilon$. Показник нелінійності m знайдемо шляхом апроксимації експериментальної діаграми накопичення пошкодження при одновісному розтязі теоретичною залежністю, яку записано у формі (34). За перше наближення прийнято, що пошкодження накопичуються лінійно, тобто $m = 1$.

На рис. 4 наведено залежності пошкоджуваності для чотирьох металевих конструкційних матеріалів. Пошкоджуваність визначено двома експериментальними методами (зміна питомого електроопору – на рис. 4 крива 1, зміна модуля пружності – крива 2) та за допомогою феноменологічної моделі накопичення пошкоджень у вигляді залежності (34) – крива 3.

Аналіз порівняння експериментальних та розрахункових (згідно з (34)) результатів показує задовільну їх кореляцію. Таким чином, використання розробленої моделі накопичення пошкоджень у відповідних рівняннях стану дозволяє більш точно розрахувати напружено-деформований стан високонавантажених елементів конструкцій.

Резюме

Рассмотрена методика исследования кинетики накопления повреждений при упругопластическом деформировании конструкционных материалов типа стали 45, стали 12Х18Н10Т, алюминиевого сплава Д16Т и титанового сплава ВТ22 по параметрам изменения модуля упругости и удельного электросопротивления. Для условий сложного напряженного состояния предложена континуальная модель накопления повреждений, которая связывает параметр поврежденности с интенсивностью накопленной пластической деформации. Проведено сравнение расчетных результатов по разработанной модели с экспериментальными, полученными при исследовании кинетики накопления повреждений для ряда металлических конструкционных материалов.

1. *Lemaitre J.* A Course on Damaga Mechanics. – Springer Verlag, 1992. – 210 p.
2. *Alves M.* Measurement of ductile material damage // Mech. Struct. Mach. – 2001. – 29, No. 4. – P. 451 – 476.
3. *Качанов Л. М.* О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. – 1958. – № 8. – С. 26 – 35.

4. Hansen N. R. and Schreyer H. L. A thermodynamically consistent framework for theories of elastoplasticity coupled with damage // *Int. J. Solids Struct.* – 1994. – **31**, No. 3. – P. 359 – 389.
5. Патент України № 65499А. Спосіб визначення кінетики руйнування матеріалів в процесі їх пружно-пластичного деформування / М. І. Бобир, А. П. Грабовський, О. В. Тимошенко. – Чинний з 15.03.2004. Бюл. № 3.
6. Бобырь Н. И., Грабовский А. П., Тимошенко А. В., Халимон А. П. Методика определения накопления повреждений в металлических конструкционных материалах при сложном упругопластическом нагружении // *Пробл. прочности.* – 2006. – № 1. – С. 128 – 137.
7. Степнов М. Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний. – М.: Машиностроение, 2005. – 232 с.
8. Castagne S., Habraken A. M., and Cescotto S. Application of a damage model to an aluminium alloy // *Int. J. Damage Mech.* – 2003. – **12**. – P. 5 – 30.
9. Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластичных материалов // *Теорет. основы инж. расчетов.* – 1985. – **108**, № 1. – С. 90 – 98.
10. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1976. – 416 с.
11. Бобир М. І., Масло О. М. Узагальнена феноменологічна модель пошкоджуваності при складному навантаженні // *Вісн. НТУУ “КПІ”.* – 2003. – № 4. – С. 26 – 29.

Поступила 25. 04. 2006