

## Аналитическое описание порообразования при установившейся ползучести металлов

А. К. Русинко<sup>а</sup>, Й. Гинстлер<sup>б</sup>, Л. Девени<sup>б</sup>

<sup>а</sup> Национальный университет “Львівська політехніка”, Львов, Украина

<sup>б</sup> Будапештский политехнический университет, Будапешт, Венгрия

*На основании обобщения синтезной теории пластичности и ползучести аналитически описан процесс порообразования в металле во время установившейся ползучести. Получены соотношения между объемом микропор и деформацией установившейся ползучести при разных уровнях напряжения. Аналитически полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными.*

**Ключевые слова:** микропоры, деформация установившейся ползучести, интенсивность деформации, интенсивность пустот.

**Введение.** Работа элементов конструкций при повышенных температурах неизбежно сопровождается деформацией ползучести, диаграмма которой, как известно, состоит из неустановившегося, установившегося и третичного участков. С точки зрения прочности материала опасным является третий участок диаграммы, начало которого характеризуется возникновением микротрещин, что в результате приведет к разрушению испытуемого образца. Микротрещины возникают в местах скоплений микропор, которые зарождаются во время установившейся ползучести.

В связи с техническими сложностями и дороговизной проведения экспериментов по изучению количества и кинетики образования микропор возрастает актуальность аналитического моделирования этих процессов.

Целью работы является построение математической модели процесса образования микропор в металлах во время установившейся ползучести на основе синтезной теории пластичности и ползучести [1, 2]. Основная особенность данной теории – установление зависимости между макродеформацией и физическими процессами, происходящими на микроуровне. Это позволяет определить взаимосвязь между деформацией ползучести и сопровождающим ее процессом порообразования. В этом и состоит научная новизна работы.

**Основные соотношения синтезной теории.** Синтезная теория [1, 2] сочетает концепцию скольжения Батдорфа–Будянского [3] и теорию течения Койтера–Сандерса [4]. Постоянный во времени вектор скорости установившейся ползучести определяется из формулы [2]

$$\frac{d\bar{\epsilon}}{dt} = \int_{\alpha} \int_{\beta} \int_{\lambda} \frac{d\varphi}{dt} \bar{n} \cos \lambda dV, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – интенсивность деформации, являющаяся скалярной мерой пластического сдвига в одной системе скольжения, ориентацию которой задает

единичный вектор  $\bar{n}$ , а направление сдвига характеризует угол  $\lambda$ . Интегрирование символизирует суммирование приростов необратимой деформации по системам скольжения, где произошли сдвиги.

Для случая установившейся ползучести интенсивность деформации определяется из соотношения [1, 2]

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{K}{r} \psi, \quad (2)$$

где  $\psi$  – интенсивность дефектов строения кристаллической решетки материала (дислокации, вакансии и т.п.), возникающих в результате пластического деформирования в определенной системе скольжения,  $\psi$  является скалярной усредненной мерой дефектов в однородном теле; функция  $K$  описывает влияние напряжения и температуры на установившуюся ползучесть:

$$K = K_1 \exp(K_2 \Theta) (\tau_i / \sigma_p)^{K_3} \quad (3)$$

( $\tau_i$  – интенсивность касательных напряжений;  $\Theta$  – гомологическая температура испытания). Размерности констант материала в формулах (2) и (3) следующие:  $[K_1] = \text{с}^{-1}$ ;  $[K_2, K_3] = 1$ ;  $[r] = \text{МПа}^2$ . Эти константы определяются при построении диаграмм установившейся ползучести для разных значений напряжения и температуры [2].

Величина  $\psi$  задается так [2]:

$$\psi = (\bar{S} \bar{n} \cos \lambda)^2 - 2/3 \sigma_p^2, \quad (4)$$

где  $\bar{S}$  – вектор напряжений в трехмерном подпространстве девиаторов напряжений;  $\sigma_p$  – граница ползучести материала при одноосном растяжении. Длина вектора  $\bar{S}$  равна интенсивности касательных напряжений  $\tau_i$ . Формула (4) описывает увеличение дефектов строения кристаллической решетки металла с ростом приложенного напряжения.

Из формул (1), (2) и (4) следует, что синтезная теория является двухуровневой: соотношения (2) и (4) задают связь на микроуровне между деформацией и порождающими ее дефектами, а по формуле (1) определяется макродеформация как сумма микродеформаций по системам скольжения, где происходили пластические сдвиги.

При установившейся ползучести, когда  $\bar{S}(t) = \text{const}$ , из формул (2) и (4) следует, что величины  $\psi$  и  $d\varphi/dt$  постоянны во времени. Выражение  $\psi(t) = \text{const}$  свидетельствует о том, что деформация установившейся ползучести вырабатывается при равновесии процессов упрочнения и разупрочнения, т.е. при неизменном во времени количестве дефектов.

**Экспериментальные данные и построенные на их основании модельные соотношения.** Определим объем микропор исходя из таких экспериментально установленных зависимостей [5–8]:

1) высокотемпературная ползучесть обусловлена не только внутризеренным, но и межзеренным скольжением, которое приводит к зарождению микропор по границам зерен; когда плотность микропустот достигает критического значения, они преобразуются в микротрещину;

2) интенсивность межзеренного проскальзывания, а значит, и объем микропор пропорциональны деформации ползучести (рис. 1);

3) объем микропор зависит не только от действующего напряжения, но и от длительности пребывания материала под нагрузкой.

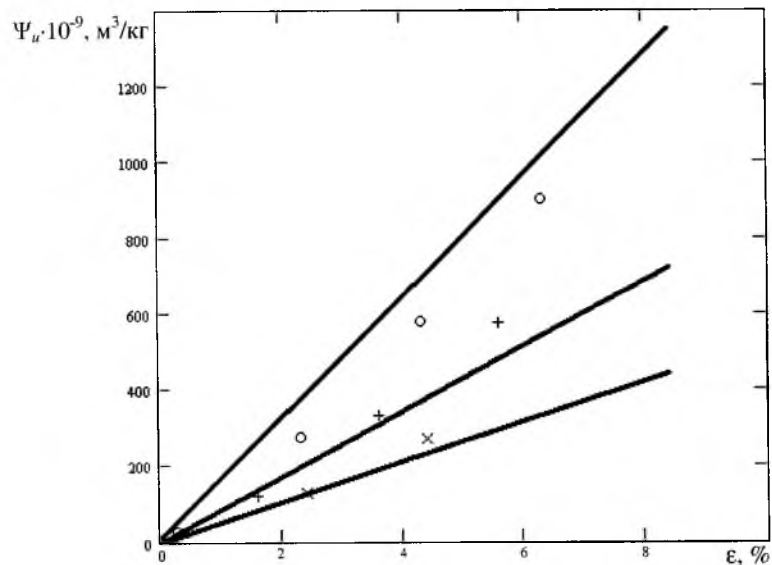


Рис. 1. Экспериментальные [8] (точки) и расчетные (линии) зависимости объема микропор  $\Psi_u$  от деформации установившейся ползучести  $\varepsilon$  для меди ( $T = 260^\circ\text{C}$ ) при разных напряжениях:  $\circ - \sigma = 21$  МПа;  $+$  -  $\sigma = 28$  МПа;  $\times - \sigma = 35$  МПа.

Следовательно, в каждой системе скольжения элементарный объем образовавшихся микропор  $d\psi_u$  запишем так:

$$d\psi_u = f(\tau_i) d\varphi; \quad (5)$$

$$f(\tau_i) = A_1 \left( \frac{\tau_i}{\sigma_p} \right)^{A_2}, \quad (6)$$

где  $A_1$  – константа, являющаяся масштабным множителем ( $\text{м}^3/\text{кг}$ );  $A_2$  – безразмерная константа, характеризующая влияние напряжения на объем микропор (конкретизация  $A_2$  приведена ниже). Формула (5) задаст соотношение между интенсивностью дефектов, возникших в результате пластических сдвигов, и объемом микропор.

Учитывая, что при установившейся ползучести  $d\varphi/dt = (K/r)\psi = \text{const}$ , на основании формулы (5) получаем

$$\psi_u = f(\tau_i) \frac{d\varphi}{dt} t = f(\tau_i) \frac{K}{r} \psi t, \quad (7)$$

причем момент времени  $t=0$  соответствует началу установившейся ползучести. Как следует из этой формулы, величина  $\psi_u$  зависит не только от скорости ползучести, но и от длительности действия нагрузки.

Формулы (5) и (7) действительны только для одной системы скольжения. Для того чтобы определить объем микропор  $\Psi_u$  на макроуровне, необходимо просуммировать (проинтегрировать) значения  $\psi_u$ , реализуемые в системах скольжения, где проходила деформация ползучести:

$$\Psi_u = \int_{\alpha} \int_{\beta} \int_{\lambda} \psi_u dV = f(\tau_i) t \int_{\alpha} \int_{\beta} \int_{\lambda} \frac{d\varphi}{dt} dV = \frac{K}{r} f(\tau_i) t \int_{\alpha} \int_{\beta} \int_{\lambda} \psi dV. \quad (8)$$

При одноосном растяжении, когда вектор  $\bar{\mathbf{S}}$  имеет единственную ненулевую компоненту:  $(\sqrt{2/3} \sigma_x, 0, 0)$ , интенсивность дефектов определяется по формуле  $\psi = \frac{2}{3}(\sigma_x^2 \sin^2 \beta \cos^2 \lambda - \sigma_p^2)$  [2], интенсивность касательных напряжений  $\tau_i = \sigma_x$  [1], формула (8) преобразуется следующим образом:

$$\Psi_u = \frac{4\pi K}{3r} f(\sigma_x) t \int_{\beta_1}^{\pi/2} \int_0^{\lambda_1} [\sigma_x^2 \sin^2 \beta \cos^2 \lambda - \sigma_p^2] \cos \beta d\lambda d\beta; \quad (9)$$

определение значения границ интегрирования приведено в [2].

После интегрирования (9) получим

$$\Psi_u = Kaf(\sigma_x) t R(\xi), \quad (10)$$

$$a = \frac{\pi}{9r} \sigma_p^2;$$

$$R(\xi) = \frac{2(1-6\xi^2)}{\xi^2} \arccos \xi + \frac{2}{\xi} \sqrt{1-\xi^2} + 8\xi \ln \frac{1+\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}; \quad (11)$$

$$\xi = \frac{\sigma_p}{\sigma_x}.$$

Поскольку при установившейся ползучести справедливо соотношение  $t = e_1 / \dot{e}_1$  ( $e_1$  – компонента вектора  $\bar{\mathbf{e}}$ , направленная по линии действия вектора  $\bar{\mathbf{S}}$  ( $e_2 = 0, e_3 = 0$  [2])), формула (10) примет вид

$$\Psi_u = Kaf(\sigma_x) R(\xi) \frac{e_1}{\dot{e}_1}. \quad (12)$$

Величина  $\dot{\epsilon}_1$  определяется следующим образом [2]:

$$\dot{\epsilon}_1 = Ka\Phi(\xi), \quad \Phi(\xi) = \frac{1}{\xi^2} \left( 2\sqrt{1-\xi^2} - 5\xi^2\sqrt{1-\xi^2} + 3\xi^4 \ln \frac{1+\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right). \quad (13)$$

Графически функции  $R(\xi)$ ,  $\Phi(\xi)$  и  $R(\xi)/\Phi(\xi)$  (при использовании правила Лопиталя получим  $\lim_{\xi \rightarrow 1} R(\xi)/\Phi(\xi) = 1$ ) представлены на рис. 2.

Видно, что все три функции есть возрастающими функциями напряжения  $\sigma_x$ , поскольку величины  $\xi$  и  $\sigma_x$  находятся в обратно пропорциональной зависимости.

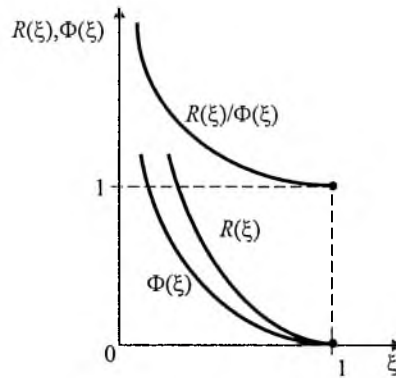


Рис. 2. Графики функций  $R(\xi)$ ,  $\Phi(\xi)$  и их отношение.

Связь между компонентой вектора  $e_1$  и компонентой тензора деформации  $\epsilon_x$  такова:  $\epsilon_x = \sqrt{2/3} e_1$  [1, 2]. Далее величины  $\epsilon_x$  и  $\sigma_x$  будем обозначать через  $\epsilon$  и  $\sigma$  соответственно.

На основании формул (6), (12) и (13) получим

$$\Psi_u = A_1 \left( \frac{\sigma}{\sigma_p} \right)^{A_2} \frac{R(\xi)}{\Phi(\xi)} \epsilon. \quad (14)$$

Формула (14) задает соотношение между объемом микропор и деформацией установившейся ползучести.

**Построение графиков зависимости  $\Psi_u - \epsilon$ . Обоснование значения константы модели  $A_2$ .** Рассмотрим отношение  $\Psi_{u_1}/\Psi_{u_2}$  при напряжениях  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , причем  $\sigma_1 > \sigma_2$ . Из формулы (14) имеем

$$\frac{\Psi_{u_1}}{\Psi_{u_2}} = \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^{A_2} \frac{R(\xi_1)/\Phi(\xi_1)}{R(\xi_2)/\Phi(\xi_2)} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}. \quad (15)$$

Из рис. 1 видно, что для одинакового объема микропор справедливо неравенство  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$  при  $\sigma_1 > \sigma_2$ . Чтобы формула (15) при  $\Psi_{u_1} / \Psi_{u_2} = 1$  удовлетворяла этим неравенствам, константа  $A_2$  должна быть отрицательной, поскольку из рис. 2 следует, что  $R(\xi) / \Phi(\xi) \geq 1$ , а  $R(\xi_1) / \Phi(\xi_1) \geq R(\xi_2) / \Phi(\xi_2)$  при  $\sigma_1 > \sigma_2$ .

Если записать отношение  $\Psi_{u_1} / \Psi_{u_2} = 1$  с использованием формул (3) и (10), то получим

$$1 = \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^{K_3 + A_2} \frac{R(\xi_1) t_1}{R(\xi_2) t_2}, \quad A_2 < 0, \quad (16)$$

где  $t_j$  ( $j = 1, 2$ ) – моменты времени, когда возникает одинаковое количество микропор при уровнях напряжений  $\sigma_j$ .

Из формулы (16) получим

$$t_2 = T_\Delta t_1, \quad T_\Delta = \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^{K_3 + A_2} \frac{R(\xi_1)}{R(\xi_2)}. \quad (17)$$

Величина  $T_\Delta$  определяет соотношение между длительностями пребывания материала под нагрузкой, необходимыми для возникновения одинакового объема микропор при разных напряжениях. Очевидно, что условие  $T_\Delta = 1$  неприемлемо, поскольку невозможно, чтобы для образования одинакового количества микропор при разных напряжениях затрачивалось одинаковое время. Кроме того, при напряжении  $\sigma_1$  для достижения определенной интенсивности микропор должно пройти меньше времени, чем при напряжении  $\sigma_2$ . Таким образом, должно выполняться неравенство  $t_2 > t_1$ , т.е.  $T_\Delta > 1$ . Условие  $T_\Delta > 1$  является вторым ограничением на значение константы  $A_2$ .

На основании формул (11)–(14) построены расчетные зависимости  $\Psi_u - \varepsilon$  для напряжений 21, 28 и 35 МПа (рис. 1). Материал – медь, для которой  $\sigma_p = 18$  МПа при 260°C [9];  $K_3 = 1,1$  (константы  $K_m$ ,  $m = 1, 2, 3$  для меди определены в работе [10]). Данные графики построены при таких значениях констант модели:  $A_1 = 2,2 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/кг;  $A_2 = -2,5$ . Для напряжений  $\sigma_1 = 28$  МПа и  $\sigma_2 = 21$  МПа из формулы (17) получаем  $T_\Delta = 10,2$ , для  $\sigma_1 = 35$  МПа и  $\sigma_2 = 21$  МПа –  $T_\Delta = 22,6$ , что удовлетворяет условию  $T_\Delta > 1$ .

**Заключение.** На основе синтетической теории пластичности и ползучести выведена формула для определения объема микропор в металле в зависимости от деформации установившейся ползучести. Хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными результатами позволяет прогнозировать количество микропор в ходе установившейся ползучести, что способствует сокращению объема технически сложных экспериментов по изучению порообразования.

**Резюме**

На основі узагальнення синтезної теорії пластичності і повзучості представлено аналітичний опис процесу пороутворення за усталеної повзучості металів. Отримано співвідношення між об'ємом мікропор і деформацією усталеної повзучості за різних рівнів напруження. Аналітичні результати добре узгоджуються з експериментальними.

1. Андрусик Я. Ф., Русинко К. Н. Пластическое деформирование упрочняющихся материалов при нагружении в трехмерном подпространстве пятимерного пространства девиаторов // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1993. – № 2. – С. 92 – 101.
2. Русинко А. К. Аналітична залежність швидкості усталеної повзучості металів від попередньої пластичної деформації // Пробл. прочности. – 2002. – № 4. – С. 91 – 102.
3. Batdorf S. and Budiansky B. Mathematical Theory of Plasticity Based on the Concept of Slip. – NASA, 1949. – 871 p.
4. Sanders J. Plastic stress–strain relations based on linear loading functions: Proc. 2nd US National Congress of Applied Mechanics. – 1954. – P. 455 – 460.
5. Choi B. G., Nam S. W., and Ginzler J. Life extension by cavity annihilation heat treatment in AISI 316 stainless steel under creep-fatigue interaction conditions // J. Mater. Sci. – 2000. – 35. – P. 1699 – 1705.
6. Devenyi L. and Biro T. Investigation of Creep Cavities by Scanning Electron Microscope: Material Science Forum, Vol. 414-415, 2003. – Trans. Tech. Publications, ISBN 0-87849-908-3.
7. Ginzler J. and Devenyi L. Revalidability of high temperature ferritic/bainitic steels // Europ. J. Mech. Eng. – 1991. – 36, No. 4. – P. 251 – 253.
8. Грант Н. Разрушение в условиях высокотемпературной ползучести // Разрушение. – М.: Мир, 1976. – Т. 3. – С. 528 – 578.
9. Физико-химические свойства элементов: Справочник / Под ред. Г. В. Самсонова. – Киев: Наук. думка, 1965. – 808 с.
10. Русинко А. К. Вплив попередньої механо-термічної обробки на усталену повзучість металів // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2004. – № 2. – С. 59 – 66.

Поступила 09. 03. 2005