

О прогнозировании усталостной долговечности тонкостенных конструкций на основе статистической модели

М. Н. Регульский

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

Представлены результаты экспериментального исследования усталости модельных образцов из сплава АМгб, имеющих конфигурацию пластин с односторонней выборкой, при нагружении симметричными и асимметричными циклами осевой циклической нагрузки. Экспериментально определяемые долговечности модельных образцов используются в качестве результатов базового эксперимента для прогнозирования характеристик сопротивления усталости крупногабаритных цилиндрических оболочек с кольцевым концентратором, нагружаемых осевыми силами циклического характера. Проведено численное исследование статистической модели, принятой для прогнозирования усталостной долговечности таких оболочек.

Ключевые слова: усталостная долговечность, осевая нагрузка, тонкостенная оболочка, модельный образец, функция распределения долговечностей, вероятность разрушения.

Введение. Опыт создания ответственных конструкций, работающих при переменных нагрузках, показал, что на завершающей стадии опытно-конструкторской разработки всегда стремятся получить экспериментально подтвержденные оценки характеристик сопротивления усталости.* Однако проведение полноразмерных натурных испытаний на усталость крупногабаритных конструкций вызывает серьезные трудности как технического, так и экономического характера.

Во многих случаях такие трудности преодолеваются путем испытаний фрагментов конструкций, которые содержат потенциально опасные зоны и лимитируют прочность всей конструкции. К конструкциям, допускающим поэлементные испытания (с вырезкой или специальным изготовлением соответствующих фрагментов), могут быть отнесены, например, некоторые виды корпусных тонкостенных конструкций [1–3], рамные и ферменные конструкции [4], а также содержащие ряд идентичных элементов [5].

Проведение испытаний фрагментов конструкций в методическом отношении во многом подобно натурным испытаниям деталей и конструкций, в связи с чем их можно рассматривать как “модифицированные натурные испытания”. Основные особенности в интерпретации результатов таких испытаний заключаются в следующем.

Если зона ожидаемого разрушения единственна и полностью охвачена испытываемым фрагментом, то экспериментальные данные могут быть отнесены к исследуемой конструкции непосредственно без пересчетов. Если же

* Прежде всего это относится к авиастроению и созданию космических аппаратов, а также к разработке целого ряда конструкций, внезапное разрушение которых представляет серьезную опасность.

конкурирующих по степени опасности зон в конструкции несколько и требуются испытания фрагментов различной формы либо фрагменты одинаковые, но нагружены по-разному, то для получения оценок долговечности необходимо провести вероятностный анализ, учитывающий число исследуемых зон концентрации и различие между их вероятностями разрушения. В работе [6] предложен общий алгоритм, или последовательность этапов, необходимых для прогнозирования долговечности крупногабаритных конструкций с использованием подхода, предусматривающего поэлементные испытания на усталость. Там же описана реализация указанных этапов на примере разработки расчетно-экспериментального метода прогнозирования усталостной долговечности цилиндрических оболочек с кольцевым концентратором, нагружаемых осевыми распределенными силами циклического характера.

Суть метода заключается в том, что оболочку разделяют на фрагменты вдоль образующих и испытывают при циклическом растяжении–сжатии на долговечность, обеспечив при этом такое же соотношение напряжений от осевой силы и момента, изгибающего стенку, что и при работе фрагментов в составе цельной оболочки. Результаты испытаний фрагментов (модельных образцов) являются исходными статистическими данными для расчетной оценки масштабного эффекта и получения таким образом вероятностных характеристик сопротивления усталости крупногабаритных оболочек с кольцевым концентратором. Расчетные формулы для прогнозирования долговечностей оболочек базируются на соотношениях, применяемых в теории надежности систем, когда вероятность отказа системы в целом определяют посредством известных вероятностей отказов ее элементов [7].

Цель настоящей работы заключается в исследовании статистической модели, с использованием которой производятся оценка усталостной долговечности оболочек и построение прогнозируемых кривых усталости. В качестве результатов базового эксперимента рассматриваются данные испытаний на долговечность модельных образцов из сплава АМг6, у которых профиль продольного сечения воспроизводит профиль стенок крупногабаритных цилиндрических оболочек с кольцевым концентратором.

Формулировка предельного состояния и основные соотношения.

Если оболочку рассматривать как систему, состоящую из некоторого числа z одинаковых параллельно работающих фрагментов, то в данном случае интерес представляет событие, заключающееся в том, что при некотором постоянном уровне амплитуды напряжений σ_a (или осевой погонной нагрузки T_x) произойдет разрушение хотя бы одного из фрагментов оболочки при наработке числа циклов $N_R^{об}$. Это событие идентифицируется с наступлением предельного состояния оболочки и фиксируется по появлению первой макротрещины усталости. Предполагается, что фиксация предельного состояния фрагмента или модельного образца в базовом эксперименте должна осуществляться также по появлению первой трещины усталости (0,5–1,5 мм), т.е. стадия развития трещины усталости в данном случае не рассматривается, что является характерным для ряда ответственных конструкций.

При равномерном распределении осевой погонной нагрузки по периметру оболочки (все фрагменты нагружены одинаково) формула перехода от функции распределения долговечностей фрагментов к функции распределения долговечностей оболочек имеет следующий вид [6]:

$$P^{об}(N_R^{об}) = 1 - (1 - P^{фп}(N_R^{фп}))^z, \quad (1)$$

где $P^{об}(N_R^{об})$ – значение функции распределения долговечностей оболочки при постоянном уровне амплитуды осевой погонной нагрузки T_x ; $P^{фп}(N_R^{фп})$ – значение функции распределения долговечностей фрагмента, отвечающее тому же значению аргумента, т.е. $N_R^{об} = N_R^{фп}$, и тому же уровню T_x ; z – число фрагментов в оболочке; $N_R^{об}$ и $N_R^{фп}$ – число циклов до разрушения оболочки и фрагмента соответственно.

При неравномерном нагружении оболочки осевой погонной нагрузкой (фрагменты нагружены разными уровнями амплитуды осевой погонной нагрузки) формула (1) преобразуется так:

$$P^{об}(N_R^{об}) = 1 - \prod_{i=1}^z (1 - P_i^{фп}(N_R^{фп})). \quad (2)$$

Прогнозируемые долговечности оболочек определяются посредством функции, обратной к функции распределения долговечностей оболочек, $P^{об}(N_R^{об}) = f(N_R^{об})$:

$$N_R^{об} = f^{-1}(P^{об}(N_R^{об})). \quad (3)$$

Запись соотношений (1)–(3), выражающих математическую формулировку рассматриваемой статистической модели долговечности оболочек, подразумевает независимость событий, состоящих в зарождении очагов усталостного разрушения в различных фрагментах оболочки, что согласуется с приведенной выше формулировкой ее предельного состояния.

Располагая данными о характеристиках распределения долговечностей фрагментов при нескольких уровнях циклической нагрузки, можно построить прогнозируемые кривые усталости оболочек по параметру вероятности разрушения.

Методика и результаты экспериментального исследования характеристик сопротивления усталости модельных образцов. Конфигурация и характерные геометрические размеры модельных образцов из сплава АМгб показаны на рис. 1,а. Далее эти образцы идентифицируются с фрагментами оболочки, полученными при разделении последней вдоль образующих на z частей. Поскольку при больших размерах оболочек угол деления весьма мал и арочность при этом также невелика, замена натуральных фрагментов плоскими пластинами, воспроизводящими профиль сечения стенок оболочек в зоне ожидаемого разрушения, не оказывает существенного влияния на на-

пряженно-деформированное состояние в зоне разрушения. Разумеется, что модельные образцы должны быть изготовлены с соблюдением технологической наследственности по отношению к оболочке. Таким образом, на основании полученных характеристик сопротивления усталости модельных образцов можно провести исследование статистической модели долговечности оболочек в реальном диапазоне варьирования величин, входящих в расчетные соотношения.

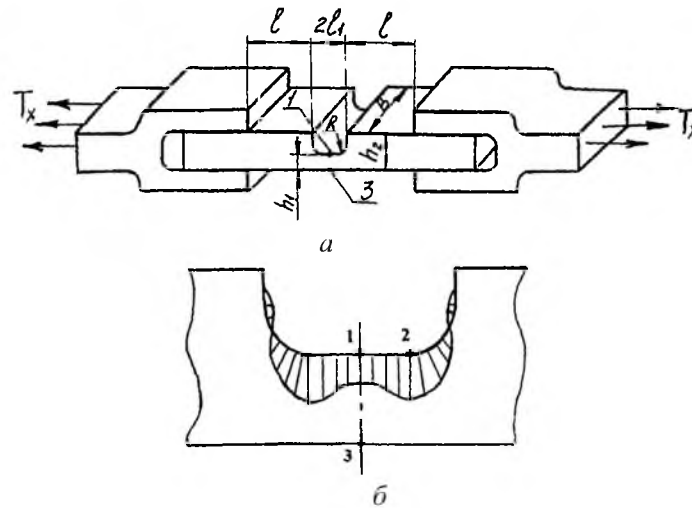


Рис. 1. Модельный образец в захватах (а) и характер распределения нормальных напряжений вдоль контура концентратора (б).

В качестве характеристики напряженности модельных образцов используются следующие два параметра:

коэффициент изгиба $K_{и}$, который определяет соотношение между изгибом и растяжением в зоне концентратора и равен отношению максимальных напряжений от изгиба к напряжениям от растяжения (сжатия) в сечении, полученном поперечной плоскостью симметрии концентратора, проходящей через точки 1 и 3 (рис. 1);

амплитуда номинальных напряжений σ_a , полученная как частное при делении осевой погонной нагрузки T_x на меньшую толщину модельного образца h_1 .

Методические особенности испытаний модельных образцов, связанные с обеспечением требуемого значения коэффициента изгиба, описаны ранее [8].

При равенстве осевой погонной нагрузки T_x и коэффициента изгиба $K_{и}$ для оболочки и модельного образца можно достичь идентичности напряженного состояния по первому главному напряжению и градиенту первого главного напряжения, т.е. по тем факторам напряженного состояния, которые оказывают определяющее влияние на характеристики усталости. При этом σ_a определяет долю продольных напряжений от растяжения. Второе главное напряжение воспроизводится в модельном образце только частично. Более подробно сравнительный анализ напряженного состояния модельного образца и оболочки рассмотрен в работе [6].

Распределение напряжений вдоль контура концентратора исследовали на плоской модели из оргстекла (масштаб 5:1). Характер распределения нормальных напряжений по контуру концентратора показан на рис. 1,б. Пик напряжений приходится на переход линейной части контура к радиусной (на рис. 1 точка 2). Фактическая концентрация напряжений на контуре концентратора определена посредством малобазной тензометрии (база 1 мм) непосредственно на модельных образцах по измерениям в точках 1 и 2. Коэффициент концентрации упругих напряжений K_t , равный отношению напряжений в точке 2 к напряжениям в точке 1 (рис. 1), т.е. на гладком участке выборки-концентратора, составил 1,5. Таким образом, соотношение для определения амплитуды максимальных упругих напряжений в зоне их пика на контуре концентратора в точке 2 (рис. 1) через амплитуду номинальных напряжений σ_a принимает следующий вид:

$$\sigma_{\max} = \sigma_a(1 + K_n)K_t. \quad (4)$$

Испытания модельных образцов на долговечность проводили при симметричном и отнулевом циклах нагружения на машине осевого нагружения “МИР 20” [9–11] при частоте 20 Гц. Во всех испытаниях коэффициент изгиба $K_n = 1,22$. При каждом виде цикла нагружения выбрали по два уровня амплитуды осевой нагрузки. В качестве критерия предельного состояния принимали появление макротрещины усталости размером 0,5–1 мм. Использовали модельные образцы (рис. 1) со следующими геометрическими размерами: $2l_1 = 20$ мм; $h_1 = 10$ мм; $h_2 = 18$ мм; $B = 100$ мм; $R = 4,5$ мм. Размер l от срезов захватов до выборки-концентратора равен 60 мм. На каждом из двух уровней симметричного цикла нагружения испытывали по 20 образцов, при отнулевом цикле нагружения – по 10 образцов.

Во всех случаях усталостная трещина появлялась в местах перехода гладкой части дна выборки к криволинейной, причем практически всегда в средней части ширины модельного образца. Это объясняется тем, что именно здесь материал находится в условиях двухосного напряженного состояния. Второе главное напряжение, действующее в поперечном направлении, обусловлено стеснением поперечных деформаций, как для пластины, нагружаемой цилиндрическим изгибом [12]. По расчетной оценке это напряжение составляет 18% величины первого главного напряжения, определяемого соотношением (4). Оценки параметров распределения долговечностей модельных образцов по результатам испытаний приведены в таблице.

Оценки параметров распределения долговечностей модельных образцов

Вид цикла нагружения	Амплитуда напряжений σ_a , МПа	Среднее логарифмов долговечностей $\lg N$	Среднеквадратичное отклонение логарифмов долговечностей $S_{\lg N}$
Симметричный	61,5	4,83	0,16
	42,0	5,68	0,40
Отнулевой	41,0	4,88	0,10
	26,0	5,65	0,15

Несмотря на то что при оценке параметров распределения долговечностей модельных образцов при симметричном и отнулевом циклах выборки были разные по объему (20 и 10 образцов), заметна тенденция к уменьшению рассеяния долговечностей при переходе от симметричного цикла к отнулевому как при высоких уровнях нагрузок, так и при низких в одном и том же диапазоне долговечностей.

Уравнения кривых усталости модельных образцов, соответствующие экспоненциальной зависимости долговечностей от амплитуды напряжений, для исследованного диапазона в полулогарифмических координатах имеют следующий вид:

для симметричного цикла нагружения

$$\lg N = 7,516 - 0,044 \sigma_a, \quad (5)$$

для отнулевого цикла

$$\lg N = 6,986 - 0,051 \sigma_a. \quad (6)$$

Как видно, показатели углов наклона кривых усталости отличаются незначительно.

На рис. 2 для симметричного цикла нагружения приведены функции распределения долговечностей модельных образцов в виде прямых – аппроксимаций по логарифмически нормальному закону распределения вероятностей, который, как показали многочисленные исследования, позволяет в большинстве случаев удовлетворительно описывать результаты статистических испытаний на усталость как образцов материала, так и конструктивных элементов [13].

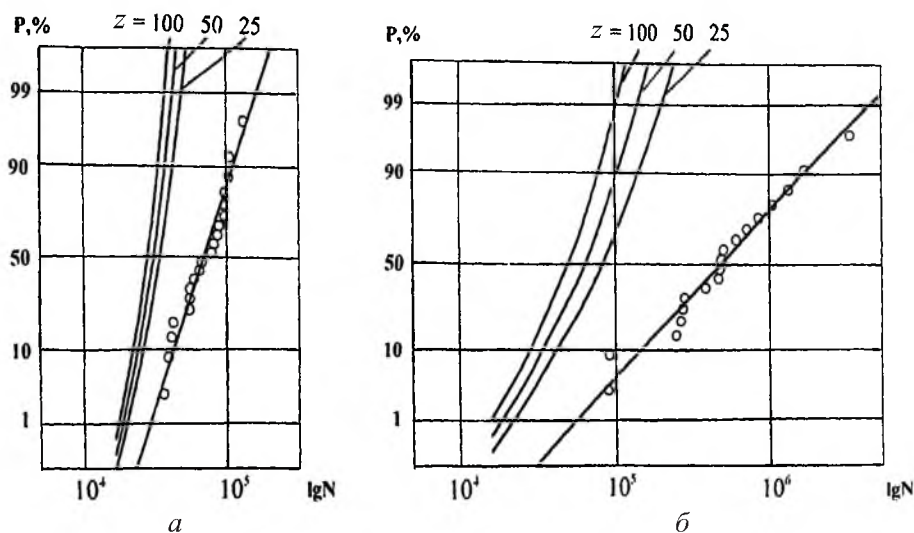


Рис. 2. Распределение долговечностей модельных образцов (эксперимент) и оболочек (расчет) при симметричном цикле нагружения: а – $\sigma_a = 61,5$ МПа; б – $\sigma_a = 42,0$ МПа.

Анализ статистической модели и оценка усталостной долговечности оболочек. При численном исследовании модели в качестве варьируемых факторов при выполнении расчетов принимали радиусы оболочек, определяемые по числу содержащихся в них фрагментов z , и степень неравномерности нагружения. Произведение числа z на ширину модельного образца номинально соответствует периметру оболочки. На рис. 2 представлены расчетные функции распределения долговечностей оболочек при числе фрагментов 25, 50 и 100 для симметричного цикла изменения осевой нагрузки, равномерно распределенной по периметру оболочки. При этом радиусы оболочек соответственно равны 0,4; 0,8 и 1,6 м. Данные на рис. 2 свидетельствуют о сближении кривых прогнозируемых функций распределения долговечностей оболочек и эмпирической функции распределения долговечностей модельных образцов с уменьшением величины вероятности разрушения. В рамках исследуемой статистической модели последнее рассматривается как сближение долговечностей оболочек и модельных образцов (или фрагментов) в области малых значений вероятности разрушения. Соответствующие графики для случая изменения нагрузки по отнулевому циклу имеют аналогичный характер.

Рис. 3 иллюстрирует кривые усталости оболочек, рассчитанные для 50%-ной вероятности разрушения. Там же показаны кривые усталости модельных образцов, соответствующие уравнениям (5) и (6).

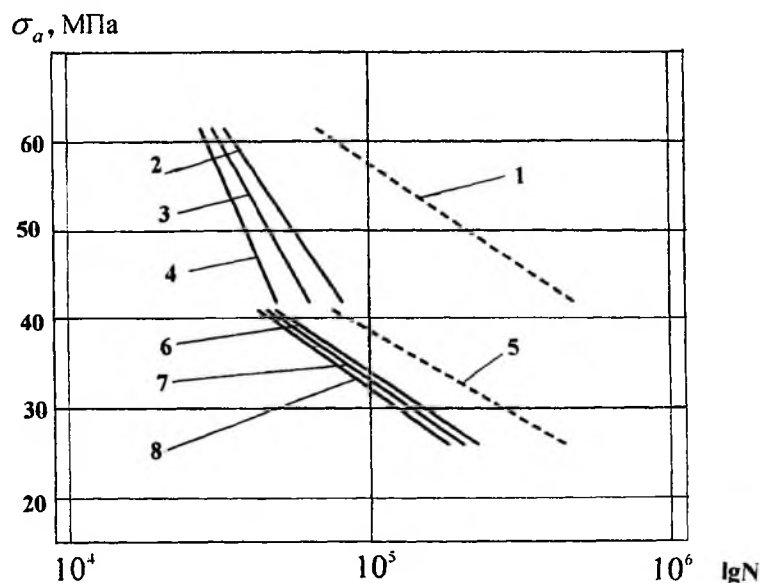


Рис. 3. Кривые усталости оболочек и модельных образцов при симметричном (1 – модельные образцы; 2, 3, 4 – оболочки при $z = 25, 50, 100$ соответственно) и отнулевом (5 – модельные образцы; 6, 7, 8 – оболочки при $z = 25, 50, 100$ соответственно) циклах.

Анализ данных, представленных на рис. 3 и в таблице, свидетельствует, что с увеличением размеров оболочек их кривые усталости отличаются между собой, а также от кривых усталости модельных образцов для симметричного цикла нагружения больше, чем для отнулевого. Это указывает

на сильную зависимость прогнозируемых характеристик усталости оболочек от дисперсии долговечностей фрагментов или модельных образцов. При этом исследуемая модель долговечности отражает более значительное проявление масштабного эффекта с ростом рассеяния долговечностей фрагментов. Можно также заключить, что указанные отличия между кривыми усталости будут тем меньше, чем меньше значение параметра вероятности разрушения будет использоваться при построении кривых усталости оболочек и модельных образцов.

Неравномерное нагружение оболочек исследовали для двух расчетных случаев, для которых распределения осевой погонной нагрузки T_x по периметру оболочки выражаются следующими соотношениями:

$$T_x(\theta) = T_x^{\max} \cos \theta; \quad (7)$$

$$T_x(\theta) = \frac{T_x^{\max} + T_x^{\min}}{2} + \frac{T_x^{\max} - T_x^{\min}}{2} \sin \frac{z\theta}{2}, \quad (8)$$

где θ – центральный угол в круговом поперечном сечении оболочки.

Неравномерность осевой нагрузки по периметру, определяемая формулой (7), соответствует изгибу тонкой и достаточно длинной оболочки, длина которой в три и более раз превышает диаметр. Неравномерность, определяемая формулой (8), может быть обусловлена особенностями конструктивной формы прилегающих к концентратору участков (например, наличием регулярно расположенных по окружности выступов или карманов). Для расчетов функций распределения долговечностей неравномерно нагруженных оболочек по формуле (2) использовали результаты испытаний модельных образцов при отнулевом цикле нагружения. Дискретизацию непрерывного изменения амплитуды номинальных напряжений по периметру для расчетов проводили поинтервально в пределах $\sigma_a = 26 \dots 41$ МПа, что соответствует величинам осевой погонной нагрузки от T_x^{\min} до T_x^{\max} .

На рис. 4 приведены прогнозируемые функции распределения долговечностей оболочек с радиусом 1,6 м ($z = 100$) при неравномерном нагружении. Там же для сравнения показаны функции распределения долговечностей модельных образцов, соответствующие максимальному T_x^{\max} и минимальному T_x^{\min} значениям осевой погонной нагрузки, а также кривая для оболочек, рассчитанная по формуле (1), т.е. для равномерного нагружения оболочек с нагрузкой T_x^{\max} . Анализ этих функций и сопоставление их с данными на рис. 2 свидетельствуют, что для оболочек с увеличением степени неравномерности нагружения параметры функций распределения долговечностей изменяются аналогично параметрам для равномерно нагруженных оболочек при уменьшении их размера, т.е. числа фрагментов, содержащихся в оболочке. При этом чем неравномернее нагружены оболочки, тем в большей степени вероятность их разрушения определяется вероятностью разрушения наиболее напряженного фрагмента.

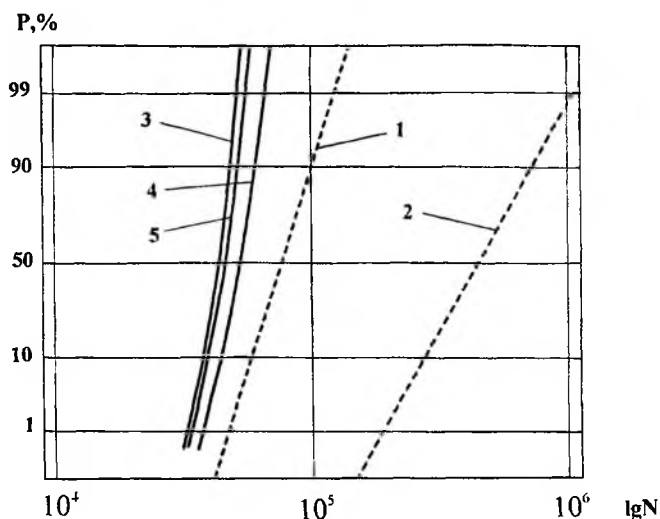


Рис. 4. Функции распределения долговечностей модельных образцов при осевой погонной нагрузке T_x^{\max} – 1 и T_x^{\min} – 2, а также оболочек при равномерном нагружении погонной нагрузкой T_x^{\max} – 3 и неравномерном нагружении согласно формулам (7) – 4 и (8) – 5.

Экспериментальные данные для оболочек диаметра 0,4 м с кольцевым концентратором и толщиной стенки $h_2 = 3,5$ мм из сплава АМгб при равномерном их нагружении [6] свидетельствуют о работоспособности исследованной статистической модели долговечности. При этом в базовом эксперименте были испытаны натурные фрагменты, вырезанные из оболочек. Из-за ограниченного объема испытаний (всего испытано три оболочки при $\sigma_a = 65$ МПа) сравнение проводили только по средним, т.е. 50%-ным долговечностям. Сопоставление экспериментальных и расчетных данных показало, что расчет не противоречит эксперименту.

Соответствующая проработка сформулированных ранее [6] этапов расчетно-экспериментального прогнозирования долговечностей крупногабаритных тонкостенных оболочек позволяет обобщить подход, в основе которого лежат поэлементные испытания и применение статистической модели долговечности на более сложные типы тонкостенных конструкций; напряженно-деформированное состояние последних рассмотрено, например, в работе [3].

Заключение. Исследованы характеристики сопротивления усталости модельных образцов из сплава АМгб в виде пластин с односторонней выборкой при нагружении симметричными и отнулевыми циклами осевой нагрузки. Данные испытаний рассматриваются в качестве результатов базового эксперимента при анализе статистической модели долговечности цилиндрических оболочек с кольцевым концентратором. Численный анализ статистической модели долговечности оболочек показал:

при увеличении размеров оболочек наряду с понижением их медианных долговечностей уменьшается также дисперсия долговечностей;

снижение ограниченных пределов выносливости оболочек по сравнению с пределами выносливости фрагментов (модельных образцов) тем

значительнее, чем больше дисперсия долговечностей фрагментов, и, таким образом, масштабный эффект проявляется тем в большей степени, чем больше неоднородность сопротивления усталости фрагментов;

при малых значениях параметра вероятности разрушения долговечности оболочек приближаются к долговечностям фрагментов;

чем более неравномерно нагружены фрагменты, тем в большей степени вероятность разрушения оболочки определяется вероятностью разрушения самого напряженного фрагмента.

Полученные результаты прогнозирования усталостных долговечностей оболочек в виде функций распределения позволяют оценить надежность, а также ресурс, соответствующий нормированной вероятности разрушения.

С точки зрения методики возможного использования вышеизложенного подхода наиболее важным моментом является сближение, или “сходимость по вероятности” значений прогнозируемых долговечностей оболочек и модельных образцов для малых уровней вероятности разрушения. Таким образом, достоверность прогнозирования характеристик сопротивления усталости будет выше именно для малых вероятностей разрушения, что особенно существенно для крупногабаритных дорогостоящих конструкций ответственного назначения.

Резюме

Наведено результати експериментального дослідження втомі модельних зразків зі сплаву АМг6, що мають конфігурацію пластин з односторонньою вибіркою і навантажуються осьовими змінними силами за симетричними та асиметричними циклами. Експериментально визначена довговічність модельних зразків використовується як результат базового експерименту для прогнозування характеристик опору втомі великогабаритних циліндричних оболонок із кільцевим концентратором, що знаходяться під дією осьових сил циклічного характеру. Проведено числове дослідження статистичної моделі, що прийнята для прогнозування довговічності при втомі таких оболонок.

1. *Почтенный Е. К.* Прогнозирование долговечности и диагностика усталости деталей машин. – Минск: Наука и техника, 1983. – 246 с.
2. *Коростылев Л. И.* Об усталостной прочности некоторых очагов концентрации напряжений корпусных конструкций // Строительная механика корабля: Сб. науч. тр. – Николаев: НКИ, 1990. – С. 16 – 21.
3. *Grigorenko Ya. M. and Yaremchenko S. N.* Refined design of corrugated noncircular cylindrical shells // Int. Appl. Mech. – 2005. – **41**, No. 1. – P. 7 – 13.
4. *Данилин А. И., Комаров В. А., Усольцев С. М.* Проектирование имитатора отсеченной части конструкции при проведении прочностных испытаний // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Анализ и оптимизация деформируемых систем: Всесоюз. межвуз. сб. – Горький, 1988. – Вып. 39. – С. 83 – 90.

5. *Калюта А. А., Рудзей Г. Ф.* Регрессионный анализ усталостных характеристик образцов сварных соединений из титановых сплавов // Пробл. машиностроения и надежности машин. – 2004. – № 6. – С. 41 – 45.
6. *Регульский М. Н.* Прогнозирование характеристик сопротивления усталости цилиндрических оболочек с кольцевым концентратором // Пробл. прочности. – 1998. – № 6. – С. 23 – 31.
7. *Болотин В. В.* Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. – 448 с.
8. *Регульский М. Н.* К вопросу испытаний на усталость конструктивных элементов несимметричного профиля при осевом нагружении // Пробл. прочности. – 1995. – № 5-6. – С. 62 – 68.
9. *Филатов Э. Я., Павловский В. Э.* Универсальный комплекс машин для испытания материалов и конструкций на усталость. – Киев: Наук. думка, 1985. – 92 с.
10. *Golub V. P.* Experimental analysis of high-temperature creep, fatigue, and damage. 1. Analysis methods // Int. Appl. Mech. – 2001. – 37, No. 4. – P. 424 – 455.
11. *Golub V. P.* Experimental analysis of high-temperature creep, fatigue, and damage. 2. Basic laws // Ibid. – No. 5. – P. 565 – 601.
12. *Бояришинов С. В.* Основы строительной механики машин. – М.: Машиностроение, 1973. – 456 с.
13. *Биргер И. А.* Детерминированные и статистические модели долговечности // Проблемы надежности летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1985. – С. 105 – 150.

Поступила 26. 05. 2003